

Задача 4 Решить неравенство $\cos\left(\frac{x}{4} - 1\right) \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

► Обозначим $\frac{x}{4} - 1 = y$. Решая неравенство $\cos y \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}$

(рис. 83), находим

$$\frac{3\pi}{4} + 2\pi n \leq y \leq \frac{5\pi}{4} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

Заменяя $y = \frac{x}{4} - 1$, получаем

$$\frac{3\pi}{4} + 2\pi n \leq \frac{x}{4} - 1 \leq \frac{5\pi}{4} + 2\pi n,$$

откуда

$$1 + \frac{3\pi}{4} + 2\pi n \leq \frac{x}{4} \leq 1 + \frac{5\pi}{4} + 2\pi n,$$

$$4 + 3\pi + 8\pi n \leq x \leq 4 + 5\pi + 8\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

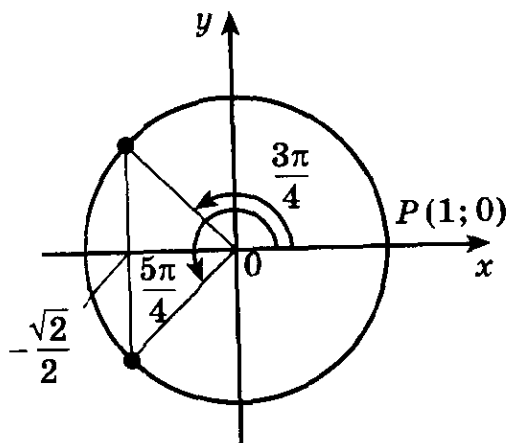


Рис. 83

Ответ

$$4 + 3\pi + 8\pi n \leq x \leq 4 + 5\pi + 8\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}. \quad \triangleleft$$

Упражнения

Решить неравенство (648—654).

648 1) $\cos x \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$; 2) $\cos x < \frac{\sqrt{3}}{2}$;

3) $\cos x > -\frac{\sqrt{3}}{2}$; 4) $\cos x \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

649 1) $\cos x \leq \sqrt{3}$; 2) $\cos x < -2$; 3) $\cos x \geq 1$; 4) $\cos x \leq -1$.

650 1) $\sin x > \frac{1}{2}$; 2) $\sin x \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$; 3) $\sin x \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}$; 4) $\sin x > -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

651 1) $\sin x \geq -\sqrt{2}$; 2) $\sin x > 1$;

3) $\sin x \leq -1$; 4) $\sin x \geq 1$.

652 1) $\sqrt{2} \cos 2x \leq 1$; 2) $2 \sin 3x > -1$;

3) $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$; 4) $\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$.

653 1) $\cos\left(\frac{x}{3} + 2\right) \geq \frac{1}{2}$; 2) $\sin\left(\frac{x}{4} - 3\right) < -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

654 1) $\sin^2 x + 2 \sin x > 0$; 2) $\cos^2 x - \cos x < 0$.