

1) Рассмотрим систему (37). Первое неравенство этой системы можно записать в виде $0 < |x + 1| < \frac{1}{2}$, а множество решений этого неравенства — интервал $\left(-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ с выброшенной из него точкой $x = -1$.

Так как $1 + 3^x > 0$, то второе неравенство системы (37) равносильно каждому из неравенств

$$1 - 3^x > \frac{5}{9} + 3^{x-1}, \quad \frac{4}{9} > 3^{x-1} \cdot 4, \quad 3^{x+1} < 1,$$

откуда $x < -1$. Следовательно, множество решений системы (37) — интервал $\left(-\frac{3}{2}, -1\right)$.

2) Обратимся к системе (38). Первое неравенство этой системы равносильно неравенству $|x + 1| > \frac{1}{2}$, которому удовлетворяют все точки, лежащие вне отрезка $\left[-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right]$.

Второе неравенство системы (38) равносильно системе

$$\begin{cases} 9^x < 1, \\ 1 - 3^x < \frac{5}{9} + 3^{x-1}, \end{cases}$$

откуда следует, что $x < 0$ и $3^{x+1} > 1$.

Значит, второму неравенству системы (38) удовлетворяют значения x из интервала $(-1, 0)$, а системе (38) — точки из интервала $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$.

Ответ. $-\frac{3}{2} < x < -1; -\frac{1}{2} < x < 0$.

Задачи

Решить неравенство (1–66):

- | | |
|---|---|
| 1. $\log_2(x - 1) > 1$. | 2. $\log_{0,5}(2x - 1) < -3$. |
| 3. $\log_{1/3}(x^2 - 1) > 0$. | 4. $\log_{1/2}(x + 2) > \log_{1/2}(3x - 1)$. |
| 5. $\log_3(2x - 3) < \log_3(x + 1)$. | 6. $\log_{1/5}(2x + 3) > \log_{1/5}(x + 1)$. |
| 7. $\log_{1/3} x + \log_{1/3}(x - 2) \geq -1$. | 8. $\log_3(x^2 + 7x - 5) > 1$. |
| 9. $\log_{1/3}(x^2 - 5x + 6) > 0$. | 10. $\log_{0,1}(x^2 + 2) < \log_{0,1}(2x - 5)$. |
| 11. $\log_{1/2}^2 x^2 > 1$. | 12. $\log_{1/3} \log_2 x^2 > 0$. |
| 13. $\log_3 \log_{1/2}(x^2 - 1) < 1$. | 14. $\lg \frac{x+3}{x+4} > \lg \frac{x+5}{x+2}$. |
| 15. $\frac{1}{\lg x} + \frac{1}{1 - \lg x} < 1$. | 16. $\log_2(x + 1) < 1 - 2 \log_4 x$. |

17. $\log_2(6 + 2^x) > 4 - x$.
18. $\log_3(26 + 3^{-x}) < x + 3$.
19. $\log_2(3 - 4^x) < \log_2 11 - 2x - 4$.
20. $4x + \log_2 9 > \log_2(9 \cdot 2^{2x+1} - 5)$.
21. $\log_3 x \geq 2 + \log_{1/3}(x + 8)$.
22. $\frac{\log_2 x - 5}{1 - 2\log_x 2} \geq 2\log_2 x$.
23. $\log_3(1 + x) > \log_3 x(1 - \log_x(1 - x))$.
24. $\sqrt{\log_3(9x - 3)} \leq \log_3\left(x - \frac{1}{3}\right)$.
25. $\sqrt{\log_3(9x + 18)} \leq \log_3(x + 2)$.
26. $\sqrt{\log_2 x} + \sqrt{\log_x 2} \geq \frac{4}{\sqrt{3}}$.
27. $\log_3(x + 3) - 1 > \frac{\log_x(x^2 - 3x + 2)}{\log_x 3}$.
28. $\log_2(1 - x) < (2 - \log_{2x}(1 + 2x))\log_2(2x)$.
29. $\log_2(x^2 - 4x + 4) + 2x > 2 - (x + 1)\log_{1/2}(2 - x)$.
30. $\log_2(x^2 - 4) - 3\log_2 \frac{x+2}{x-2} > 2$.
31. $\frac{3 - \log_2(x^2 - 6x + 8)}{x - 3} > 0$.
32. $(3 - 10x - 8x^2)\log_2\left(1 - \frac{7}{9(x^2 + x + 1)}\right) \leq 0$.
33. $(5 - 7x - 6x^2)\log_3\left(1 - \frac{5}{4(x^2 + 2x + 2)}\right) \leq 0$.
34. $\log_{1/2} \log_3 \frac{x-2}{x-4} > 0$.
35. $\log_2(x + 2) < 1 - 3\log_8(x + 1)$.
36. $\frac{\log_3(3^x - 1)}{x - 1} \geq 1$.
37. $\frac{x + 1}{\log_2(1 - 2^x) - 1} \leq 1$.
38. $\frac{\log_2(3 \cdot 2^{x-1} - 1)}{x} \geq 1$.
39. $\frac{\log_{\sqrt{3}} x \cdot \log_{27}(9x)}{\log_3(3x)} \leq \log_9 \frac{27}{x}$.
40. $2^{\log_4(25x^4 - 10x^2 + 1)} > 4x$.
41. $x \left(\frac{1}{2}\right)^{\log_4\left(x^2 - 4 + \frac{4}{x^2}\right)} \leq 2$.
42. $\log_{x-2} 6 + \log_{x+2} 6 > \log_{x-2} 6 \cdot \log_{x+2} 6$.
43. $\log_{x^2+2}(3x + 6) \leq 1$.
44. $\log_{\frac{1}{1+x^2}}(4x - 2) > -1$.
45. $\log_{x+2} x^2 > 1$.
46. $\log_{x+3} 4 + \log_{x-3} 4 > 2\log_{x+3} 4 \cdot \log_{x-3} 4$.
47. $\frac{1}{x} \log_7 \left(\frac{9}{2} - 2 \cdot 7^{-x}\right) > 1$.
48. $\sqrt{\log_5(31 - 6 \cdot 5^{2-x^2})} > x$.
49. $\log_{2-x} \frac{3-x}{4-x} \leq 1$.
50. $\log_{5x-4x^2}(4^x - 2) < 0$.
51. $\log_{0,25+3x}(1 - 25x^2) > 0$.
52. $\log_{8x^2-0,5}(\log_{0,5} x) < 0$.
53. $\log_{2x}(x^2 - 5x + 6) < 1$.
54. $\log_x \frac{4x+5}{6-5x} < -1$.
55. $\log_{\frac{3x-1}{3x+1}}\left(x - \frac{1}{3}\right) \geq 1$.
56. $\log_{x+1} \frac{x^2 + 3x - 4}{2x - 4} \leq 1$.
57. $\log_{\frac{x^2-18x+91}{90}}\left(5x - \frac{3}{10}\right) \leq 0$.
58. $\log_{|x|} \frac{|x+3| - |x|}{2-x} > 1$.
59. $\log_{2x^2-x}(|x+2| - |x|) > \log_{2x^2-x} \sqrt{2-x^2}$.
60. $\log_{2|x|+1}(3x+2) - \log_{3x+2}(2|x|+1) > 0$.
61. $\log_{|x-2|}(9^x - 4^x) < \log_{|x-2|}(3^x + 2^x) + \log_{|x-2|}(3^{x-2} + 2^x)$.
62. $\log_7 \log_{\frac{1}{3}} \frac{x^2 + |x| - 30}{x+6} < 0$.
63. $2\log_{2x-10}(\sqrt{x+2} - \sqrt{8-x}) < 1$.