

Politechnika Wrocławska, Informatyka Stosowana

Analiza współczesnych algorytmów

Cyberbezpieczeństwo, Laboratorium nr.5 - raport

Autor: Aleksander Stepaniuk
Nr. Indeksu: 272644

Zad 1. Własności algorytmów asymetrycznych

Tekst którego użyłem do analizy:

Tekst 1:

6489 pierwszych znaków pana Tadeusza:

(„litwo ojczyzno moja ty jesteś jak zdrowie ile cie trzeba cenic ten tylko sie dowie kto cie stracil dzis pieknosc twa w calej ozdobie widze i opisuje bo tesknie po tobie panno swieta co jasnej bronisz czestochowy i w ostrej swiecisz bramie ty co grod zamkowy nowogrodzki ochraniasz z jego wiernym ludem jak mnie dziecko do zdrowia powrocilas cudem gdy od placzacej matki pod twoje opieke ofiarowany martwa podnioslem powieke i zaraz moglem pieszo do twych swiatyn progu isc za wrocone zycie podziekowac bogu tak nas powrocisz cudem na ojczyzny lono tymczasem przenos moje dusze uteskniona do tych pagorkow lesnych do tych lak zielonych szeroko nad blekitnym niemnem rozciagnionych do tych pol malowanych zbozem rozmaitem wyzlacanych pszenica posrebrzanych zytem gdzie bursztynowy swierzop gryka jak snieg biala gdzie panienskim rumiencem dziecielina pala a wszystko przepasane jakby wstega miedza zielona na niej z rzadka ciche grusze siedza srod takich pol przed laty nad brzegiem ruczaju na pagorku niewielkim we brzozowym gaju stal dwor szlachecki z drzewa lecz podmurowany swiecily sie z daleka pobielane sciany tem bielsze ze odbite od ciemnej zieleni topoli co go bronia od wiatrow jesieni dom mieszkalny niewielki lecz zewszad chedogi i stodole mial wielka i przy niej trzy stogi uzatku co pod strzecha zmiescic sie nie moze widac ze okolica obfita we zboze i widac z liczby kopiec co wzdłuż i wszerek smugow swieca gesto jak gwiazdy widac z liczby plugow orzacych wczesnie lany ogromne ugoru czarnoziemne zapewne nalezne do dworu uprawne dobrze na ksztalt ogrodowych grzadek ze w tym domu dostatek mieszka i porzadek brama na wciak otwarta przechodniom ogłasza ze goscinna i wszystkich w goscine zaprasza wlasnie dwokonna bryka wjechal mlody panek i obieglszy dziedziniec zawrocil przed ganek wysiadl z powozu konie porzucone same szczypiac trawe ciagnely powoli pod brame we dworze pusto bo drzwi od ganku zamknielo zaszczepekami i kolkiem zaszczepekki przetknielo podrozny do folwarku nie biegł slug zapytac odemknal wbiegl do domu pragnal go powitac dawno domu nie widzial bo w dalekim miescie konczyl nauki konca doczekal nareszcie wbiega i okiem chciwie sciany starodawne oglada czule jako swe...”)

Zadanie 1.1;

Przy ocenie czasu potrzebnego na złamanie kluczy o różnych długościach dla algorytmów symetrycznych, zakładamy, że atakujący stosuje brute force, czyli sprawdza wszystkie możliwe kombinacje dla klucza. Zakładamy że atakujący może przetestować 10^{12} kluczy na sekundę, przy 2^n możliwych kluczy dla klucza o długości n . Czas będzie więc wynosił 2^n podzielone przez liczbę sprawdzanych kluczy na sekundę (10^{12})

Klucz 64-bitowy:

- Liczba możliwych kluczy: $2^{64} \approx 10^{19}$
- Czas złamania: $10^{19}/10^{12} \approx 10^7$ sekund \approx **4 miesiące**

Klucz 128-bitowy:

- Liczba możliwych kluczy: $2^{128} \approx 10^{38}$
- Czas złamania: 10^{26} sekund \approx **10^{18} lat**

Klucz 192-bitowy:

- Liczba możliwych kluczy: $2^{192} \approx 10^{57}$
- Czas złamania: 10^{45} sekund \approx **10^{37} lat**

Klucz 256-bitowy:

- Liczba możliwych kluczy: $2^{256} \approx 10^{77}$
- Czas złamania: 10^{65} sekund \approx **10^{57} lat**

Zadanie 1.2;

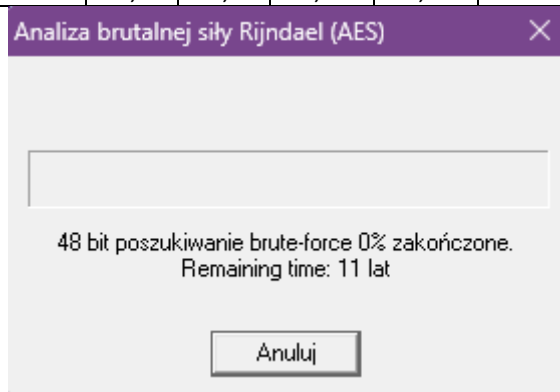
Czas złamania ataku brute-force dla każdego algorytmu 128-bitowego (AES, IDEA itd.) jest zbliżony, ponieważ przeszukiwanie kluczy zależy wyłącznie od długości klucza, a nie struktury algorytmu. Różnice są nieznaczne i pozostają na tym samym poziomie wielkości i czas poszukiwania będzie wynosić około **10^{18} lat**. Wbudowane w cryptool narzędzie analizy ataku bruteforce pokazuje poniższe czasy, nieco różne od powyższych szacunków, ale również prawdopodobne i zbliżone na podobnej tej samej długości klucza:

Czas w zależności od długości klucza i algorytmu			
	IDEA	DES (CBC)	AES (CBC)
64 bity	X	$2,6 * 10^4$ lat	X
128 bitów	$9,2 * 10^{25}$ lat	X	$1,3 * 10^{25}$ lat
192 bity	X	X	$2,6 * 10^{44}$ lat
256 bitów	X	X	$5,1 * 10^{63}$ lat

Zadanie 1.3-1.4;

Czasy poszukiwania klucza (AES, klucz 128 bitów):

	Ilość nieznanych bitów									
	4bity	8bity	12bity	16bity	20bity	24bity	28bity	32bity	40bity	48bity
Losowo	<0,2s	<0,2s	<0,2s	<0,4s	2s	20s	5min 8s	1h 23min	14,9dni	11lat
Początek	<0,2s	<0,2s	<0,2s	<0,4s	2s	20s	5min 17s	1h 23min	15,0dni	11lat
Koniec	<0,2s	<0,2s	<0,2s	<0,4s	2s	20s	5min 11s	1h 24min	15,0dni	11lat



Wniosek 1.4: Pozycja nieznanych bitów klucza **nie wpływa** na czas poszukiwania klucza

Zadanie 1.5;

Ocena jakości działania algorytmu łamiącego jest zdecydowanie pozytywna.

- Dla wszystkich testów otrzymano poprawny klucz (z wyjątkiem testów trwających dłużej niż kilka-kilkanaście minut)
- Liczba szukanych bitów nie wpływa na jakość odtwarzanego klucza, ponieważ i tak przeszukujemy wszystkie możliwe ustawienia klucza, więc nie pomijamy tego poprawnego. Liczba szukanych bitów wpływa jedynie proporcjonalnie na czas szukania klucza.
- Pozycja nieznanych bitów nie wpływa na jakość odtwarzanego klucza.

Pytanie 1.6;

Tak, współczesne algorytmy blokowe, takie jak AES z kluczami 128, 192 i 256-bitowymi, można uznać za bezpieczne. Dzięki długości klucza i zaawansowanej konstrukcji są odporne na ataki brute-force, które zajmowałyby miliardy lat przy aktualnych możliwościach obliczeniowych. Algorytmy te są również zaprojektowane z myślą o odporności na bardziej złożone ataki kryptoanalityczne, co sprawia, że są bezpiecznym wyborem w większości współczesnych zastosowań.

Pytanie 1.7;

Klucz o długości 128 bitów oferuje obecnie wystarczająco dobry poziom bezpieczeństwa, ponieważ atak brute-force wymagałby miliardów lat przy współczesnych możliwościach obliczeniowych komputerów, co sprawia, że taki atak staje się niepraktyczny. Przy długości 128-bitów klucz ma 2^{128} możliwych kombinacji, co jest poza zasięgiem nawet najbardziej zaawansowanych komputerów. Dla zastosowań o wyjątkowo wysokich wymaganiach bezpieczeństwa, takich jak dane rządowe, rekomendowane są klucze 192 lub 256 bitowe, które zapewniają dodatkową odporność na przyszłe zagrożenia związane z rozwojem komputerów, w tym potencjalnie komputerów kwantowych.

Pytanie 1.8;

Tak, wielkość kryptogramu może mieć wpływ na możliwość jego złamania, ale nie w kontekście ataków brute-force na klucz. Dłuższy kryptogram daje więcej zaszyfrowanych danych, co może ułatwić zastosowanie zaawansowanych metod analitycznych, takich jak ataki statystyczne, różnicowe lub zależności liniowych, które opierają się na analizie wzorców i zależności. W skrócie: im więcej danych zaszyfrowanych jednym kluczem, tym większa szansa, że znajdą się wskazówki umożliwiające złamanie szyfru bez przeszukiwania wszystkich możliwych kluczy.

Pytanie 1.9;

Tak, format i wcześniejsze przetwarzanie dokumentu mogą wpłynąć na możliwość jego kryptoanalizy. Na przykład kompresja danych przed szyfrowaniem usuwa powtarzające się wzorce, co utrudnia zastosowanie ataków opartych na analizie statystycznej histogramu. Natomiast niektóre formaty dokumentów mogą zawierać znane nagłówki lub struktury, które po zaszyfrowaniu tworzą przewidywalne wzorce, co może ułatwić kryptoanalizę (atak znanego tekstu jawnego). Dlatego lepiej jest stosować kompresję i usuwać zbędne metadane przed szyfrowaniem, aby zwiększyć bezpieczeństwo danych.

Pytanie 1.10;

Obliczenia:

$$1\,000\,000 \text{ haseł} * 60s * 60min * 24h * 365 \text{ dni} = 3,15 * 10^{13} \text{ haseł}$$

Jest to 31,5 biliona haseł - liczba ta jest zbyt mała, aby zagrozić współczesnym algorytmom symetrycznym z kluczami o długości 128 bitów lub większej, gdzie liczba możliwych kluczy wynosi 2^{128} , czyli około **10^{38}** kombinacji. Oznacza to, że bruteforce odpalony na jednym komputerze jest nieskuteczny przeciwko współczesnym algorytmom szyfrującym, co potwierdza ich odporność na tego typu ataki.

Zadanie 2.1;

Obliczenia:

- Numer indeksu: 272644
- Rok: 2024
- Miesiąc: 11
- Dzień: 4
- Godzina: 14
- Minuta: 23

Liczba: 27264420241141423

$$27264420241141423 = 23 \times 463 \times 2560279861127$$

Rozkład

Rozkład może być reprezentowany w formacie $\langle z1^a1 + z2^a2 + \dots + zn^an \rangle$
Liczby składowe zostaną podświetlone na czerwono.

Ostatni rozkład przez: Znaleziono 3 czynniki w 0,006 sekund.

Rezultat rozkładu:

23 * 463 * 2560279861127

Zadanie 2.2;

Liczby pierwsze:

przedział	0-2^8	0-2^12	0-2^16	0-2^18	0-2^20	0-2^22
czas	<0,2s	<0,5s	4s	12s	40s	2min 42s

Zadanie 2.3;

Czas potrzebny na atak faktoryzacji modułu N algorytmu RSA			
dł. N	dł. p	dł. P	czas
200	80	80	1s
200	120	80	1s
200	80	60	1s
300	120	120	1s
300	150	100	1s
300	150	90	1s
300	150	80	6min 20s
300	140	80	5min 35s
500	200	141	18s (niepowodzenie)
500	250	160	1s

Rozkład na czynniki przy znanej części p

Opis:
Ten atak pozwala rozłożyć moduł RSA, jeśli część jednego z jego składników p i q jest znana (tutaj założyliśmy, że znana jest część p). Niech P będzie znaną częścią p.
Dlatego P jest liczbą, składającą się ze znanych bitów p (na początku lub na końcu).
☒ Aby pozostać w zgodzie z przykładami z literatury, możesz wprowadzić pożądane parametry własnoręcznie: wartość N, długość bitową p i wartość P.
☐ Aby stworzyć przykład wprowadź pożądane długości bitowe N, p i P.
Następnie kliknij "Stwórz przykład". Możesz znaleźć porady dotyczące odpowiednich parametrów w pomocy on-line.
Aby rozpocząć atak, kliknij "Start"

Krok 1: Wprowadź klucz publiczny:
N:

Oczekiwana długość bitowa:
Długość N:
Długość p:

Krok 2: Wprowadź P (znaną część liczby pierwszej p)
☒ LSB ☐ MSB
P:
p:

Długość P:

System liczbowy:
☒ Dec ☐ Hex ☐ Bin

Parametry domyślne Utwórz przykład

Krok 3: Rozpocznij atak:
Tworzenie: Bity (n/4+1):
Redukcja kraty: Rozmiar kraty:
Redukcja:
Całkowity czas:

Start Anuluj

Znalezione rozwiązanie:
p: q:

Pokaż plik log Zamknij

Zadanie 2.4;

Atak na wiadomości stereotypowe

Opis

Jeśli wiadomość zaszyfrowana RSA została przechwycona i znaczna część tekstu jawnego jest znana, ten atak pozwala na znalezienie pozostałej części tekstu jawnego.
Rozpocznij od klucza publicznego (wprowadź go lub stwórz).

Krok 1: Wprowadź klucz publiczny (N, e) lub stwórz poprzez eksperyment losowy

Pożądana długość

1024

Stwórz moduł

N:

10440434276177095431520190014929212483492602429326741804572410398930785291620300904933086458254731

e:

7

Krok 2: Ustaw stan początkowy dla tekstu jawnego i szyfru

☒ Szyfr i część tekstu jawnego są znane.

☐ Stwórz szyfr podając tekst jawny i szyfrując go.

Szyfr

Atak na wiadomości stereotypowe

Atak zakończony sukcesem.

OK

614745164150863488162150750735742213027
961173883330327722707855469453074170567
323649527424547708513436971105623067600

Dec Hex

Krok 3: Część tekstu jawnego znana dla atakującego.

Wprowadź część tekstu jawnego znanego dla

As a way of clearing the way for the implementation of elliptic curves to protect US and allied information, the Nat

Podgląd: ... protect US and allied information, the Nat

Ustawienia przesunięcia (pozycji startowej) i długości części nieznanej.

Wprowadź je w pola tekstowe lub zaznacz część tekstu jawnego z kroku 2 i kliknij "Wytnij"

Pozycja:

95

Długość:

10

Max długość części nieznanej:

14

Krok 4: Ustal parametry ataku

Parametr h określa rozmiar kraty i maksymalną możliwą długość części nieznanej.

h:

4

Rozmiar kraty:

28

Krok 5: Przeprowadź atak.

Budowanie

0h 0m 0s

Start

Przerwij

Redukcja kraty:

0h 0m 8s

Redukcje:

132176

Całk. czas:

0h 0m 10s

Rozwiąz.

governmen

Pokaż plik log

Zamknij okno

Atak na wiadomości stereotypowe

Opis

Jeśli wiadomość zaszyfrowana RSA została przechwycona i znaczna część tekstu jawnego jest znana, ten atak pozwala na znalezienie pozostałej części tekstu jawnego.
Rozpocznij od klucza publicznego (wprowadź go lub stwórz).

Krok 1: Wprowadź klucz publiczny (N, e) lub stwórz poprzez eksperyment losowy

Pożądana długość

2048

Stwórz moduł

N:

13763239478009772687053344150800895250963294386954900207747052072386621100441874496381250161590866

e:

5

Krok 2: Ustaw stan początkowy dla tekstu jawnego i szyfru

☒ Szyfr i część tekstu jawnego są znane.

☐ Stwórz szyfr podając tekst jawny i szyfrując go.

Atak na wiadomości stereotypowe

Nie znaleziono żadnego rozwiązania.

OK

Szyfr

95691144221286155751869351963071253644208462138359710637
41541638827202483350080420390161911004199465707300972207
09168225965339912224636785544089653603345558036754788724

Prezentacja szyfru: Dec Hex

Krok 3: Część tekstu jawnego znana dla atakującego.

Wprowadź część tekstu jawnego znanego dla

modulo a large prime as costing roughly n2 operations. It is also based on an modulo a large prime is roughly 8 multiplies. Actual implementations

Podgląd: ...t is also based on an modulo a large prime i...

Ustawienia przesunięcia (pozycji startowej) i długości części nieznanej.

Wprowadź je w pola tekstowe lub zaznacz część tekstu jawnego z kroku 2 i kliknij "Wytnij"

Pozycja:

151

Długość:

35

Max długość części nieznanej:

40

Krok 4: Ustal parametry ataku

Parametr h określa rozmiar kraty i maksymalną możliwą długość części nieznanej.

h:

4

Rozmiar kraty:

20

Krok 5: Przeprowadź atak.

Budowanie

0h 0m 1s

Start

Przerwij

Redukcja kraty:

0h 0m 11s

Redukcje:

109404

Całk. czas:

0h 0m 13s

Rozwiąz.

Pokaż plik log

Zamknij okno

Zadanie 2.5;

Atak na małe wartości tajemne (Bloemer / May)

Opis

Ten atak pozwala rozłożyć na czynniki moduł RSA w przypadku gdy klucz prywatny d został wybrany zbyt mały w porównaniu do N. Liczba $\delta = \log(d)/\log(N)$ nazywana jest "rozmiarem d". Atak jest wykonalny dla $\delta < 0.290$.

Aby pozostać w zgodzie z przykładami z literatury, najpierw wprowadź klucz publiczny (N,e).

Następnie wprowadź szacunkową wartość delty. Alternatywnie możesz wprowadzić d bezpośrednio, potem zostanie użyte do obliczenia delty.

Aby wygenerować losowy przykład wprowadź pożądane parametry delty i długość (w bitach) N.

Klikając "Stwórz klucz losowy", tworzone są klucze.

Potem kliknij "Start"

Krok 1: Wprowadź parametry i klucz

Długość N: 300

delta: 0,2600

Domyślne parametry klucza

N: 903083668869979021709365205390275922342470964442036411102650720463906024022825736675657

e: 223847663948929848585144459972024563704367993622270877262743561401023379917366069838489

d: 289570981867600483700777

Stwórz losowy klucz RSA

Krok 2: Wprowadź parametry ataku dla redukcji całkowitoliczbowej

m: 4

Określa rozmiar całkowitej redukcji i maksymalny rozmiar delty. Powinien wynosić co najmniej 4.

t: 2

Jest optymalnie obliczany jako funkcja m.

Rozmiar Kratyl: 15

Rozmiar Kratyl do redukcji. Ma zasadniczy wpływ na czas działania.

Maksymalna delta: 0,2653

Maksymalny rozmiar delty dla dużych N (N > 1000 bitów).

Krok 3: Atak

Tworzenie: 0h 0m 0s

Redukcja: 0h 0m 0s

Obliczanie wyniku: 0h 0m 0s

Czas całkowity: 0h 0m 0s

Redukcja: 6321

Wyniki: 1

Start

Anuluj

Znaleziono

p: 133363361935502373152309953819420434786000409

q: 1295635516825471256468431112173671815337796273

Pokaż plik log

Zamknij okno

Atak na małe wartości tajemne (Bloemer / May)

Opis

Ten atak pozwala rozłożyć na czynniki moduł RSA w przypadku gdy klucz prywatny d został wybrany zbyt mały w porównaniu do N. Liczba $\delta = \log(d)/\log(N)$ nazywana jest "rozmiarem d". Atak jest wykonalny dla $\delta < 0.290$.

Aby pozostać w zgodzie z przykładami z literatury, najpierw wprowadź klucz publiczny (N,e).

Następnie wprowadź szacunkową wartość delty. Alternatywnie możesz wprowadzić d bezpośrednio, potem zostanie użyte do obliczenia delty.

Aby wygenerować losowy przykład wprowadź pożądane parametry delty i długość (w bitach) N.

Klikając "Stwórz klucz losowy", tworzone są klucze.

Potem kliknij "Start"

Krok 1: Wprowadź parametry i klucz

Długość N: 1024

delta: 0,2600

Domyślne parametry klucza

N: 991014818303286108337034640911360908197977656771393467465791009030561401728045304027814

e: 981769432697064014067454672753273620726237517932798539872019985551031688530791224128217

d: 119944638145156577507752408165223075895127765169418535436419470380470553058213887

Stwórz losowy klucz RSA

Krok 2: Wprowadź parametry ataku dla redukcji całkowitoliczbowej

m: 4

Określa rozmiar całkowitej redukcji i maksymalny rozmiar delty. Powinien wynosić co najmniej 4.

t: 2

Jest optymalnie obliczany jako funkcja m.

Rozmiar Kratyl: 15

Rozmiar Kratyl do redukcji. Ma zasadniczy wpływ na czas działania.

Maksymalna delta: 0,2653

Maksymalny rozmiar delty dla dużych N (N > 1000 bitów).

Krok 3: Atak

Tworzenie: 0h 0m 0s

Redukcja: 0h 0m 2s

Obliczanie wyniku: 0h 0m 3s

Czas całkowity: 0h 0m 5s

Redukcja: 22053

Wyniki: 1

Start

Anuluj

Znaleziono

p: 1056354135887670936953784914436719636747545455501962121

q: 9381463892035797484078413111785333325443971391903

Pokaż plik log

Zamknij okno

Pytanie 2.8;

Szyfrowanie algorytmem RSA może być zagrożone przez atak na wiadomości stereotypowe w przypadku, gdy wiadomości są krótsze niż długość modułu N , gdy zaszyfrowane wiadomości nie różnią się zbyt od siebie oraz gdy znamy znaczną część tekstu jawnego lub gdy do szyfrowania użyto klucza o małej długości

Pytanie 2.9;

Kiedy klucz publiczny użyty do szyfrowania jest znany oraz klucz prywatny jest zbyt małej długości (mniejszej niż 512 bitów). Przestrzeń możliwych kluczy zostaje zmniejszona drastycznie i pozwala to skutecznie złamać szyfrowanie.