

Тренировочные задачи

Метод интервалов

1. Решите неравенство:

а) $x^2 - 5x + 4 < 0$;

б) $4 - 3x - x^2 \geq 0$;

а) $2x^2 + 3x - 2 \geq 0$;

б) $5x - 6x^2 - 1 < 0$.

$$(\infty + ; \frac{5}{4}] \cap (\frac{5}{4} ; \infty -) \quad (1 ; [1 ; 4 -] \quad (4 ; (\infty + ; \frac{5}{4}] \cap [2 - ; \infty -) \quad (9 ; (7 ; 1) \quad (1$$

2. Решите неравенство:

а) $x^2 - 9 < 0$;

б) $36 - x^2 < 0$;

а) $4x^2 - 1 \geq 0$;

б) $25 - 16x^2 \geq 0$.

$$[\frac{7}{9} ; \frac{7}{9} -] \quad (1 ; (\infty + ; 9) \cap (9 - ; \infty -) \quad (4 ; (\infty + ; \frac{7}{4}] \cap [\frac{7}{4} - ; \infty -) \quad (9 ; (8 ; 8 -) \quad (1$$

3. Решите неравенство:

а) $x^2 + 2x + 1 > 0$;

б) $x^2 + 6x + 9 \leq 0$;

а) $4x^2 - 4x + 1 \geq 0$;

б) $16x^2 - 40x + 25 < 0$.

$$\text{нет решений} \quad (1 ; 3 - \quad (4 ; (\infty + ; \infty -) \quad (9 ; (\infty + ; 1 -) \cap (1 - ; \infty -) \quad (1$$

4. Решите неравенство:

а) $x^2 + x + 2 > 0$;

б) $x^2 + 4x + 7 \leq 0$;

а) $4x^2 - 2x + 3 \geq 0$;

б) $2x - x^2 - 6 > 0$.

$$\text{нет решений} \quad (1 ; \text{нет}; \text{нет}) \quad (4 ; (\infty + ; \infty -) \quad (9 ; (\infty + ; \infty -) \quad (1$$

5. Решите неравенство:

а) $\frac{x-2}{x-5} > 0$;

б) $\frac{3x+2}{11-7x} \geq 0$;

а) $\frac{1-2x}{x+3} > 0$;

б) $\frac{4x-8}{x+7} \geq 0$.

$$(\infty + ; 2] \cap (2 - ; \infty -) \quad (1 ; (\frac{2}{11} ; \frac{5}{2} -] \quad (4 ; (\frac{5}{4} ; 3 -) \quad (9 ; (\infty + ; 5) \cap (2 ; \infty -) \quad (1$$

6. Решите неравенство:

$$\text{a)} \frac{9 - x^2}{x + 2} \leq 0;$$

$$\text{б)} \frac{x + 4}{3x^2 - x - 2} < 0;$$

$$\text{в)} \frac{2x + 3}{2x^2 - 5x + 2} \leq 0;$$

$$\text{г)} \frac{x^2 + x - 2}{3 - x} < 0.$$

$$(\infty + : \mathfrak{E}) \cap (\mathfrak{I} : \mathfrak{Z} -) (\mathfrak{I} : (\mathfrak{Z} : \frac{\mathfrak{E}}{\mathfrak{I}}) \cap [\frac{\mathfrak{E}}{\mathfrak{E}} - : \infty -) (\mathfrak{A} : (\mathfrak{I} : \frac{\mathfrak{E}}{\mathfrak{E}} -) \cap (\mathfrak{T} - : \infty -) (\mathfrak{G} : (\infty + : \mathfrak{E}) \cap (\mathfrak{Z} - : \mathfrak{E} -) (\mathfrak{B}$$

7. Решите неравенство:

$$\text{a)} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 3x - 4} \geq 0;$$

$$\text{б)} \frac{6 - x - 2x^2}{3x^2 - 11x - 4} > 0.$$

$$(\mathfrak{T} : \frac{\mathfrak{E}}{\mathfrak{E}}) \cap (\frac{\mathfrak{E}}{\mathfrak{I}} - : \mathfrak{Z} -) (\mathfrak{G} : (\infty + : \mathfrak{T}) \cap [\mathfrak{Z} : \mathfrak{I}] \cap (\mathfrak{I} - : \infty -) (\mathfrak{B}$$

8. Решите неравенство:

$$\text{a)} \frac{x - 2}{x^2 + 3} \leq 0;$$

$$\text{б)} \frac{x^2 + 2x + 3}{x + 4} \geq 0;$$

$$\text{в)} \frac{x^3 - 8}{x^2 + 5x - 6} > 0;$$

$$\text{г)} \frac{x - 5}{x^4 - 81} \leq 0.$$

$$[\mathfrak{G} : \mathfrak{E}) \cap (\mathfrak{E} - : \infty -) (\mathfrak{I} : (\infty + : \mathfrak{Z}) \cap (\mathfrak{I} : \mathfrak{G} -) (\mathfrak{A} : (\infty + : \mathfrak{T} -) (\mathfrak{G} : [\mathfrak{Z} : \infty -) (\mathfrak{B}$$

9. Решите неравенство:

$$\text{a)} \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 2} > 0;$$

$$\text{б)} \frac{x - 3}{x^2 + 4x + 4} \leq 0;$$

$$\text{в)} \frac{x^2 - 4x + 4}{x + 1} \leq 0;$$

$$\text{г)} \frac{x^2}{x + 2} < 0.$$

$$(\mathfrak{Z} - : \infty -) (\mathfrak{I} : \{\mathfrak{Z}\} \cap (\mathfrak{I} - : \infty -) (\mathfrak{A} : [\mathfrak{E} : \mathfrak{Z} -) \cap (\mathfrak{Z} - : \infty -) (\mathfrak{G} : (\infty + : \mathfrak{Z}) (\mathfrak{B}$$

10. Решите неравенство:

$$\text{a)} (x^2 - 4)(x - 1)^2 \geq 0;$$

$$\text{б)} \frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 + 3x - 4} \leq 0;$$

$$\text{в)} \frac{x^4 - 8x^3 + 16x^2}{x^2 - 6x + 5} \geq 0;$$

$$\text{г)} \frac{x^4 - 2x^2 + 1}{x^2 - 4} \geq 0.$$

$$(\infty + : \mathfrak{Z}) \cap \{\mathfrak{I} : \mathfrak{I} -\} \cap (\mathfrak{Z} - : \infty -) (\mathfrak{I} : (\infty + : \mathfrak{G}) \cap \{\mathfrak{T}\} \cap (\mathfrak{I} : \infty -) (\mathfrak{A} : \{\mathfrak{E}\} \cap (\mathfrak{I} : \mathfrak{T} -) (\mathfrak{G} : (\infty + : \mathfrak{Z}) \cap \{\mathfrak{I}\} \cap (\mathfrak{Z} - : \infty -) (\mathfrak{B}$$

11. Решите неравенство:

$$\text{a)} (x - 1)(x - 2)^2(x - 3)^3(x - 4)^4 \leq 0;$$

$$\text{б)} \frac{x(x - 1)^2(x - 2)^3(x - 3)^4}{(x + 1)^5(x + 2)^6(x + 3)^7} \geq 0.$$

$$(\infty + : \mathfrak{Z}) \cap \{\mathfrak{I}\} \cap [0 : \mathfrak{I} -) \cap (\mathfrak{E} - : \infty -) (\mathfrak{G} : \{\mathfrak{T}\} \cap [\mathfrak{E} : \mathfrak{I}] (\mathfrak{B}$$

18. (МГУ, ИСАА, 2005) Решите неравенство

$$\frac{x^2 - 3x - 4}{x + 1} \leq 1.$$

$$[\frac{1}{2}; 1) \cap (1; \infty)$$

19. (МГУ, химический ф-т, 2004) Решите неравенство

$$\frac{10 + 3x - x^2}{x^2 - 3x + 2} \leq 1.$$

$$(\infty; \frac{1}{2}] \cap (\frac{1}{2}; 1) \cap [1; \infty)$$

20. (МГУ, ф-т глобальных процессов, 2005) Решите неравенство

$$\frac{1}{2x^2 + 3x} \leq \frac{1}{3x - 2x^3}.$$

$$\left(\frac{1}{2}; 1\right) \cap (0; 1) \cap \left(\frac{1}{2}; 1\right)$$

21. (МГУ, ИСАА, 2006) Решите неравенство

$$\frac{5x + 1}{(x + 2)(x - 3)} \geq 1 + \frac{16}{x - 3}.$$

$$(\frac{1}{2}; 1) \cap \{1\}$$

22. (МГУ, филологич. ф-т, 2007) Решите неравенство

$$\frac{(x - 2)(x - 5)(x - 8)}{(x + 2)(x + 5)(x + 8)} \geq -1.$$

$$(\infty; 0] \cap (1; 2) \cap (8; \infty)$$

23. (МГУ, физический ф-т, 2004) Решите систему неравенств

$$-2 < \frac{2}{x^2 - x - 2} < -1.$$

$$\left(\frac{1}{2}; 1\right) \cap \left(0; \frac{1}{2}\right)$$

24. (МГУ, ВМК, 2004) Решите неравенство

$$\frac{1}{x^2 - 5x + 7} \leq 5x - x^2 - 5.$$

$$[\frac{1}{2}; 1]$$