

Задачи

1. Докажите, что для всех допустимых значениях α справедливы равенства:

- | | |
|--|--|
| а) $(1 - \sin \alpha)(1 + \sin \alpha) = \cos^2 \alpha$;
в) $(1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha)(1 - \cos^2 \alpha) = 1$;
д) $\left(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha + \frac{1}{\sin^2 \alpha}\right) \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1$;
ж) $\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$;
и) $\frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha} + \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{2}{\sin \alpha}$;
л) $\operatorname{tg}^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \operatorname{tg}^2 \alpha \sin^2 \alpha$;
н) $\frac{\sin^3 \alpha - \cos^3 \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} - \sin \alpha \cos \alpha = 1$; | б) $\frac{\cos^2 \alpha}{1 - \cos^2 \alpha} = \operatorname{ctg}^2 \alpha$;
г) $(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)(1 - \sin^2 \alpha) = 1$;
е) $\frac{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha} = \operatorname{tg}^2 \alpha$;
з) $(\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha)^2 + 4 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1$;
к) $\frac{\cos \alpha}{1 - \sin \alpha} + \frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha} = \frac{2}{\cos \alpha}$;
м) $\operatorname{ctg}^2 \alpha - \cos^2 \alpha = \operatorname{ctg}^2 \alpha \cos^2 \alpha$;
о) $\frac{\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} + \sin \alpha \cos \alpha = 1$. |
|--|--|

2. Известно, что $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Найдите $\cos \alpha$ и $\operatorname{tg} \alpha$.

$\frac{3}{5} = \sin \alpha, \frac{4}{5} = \cos \alpha$

3. Известно, что $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Найдите $\sin \alpha$ и $\operatorname{tg} \alpha$.

$\frac{12}{13} = \sin \alpha, \frac{5}{13} = \operatorname{tg} \alpha$

4. Известно, что $\sin \alpha = -\frac{8}{17}$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$. Найдите $\cos \alpha$ и $\operatorname{tg} \alpha$.

$\frac{15}{17} = \cos \alpha, \frac{8}{17} = \operatorname{tg} \alpha$

5. Известно, что $\cos \alpha = \frac{7}{25}$ и $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Найдите $\sin \alpha$ и $\operatorname{tg} \alpha$.

$\frac{24}{25} = \sin \alpha, \frac{7}{24} = \operatorname{tg} \alpha$

6. Известно, что $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{9}{40}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Найдите $\sin \alpha$ и $\cos \alpha$.

$\frac{17}{41} = \sin \alpha, \frac{17}{6} = \cos \alpha$

7. Известно, что $\operatorname{ctg} \alpha = 3$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Найдите $\sin \alpha$ и $\cos \alpha$.

$\frac{3}{5} = \sin \alpha, \frac{4}{5} = \cos \alpha$

8. Две стороны треугольника равны 2 и 3, а синус тупого угла, заключённого между этими сторонами, равен $2\sqrt{2}/3$. Найдите третью сторону треугольника.

$\sqrt{13}$

9. Найдите α , если $\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \frac{1}{2}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

$\frac{3\pi}{4}$

10. Найдите все значения x , принадлежащие отрезку $[0; \pi]$, для которых выполнено равенство $\sin x + \cos x = 1$.

$\frac{\pi}{2}, 0$