

Многочлен $Q(x)$ имеет корни $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$ и $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$, являющиеся корнями исходного уравнения.

Ответ. $x_1 = 2$, $x_2 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$, $x_3 = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$.

Пример 8. Решить уравнение

$$\frac{x^3 - 2x^2 - 5x + 6}{(x-3)^2} = 0.$$

Решение. Число $x = 1$ является корнем многочлена $P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$, так как $P(1) = 0$. Разложим многочлен $P(x)$ на множители, для чего выделим множитель $x - 1$. Тогда получим

$$\begin{aligned} P(x) &= x^3 - x^2 - (x^2 - x) - 6(x - 1) = \\ &= (x - 1)(x^2 - x - 6) = (x - 1)(x + 2)(x - 3). \end{aligned}$$

Следовательно, многочлен $P(x)$ имеет корни 1, -2 и 3, из которых первые два удовлетворяют условию $(x - 3)^2 \neq 0$.

Ответ. $x_1 = 1$, $x_2 = -2$.

Задачи

- Корни x_1 и x_2 квадратного уравнения $x^2 - 2rx - 7r^2 = 0$ удовлетворяют условию $x_1^2 + x_2^2 = 2$. Найти r .
- Не вычисляя корней уравнения $2x^2 - 7x - 6 = 0$, найти:
 - $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$; б) $x_1^4 x_2 + x_2^4 x_1$.
- Сократить дробь:
 - $\frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 5x + 6}$; б) $\frac{10x^2 - 11x + 3}{6x^2 + x - 2}$.
- Квадратное уравнение $x^2 + px + q = 0$, где $q < 0$, имеет корни x_1 и x_2 . Составить приведенное квадратное уравнение, корнями которого являются числа $\frac{1}{x_1}$ и $\frac{1}{x_2}$.
- Уравнение $x^2 + px + q = 0$ имеет действительные корни x_1 и x_2 . Найти p и q , если числа $x_1 + 1$ и $x_2 + 1$ — корни уравнения $x^2 - p^2 x + pq = 0$.
- Пусть x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2 + px + q = 0$, а $S_n = x_1^n + x_2^n$. Доказать, что $S_{n+1} + pS_n + qS_{n-1} = 0$.
- Даны уравнения $x^2 + p_1 x + q_1 = 0$ и $x^2 + p_2 x + q_2 = 0$. Доказать, что по крайней мере одно из них имеет действительные корни, если $p_1 p_2 = 2(q_1 + q_2)$.

Решить уравнение (8–17):

- | | |
|---|--|
| 8. $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$. | 9. $2x^4 - 5x^2 + 3 = 0$. |
| 10. $(x^2 - 2x)^2 - 2x^2 + 4x - 3 = 0$. | 11. $(x^2 - x - 3)(x^2 - x - 2) = 12$. |
| 12. $x^2 + \frac{1}{x^2} + 2\left(x - \frac{1}{x}\right) = 6$. | 13. $(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) = 3$. |
| 14. $x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0$. | 15. $x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = 0$. |
| 16. $\frac{1}{x-1} + \frac{2}{x+2} + 1 = 0$. | 17. $\frac{x^3 - 4x^2 + x + 6}{(x-2)^2} = 0$. |