где S_1 — площадь треугольника CBB_1, S_2 — площадь треугольника OAB, S_3 — площадь сектора OAE. Здесь

$$S_1 = OC \cdot OB = \frac{8}{\sqrt{3}}, \qquad S_2 = \frac{1}{2} OB \cdot OA \sin\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(так как $\angle DOA = \frac{\pi}{3}$),

$$S_3 = \frac{1}{2}(OA)^2 \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6}.$$

Ответ. $\dfrac{7\sqrt{3} - \pi}{3}$.

Задачи

1. Найти площадь фигуры, заданной на координатной плоскости неравенством:

а) $(x^2 + y^2 + 2x + 2y)(4 - x^2 - y^2) \geqslant 0$;
б) $(x^2 + y^2 - x - y)(x^2 + y^2 - 1) \leqslant 0$;
в) $2|x| + |y + 2x + 1| \leqslant 5$.

2. Найти площадь фигуры, заданной на координатной плоскости системой неравенств:

а) $\begin{cases} x^2 + y^2 \leqslant 4x - 4y - 6, \\ x \geqslant 1; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x^2 + y^2 \leqslant 6x + 2y + 2, \\ y \geqslant -2; \end{cases}$

в) $\begin{cases} |x + 1| + |y| \leqslant 2, \\ (x + 2)^2 + y^2 \leqslant 1; \end{cases}$ г) $\begin{cases} |x| + |y - 1| \leqslant 2, \\ x^2 + y^2 \geqslant 1 - \dfrac{2}{\sqrt{3}}\, y; \end{cases}$

д) $\begin{cases} x^2 + y^2 \leqslant 4x, \\ |y| \geqslant |2 - x|. \end{cases}$

3. Найти все пары целых чисел x, y, удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} 2x^2 + 2y^2 - 12x + 20y + 65 < 0, \\ 4x + 2y > 3. \end{cases}$$

4. Найти площадь фигуры, заданной на координатой плоскости системой неравенств:

а) $\begin{cases} x^2 \leqslant 5, \\ x^2 + y^2 \geqslant 5, \\ (x + 2y + 5)(2 - y) \geqslant 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 4y^2 - 25 \leqslant 0, \\ x^2 + y^2 \geqslant 5, \\ (3x + y)(2x + y + 5) \leqslant 0; \end{cases}$

в) $\begin{cases} 4x + 3y + 25 \geqslant 0, \\ y^2 \leqslant 25, \\ x^2 + y^2 \geqslant 25; \end{cases}$ г) $\begin{cases} \sqrt{\dfrac{16x^4 - y^4}{6}} \geqslant xy, \\ y^2 + 25 \geqslant 10y + \dfrac{1}{4}\, x^2, \\ x^2 + y^2 + 10x \leqslant 0; \end{cases}$