Если $r = 1$, то уравнение (11) примет вид $-2x + 4 = 0$, откуда $x = 2$, т. е. корень уравнения (11) при $r = 1$ положителен.

Ответ. $r < -3$, $1 \leqslant r \leqslant \frac{3}{2}$.

Пример 2. Найти все значения r, при которых квадратный трехчлен

$$f(x) = rx^2 - (r+1)x + 2$$

имеет действительные корни x_1 и x_2 такие, что $-1 < x_1 < 1$, $-1 < x_2 < 1$.

Решение. В силу утверждения 4°, искомые значения r являются решениями системы неравенств (6), которая в данном случае имеет вид

$$\begin{cases} (r+1)^2 - 8r \geqslant 0, \\ -1 < \dfrac{r+1}{2r} < 1, \\ r(2r+3) > 0, \\ r > 0. \end{cases}$$

Эта система равносильна каждой из следующих систем:

$$\begin{cases} r^2 - 6r + 1 \geqslant 0, \\ r > 0, \\ r > 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} (r - (3 + 2\sqrt{2}))(r - (3 - 2\sqrt{2})) \geqslant 0, \\ r > 1. \end{cases}$$

Так как $3 - 2\sqrt{2} < 1$, то в результате получаем $r \geqslant 3 + 2\sqrt{2}$.

Ответ. $r \geqslant 3 + 2\sqrt{2}$.

Задачи

Решить неравенство (1–14):

1. $\dfrac{x^2 - 2x + 3}{x^2 - 8x + 7} > 0$. **2.** $\dfrac{x^2 + x - 2}{x^2 + x - 12} \leqslant 0$. **3.** $\dfrac{3x^2 - 5x - 2}{2x^2 - x - 3} < 0$.

4. $\dfrac{9}{x+1} + 1 < \dfrac{14}{x-1}$. **5.** $\dfrac{5 - 4x}{3x^2 - x - 4} < 4$. **6.** $\dfrac{17 - 42x}{5x^2 - 7x + 2} > 6$.

7. $\dfrac{x^3 - x^2 + x - 1}{2x^2 - 5x - 3} > 0$. **8.** $\dfrac{x^4 - 8x^2 - 9}{x^3 - 1} \leqslant 0$. **9.** $\left|\dfrac{2x+1}{x+1}\right| > 2$.

10. $\dfrac{x^2 - 7|x| + 10}{x^2 + 6x + 9} < 0$. **11.** $\dfrac{|x+3|}{|x+2| - 1} \geqslant 1$. **12.** $\dfrac{|1 + 2x|}{x^2 + x - 2} \leqslant \dfrac{1}{2}$.

13. $\dfrac{|x+3|}{x^2 + 5x + 6} \geqslant 2$. **14.** $\dfrac{x^2 - |x| - 12}{x + 3} \leqslant 2x$.