

Задачи

1. В треугольнике ABC угол BAC прямой, $|AB| = 1$, $|BC| = 3$. Точка K делит сторону AC в отношении 7:1, считая от точки A . Что больше, $|AC|$ или $|BK|$?
2. В прямоугольном треугольнике ABC точки D и E лежат соответственно на катетах BC и AC так, что $|CD| = |CE| = 1$. Точка O есть точка пересечения отрезков AD и BE . Площадь треугольника BOD больше площади треугольника AOE на 0,5. Известно, что $|AD| = \sqrt{10}$. Найдите длину гипотенузы AB .
3. В равнобедренном треугольнике длины высот, опущенных на основание и на боковую сторону, равны соответственно m и n . Найдите длины сторон этого треугольника.
4. В прямоугольном треугольнике длина гипотенузы равна c , а величина одного из его острых углов равна α . Найдите длину биссектрисы прямого угла этого треугольника.
5. В треугольнике ABC угол A – прямой, $|AB| = 1$, $|BC| = 2$. Биссектриса угла ABC пересекает сторону AC в точке L . G – точка пересечения медиан треугольника ABC . Что больше, $|BL|$ или $|BG|$?
6. В треугольнике ABC $|AB| = c$, $|BC| = a$, а медианы AD и CE взаимно перпендикулярны. Найдите длину стороны AC .
7. В треугольнике ABC угол A – прямой, величина угла B равна $\pi/6$. В треугольник вписана окружность, длина радиуса которой равна $\sqrt{3}$. Найдите расстояние от вершины C до точки касания этой окружности с катетом AB .
8. В треугольнике ABC величина угла BAC равна $\pi/3$, длина высоты, опущенной из вершины C на сторону AB , равна $\sqrt{3}$, а длина радиуса окружности, описанной около треугольника ABC , равна 5. Найдите длины сторон треугольника ABC .
9. В прямоугольном треугольнике отношение длины радиуса вписанной окружности к длине радиуса описанной окружности равно $2/5$. Найдите величины острых углов треугольника.
10. В треугольнике ABC угол B – тупой, продолжения высот AM и CN пересекаются в точке O , $\widehat{BAC} = \alpha$, $\widehat{BCA} = \gamma$, $|AC| = b$. Найдите расстояние от точки O до прямой AC .
11. В треугольнике, величина одного из углов которого равна разности величин двух других его углов, длина меньшей стороны равна 1, а сумма площадей квадратов, построенных на двух других сторонах, в два раза больше площади описанного около треугольника круга. Найдите длину большей стороны треугольника.
12. В прямоугольном треугольнике KLM проведён отрезок MD , соединяющий вершину прямого угла KML с точкой D , лежащей на гипотенузе KL таким образом, что $|DL| = 1$, $|DM| = \sqrt{2}$, $|DK| = 2$. Найдите величину угла KMD .

13. В треугольнике ABC угол C прямой, катет BC разделён точками D и E на три равные части. Найдите сумму величин углов AEC , ADC и ABC , если известно, что $|BC| = 3|AC|$.
14. В прямоугольном треугольнике ABC расстояние от середины гипотенузы AB до катета BC равно 5, а расстояние от середины этого катета до гипотенузы равно 4. Найдите площадь треугольника ABC .
15. В прямоугольный треугольник ABC вписана окружность, касающаяся его сторон в точках P , Q и R . Найдите площадь треугольника PQR , если длины катетов треугольника ABC равны 3 и 4.
16. В треугольнике ABC угол C прямой, CD – высота. Найдите длину радиуса окружности, вписанной в треугольник ABC , если длины радиусов окружностей, вписанных в треугольники ACD и BCD , равны 6 и 8 соответственно.
17. Расстояния от центра окружности, вписанной в прямоугольный треугольник ABC , до его вершин A и B равны $\sqrt{5}$ и $\sqrt{10}$ соответственно. Найдите длины катетов треугольника ABC .
18. В треугольнике ABC точка M расположена на стороне AC таким образом, что $|AM| : |MC| = 1 : 3\sqrt{3}$. Величина угла ABM равна $\pi/6$, $|BM| = 6$, угол B прямой. Найдите величину угла BAC .
19. Дан треугольник KLM . Через точки K и L проведена окружность, центр которой лежит на высоте LF , опущенной на сторону KM . Известно, что точка F лежит на стороне KM . Найдите площадь круга, ограниченного этой окружностью, если $|KL| = 1$, $|KM| = \sqrt{3}/2$, $|FM| = \sqrt{3}/6$.
20. В прямоугольнике $ABCD$ длины отрезков AB и BD равны 3 и 6 соответственно. На продолжении биссектрисы BL треугольника ABD за точку L взята точка N такая, что отношение $|BL| : |LN|$ равно 10 : 3. Что больше: длина отрезка BN или длина отрезка CL ?
21. В прямоугольном треугольнике ABC угол B – прямой, AM – медиана, BH – высота. Найдите величину угла BAM , если известно, что величина угла между прямыми AM и BH равна φ . При каких φ задача имеет решение?
22. В треугольнике ABC угол C – прямой, отношение длины медианы CM к длине биссектрисы CL равно $\sqrt{6} : 1$, длина высоты CH равна 2. Найдите площадь треугольника ABC .
23. В прямоугольном треугольнике ABC ED – отрезок, соединяющий середины сторон AB и BC . Точка F лежит на стороне BC , отрезки AF и ED пересекаются в точке M . Известно, что отношение площадей четырёхугольника $AMDC$ и треугольника ABC равно $7/10$, а длины катетов BC и AC равны a и b соответственно. Найдите длину отрезка AM .
24. В треугольнике ABC проведены высота BH и медиана BM . Найдите $|BM|$, если известно, что $|BH| = h$, $\widehat{ABH} = \widehat{CBM}$, $\widehat{HBM} = 2 \cdot \widehat{CBM}$.

25. В треугольник ABC вписана окружность, длина радиуса которой равна 2. D – точка касания этой окружности со стороной AC , $|AD| = 2$, $|DC| = 4$. Найдите длину биссектрисы треугольника ABC , проведённой из вершины B .
26. В прямоугольном треугольнике ABC угол B – прямой, AL – биссектриса. Известно, что $|AC| = 5$, $|AL| = 5/\sqrt{3}$. Найдите $|LC|$.
27. Треугольники ABC и ABD имеют общую сторону AB и не имеют общих внутренних точек, углы BAC и ADB прямые. Найдите $|CD|$, если $|AD| = 3$, $|BC| = 13$, $|AC| + |BD| = 16$.
28. В треугольнике ABC сторона AB имеет длину 3, а высота CD , опущенная на сторону AB , имеет длину $\sqrt{3}$. Также известно, что основание D высоты CD лежит на стороне AB и $|AD| = |BC|$. Найдите длину стороны AC .
29. В прямоугольном треугольнике ABC длина катета AB равна 4, а длина катета AC равна 3. Точка D делит гипотенузу пополам. Найдите расстояние между центром окружности, вписанной в треугольник ACD , и центром окружности, вписанной в треугольник ABD .
30. В равнобедренном треугольнике длина боковой стороны равна 20, а длина диаметра описанной около него окружности равна 25. Найдите длину радиуса окружности, вписанной в этот треугольник.
31. Из середины D гипотенузы AB прямоугольного треугольника ABC проведён луч, перпендикулярный гипотенузе и пересекающий один из его катетов. На этом луче отложен отрезок DE , длина которого равна половине длины отрезка AB . Длина отрезка CE равна 1 и совпадает с длиной одного из катетов треугольника ABC . Найдите площадь треугольника ABC .
32. Прямая, параллельная гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC , пересекает катет AC в точке D , а катет BC – в точке E , причем длина отрезка DE равна 2, а длина отрезка BE равна 1. На гипотенузе взята точка F так, что $|BF| = 1$. Известно также, что величина угла FCB равна α . Найдите площадь треугольника ABC .
33. Гипотенуза AB прямоугольного треугольника ABC является хордой окружности, длина радиуса которой равна 10. Вершина C лежит на диаметре этой окружности, параллельном гипотенузе. Градусная мера угла CAB равна 75° . Найдите площадь треугольника ABC .
34. Длины катетов прямоугольного треугольника равны 36 и 48. Найдите расстояние от центра окружности, вписанной в этот треугольник, до его высоты, проведённой к гипотенузе.
35. Середины высот треугольника лежат на одной прямой. Какое максимальное значение может принимать его площадь, если длина его наибольшей стороны равна 10?