

Нахождение наибольшего и наименьшего значения

1. Найти производную функции
2. Найти нули производной
3. Подставить границы промежутка и нули производной, находящиеся в заданном промежутке в исходную функцию
4. Выбрать наибольшее или наименьшее значение

Пример:

Найти наибольшее значение $f(x) = x^3 - 3x$ на промежутке $[0; 2]$

1. $f'(x) = 3x^2 - 3$
2. $3x^2 - 3 = 0 \rightarrow x_1 = 1 \text{ or } x_2 = -1$
3. $f(0)=0; f(2)=2; f(1)=-2$
4. -2 – наименьшее значение; 2 – наибольшее значение

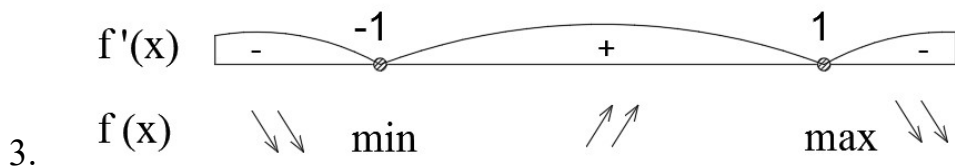
Нахождение точки максимума и минимума

1. Найти производную функции
2. Найти нули производной
3. Отметить полученные нули на числовой прямой и определить промежутки знакопостоянства производной
4. Найти на числовой прямой точки максимума и минимума

Пример:

Найти точку максимума функции $f(x) = x^3 - 3x$

1. $f'(x) = 3x^2 - 3$
2. $3x^2 - 3 = 0 \rightarrow x_1 = 1 \text{ or } x_2 = -1$



4. -1 – точка \min ; 1 – точка \max

1. Найти угол между касательными проведенными из точки $(0;2)$ к $y = x^2$ и найти точки касания

2. Пусть есть парабола $y = x^2 + 4x + 4$. Найти уравнение касательной, проходящей через точку $(0;4)$

3. Найти интервалы монотонности графика:

а) $y = x(x - 1)^2$

б) $y = xe^x$

в) $y = x^4 - 4x^3 + 8x^2 - 4x + 5$

г) $y = \frac{x^3}{(x-1)^2}$

д) $y = (e^x)^{1000} + x^{99}$

е) $y = \ln(x) + e^x$

2. Найти точки максимума и минимума:

а) $y = (x^2 - 5x + 3)e^{5-x}$

б) $y = 4x - \ln(x + 2)^4$

в) $y = x^2 + \ln x$

г) $y = 2\sin x + x - \pi + e$

д) $y = 5\sin x - \frac{18}{\pi}x + 3,5$

е) $y = (1 - 2x)\cos x + 2\sin x$

3. Найти наибольшее и наименьшее значение y :

а) $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$ на отрезке $[-1; 2]$

б) $y = 12 \cdot \ln(x + 4) - 12x - 2$ на отрезке $[-5; 0]$

в) $y = (x + 1)(x - 3)^2 + 7$ на отрезке $[1; 6]$

г) $y = \frac{x}{x+1}$ на отрезке $[0; 9]$

д) $y = \frac{x^2}{x+1}$ на отрезке $[0; 4]$

е) $y = 12\cos x + 13 - 6\sqrt{2}$ на отрезке $[0; \frac{\pi}{3}]$

ж) $y = e^{2x} - 12e^x + 5$ на отрезке $[-1; 1]$

з) $y = \ln(\frac{x}{2} + 2)^5 - 10x$ на отрезке $[-7; 3]$