# Тренировочные задачи

# Метод интервалов

### 1. Решите неравенство:

a) 
$$x^2 - 5x + 4 < 0$$
;

B) 
$$4 - 3x - x^2 \ge 0$$
;

6) 
$$2x^2 + 3x - 2 \ge 0$$
;

$$\Gamma$$
)  $5x - 6x^2 - 1 < 0$ .

$$(5,1); (5,1); (7,1);$$

### 2. Решите неравенство:

a) 
$$x^2 - 9 < 0$$
;

B) 
$$36 - x^2 < 0$$
;

6) 
$$4x^2 - 1 \ge 0$$
;

$$\Gamma$$
)  $25 - 16x^2 \geqslant 0$ .

(a) 
$$(-3;3)$$
; 6)  $(-\infty; -\frac{1}{2}] \cup \left[\frac{1}{2}; +\infty\right]$ ; B)  $(-\infty; -6) \cup (6; +\infty)$ ; T)  $\left[-\frac{5}{4}; \frac{5}{4}\right]$ 

### 3. Решите неравенство:

a) 
$$x^2 + 2x + 1 > 0$$
;

B) 
$$x^2 + 6x + 9 \le 0$$
;

6) 
$$4x^2 - 4x + 1 \ge 0$$
:

$$\Gamma) 16x^2 - 40x + 25 < 0.$$

а) 
$$(-\infty;-1) \cup (-1;+\infty);$$
 б)  $(-\infty;+\infty);$  в)  $-3;$  г) решений нет

#### 4. Решите неравенство:

a) 
$$x^2 + x + 2 > 0$$
;

B) 
$$x^2 + 4x + 7 \le 0$$
;

6) 
$$4x^2 - 2x + 3 \ge 0$$
;

$$\Gamma) \ 2x - x^2 - 6 > 0.$$

s)  $(-\infty; +\infty)$ ;  $(-\infty; +\infty)$ ; в) решений нет;  $(-\infty; +\infty)$ ; в) решений нет

### 5. Решите неравенство:

a) 
$$\frac{x-2}{x-5} > 0$$
;

B) 
$$\frac{3x+2}{11-7x} \geqslant 0;$$

6) 
$$\frac{1-2x}{x+3} > 0;$$

$$\Gamma) \frac{4x - 8}{x + 7} \geqslant 0.$$

a)  $(-\infty; 2) \cup (5; +\infty); 6) (-3; \frac{1}{2}); B) \left[-\frac{2}{3}; \frac{11}{7}; T\right]; T) (-\infty; -7) \cup [2; +\infty)$ 

### 6. Решите неравенство:

a) 
$$\frac{9-x^2}{x+2} \le 0;$$

B) 
$$\frac{2x+3}{2x^2-5x+2} \le 0;$$

$$6) \frac{x+4}{3x^2-x-2} < 0;$$

$$\Gamma) \ \frac{x^2 + x - 2}{3 - x} < 0.$$

$$(\infty; -3) \cup (3; -4) \cup (3; -4) \cup (-3; -4) \cup ($$

### 7. Решите неравенство:

a) 
$$\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 3x - 4} \ge 0;$$

$$6) \frac{6 - x - 2x^2}{3x^2 - 11x - 4} > 0.$$

$$\boxed{ \left( \begin{smallmatrix} \frac{1}{2}, \frac{2}{3} \end{smallmatrix} \right) \cup \left( \begin{smallmatrix} \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \end{smallmatrix} \right)}$$

### 8. Решите неравенство:

a) 
$$\frac{x-2}{x^2+3} \le 0;$$

B) 
$$\frac{x^3-8}{x^2+5x-6} > 0;$$

$$6) \frac{x^2 + 2x + 3}{x + 4} \geqslant 0;$$

$$\Gamma) \ \frac{x-5}{x^4 - 81} \leqslant 0.$$

$$(3;5];6) (-4;+\infty); B) (-6;1) \cup (2;+\infty); T) (-\infty;-3) \cup (3;5]$$

#### 9. Решите неравенство:

a) 
$$\frac{x^2 - 2x + 1}{x - 2} > 0$$
;

B) 
$$\frac{x^2 - 4x + 4}{x + 1} \leqslant 0;$$

6) 
$$\frac{x-3}{x^2+4x+4} \le 0;$$

$$\Gamma$$
)  $\frac{x^2}{x+2} < 0$ .

$$(S;+\infty) \ (T;\{S\} \cup (I-;\infty) \ (B;\{S\};\Sigma) \cup (S,(-\infty;\infty)) \ (B;\{S\};\Sigma) \cup (S,(-$$

#### 10. Решите неравенство:

a) 
$$(x^2 - 4)(x - 1)^2 \ge 0$$
;

в) 
$$\frac{x^4 - 8x^3 + 16x^2}{x^2 - 6x + 5} \geqslant 0;$$

6) 
$$\frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 + 3x - 4} \le 0;$$

$$\Gamma) \frac{x^4 - 2x^2 + 1}{x^2 - 4} \geqslant 0.$$

$$(\infty, -2) \cup \{1, -1\} \cup (2, +\infty), (0, -1) \cup \{3\}; (0, +\infty) \cup \{4\} \cup (2, +\infty), (0, +\infty), (0,$$

#### 11. Решите неравенство:

a) 
$$(x-1)(x-2)^2(x-3)^3(x-4)^4 \le 0$$
;

$$6) \frac{x(x-1)^2(x-2)^3(x-3)^4}{(x+1)^5(x+2)^6(x+3)^7} \geqslant 0.$$

(a) 
$$[1;3] \cup \{1\} \cup [0;1-) \cup (8-\infty)$$
 (b)  $[4,5] \cup [2;1]$  (c)

### 12. Решите неравенство:

a) 
$$\frac{x^2 - 9}{x - 3} \ge 0$$
;

6) 
$$\frac{x+1}{x^2-x-2} < 0;$$

B) 
$$\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 2x - 3} \le 0;$$

$$\Gamma ) \frac{(x^2 + 2x + 1)(x - 3)}{x^2 + 3x + 2} \geqslant 0.$$

 $(\infty+3;3)\cup(1;2); \ (0)\cup(1;2); \$ 

### 13. Решите неравенство:

a) 
$$(x^2 - 4x)^2 \ge 16$$
;

6) 
$$\frac{1}{3-2r} \leqslant 1$$
;

$$\mathbf{B}) \ \frac{x-3}{3x} \geqslant \frac{1}{2};$$

$$\Gamma) \frac{2-3x}{x+2} \leqslant 5.$$

$$\boxed{ (\infty+,1-]\cup(2-,\infty-) \text{ ($\mathrm{T}$};(0,b-] \text{ ($\mathrm{H}$};(0,b-]) \text{ ($\mathrm{H}$};(\infty+,\frac{3}{2})) \text{ ($\mathrm{H}$$

#### 14. Решите неравенство:

a) 
$$x \leqslant \frac{2}{x+1}$$
;

6) 
$$4x + 7 \leqslant \frac{2}{x}$$
;

B) 
$$x \leqslant 3 - \frac{1}{r-1}$$
;

$$\Gamma$$
)  $\frac{x+7}{x-2} > x-1$ .

$$\boxed{ (5.5) \cup (1-;\infty-) \ (7.5) \cup (1-;\infty-) \ (9.5) \cup (1-;\infty-) \ (9.5) \cup (1-;\infty-) \ (8.5) \cup (1-;\infty-) \ (8.5) \cup (1-;\infty-) \ (8.5) \cup (1-;\infty-) \ (1.5) \cup (1-;\infty-) \ (1.5)$$

### 15. Решите неравенство:

a) 
$$\frac{2x-3}{x} \geqslant \frac{3-2x}{2x^2-4x}$$
;

6) 
$$\frac{1}{x+6} + \frac{1}{x-2} \geqslant \frac{1}{x-3}$$
;

B) 
$$\frac{7}{x^2 - 5x + 6} + \frac{9}{x - 3} + 1 \leqslant 0;$$

$$\Gamma) \frac{1}{x^2 + 8x - 9} \geqslant \frac{1}{3x^2 - 5x + 2}.$$

### 16. Найдите область определения функции:

$$f(x) = \sqrt{\frac{4x - x^2 - 4}{x^2 + x - 2}}.$$

 $\{2\} \cup (1;2-)$ 

## 17. (МГУ, социологич. ф-т, 2004) Решите неравенство

$$\frac{x^2 + 8x + 15}{x^2 + 7x + 14} \le 0.$$

[6-;6-]

**18.** (*МГУ*, *ИСАА*, *2005*) Решите неравенство

$$\frac{x^2 - 3x - 4}{x + 1} \leqslant 1.$$

 $[\overline{c};1-)\cup(1-\infty-)$ 

**19.** (*МГУ, химический ф-т, 2004*) Решите неравенство

$$\frac{10 + 3x - x^2}{x^2 - 3x + 2} \leqslant 1.$$

20. (МГУ, ф-т глобальных процессов, 2005) Решите неравенство

$$\frac{1}{2x^2 + 3x} \leqslant \frac{1}{3x - 2x^3} \,.$$

 $\boxed{\left(\frac{\overline{\varepsilon}}{\overline{\zeta}} \bigvee, [0] \cup (0; 1-] \cup \left(\frac{\overline{\varepsilon}}{\overline{\zeta}} \bigvee, -; \frac{\varepsilon}{\zeta} - \right)\right]}$ 

**21.** (*МГУ*, *ИСАА*, *2006*) Решите неравенство

$$\frac{5x+1}{(x+2)(x-3)} \geqslant 1 + \frac{16}{x-3}.$$

 $(5;5-)\cup\{5-\}$ 

22. (МГУ, филологич. ф-т, 2007) Решите неравенство

$$\frac{(x-2)(x-5)(x-8)}{(x+2)(x+5)(x+8)} \geqslant -1.$$

 $(\infty+;0]\cup(2-;3-)\cup(8-;\infty-)$ 

**23.** ( $M\Gamma Y$ , физический ф-т, 2004) Решите систему неравенств

$$-2 < \frac{2}{x^2 - x - 2} < -1.$$

 $\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2};1\right) \cup \left(0;\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)$ 

**24.** (*МГУ*, *ВМК*, *2004*) Решите неравенство

$$\frac{1}{x^2 - 5x + 7} \leqslant 5x - x^2 - 5.$$

2; 3