3) Если $y = 1$, то значения x, определяемые формулами (5) и (6), не являются целыми.

4) Если $y = 2$, то из (5) следует, что $x = -1$, а из (6) — что x — нецелое.

5) Если $y \in \mathbf{Z}$ и $y < 0$, то, полагая $z = -y$, запишем формулы (5) и (6) в виде

$$x = -\frac{2z-3}{3z-1}, \tag{7}$$

$$x = -\frac{z-2}{3z-1}, \tag{8}$$

где $z \in \mathbf{N}$. При $z \neq 2$ дроби $\frac{2z-3}{3z-1}$ и $\frac{z-2}{3z-1}$ не являются целыми числами, а при $z = 2$ из (8) находим $x = 0$.

Ответ. $(0; -2)$, $(-2; 0)$, $(-3; 0)$, $(-1; 2)$.

Задачи

1. Доказать, что:
1) число $16^{20} + 2^{76}$ делится на 17;
2) число $16^3 + 31^4 - 2$ делится на 15;
3) число $10^{10} + 28^3 - 2$ делится на 9;
4) число $36^3 + 19^3 - 16$ делится на 17.

2. Найти остаток от деления числа a на m, если:
1) $a = 26^{36}$, $m = 7$;
2) $a = 2007^{2009}$, $m = 13$;
3) $a = 24^{25} \cdot 36^{11} \cdot 49^{15}$, $m = 11$.

3. Доказать, что число a делится на m, если:
1) $a = 96^{19} + 32^{13} - 8 \cdot 73^{16}$, $m = 10$;
2) $a = (17^{15} + 15^{17})^{1517}$, $m = 32$.

4. Найти все целочисленные решения уравнения:
1) $x^2 + 2x = y^2 + 6$;
2) $x^2 - 8 = y^2 + 4y$;
3) $x^3 - 6x^2 - xy + 13x + 3y + 7 = 0$.

5. Доказать, что уравнение не имеет целочисленных решений:
1) $x^2 - y^2 = 2010$;
2) $21x^2 - 7y^2 = 9$.

6. Найти все целочисленные решения уравнения:
1) $7x + 15y = 1$;
2) $4x - 3y = 11$.

7. Найти все целочисленные решения уравнения:
1) $3xy + 10x - 13y - 35 = 0$;
2) $3xy + 19x + 10y + 55 = 0$.

8. Найти все целочисленные решения уравнения:
1) $9x^2y^2 + 6xy^2 - 9x^2y + 2x^2 + y^2 - 18xy + 7x - 5y + 6 = 0$;
2) $15x^2y^2 - 8x^2y + 28y^2x + x^2 + 5y^2 - 58xy + 8x - 24y + 16 = 0$.