

Es02B. Circuito RC — Filtri passivi

Gruppo 1G.BS

Riccardo Riolo

Francesco Zazzu

17 ottobre 2019

Scopo e strumentazione

Lo scopo dell'esercitazione è quello di analizzare i filtri passivi: passa alto, passa basso e passa banda.

Filtro passa basso

1. Si è montato un circuito RC passa basso composto da una resistenza $R_1 = 3.29(3) \text{ k}\Omega$ e un condensatore $C_1 = 10.4(4) \text{ nF}$, valori misurati tramite il multimetro digitale. La frequenza di taglio teorica è $f_{t1} = 1/(2\pi RC) = 4.7(2) \text{ kHz}$.

Il guadagno atteso è $A = 1/\sqrt{1 + (f/f_{t1})^2}$ quindi per bassa frequenza è atteso essere pari a $A \sim 1$. L'attenuazione per $f \sim 2 \text{ kHz}$ e $f \sim 20 \text{ kHz}$ risultano rispettivamente essere $A = 0.92(4)$ ed $A = 0.227(9)$. 1.2

2. Le successive misure di tensione e tempo sono state effettuate tramite l'ausilio dei cursori dell'oscilloscopio. Il generatore di funzioni ha fornito un segnale sinusoidale inviato all'ingresso del circuito. Si sono dunque stimate le tensioni V_{in} e V_{out} rispettivamente in ingresso e in uscita al circuito. Il guadagno a circa 2 kHz è $0.91(6)$ e a 20 kHz è $0.23(1)$, che sono compatibili con i valori attesi. 1.3

Si è stimata la frequenza di taglio f_{tA} in corrispondenza del guadagno pari a -3 dB . Risulta $f_{tA} = 4.7(5) \text{ kHz}$. L'incertezza sulla misura è principalmente dovuta all'individuazione del punto a guadagno $1/\sqrt{2}$, dalle misure $A = 0.70(5)$. Si è misurata la variazione di A tra due punti di lavoro attorno al valore medio f_{tA} per cui $\sigma_f \approx |\Delta f / \Delta A| \sigma_A$. Si nota inoltre come il valore della derivata stimato sperimentalmente sia compatibile con quello atteso dalla formula per il guadagno. 1.4

Si è proceduto con la stima della frequenza di taglio f_{tB} come frequenza di angolo nel plot di Bode. Nel regime di alte frequenze si è adattata la dipendenza del guadagno dalla frequenza (presi i logaritmi) con un modello lineare. I dati sono riportati in tabella 1. Risulta un'intercetta di $73(1) \text{ dB}$ e una pendenza di $-19.9(2) \text{ dB/decade}$ con una covarianza -0.218 . Si riporta il grafico in figura 1. L'incontro di questa retta con quella a guadagno unitario fornisce la stima desiderata $f_{tB} = 4.6(2) \text{ kHz}$.

Per completezza si fornisce anche una stima della frequenza di taglio come unico parametro del fit di tutti i dati in tabella adattati con l'equazione per il guadagno. Risulta $f_{tC} = 4.70(3) \text{ kHz}$. Si riporta il grafico in figura 2. 1.5

3. Il tempo di salita fornisce un ulteriore metodo di stima per la frequenza di taglio. Si ha $\tau_{salita} = 2.2RC = 2.2/2\pi f_{t1} = 73(4) \mu\text{s}$ misurato come intervallo temporale impiegato dal segnale per portarsi dal 10% al 90% dell'ampiezza massima. L'incertezza sull'intervallo è quasi del tutto determinata dal posizionamento del secondo cursore a causa della piccola derivata del segnale e della larghezza finita della traccia sullo schermo. Risulta quindi $f_{tS} = 4.8(2) \text{ kHz}$. 1.6

f (kHz)	A (dB)
0.100 32(1)	0.0(5)
0.279 91(1)	0.0(5)
0.773 66(1)	-0.1(5)
2.153(1)	-0.8(6)
5.7286(1)	-4.0(6)
16.06(1)	-11.0(7)
40.376(1)	-18.7(6)
123.76(1)	-28.3(6)
371.88(1)	-37.9(7)
1009.6(1)	-47.0(9)

2.1

Tabella 1: Misure del guadagno per il circuito passa basso. Il regime di alte frequenze corrisponde agli ultimi dati.

4. L'impedenza che si osserva all'ingresso del circuito è data dalla serie $Z_{in} = R_1 + Z_{C1}$ con $Z_{C1} = 1/j\omega C_1$. Per bassa frequenza si ha $Z_{in} \sim Z_{C1}$, per $f = f_t$ risulta $Z_{in} \sim \sqrt{2}R_1$ mentre per alta frequenza $Z_{in} \sim R_1$.

Inserendo una resistenza di carico R_L nel circuito si ottiene un partitore di tensione con fattore di partizione $\alpha = R_L/(Z_{out} + R_L)$, dove Z_{out} è il parallelo fra Z_{C1} e R_1 . Essendo $Z_{out} \sim 10^2$ ohm è trascurabile per $R_L \sim 10$ k Ω e per $R_L \sim 100$ k Ω risulta $\alpha \sim 1$.

2.2

Filtro passa banda

5. Si è montato un filtro passa alto composto da $R_2 = 3.27(3)$ k Ω e un condensatore $C_2 = 100(4)$ nF. La frequenza di taglio teorica è $f_{t2} = 0.48(2)$ kHz. Con il primo metodo di stima risulta circa $f_{t2} = 0.50(5)$ kHz. Il guadagno ha espressione $A = 1/\sqrt{1 + (f_{t2}/f)^2}$ che per frequenze superiori a quella di taglio risulta $A \sim 1$.

2.3

6. Per il filtro passa banda si ha un guadagno massimo atteso $A_0 = 1/2$, essendo le due resistenze uguali. Dalla misura è $A_0 = 0.47(3)$. Le frequenze di taglio per il passa alto e passa basso in cascata risultano rispettivamente $f_H = 0.25(3)$ kHz e $f_L = 10(1)$ kHz, stimate con il primo metodo con il guadagno riferito alla tensione massima A_0 . L'impedenza in ingresso è data dalla serie $Z_{in1} = R_1 + Z_{C1}$ mentre in uscita si ha $Z_{out2} = [(1/R_2) + j\omega C_2]^{-1}$. La funzione di trasferimento totale risulta dunque

2.4

$$\frac{Z_{out2}}{Z_{in1}} = \frac{j\omega C_1 R_2}{(1 + j\omega C_2 R_2)(1 + j\omega C_1 R_1)}$$

modificando i valori delle frequenze di taglio per i due circuiti in cascata. Il guadagno totale del passa banda può essere espresso come

$$A_{tot} = A_1 A_2 \frac{Z_{in2}}{Z_{out1} + Z_{in2}} = \frac{A_1 A_2}{1 + A_1 A_2 R_1 / R_2}.$$

che per $R_1 \ll R_2$ risulta $A_{tot} = A_1 A_2$.

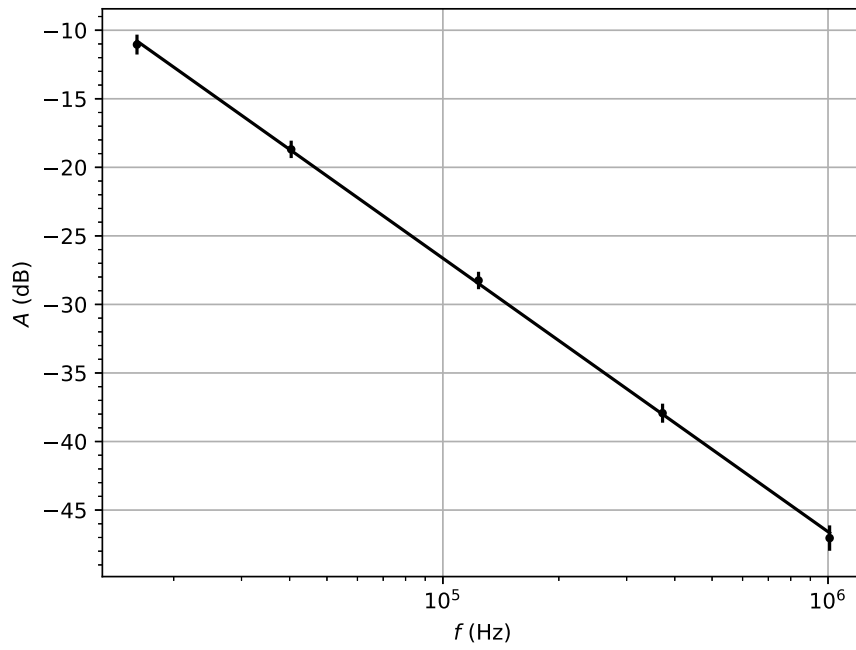


Figura 1: Grafico del fit del guadagno nel regime di alte frequenze.

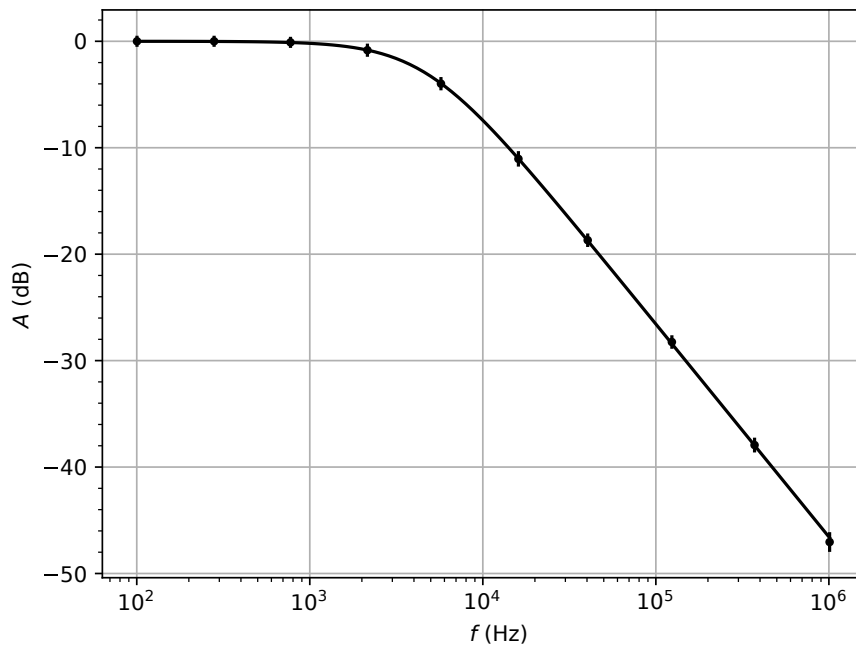


Figura 2: Grafico del fit della curva di guadagno.

Indice dei commenti

- 1.1 Un commento/richiesta (pressante):
nella rappresentazione delle misure indicate l'errore secondo la convenzione più usata ($A \pm \sigma A$)
- 1.2 L'errore relativo su A è pari a quello su f solo nel limite $f \gg f_t$.
Nel primo caso ($f=2$ kHz) l'errore non torna di circa un ordine di grandezza:
 $A = 0.920 \pm 0.006$
- 1.3 Perché un errore $\sim 7\%$? Quali errori su V_{in} e V_{out} ?
- 1.4 come sopra
- 1.5 Ogni volta che interpolate i dati, è opportuno fornire indicazioni sui parametri di best-fit, loro errore, χ^2 e ndof.
- 1.6 Meglio (4.8 ± 0.3) kHz, comunque ok
- 2.1 Commento simile ai precedenti. Errori di 0.5(0.9) dB corrispondono ad errori relativi su $A_v \sim 6\%$ (10%).
Risultano dalla propagazione in quadratura dell'incertezza sulle misure di V_{in} e V_{out} ? Allora avrebbero potuto essere più accurate...
- 2.2 Cosa succede ad alte frequenze? In particolare, come si modifica la frequenza di taglio?
- 2.3 Errore su f_t del 10%. È dovuto all'incertezza sulle misure di V_{in} e V_{out} o sulla regolazione della frequenza con attenuazione a -3 dB? Sarebbe opportuno dirlo...
- 2.4 come sopra