

Построив касательную к параболе, можно построить ее *фокус*  $F$ . Напомним, что фокусом является точка, в которую нужно поместить источник света, чтобы все лучи, отраженные от параболического зеркала, были параллельны оси симметрии параболы. Для построения фокуса  $F$  нужно построить прямую  $AB$ , параллельную оси  $Oy$ , и прямую  $AF$ , образующую с касательной такой же угол, как и прямая  $AB$  (рис. 117).

### Упражнения

**857** Найти значения  $k$  и  $b$ , если прямая  $y = kx + b$  проходит через точку  $(x_0; y_0)$  и образует с осью  $Ox$  угол  $\alpha$ :

- 1)  $\alpha = \frac{\pi}{4}$ ,  $x_0 = 2$ ,  $y_0 = -3$ ;      2)  $\alpha = \frac{\pi}{4}$ ,  $x_0 = -3$ ,  $y_0 = 2$ ;  
 3)  $\alpha = -\frac{\pi}{3}$ ,  $x_0 = 1$ ,  $y_0 = 1$ ;      4)  $\alpha = -\frac{\pi}{6}$ ,  $x_0 = -1$ ,  $y_0 = -1$ .

**858** Найти угловой коэффициент касательной к графику функции  $y = f(x)$  в точке с абсциссой  $x_0$ :

- 1)  $f(x) = x^3$ ,  $x_0 = 1$ ;      2)  $f(x) = \sin x$ ,  $x_0 = \frac{\pi}{4}$ ;  
 3)  $f(x) = \ln x$ ,  $x_0 = 1$ ;      4)  $f(x) = e^x$ ,  $x_0 = \ln 3$ .

**859** Найти угол между касательной к графику функции  $y = f(x)$  в точке с абсциссой  $x_0$  и осью  $Ox$ :

- 1)  $f(x) = \frac{1}{3}x^3$ ,  $x_0 = 1$ ;      2)  $f(x) = \frac{1}{x}$ ,  $x_0 = 1$ ;  
 3)  $f(x) = 2\sqrt{x}$ ,  $x_0 = 3$ ;      4)  $f(x) = \frac{18}{\sqrt{x}}$ ,  $x_0 = 3$ ;

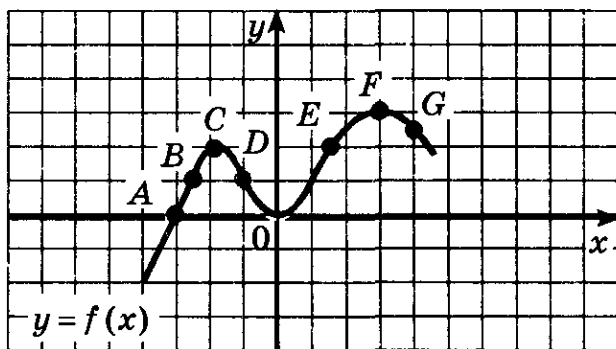
- 5)  $f(x) = e^{\frac{3x+1}{2}}$ ,  $x_0 = 0$ ;      6)  $f(x) = \ln(2x+1)$ ,  $x_0 = 2$ .

**860** Написать уравнение касательной к графику функции  $y = f(x)$  в точке с абсциссой  $x_0$ :

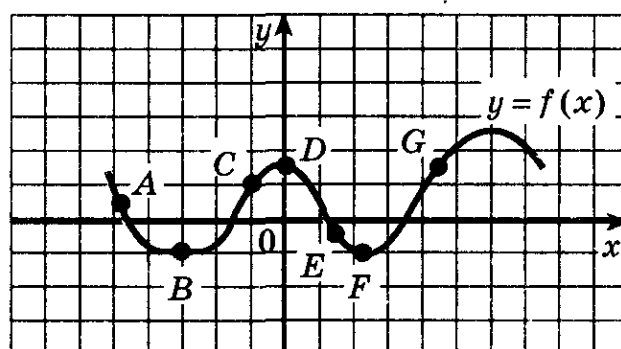
- 1)  $f(x) = x^2 + x + 1$ ,  $x_0 = 1$ ;      2)  $f(x) = x - 3x^2$ ,  $x_0 = 2$ ;  
 3)  $f(x) = \frac{1}{x}$ ,  $x_0 = 3$ ;      4)  $f(x) = \frac{1}{x}$ ,  $x_0 = -2$ ;  
 5)  $f(x) = \sin x$ ,  $x_0 = \frac{\pi}{4}$ ;      6)  $f(x) = e^x$ ,  $x_0 = 0$ ;  
 7)  $f(x) = \ln x$ ,  $x_0 = 1$ ;      8)  $f(x) = \sqrt{x}$ ,  $x_0 = 1$ .

**861** Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком (рис. 118, а, б). В каких точках  $A, B, C, D, E, F, G$  производная этой функции принимает:

- а) положительные значения; б) отрицательные значения;  
 в) значения, равные 0?



а)



б)

Рис. 118

**862** Написать уравнение касательной к графику функции  $y = f(x)$  в точке с абсциссой  $x = 0$ :

1)  $f(x) = x + \frac{1}{x+1}$ ;      2)  $f(x) = \sin 2x - \ln(x+1)$ .

**863** Найти угол между осью  $Oy$  и касательной к графику функции  $y = f(x)$  в точке с абсциссой  $x = 0$ :

1)  $f(x) = x + e^{-x}$ ;      2)  $f(x) = \cos x$ ;      3)  $f(x) = \sqrt{x+1} + e^2$ .

**864** Под каким углом пересекаются графики функций (углом между кривыми в точке их пересечения называют угол между касательными к этим кривым в этой точке):

1)  $y = 8 - x$  и  $y = 4\sqrt{x+4}$ ;      2)  $y = \frac{1}{2}(x+1)^2$  и  $y = \frac{1}{2}(x-1)^2$ ;

3)  $y = \ln(1+x)$  и  $y = \ln(1-x)$ ;      4)  $y = e^x$  и  $y = e^{-x}$ ?

**865** Показать, что графики двух данных функций имеют одну общую точку и в этой точке общую касательную. Написать уравнение этой касательной:

1)  $y = x^4$  и  $y = x^6 + 2x^2$ ;

2)  $y = x^4$  и  $y = x^3 - 3x^2$ ;

3)  $y = (x+2)^2$  и  $y = 2 - x^2$ ;

4)  $y = x(2+x)$  и  $y = x(2-x)$ .

**866** Найти точки графика функции  $y = f(x)$ , в которых касательная к этому графику параллельна прямой  $y = kx$ :

1)  $f(x) = e^x + e^{-x}$ ,  $k = \frac{3}{2}$ ;      2)  $f(x) = \sqrt{3x-1}$ ,  $k = \frac{3}{4}$ ;

3)  $f(x) = \sin 2x$ ,  $k = 2$ ;      4)  $f(x) = x + \sin x$ ,  $k = 0$ .

**867** В каких точках касательная к графику функции  $y = \frac{x+2}{x-2}$

образует с осью  $Ox$  угол, равный  $-\frac{\pi}{4}$ ?

**868** Найти точки, в которых касательные к кривым

$f(x) = x^3 - x - 1$  и  $g(x) = 3x^2 - 4x + 1$

параллельны. Написать уравнения этих касательных.