

Задача 2 Найти интервалы монотонности функции.

$$f(x) = x^3 - 3x^2.$$

► Найдем производную: $f'(x) = 3x^2 - 6x$.

Решая неравенство $f'(x) > 0$, т. е. неравенство $3x^2 - 6x > 0$, находим интервалы возрастания: $x < 0$, $x > 2$.

Решая неравенство $f'(x) < 0$, т. е. неравенство $3x^2 - 6x < 0$, находим интервал убывания $0 < x < 2$. ◁

График функции $y = x^3 - 3x^2$ изображен на рисунке 123. Из этого рисунка видно, что функция $y = x^3 - 3x^2$ возрастает не только на интервалах $x < 0$ и $x > 2$, но и на промежутках $x \leq 0$ и $x \geq 2$; убывает не только на интервале $0 < x < 2$, но и на отрезке $0 \leq x \leq 2$.

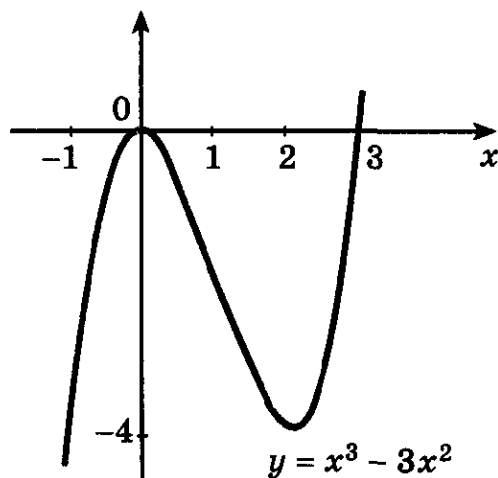


Рис. 123

Упражнения

899 Доказать, что функция $f(x) = x^2 + \frac{2}{x}$ возрастает на промежутке $x > 1$, убывает на промежутках $x < 0$ и $0 < x < 1$.

900 Найти интервалы возрастания и убывания функции:

- | | |
|-----------------------------------|----------------------------|
| 1) $y = x^2 - x$; | 2) $y = 5x^2 - 3x - 1$; |
| 3) $y = x^2 - 2x$; | 4) $y = x^2 + 12x - 100$; |
| 5) $y = x^3 - 3x$; | 6) $y = x^4 - 2x^2$; |
| 7) $y = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 40$; | 8) $y = x^3 - 6x^2 + 9$. |

901 Построить эскиз графика непрерывной функции $y = f(x)$, определенной на отрезке $[a; b]$, если:

- 1) $a = 0$, $b = 5$, $f'(x) > 0$ при $0 < x < 5$, $f(1) = 0$, $f(5) = 3$;
- 2) $a = -1$, $b = 3$, $f'(x) < 0$ при $-1 < x < 3$, $f(0) = 0$, $f(3) = -4$.

Найти интервалы возрастания и убывания функции (902—905).

902 1) $y = \frac{1}{x+2}$; 2) $y = 1 + \frac{2}{x}$; 3) $y = -\sqrt{x-3}$; 4) $y = 1 + 3\sqrt{x-5}$.

903 1) $y = \frac{x^3}{x^2 + 3}$; 2) $y = \frac{(x-2)(8-x)}{x^2}$;

3) $y = (x-1)e^{3x}$; 4) $y = xe^{-3x}$.

904 1) $y = e^{x^2-3x}$; 2) $y = 3^{x^2-x}$.

905 1) $y = x - \sin 2x$; 2) $y = 3x + 2 \cos 3x$.