Univerzitet u Sarajevu
Prirodno-matematički fakultet
Odsjek za matematiku

SEMINARSKI RAD

iz predmeta „Operaciona istraživanja“

Tema: modeliranje problema

Student:
Nadin Zajimović

Mentor:
Damir Hasić

Sarajevo, 10. januar 2013. godine

1. Uvod

Tema ovog seminarskog rada bila je modeliranje stvarnih problema u formi linearnog programa. Naš zadatak je bio izabrati jednu od pet ponuđenih tema i modelirati problem koji je zadan u datoj temi. Modeliranje često predstavlja i teži dio rješavanja stvarnog problema, jer za već modeliran problem postoje postupci za njegovo rješavanje. Za modeliranje ne postoji nikakav sistematičan postupak, nego se treba uzeti dovoljno velik broj varijabli koje u nekoj realnoj mjeri opisuju problem, ali i dovoljno malan broj varijabli tako da problem ima rješenje. Zato je modeliranje problema jedan od ključnih koraka u rješavanju problema. Ja sam za temu izabrao „zadatak 2“ i problem modeliranja potrošnje postrojenja za proizvodnju električne energije. U tom problemu su nam dati neki parametri, primjerice tipovi generatora koje možemo koristiti za proizvodnju električe energije, broj dostupnih generatora, cijena rada i slični parametri, dok je naš zadatak napraviti model koji će minimizirati potrošnju proizvodnje električne energije. Moramo uzeti u obzir da mora biti zadovoljen i određen najmanji prag proizvodnje. Kao i za većinu problema, ključan će biti izbor varijabli odluke. Nakon dobrog izbora varijabli, pisanje funkcije cilja i formiranje uslova i nije toliko težak problem.

2. Glavni dio

Tekst problema koji sam odabrao glasi:

Dostupno je N generatora električne energije, za zadovoljenje dnevnih potreba. Dan je podijeljen u nekoliko vremenskih perioda. Potrebe za električnom energijom o određenim dnevnim periodima su dati u slijedećoj tabeli:

Period	0-6 h	6-9 h	9-12 h	12 -14 h	14-18 h	18-22 h	22-24 h
Potražnja (MW)	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7

Generatori istog tipa imaju istu vrijednost parametara, a ti parametri su: minmalna snaga, maksimalna snaga, cijena startanja, cijena rada po satu na minilanoj snazi, dodatna cijena rada po satu za svaki MW preko minimalne snage, cijena startanja generatora. Ti podaci su dati u tabeli:

	Dostupan broj	***Min snaga (MW)***	***Max snaga (MW)***	***Cijena rada/h (na min snazi)***	***Cijena rada/h (za svaki dodatni MW)***	***Cijena startanja***
Tip 1	a_1	p_1	P_1	c_1	e_1	s_1
Tip 2	a_2	p_2	P_2	c_2	e_2	s_2
Tip 3	a_3	p_3	P_3	c_3	e_3	s_3
Tip 4	a_4	p_4	P_4	c_4	e_4	s_4

Generator struje se može startati ili zaustaviti samo na početku nekog dnevnog perioda. Zaustavljanje generatora struje ne košta ništa. U svakom trenutku uključeni generatori moraju zadovoljiti 20% veću potražnju od planiranih dnevnih potreba. Modelirati problem tako da minimizirate troškove.

Podrazumijevamo da na početku dana (u 00:00) ne radi nijedan generator, što nije realna pretpostavka, ali olakšava modeliranje.

Rješenje

Prvi i osnovni korak kod modeliranja datog problema je odabir varijabli odluke. Nakon nekoliko loših odabira, uspio sam izabrati varijable sa kojim sam modelirao problem. Označimo te varijable sa:

- X_{ij} predstavlja broj generatora tipa *j* koje smo uključili na početku *i*-tog perioda
- Y_{ij} predstavlja broj generatora tipa *j* koje smo isključili na kraju *i*-tog perioda (tj. koje smo isključili na početku (*i*+1)-og perioda
- t_{ij} predstavlja ukupan broj MW koje svi generatori tipa *j* proizvedu u toku *i*-tog perioda

Nakon što smo odabrali varijable odluke, moramo se osvrnuti na tekst problema i formirati uslove za odabrane varijable koji će modelirati problem. Prvo, primjetimo način na koji smo izabrali varijable t_{ij}. One predstavljaju ukupan broj MW proizvedenih od strane svih generatora jednog tipa u određenom periodu, ukoliko oni koriste određenu snagu za proizvodnju. Taj broj MW mora biti veći (ili jednak) broju MW koji proizvedu svi generatori fixnog tipa u fixnom periodu na minimalnoj snagi, a mora biti i veći ili jednak od broja MW koji proizvedu svi generatori fixnog tipa u fixnom periodu na maximalnoj snagi. Broj MW koji proizvedu svi generatori fixnog tipa u fixnom periodu (recimo *i*) na minimalnoj snagi je jednak proizvodu pj, xij i broja sati u datom periodu. Zbog lakšeg modeliranja, uvedimo oznaku h_i i neka nam ona predstavlja broj sati u određenom periodu (h1=6, h2=3, ..., h7=2). Dakle, ovaj uslov modeliramo sa:

$$\sum_{j=1}^{4} p_j X_{ij} h_i \leq \sum_{j=1}^{4} t_{ij} \leq \sum_{j=1}^{4} P_j X_{ij} h_i \quad (\forall i)$$

Isto tako, potrebno je nekako modelirati činjenicu da ukupna proizvodnja svih generatora mora zadovoljiti 120% predviđenje dnevne potrošnje. Dakle, mora vrijediti:

$$\sum_{j=1}^{4} t_{ij} \geq 1.2d_i \quad (\forall i)$$

Osim toga, nakon što na početku nekog perioda uključimo određeni broj generatora, broj ukupno uključenih generatora određenog tipa ne smije prelaziti zadanu vrijednost. Također, kada na kraju nekog perioda isključujemo generatore, moramo voditi računa da broj isključenih generatora ne smije premašiti broj generatora koji su već uključeni. Primjetimo da prije početka fixiranog perioda (recimo perioda i), broj uključenih generatora tipa *j* je jednak sumi svih uključenih generatora do perioda *i-1* (uključujući i njega) umanjenoj za sumi svih isključenih generatora do početka perioda *i*. Dakle, mora vrijediti:

$$Y_{ij} \leq \sum_{k=1}^{i-1}(X_{kj} - Y_{kj}) + X_{ij} \leq a_j \quad (\forall i, j)$$

Cilj nam je minimizirati funkciju cilja koja predstavlja utrošak. Utrošak dobijemo kao zbir cijena za pokretanje svih uključenih generatora, cijena za rad na minimalnoj snazi i cijena za rad na prekomjernoj snazi. Dakle, funkcija cilja je oblika:

$$z = \sum_{i=1}^{7}\sum_{j=1}^{4} X_{ij}\, s_j + \sum_{i=1}^{7}\sum_{j=1}^{4} X_{ij}\, c_j h_i + \sum_{i=1}^{7}\sum_{j=1}^{4} e_j(t_{ij} - X_{ij} p_j h_i)$$

Dakle, linearan program glasi:

$$\text{MIN } z = \sum_{i=1}^{7}\sum_{j=1}^{4} X_{ij}\, s_j + \sum_{i=1}^{7}\sum_{j=1}^{4} X_{ij}\, c_j h_i + \sum_{i=1}^{7}\sum_{j=1}^{4} e_j\left(t_{ij} - X_{ij} p_j h_i\right)$$

p.u.

$$\sum_{j=1}^{4} p_j\, X_{ij} h_i \le \sum_{j=1}^{4} t_{ij} \le \sum_{j=1}^{4} P_j\, X_{ij} h_i \quad (\forall i)$$

$$\sum_{j=1}^{4} t_{ij} \ge 1.2 d_i \quad (\forall i)$$

$$Y_{ij} \le \sum_{k=1}^{i-1} (X_{kj} - Y_{kj}) + X_{ij} \le a_j \quad (\forall i, j)$$