

Вычислите:

13.4. а) $\sqrt{\frac{1}{4} \cdot \frac{25}{9}}$; в) $\sqrt{\frac{9}{49} \cdot \frac{1}{16}}$;
б) $\sqrt{1\frac{9}{16} \cdot \frac{49}{81}}$; г) $\sqrt{3\frac{1}{16} \cdot 2\frac{14}{25}}$.

13.5. а) $\sqrt{5^4}$; б) $\sqrt{(-2)^8}$; в) $\sqrt{2^{12}}$; г) $\sqrt{(-5)^2}$.

13.6. а) $\sqrt{3^4 \cdot 5^2}$; б) $\sqrt{2^6 \cdot 7^4}$; в) $\sqrt{7^2 \cdot 3^6}$; г) $\sqrt{2^4 \cdot 5^2}$.

Используя свойства квадратного корня, найдите с помощью таблицы квадратов значение выражения:

13.7. а) $\sqrt{115\,600}$; в) $\sqrt{608\,400}$;
б) $\sqrt{577\,600}$; г) $\sqrt{902\,500}$.

13.8. а) $\sqrt{20,25}$; б) $\sqrt{43,56}$; в) $\sqrt{96,04}$; г) $\sqrt{37,21}$.

13.9. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{a^2}$, если $a = 15$; в) $-3\sqrt{b^6}$, если $b = 2$;
б) $2\sqrt{a^4}$, если $a = 7$; г) $5\sqrt{y^8}$, если $y = -2$.

Упростите выражение*:

13.10. а) $\sqrt{9a^{16}}$; б) $\sqrt{36b^8}$; в) $\sqrt{49c^4}$; г) $\sqrt{81d^6}$.

13.11. а) $-5\sqrt{4x^2}$; в) $-0,1\sqrt{100z^8}$;
б) $-3\sqrt{9y^6}$; г) $-\sqrt{0,25t^2}$.

13.12. а) $\sqrt{x^2y^4}$; б) $\sqrt{z^6t^8}$; в) $\sqrt{m^{12}n^{16}}$; г) $\sqrt{p^8q^{10}}$.

13.13. а) $\sqrt{25a^4b^6}$; в) $\sqrt{36m^2n^8}$;
б) $\sqrt{\frac{81}{49}p^{12}q^{26}}$; г) $\sqrt{\frac{1}{4}r^{18}s^2}$.

13.14. а) $\sqrt{\frac{4a^2}{b^6}}$; б) $\sqrt{\frac{169a^{18}}{25b^{30}}}$; в) $\sqrt{\frac{49a^{18}}{81b^6}}$; г) $\sqrt{\frac{576a^{12}}{25b^{26}}}$.

*Всюду в этом параграфе предполагается, что переменные принимают только положительные значения.

Используя свойства квадратных корней, найдите значение числового выражения:

13.15. а) $\sqrt{32} \cdot \sqrt{2}$; в) $\sqrt{63} \cdot \sqrt{7}$;
 б) $\sqrt{45} \cdot \sqrt{5}$; г) $\sqrt{10} \cdot \sqrt{90}$.

13.16. а) $\sqrt{1,3} \cdot \sqrt{5,2}$; в) $\sqrt{0,1} \cdot \sqrt{10}$;
 б) $\sqrt{2,8} \cdot \sqrt{0,7}$; г) $\sqrt{4,5} \cdot \sqrt{50}$.

13.17. а) $\sqrt{0,05} \cdot \sqrt{45}$; в) $\sqrt{2,7} \cdot \sqrt{1,2}$;
 б) $\sqrt{1,92} \cdot \sqrt{3}$; г) $\sqrt{16,9} \cdot \sqrt{0,4}$.

13.18. а) $\frac{\sqrt{1000}}{\sqrt{160}}$; б) $\frac{\sqrt{108}}{\sqrt{12}}$; в) $\frac{\sqrt{117}}{\sqrt{52}}$; г) $\frac{\sqrt{999}}{\sqrt{111}}$.

13.19. а) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{50}}$; б) $\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{192}}$; в) $\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{242}}$; г) $\frac{\sqrt{147}}{\sqrt{27}}$.

О13.20. Вычислите:

а) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{-4} \cdot (3)^{-2}$; в) $(\sqrt{6})^{-4} + \left(\frac{6}{\sqrt{2}}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$;

б) $\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{-2} - \left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^{-4} : (3)^{-3}$; г) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-1} \cdot (\sqrt{6})^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{-2}$.

13.21. Найдите значение выражения наиболее рациональным способом:

а) $\sqrt{13^2 - 12^2}$; в) $\sqrt{41^2 - 40^2}$;
 б) $\sqrt{25^2 - 24^2}$; г) $\sqrt{85^2 - 84^2}$.

Найдите значение выражения:

13.22. а) $\sqrt{8^2 + 15^2}$; в) $\sqrt{5^2 + 12^2}$;
 б) $\sqrt{145^2 - 144^2}$; г) $\sqrt{313^2 - 312^2}$.

13.23. а) $\sqrt{72,5^2 - 71,5^2}$; в) $\sqrt{98,5^2 - 97,5^2}$;
 б) $\sqrt{6,8^2 - 3,2^2}$; г) $\sqrt{21,8^2 - 18,2^2}$.

○13.24. Найдите значение выражения:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \sqrt{\frac{165^2 - 124^2}{164}}; & \text{в) } \sqrt{\frac{98}{176^2 - 112^2}}; \\ \text{б) } \sqrt{\frac{149^2 - 76^2}{457^2 - 384^2}}; & \text{г) } \sqrt{\frac{145,5^2 - 96,5^2}{193,5^2 - 31,5^2}}. \end{array}$$

13.25. Докажите, что:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } 20\sqrt{\frac{a}{400}} = \sqrt{a}; & \text{в) } \sqrt{c} = \frac{1}{15} \cdot \sqrt{225c}; \\ \text{б) } \sqrt{b} = \frac{1}{13} \cdot \sqrt{169b}; & \text{г) } 12 \cdot \sqrt{\frac{d}{144}} = \sqrt{d}. \end{array}$$

13.26. Зная, что $\sqrt{60} \approx 7,7$, найдите приближённое значение выражения:

$$\text{а) } \sqrt{0,6}; \quad \text{б) } \sqrt{240}; \quad \text{в) } \sqrt{6000}; \quad \text{г) } \sqrt{540}.$$

13.27. Зная, что $\sqrt{90} \approx 9,5$, найдите приближённое значение выражения:

$$\text{а) } \sqrt{810}; \quad \text{б) } \sqrt{360} + 2; \quad \text{в) } \sqrt{2250}; \quad \text{г) } \sqrt{9000} - 4.$$

Найдите, если это возможно, такие целые числа a и b , что:

$$\begin{array}{ll} \text{○13.28. а) } (3 - 5\sqrt{2})^2 = a + b\sqrt{2}; & \text{в) } (\sqrt{2} + 7\sqrt{3})^2 = a + b\sqrt{6}; \\ \text{б) } (2 - 3\sqrt{3})^2 = a - b\sqrt{3}; & \text{г) } (3\sqrt{20} - 2\sqrt{15})^2 = a + b\sqrt{3}. \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{○13.29. а) } (1 - a\sqrt{3})^2 = b - 12\sqrt{3}; & \text{в) } (a - 3\sqrt{5})^2 = b + 12\sqrt{5}; \\ \text{б) } (a + 3\sqrt{2})^2 = 13 + b\sqrt{2}; & \text{г) } (5 - a\sqrt{6})^2 = 49 - b\sqrt{6}. \end{array}$$

○13.30. Найдите целые числа a и b такие, что справедливо равенство:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } (a + b\sqrt{2})^2 = 3 + 2\sqrt{2}; \\ \text{б) } (a\sqrt{2} + b\sqrt{3})^2 = 11 + 4\sqrt{6}; \\ \text{в) } (a - b\sqrt{3})^2 = 7 - 4\sqrt{3}; \\ \text{г) } (a\sqrt{2} - b\sqrt{5})^2 = 22 - 4\sqrt{10}. \end{array}$$

Упростите выражение:

○13.31. а) $\sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$;

б) $\sqrt{7 + 4\sqrt{3}}$;

в) $\sqrt{7 - 2\sqrt{6}}$;

г) $\sqrt{5 - 2\sqrt{6}}$.

○13.32. а) $\sqrt{2x - 1 + 2\sqrt{x(x - 1)}}$, $x \geq 1$;

б) $\sqrt{2x - 1 - 2\sqrt{x(x - 1)}}$, $x \geq 1$.

●13.33. Докажите, что $\sqrt{16 + 6\sqrt{7}} + \sqrt{32 - 10\sqrt{7}}$ — натуральное число.

13.34. Докажите, что:

а) $a\sqrt{b} = \begin{cases} -\sqrt{a^2b}, & \text{если } a < 0, \\ \sqrt{a^2b}, & \text{если } a > 0; \end{cases}$

б) $\sqrt{ab} = \begin{cases} -a\sqrt{b}, & \text{если } a < 0, \\ a\sqrt{b}, & \text{если } a > 0. \end{cases}$

Найдите все допустимые значения переменных, входящих в тождество:

13.35. а) $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$;

б) $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{-a} \cdot \sqrt{-b}$;

в) $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{-b}$;

г) $\sqrt{ab} = \sqrt{-a} \cdot \sqrt{b}$.

13.36. а) $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$;

б) $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{-b}}$;

в) $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{-a}}{\sqrt{-b}}$;

г) $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{-a}}{\sqrt{b}}$.