

или $t^2 + t - 12 = 0$, откуда $t_1 = -4$, $t_2 = 3$. Следовательно, $\operatorname{ctg}^2 2x = 3$, откуда $\operatorname{tg} 2x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Ответ. $x = \pm \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2}$, $n \in \mathbf{Z}$.

Пример 12. Решить уравнение $8 \sin^4 x + 13 \cos 2x = 7$.

Решение. Полагая $\cos 2x = t$ и используя формулу $2 \sin^2 x = 1 - \cos 2x$, получаем уравнение $2t^2 + 9t - 5 = 0$, имеющее корни $t_1 = -5$, $t_2 = \frac{1}{2}$. Следовательно, $\cos 2x = \frac{1}{2}$, откуда $x = \pm \frac{\pi}{6} + \pi n$.

Ответ. $x = \pm \frac{\pi}{6} + \pi n$, $n \in \mathbf{Z}$.

Задачи

Решить уравнение (1–21):

1. $\sin \frac{3x}{2} = 0$. 2. $\cos \frac{x}{2} = 0$. 3. $\operatorname{tg} 2x = 1$. 4. $\cos \left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$.
5. $\operatorname{tg}(2x + 1) = \sqrt{3}$. 6. $\sin \left(4x + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.
7. $2 \sin^2 x + 3 \sin x = 2$. 8. $3 \cos^2 x + 2 \cos x = 1$.
9. $4 \cos^2 x + \sin x + 1 = 0$. 10. $2 \sin x + 3 \cos x = 0$.
11. $\sin^2 x + \sin 2x = 0$. 12. $\sin 2x + \sin^2 x = \cos^2 x$.
13. $2 \cos^2 x + 3 \sin x \cos x = 5 \sin^2 x$. 14. $4 \cos^2 x + \sin x \cos x + 3 \sin^2 x = 3$.
15. $4 \sin^2 x + 3 \sin x \cos x = 2$. 16. $3 \sin^2 3x + 5 \cos^2 3x = 2(1 + \sin 6x)$.
17. $\sin^4 x = 1 - \cos^4 x$. 18. $\sin^2 x + \operatorname{tg}^2 x = 3 \cos^2 x$.
19. $\frac{1}{\cos^2 x} = \frac{13}{16} + \operatorname{tg} x$. 20. $2 \sin^2 x + \frac{1}{\cos^2 x} = 3$.
21. $8 \sin^3 x + 4 \cos^2 x = 1 + 6 \sin x$.

Ответы

1. $x = \frac{2\pi n}{3}$, $n \in \mathbf{Z}$. 2. $x = \pi + 2\pi n$, $n \in \mathbf{Z}$. 3. $x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}$, $n \in \mathbf{Z}$.
4. $x = -\frac{\pi}{18} \pm \frac{2\pi}{9} + \frac{2\pi n}{3}$, $n \in \mathbf{Z}$. 5. $x = -\frac{1}{2} + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{2}$, $n \in \mathbf{Z}$.
6. $x = -\frac{\pi}{16} + (-1)^{n+1} \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{4}$, $n \in \mathbf{Z}$. 7. $x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n$, $n \in \mathbf{Z}$.
8. $x = \pm \arccos \frac{1}{3} + 2\pi n$, $x = \pi + 2\pi n$, $n \in \mathbf{Z}$. 9. $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $n \in \mathbf{Z}$.
10. $x = -\operatorname{arctg} \frac{3}{2} + \pi n$, $n \in \mathbf{Z}$. 11. $x = \pi n$, $x = -\operatorname{arctg} 2 + \pi n$, $n \in \mathbf{Z}$.
12. $x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}$, $n \in \mathbf{Z}$. 13. $x = \frac{\pi}{4} + \pi n$, $x = -\operatorname{arctg} \frac{2}{5} + \pi n$, $n \in \mathbf{Z}$.