

§ 14. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ВЫРАЖЕНИЙ, СОДЕРЖАЩИХ ОПЕРАЦИЮ ИЗВЛЕЧЕНИЯ КВАДРАТНОГО КОРНЯ

Вынесите множитель из-под знака корня:

14.1. а) $\sqrt{36 \cdot 5}$; б) $\sqrt{\frac{2}{25}}$; в) $\sqrt{2 \cdot 144}$; г) $\sqrt{\frac{121}{10}}$.

14.2. а) $\sqrt{\frac{25}{16 \cdot 2}}$; б) $\sqrt{\frac{36 \cdot 2}{169 \cdot 5}}$; в) $\sqrt{\frac{6 \cdot 49}{121}}$; г) $\sqrt{\frac{144 \cdot 3}{7 \cdot 25}}$.

14.3. а) $\sqrt{12}$; б) $\sqrt{275}$; в) $\sqrt{20}$; г) $\sqrt{108}$.

14.4. а) $\frac{2}{3}\sqrt{45}$; б) $\frac{1}{2}\sqrt{120}$; в) $\frac{1}{10}\sqrt{200}$; г) $\frac{1}{5}\sqrt{150}$.

14.5. а) $\sqrt{\frac{8}{27}}$; б) $\sqrt{10\frac{1}{8}}$; в) $\sqrt{\frac{40}{63}}$; г) $\sqrt{1\frac{13}{32}}$.

14.6. Сравните значения выражений:

а) $A = 3\sqrt{50}$, $B = 2\sqrt{98}$; в) $A = 4\sqrt{48}$, $B = 5\sqrt{27}$;

б) $A = 3\sqrt{\frac{8}{9}}$, $B = \frac{1}{2}\sqrt{48}$; г) $A = \frac{1}{7}\sqrt{80}$, $B = 2\sqrt{\frac{24}{49}}$.

Вынесите множитель из-под знака корня*:

14.7. а) $\sqrt{4a}$; б) $\sqrt{a^3}$; в) $\sqrt{49d}$; г) $\sqrt{c^7}$.

14.8. а) $\sqrt{x^{15}y^2}$; б) $\sqrt{100x^3}$; в) $\sqrt{x^8t^9}$; г) $\sqrt{32y^4}$.

14.9. а) $\sqrt{\frac{x^3}{8y^3}}$; б) $\sqrt{\frac{50m^4n^3}{9r^4}}$; в) $\sqrt{\frac{81c^6}{a^3}}$; г) $\sqrt{\frac{72a^6b^7}{49y^8}}$.

Внесите множитель под знак корня:

14.10. а) $2\sqrt{3}$; б) $-11\sqrt{3}$; в) $5\sqrt{2}$; г) $-6\sqrt{2}$.

14.11. а) $\frac{1}{4}\sqrt{32}$; б) $-\frac{2}{3}\sqrt{15}$; в) $-\frac{5}{2}\sqrt{8}$; г) $\frac{4}{7}\sqrt{35}$.

*Всюду в этом параграфе предполагается, что переменные принимают только положительные значения.

Внесите множитель под знак корня:

14.12. а) $x\sqrt{12}$; б) $-b\sqrt{10}$; в) $z\sqrt{5}$; г) $-d\sqrt{3}$.

14.13. а) $3x\sqrt{2x}$; в) $0,2y\sqrt{5y}$;
б) $-3x^2\sqrt{\frac{1}{3}}$; г) $-5m^6\sqrt{5m}$.

О14.14. Расположите в порядке возрастания числа:

а) $6, 2\sqrt{8}, 5, \sqrt{26}$; в) $4, 3\sqrt{2}, 4\frac{1}{2}, \sqrt{19}$;

б) $2, \sqrt{7}, 2\sqrt{3}, 3$; г) $1, \frac{\sqrt{7}}{3}, \frac{1}{2}\sqrt{3}, 0,7$.

14.15. Внесите множитель под знак корня, если известно, что $a < 0$:

а) $a\sqrt{12}$; б) $-a\sqrt{5}$; в) $3a\sqrt{2}$; г) $-2a\sqrt{7}$.

Упростите выражение:

14.16. а) $\sqrt{216} - 2\sqrt{6}$; в) $\sqrt{20} + \sqrt{125}$;

б) $5\sqrt{3} - \sqrt{300} - \sqrt{27}$; г) $2\sqrt{125} + 2\sqrt{20} - \frac{1}{2}\sqrt{80}$.

14.17. а) $\sqrt{9a} + \sqrt{25a} - \sqrt{36a}$;

б) $5\sqrt{3x} + \frac{1}{2}\sqrt{12x} - 10\sqrt{0,03x}$;

в) $\sqrt{5b} - 2\sqrt{20b} - 3\sqrt{80b}$;

г) $3\sqrt{2y} - \sqrt{8y} + 0,1\sqrt{200y}$.

14.18. а) $\sqrt{a^3b} + \frac{2}{3a}\sqrt{a^5b}$;

б) $\sqrt{m^5} + 4m\sqrt{m^3} - m^2\sqrt{m}$;

в) $2a\sqrt{a^7b} - \sqrt{a^9b}$;

г) $\sqrt{81d^3} - 5d\sqrt{d} + \frac{3}{d}\sqrt{4d^5}$.

Упростите выражение:

14.19. а) $(6\sqrt{12} - \sqrt{75}) \cdot \sqrt{3}$; в) $(2\sqrt{50} - 5\sqrt{2}) \cdot \sqrt{2}$;
б) $(12\sqrt{45} - 6\sqrt{20}) : 3\sqrt{5}$; г) $(4\sqrt{75} + 2\sqrt{12}) : 2\sqrt{3}$.

14.20. а) $\sqrt{x}(\sqrt{a} - \sqrt{x})$; в) $\sqrt{mn}(\sqrt{m} + \sqrt{n})$;
б) $(a + \sqrt{b})(2a - 3\sqrt{b})$; г) $(\sqrt{m} - 2\sqrt{n})(\sqrt{m} - \sqrt{n})$.

Выполните действия, используя формулы сокращённого умножения:

14.21. а) $(\sqrt{7} - \sqrt{5})(\sqrt{7} + \sqrt{5})$; в) $(\sqrt{6} + \sqrt{2})(\sqrt{6} - \sqrt{2})$;
б) $(7 - 5\sqrt{2})(7 + 5\sqrt{2})$; г) $(8 + 3\sqrt{7})(8 - 3\sqrt{7})$.

14.22. а) $(a + \sqrt{b})(a - \sqrt{b})$; в) $(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)$;
б) $(\sqrt{2x} - 3)(\sqrt{2x} + 3)$; г) $(\sqrt{3p} - \sqrt{q})(\sqrt{3p} + \sqrt{q})$.

14.23. а) $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$; в) $(\sqrt{m} - \sqrt{n})^2$;
б) $(\sqrt{x} - 3\sqrt{y})^2$; г) $(\sqrt{t} + 2\sqrt{x})^2$.

14.24. а) $(\sqrt{2} + 4)^2$; в) $(2 + \sqrt{17})^2$;
б) $(\sqrt{5} - 1)^2$; г) $(3 - \sqrt{8})^2$.

14.25. а) $(2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})^2$; в) $(3\sqrt{5} - 5\sqrt{3})^2$;
б) $(\sqrt{6} + \sqrt{5})^2 - \sqrt{120}$; г) $(6 - \sqrt{2})^2 + 3\sqrt{32}$.

14.26. а) $(\sqrt{m} - \sqrt{n})(m + \sqrt{mn} + n)$;
б) $(c + \sqrt{d})(c^2 - \sqrt{d} + d)$;
в) $(\sqrt{r} - 2\sqrt{n})(r + 2\sqrt{rn} + 4n)$;
г) $(2\sqrt{s} + 3t)(4s - 6t\sqrt{s} + 9t^2)$.

○14.27. Раскройте скобки:

а) $(\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1)^2$; в) $(\sqrt{6} + \sqrt{2} - 1)^2$;
б) $(\sqrt{5} - \sqrt{2} - 1)^2$; г) $(\sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{5})^2$.

Освободите дробь от иррациональности в знаменателе:

14.28. а) $\frac{x}{\sqrt{7}}$; б) $\frac{2}{3\sqrt{2}}$; в) $\frac{y}{\sqrt{y}}$; г) $\frac{42}{5\sqrt{p}}$.

14.29. а) $\frac{3}{\sqrt{a+b}}$; б) $\frac{a+3}{\sqrt{a^2-9}}$; в) $\frac{1}{\sqrt{c-d}}$; г) $\frac{b-2}{\sqrt{4-b^2}}$.

14.30. а) $\frac{5}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$; б) $\frac{3}{\sqrt{m}-\sqrt{n}}$;
 б) $\frac{1}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}$; г) $\frac{6}{(\sqrt{p}+\sqrt{q})^3}$.

14.31. а) $\frac{4}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$; б) $\frac{\sqrt{3}-1}{1+\sqrt{3}}$; в) $\frac{6}{\sqrt{15}+\sqrt{12}}$; г) $\frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$.

14.32. а) $\frac{1}{\sqrt{a+3}-2}$; б) $\frac{2}{3-\sqrt{2x-1}}$;
 б) $\frac{y-3}{\sqrt{4-y}+1}$; г) $\frac{3-b}{2-\sqrt{b+1}}$.

○14.33. а) $\frac{p-\sqrt{pq}+q}{\sqrt{p}-\sqrt{q}}$; б) $\frac{x-3\sqrt{x}+9}{\sqrt{x}-3}$;
 б) $\frac{4+2\sqrt{t}+t}{2+\sqrt{t}}$; г) $\frac{a+2\sqrt{ab}+4b}{\sqrt{a}+2\sqrt{b}}$.

○14.34. а) $\frac{10}{\sqrt{5}-\sqrt{10}+\sqrt{20}+\sqrt{40}-\sqrt{80}}$;
 б) $\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+1}$;
 в) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}-\sqrt{6}-\sqrt{24}-\sqrt{48}+\sqrt{108}}$;
 г) $\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}}$.

Разложите выражение на множители методом вынесения общего множителя за скобки:

14.35. а) $5+\sqrt{5}$; б) $\sqrt{b}-b$; в) $3-\sqrt{3}$; г) $\sqrt{a}+a$.

14.36. а) $\sqrt{3}+15$; б) $14-\sqrt{7}$;
 б) $8-4\sqrt{2}$; г) $45-9\sqrt{5}$.

Разложите выражение на множители методом вынесения общего множителя за скобки:

14.37. а) $\sqrt{10} - \sqrt{6}$; в) $\sqrt{14} + \sqrt{35}$;
б) $2 + \sqrt{6} - \sqrt{2}$; г) $7 + \sqrt{14} - \sqrt{7}$.

14.38. а) $a - 2\sqrt{a}$; в) $\sqrt{a} - 2a$;
б) $\sqrt{3b} - b$; г) $a + \sqrt{ab}$.

14.39. а) $a + b + \sqrt{a + b}$; в) $3a - 3b - 2\sqrt{a - b}$;
б) $\sqrt{a^2 - b^2} - \sqrt{a + b}$; г) $a\sqrt{a - b} + \sqrt{a^2 - b^2}$.

14.40. Разложите выражение на множители способом группировки:

а) $a\sqrt{a} + b\sqrt{b} + a\sqrt{b} + b\sqrt{a}$; в) $a\sqrt{b} - \sqrt{a} + \sqrt{ab} - 1$;
б) $2 + b\sqrt{a} - 2\sqrt{ab} - \sqrt{b}$; г) $ab + a\sqrt{a} + b\sqrt{b} + \sqrt{ab}$.

Разложите выражение на множители, используя формулу разности квадратов:

14.41. а) $a^2 - 5$; б) $25 - p$; в) $11 - b^2$; г) $m - 100$.

14.42. а) $b - 3$; б) $16z - 5$; в) $a - c$; г) $7 - 64t$.

Представьте выражение в виде квадрата двучлена:

14.43. а) $1 - 2\sqrt{p} + p$; в) $c - 2\sqrt{cd} + d$;
б) $x + 6y\sqrt{x} + 9y^2$; г) $q + 4p\sqrt{q} + 4p^2$.

14.44. а) $49a - 14\sqrt{ab} + b$; в) $9m - 6\sqrt{mn} + n$;
б) $3c^2 + 10c\sqrt{3} + 25$; г) $2a + 2b\sqrt{2a} + b^2$.

14.45. а) $4 + 4\sqrt{3} + 3$; в) $2 + 2\sqrt{2} + 1$;
б) $3 - 2\sqrt{2}$; г) $7 - 4\sqrt{3}$.

14.46. Сократите дробь:

а) $\frac{a^2 - 7}{a - \sqrt{7}}$; б) $\frac{b + \sqrt{3}}{3 - b^2}$; в) $\frac{c^2 - 11}{c - \sqrt{11}}$; г) $\frac{b + \sqrt{21}}{21 - b^2}$.

Сократите дробь:

14.47. а) $\frac{x-9}{\sqrt{x}+3}$; б) $\frac{m-n}{\sqrt{m}-\sqrt{n}}$; в) $\frac{9-\sqrt{t}}{t-81}$; г) $\frac{\sqrt{r}+\sqrt{s}}{r-s}$.

14.48. а) $\frac{3\sqrt{x}-4\sqrt{y}}{9x-16y}$; б) $\frac{25a-49b}{5\sqrt{a}+7\sqrt{b}}$;
 б) $\frac{121a^2-144b}{12\sqrt{b}-11a}$; г) $\frac{9\sqrt{ab}-4\sqrt{c}}{16c-81ab}$.

14.49. а) $\frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{6}}$; б) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+1}$;
 б) $\frac{\sqrt{10}-\sqrt{6}}{\sqrt{15}-3}$; г) $\frac{\sqrt{15}+\sqrt{10}}{\sqrt{21}+\sqrt{14}}$.

14.50. а) $\frac{4a+4\sqrt{3}}{3-a^2}$; б) $\frac{x-25}{3\sqrt{x}+15}$;
 б) $\frac{x-y}{\sqrt{5y}-\sqrt{5x}}$; г) $\frac{\sqrt{mn}+n}{m-n}$.

14.51. а) $\frac{x+2\sqrt{xy}+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$; б) $\frac{x^2-6x\sqrt{y}+9y}{3\sqrt{y}-x}$;
 б) $\frac{x+4\sqrt{xy}+4y}{x-4y}$; г) $\frac{x^2-5y}{x^2+5y-x\sqrt{20y}}$.

14.52. а) $\frac{\sqrt{a^3}+\sqrt{b^3}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$; б) $\frac{\sqrt{c^3}-\sqrt{d^3}}{c+\sqrt{cd}+d}$;
 б) $\frac{x\sqrt{x}-8}{\sqrt{x}-2}$; г) $\frac{27+a\sqrt{a}}{3+\sqrt{a}}$.

14.53. Упростите выражение:

а) $\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{5y}}-\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{5y}}$;
 б) $\frac{11\sqrt{x}-2\sqrt{y}}{4\sqrt{x}}+\frac{2\sqrt{x}-3\sqrt{y}}{4\sqrt{x}}-\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{4\sqrt{x}}$;
 в) $\frac{\sqrt{m}}{\sqrt{2mn}}-\frac{\sqrt{m}+2\sqrt{n}}{\sqrt{2mn}}$;
 г) $\frac{2\sqrt{c}-\sqrt{d}}{5\sqrt{c}}-\frac{8\sqrt{c}+6\sqrt{d}}{5\sqrt{c}}+\frac{\sqrt{c}-3\sqrt{d}}{5\sqrt{c}}$.

Упростите выражение:

14.54. а) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+3} + \frac{3}{\sqrt{a}+3};$ в) $\frac{4}{\sqrt{q}-4} - \frac{\sqrt{q}}{\sqrt{q}-4};$

б) $\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n}-13} + \frac{13}{13-\sqrt{n}};$ г) $\frac{\sqrt{t}}{3-\sqrt{t}} + \frac{3}{\sqrt{t}-3}.$

14.55. а) $\frac{a}{\sqrt{a}-3} - \frac{9}{\sqrt{a}-3};$ в) $\frac{c}{\sqrt{c}+9} - \frac{81}{\sqrt{c}+9};$

б) $\frac{c}{\sqrt{c}-10} - \frac{20\sqrt{c}-100}{\sqrt{c}-10};$ г) $\frac{d}{\sqrt{d}+7} + \frac{14\sqrt{d}+49}{\sqrt{d}+7}.$

14.56. а) $\frac{\sqrt{z}}{\sqrt{xy}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{yz}};$ в) $\frac{\sqrt{m}}{\sqrt{cd}} - \frac{\sqrt{c}}{\sqrt{dm}};$

б) $\frac{\sqrt{m}-\sqrt{n}}{\sqrt{mn}} + \frac{\sqrt{n}-\sqrt{r}}{\sqrt{nr}};$ г) $\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{b}-\sqrt{c}}{\sqrt{bc}}.$

○14.57. а) $\frac{4}{\sqrt{a}-5} + \frac{1}{\sqrt{a}};$ в) $\frac{\sqrt{b}+1}{\sqrt{b}-2} - \frac{\sqrt{b}+3}{\sqrt{b}};$

б) $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}};$ г) $\frac{\sqrt{d}}{\sqrt{c}-\sqrt{d}} - \frac{\sqrt{d}}{\sqrt{c}}.$

○14.58. а) $\frac{\sqrt{x}-1}{3\sqrt{x}-12} - \frac{\sqrt{x}-2}{2\sqrt{x}-8};$ в) $\frac{\sqrt{c}-2}{3\sqrt{c}+3} - \frac{3\sqrt{c}-4}{7\sqrt{c}+7};$

б) $\frac{\sqrt{p}+1}{p-\sqrt{pq}} - \frac{\sqrt{q}+1}{\sqrt{pq}-q};$ г) $\frac{\sqrt{d}+3}{\sqrt{cd}+d} - \frac{\sqrt{c}-3}{\sqrt{cd}+c}.$

○14.59. Проверьте равенство:

а) $\frac{2}{5+2\sqrt{6}} + \frac{2}{5-2\sqrt{6}} = 20;$

б) $\frac{6}{7-4\sqrt{3}} - \frac{6}{7+4\sqrt{3}} = \frac{144}{\sqrt{3}};$

в) $\frac{3}{5\sqrt{2}-7} + \frac{3}{5\sqrt{2}+7} = 30\sqrt{2};$

г) $\frac{1}{9+4\sqrt{5}} - \frac{1}{9-4\sqrt{5}} = -2\sqrt{80}.$

Докажите, что верно равенство:

○14.60. а) $\sqrt{3 + 2\sqrt{2}} = 1 + \sqrt{2}$;

б) $\sqrt{23 - 4\sqrt{15}} = 2\sqrt{5} - \sqrt{3}$;

в) $2 - \sqrt{3} = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$;

г) $\sqrt{5} + 3\sqrt{2} = \sqrt{23 + 6\sqrt{10}}$.

○14.61. а) $(3 + 2\sqrt{2})(1 - \sqrt{2})^2 = 1$;

б) $(\sqrt{3} - 1)^2(4 + 2\sqrt{3}) = 4$;

в) $(7 + 4\sqrt{3})(2 - \sqrt{3})^2 = 1$;

г) $(\sqrt{2} - 3)^2(11 + 6\sqrt{2}) = 49$.

○14.62. а) $\sqrt{2 - \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{2}}$;

б) $\sqrt{2 - \sqrt{3}}(2 + \sqrt{3})(\sqrt{6} - \sqrt{2}) = 2$;

в) $\sqrt{2 + \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{2}}$;

г) $\sqrt{2 + \sqrt{3}}(\sqrt{3} - 2)(\sqrt{2} + \sqrt{6}) = -2$.

○14.63. а) Докажите, что $(1 - \sqrt{2})^2 = 3 - 2\sqrt{2}$. Можно ли на основании этого утверждать, что $\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} = 1 - \sqrt{2}$?

б) Докажите, что $(\sqrt{2} - 1)^2 = 3 - 2\sqrt{2}$. Можно ли на основании этого утверждать, что $\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} = \sqrt{2} - 1$?

○14.64. Какое из данных равенств верно? Ответ объясните.

а) $\sqrt{28 - 10\sqrt{3}} = \sqrt{3} - 5$; б) $\sqrt{28 - 10\sqrt{3}} = 5 - \sqrt{3}$.

41. Постройте график функции $y = -\sqrt{x-1} + 2$. По графику найдите:

- а) область определения и множество значений функции;
- б) наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $[5; 10]$;
- в) корни уравнения $y(x) = 1$;
- г) решение неравенства $y(x) < 0$.

42. Решите графически уравнение:

- а) $\sqrt{x-3} = 1$; в) $3 - \sqrt{x+2} = 0$;
- б) $-\sqrt{x+1} = 4 - 2x$; г) $\sqrt{x+3} = \frac{1}{3}x + 1$.

43. Решите графически систему уравнений:

- а) $\begin{cases} y = x^2 - 6x + 5, \\ y = \sqrt{x-3} - 4; \end{cases}$ б) $\begin{cases} y = -\sqrt{x+1} - 1, \\ y = \frac{2}{x-1}. \end{cases}$

44. Используя график данной функции, определите, при каких значениях x выполняется неравенство $y \geq b$, $y < b$, если:

- а) $y = \sqrt{x+3} - 1$, $b = 0$; в) $y = -\sqrt{x} + 2$, $b = 0$;
- б) $y = -\sqrt{x-1}$, $b = -2$; г) $y = \sqrt{x} + 3$, $b = 5$.

Постройте график функции:

- 45.** а) $y = |x|$; в) $y = |x| - 3$;
б) $y = |x+1|$; г) $y = |x-3| + 1$.

- 46.** а) $y = -|x|$; в) $y = -|x-2|$;
б) $y = -|x+4| - 2$; г) $y = 2 - |x|$.

47. Постройте график функции $y = |x-4| - 5$. Найдите:

- а) наименьшее значение функции;
- б) промежутки монотонности функции;
- в) нули функции;
- г) значения аргумента, при которых $y > 0$, $y < 0$.

48. Постройте график функции $y = -|x+3| + 4$. Найдите:

- а) наибольшее значение функции;
- б) промежутки монотонности функции;
- в) нули функции;
- г) значения аргумента, при которых $y > 0$, $y < 0$.

Упростите выражение:

○14.70. а) $\left(2 + \frac{\sqrt{t}}{\sqrt{t} + 1}\right) \cdot \frac{3t + 3\sqrt{t}}{12\sqrt{t} + 8};$

б) $\left(\frac{\sqrt{x} - 2\sqrt{y}}{\sqrt{xy}} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right) \cdot \frac{xy}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}.$

○14.71. а) $\left(\sqrt{a} - \frac{a}{\sqrt{a} + 1}\right) \cdot \frac{a - 1}{\sqrt{a}};$

б) $\frac{1 - 2\sqrt{b}}{2\sqrt{b} + 1} + \frac{b + 3\sqrt{b}}{4b - 1} : \frac{3 + \sqrt{b}}{4\sqrt{b} + 2};$

в) $\frac{\sqrt{cd} - d}{c + d} \cdot \left(\frac{\sqrt{c}}{\sqrt{c} + \sqrt{d}} + \frac{\sqrt{d}}{\sqrt{c} - \sqrt{d}}\right);$

г) $\frac{a - 16}{\sqrt{a} + 3} \cdot \frac{1}{a + 4\sqrt{a}} - \frac{\sqrt{a} + 4}{a - 3\sqrt{a}}.$

Докажите тождество:

○14.72. а) $\left(\frac{\sqrt{m}}{n - \sqrt{mn}} + \frac{\sqrt{n}}{m - \sqrt{mn}}\right) \cdot \frac{\sqrt{mn}}{\sqrt{n} + \sqrt{m}} = -1;$

б) $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} - \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}\right) \cdot \frac{a - b}{a^2 + ab} = \frac{1}{a};$

в) $\left(\frac{1}{\sqrt{y}} - \frac{2}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}\right) : \left(\sqrt{x} - \frac{x + y}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}\right) = \frac{1}{y};$

г) $\frac{z + 2\sqrt{z}}{\sqrt{z} - 2} : \left(\frac{\sqrt{z}}{\sqrt{z} - 2} - \frac{z - 12}{z - 4} - \frac{4}{z + 2\sqrt{z}}\right) = \frac{z}{2}.$

○14.73. а) $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} + \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} - \frac{2\sqrt{ab}}{b - a}\right) \cdot \left(\sqrt{a} - \frac{\sqrt{ab} + b}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}\right) = \sqrt{a} + \sqrt{b};$

б) $\frac{\sqrt{z} - 2}{4z - 16\sqrt{z} + 16} : \left(\frac{\sqrt{z}}{2\sqrt{z} - 4} - \frac{z - 12}{2z - 8} - \frac{2}{z + 2\sqrt{z}}\right) = \frac{\sqrt{z}}{4(\sqrt{z} + 2)}.$

○14.74. Упростите выражение:

а) $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} + \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}\right) \cdot \left(\sqrt{a} + \sqrt{b} - \frac{2\sqrt{ab}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}\right)^{-1};$

б) $\left(\sqrt{c} - \sqrt{d} + \frac{2\sqrt{cd}}{\sqrt{c} - \sqrt{d}}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{\sqrt{c} + \sqrt{d}}{\sqrt{c} - \sqrt{d}} - \frac{\sqrt{d}}{\sqrt{c}}\right).$

○14.75. Упростите выражение:

$$\text{а) } \frac{\frac{x}{x - \sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{x + \sqrt{2}}}{\frac{x^2 + 2}{x^2 + x\sqrt{2}}}; \quad \text{б) } \frac{\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} - \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}}{\frac{a^2 + ab}{a - b}}.$$

○14.76. Найдите значение выражения

$$\frac{1}{4} \cdot (xa^{-1} - ax^{-1}) \cdot \left(\frac{a^{-1} - x^{-1}}{a^{-1} + x^{-1}} - \frac{a^{-1} + x^{-1}}{a^{-1} - x^{-1}} \right)$$

$$\text{при } a = \sqrt{2} + \sqrt{3}, \quad x = 0,2(13).$$

○14.77. Найдите значение выражения

$$\frac{1 + ax^{-1}}{a^{-1}x^{-1}} \cdot \frac{a^{-1}}{a^{-1}x - ax^{-1}} : \frac{ax^{-1}}{x - a} \cdot x^{-2}$$

$$\text{при } a = -2,785, \quad x = \sqrt{13} - 1.$$

○14.78. Докажите тождество

$$\left(\left(\frac{\sqrt{a+1}}{\sqrt{a-1}} \right)^{-4} + 1 \right) : \left(\frac{\sqrt{a+1}}{\sqrt{a^2+1}} \right)^{-2} = \left(\sqrt{\frac{a+1}{2}} \right)^{-2}.$$

Упростите выражение:

$$\bullet 14.79. \text{ а) } \sqrt{\frac{x}{x - a^2}} : \left(\frac{\sqrt{x} - \sqrt{x - a^2}}{\sqrt{x} + \sqrt{x - a^2}} - \frac{\sqrt{x} + \sqrt{x - a^2}}{\sqrt{x} - \sqrt{x - a^2}} \right);$$

$$\text{б) } \left(\frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{a - b}} + \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{a + b}} \right) : \left(1 + \sqrt{\frac{a + b}{a - b}} \right).$$

$$\circ 14.80. \text{ а) } \left(\frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \right) : (a - b) + \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}};$$

$$\text{б) } \left(\left(\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{b}{a}} \right) : \left(\sqrt{\frac{a}{b}} + \sqrt{\frac{b}{a}} - 2 \right) \right) : \left(1 + \sqrt{\frac{b}{a}} \right).$$

○14.81. Вычислите при заданном значении x :

$$\frac{2a\sqrt{1+x^2}}{x + \sqrt{1+x^2}}, \quad x = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{b}{a}} \right), \quad a > 0, \quad b > 0.$$

○14.82. Найдите значение выражения:

а) $x^2 - 2x\sqrt{2} + 2$, если $x = \sqrt{2} + 1$;

б) $2a^2 - ab - b^2$ при $a = \sqrt{5} + 1$ и $b = \sqrt{5} - 1$;

в) $3b^2 + 2b\sqrt{3} + 1$, если $b = 3\sqrt{3}$;

г) $2a^2 - 5ab + 2b^2$ при $a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$ и $b = \sqrt{6} - \sqrt{5}$.

○14.83. Сравните значения числовых выражений A и B :

а) $A = \frac{1}{3\sqrt{3} - 5} + \frac{1}{3\sqrt{3} + 5}$; $B = \sqrt{30}$;

б) $A = \frac{2}{4 + 2\sqrt{5}} - \frac{2}{4 - 2\sqrt{5}}$; $B = \sqrt{24}$;

в) $A = \frac{3}{2\sqrt{6} - 3} + \frac{3}{2\sqrt{6} + 3}$; $B = \sqrt{3}$;

г) $A = \frac{1}{2 + 3\sqrt{2}} - \frac{1}{2 - 3\sqrt{2}}$; $B = \sqrt{2}$.

○14.84. Упростите выражение:

а) $\sqrt{36 - 10\sqrt{11}}$; б) $\sqrt{25 + 4\sqrt{34}}$.

Проверьте равенство:

●14.85. а) $\sqrt{9 - 4\sqrt{5}} + \sqrt{14 - 6\sqrt{5}} = 1$;

б) $\sqrt{11 - 4\sqrt{7}} + \sqrt{16 - 6\sqrt{7}} = 1$.

●14.86. $\left(\frac{6 + 4\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{6 + 4\sqrt{2}}} + \frac{6 - 4\sqrt{2}}{\sqrt{2} - \sqrt{6 - 4\sqrt{2}}} \right)^2 = 8$.

●14.87. Упростите выражение $\sqrt{10 + 8\sqrt{2 + \sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}}$.

●14.88. Докажите тождество

$$\frac{b^2 - 3b - (b - 1)\sqrt{b^2 - 4} + 2}{b^2 + 3b - (b + 1)\sqrt{b^2 - 4} + 2} \cdot \sqrt{\frac{b + 2}{b - 2}} = \frac{1 - b}{1 + b},$$

если $b > 2$.