



Lecture 16: 光线追踪与辐射度量学

SSE315: 计算机图形学
Computer Graphics

陈壮彬

软件工程学院

chenzhb36@mail.sysu.edu.cn

Today's topics

□ 光线追踪

□ 辐射度量学

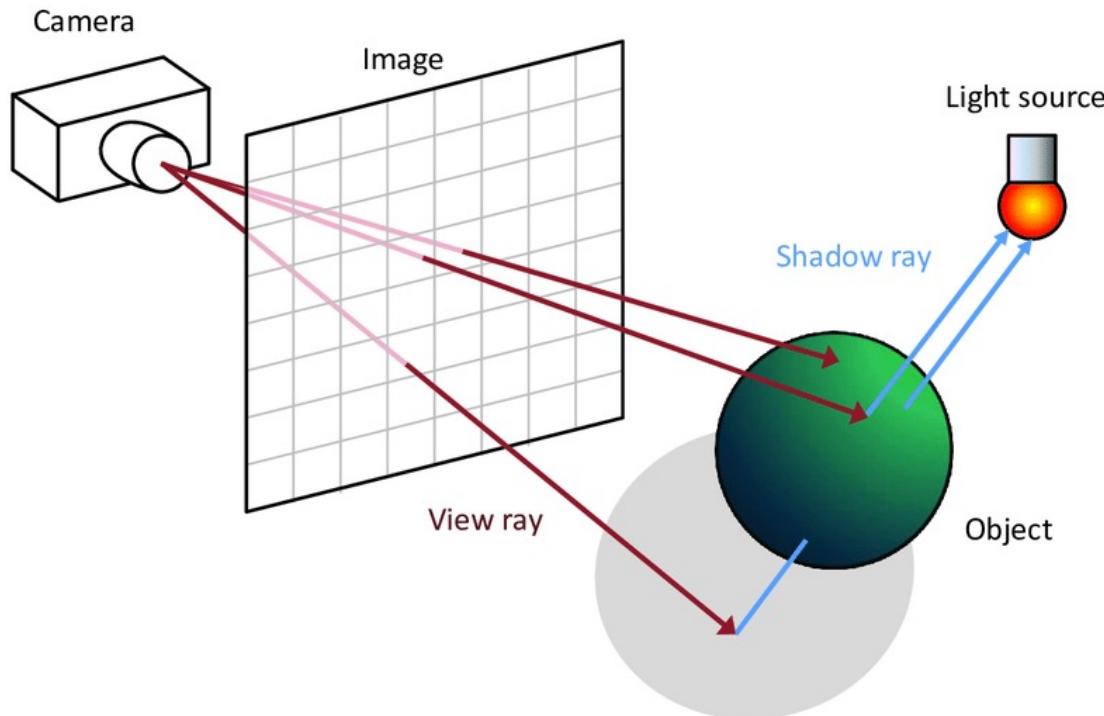
- 辐射能量 Radiant energy
- 辐射功率 Radiant flux
- 辐照度 Irradiance
- 辐射强度 Radiant intensity
- 辐(射)亮度 Radiance

如何用光线追踪生成图像？

光线投射 Ray Casting

□Appel 1968 – Ray Casting

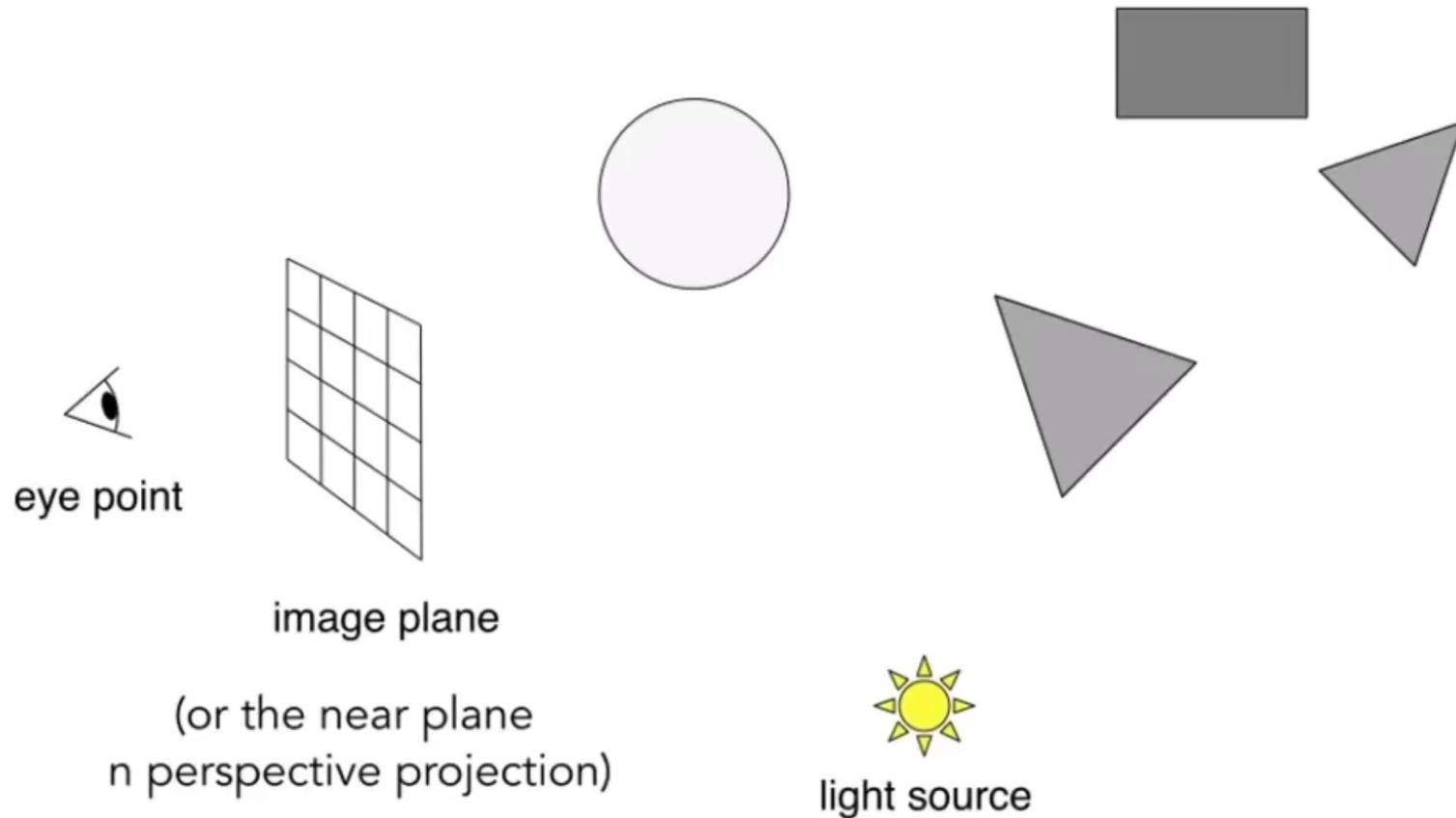
- 从观察者的视点出发，通过每一个像素点发射一条光线，然后计算这条光线与场景中的物体的交点
- 通过计算光线与物体交点处的颜色和明暗，我们可以确定该像素点的颜色，从而生成最终的图像



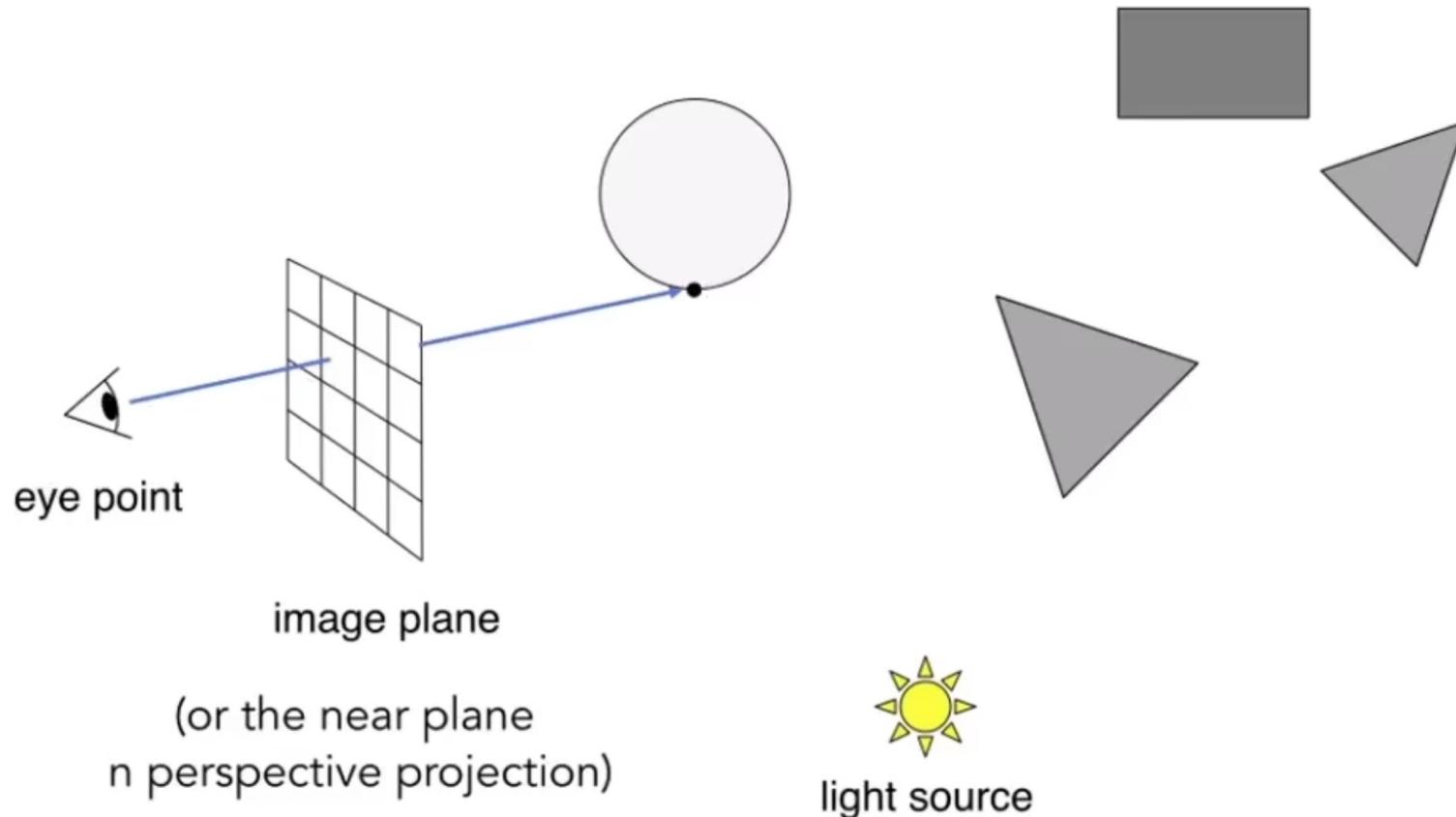
几点模型简化

- ✓ 相机是一个点
- ✓ 光源是点光源
- ✓ 光线接触到物体会发生完美的折射或反射 (比如镜面反射)

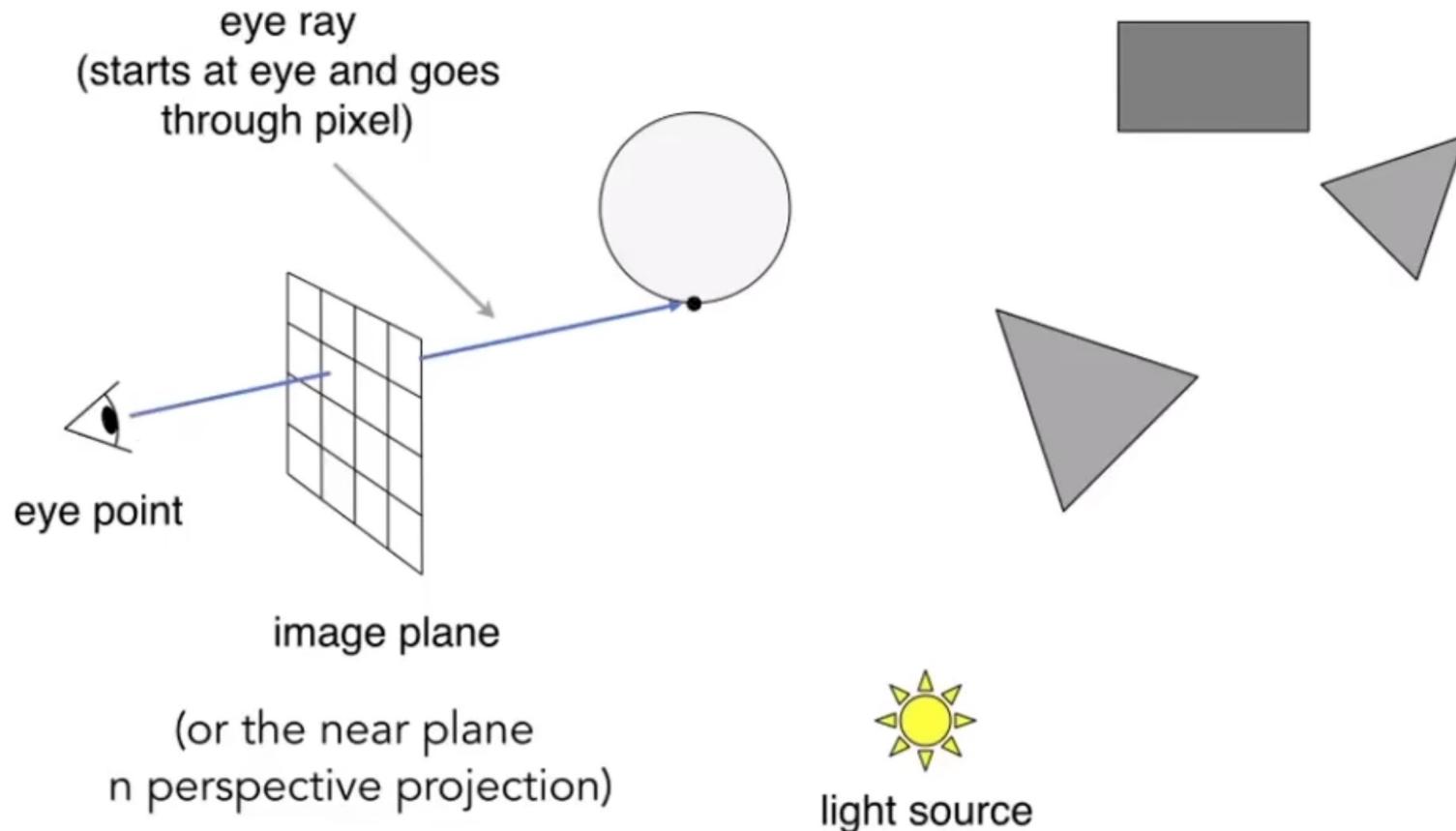
光线投射 – 找最近的交点



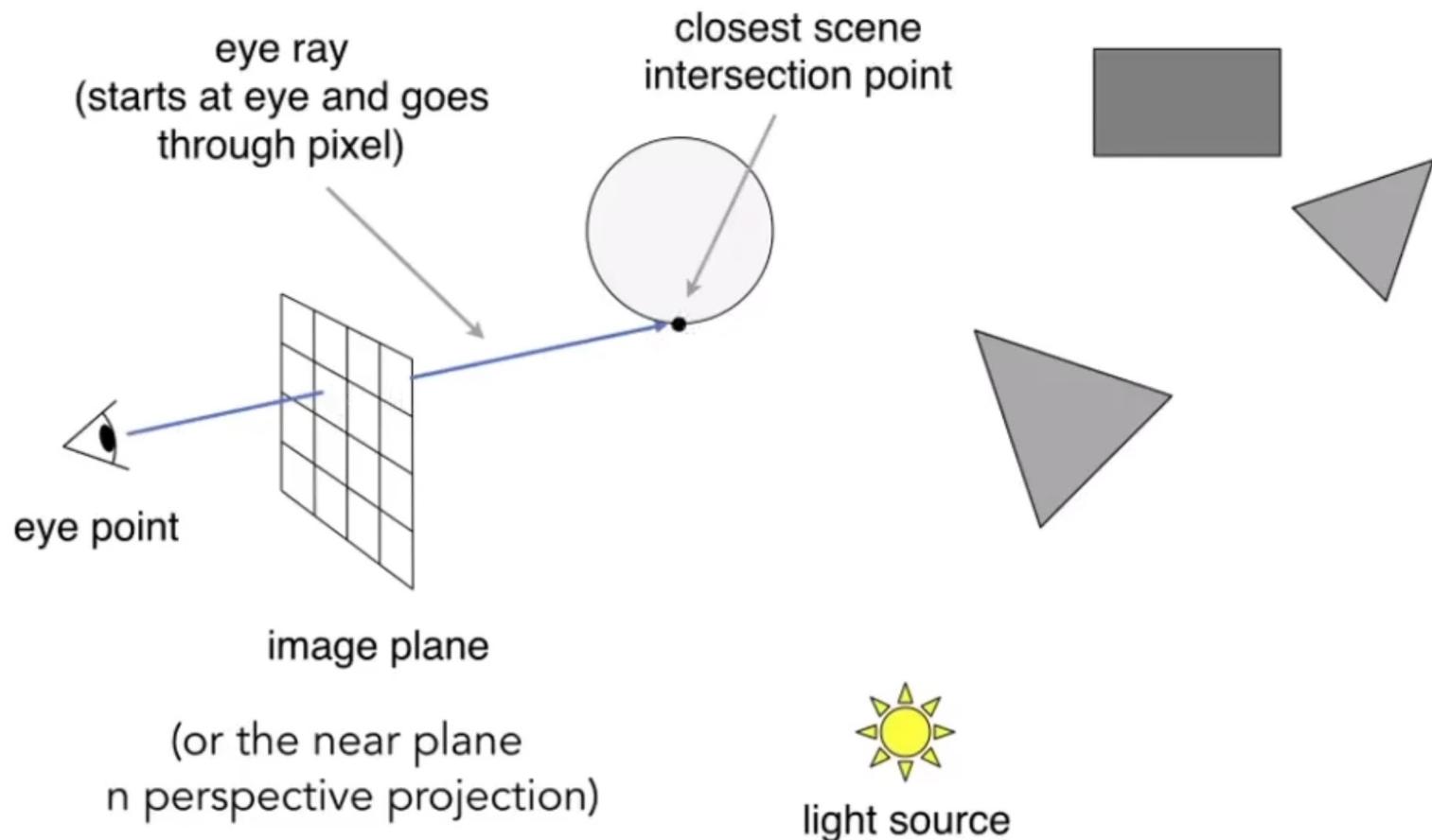
光线投射 – 找最近的交点



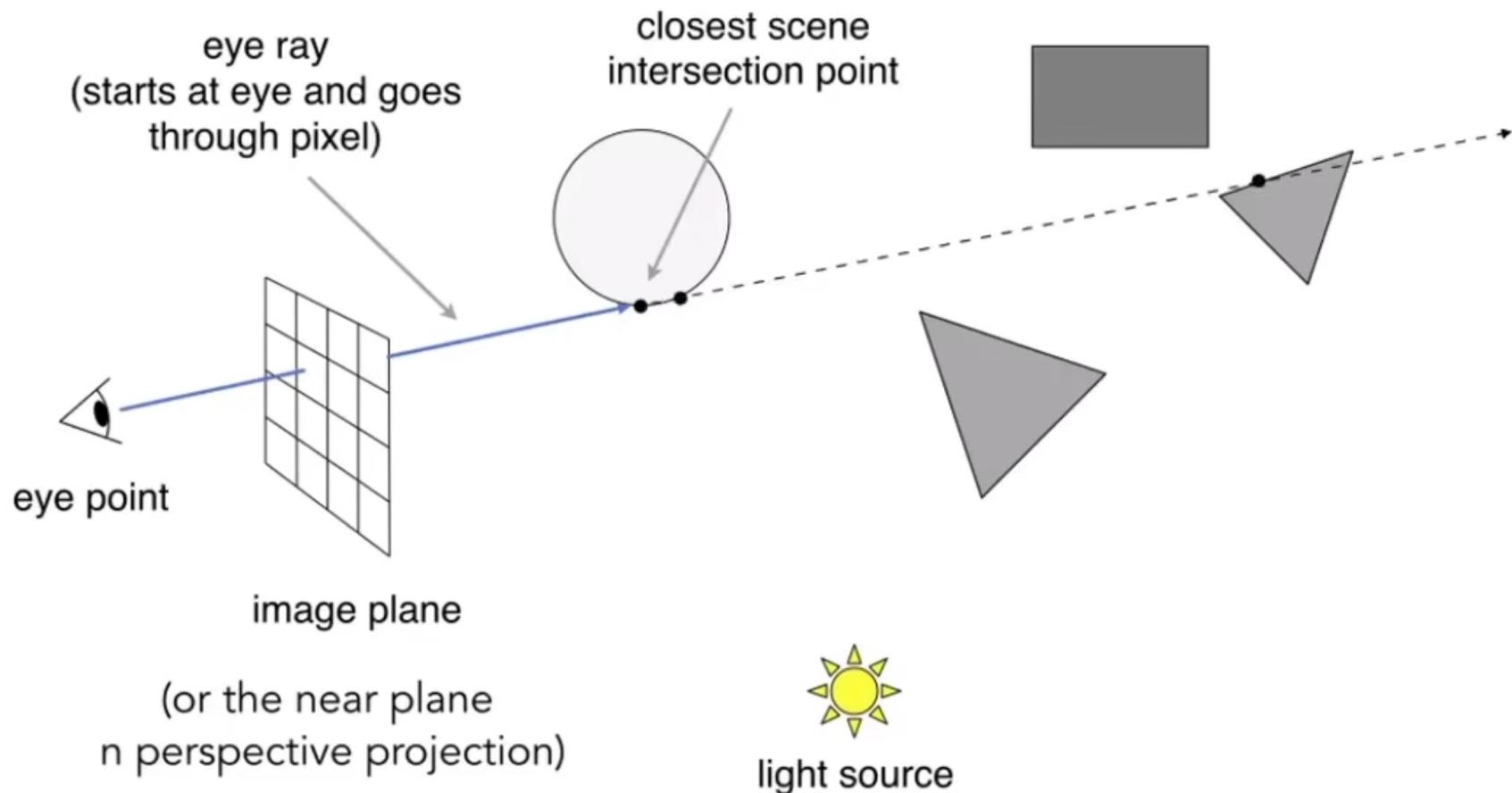
光线投射 – 找最近的交点



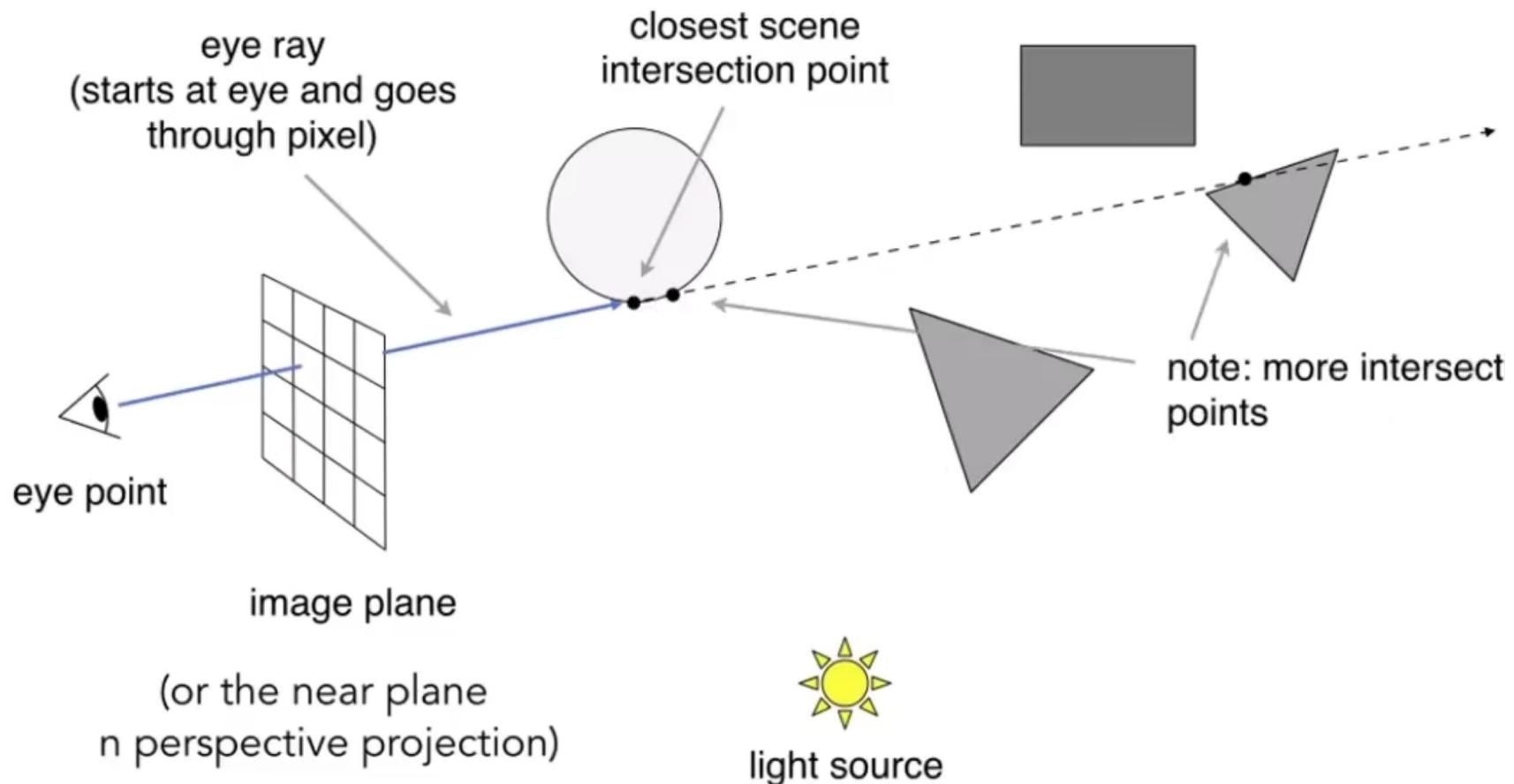
光线投射 – 找最近的交点



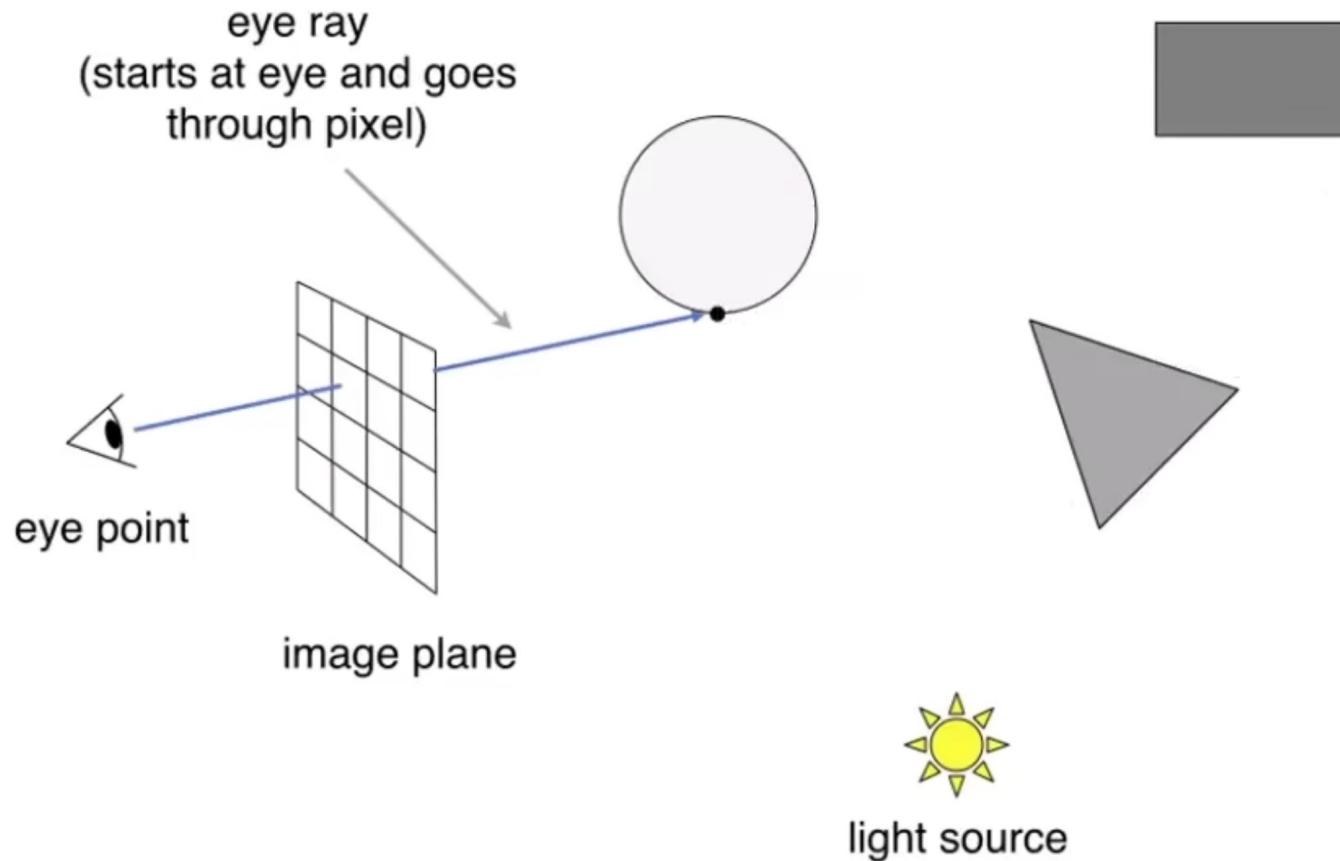
光线投射 – 找最近的交点



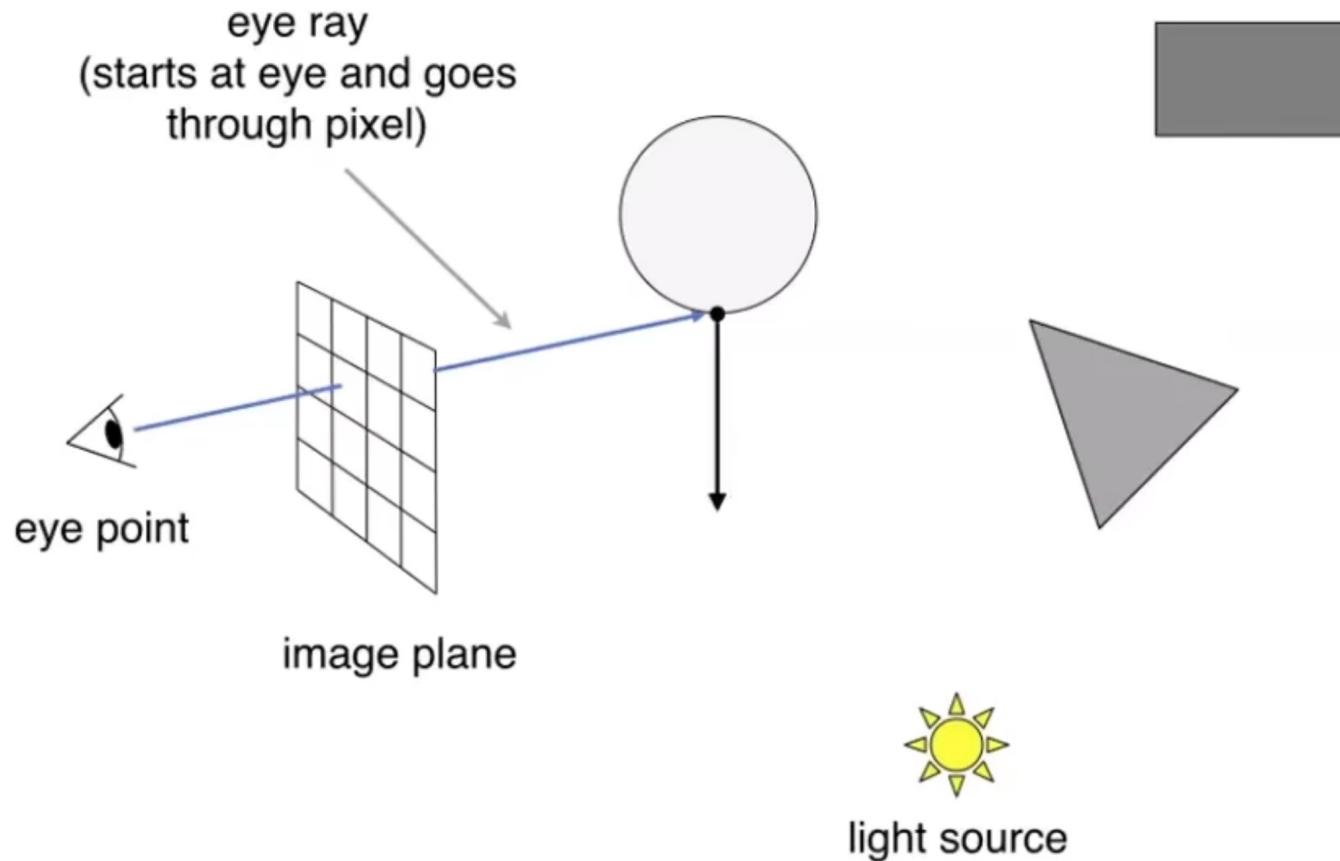
光线投射 – 找最近的交点



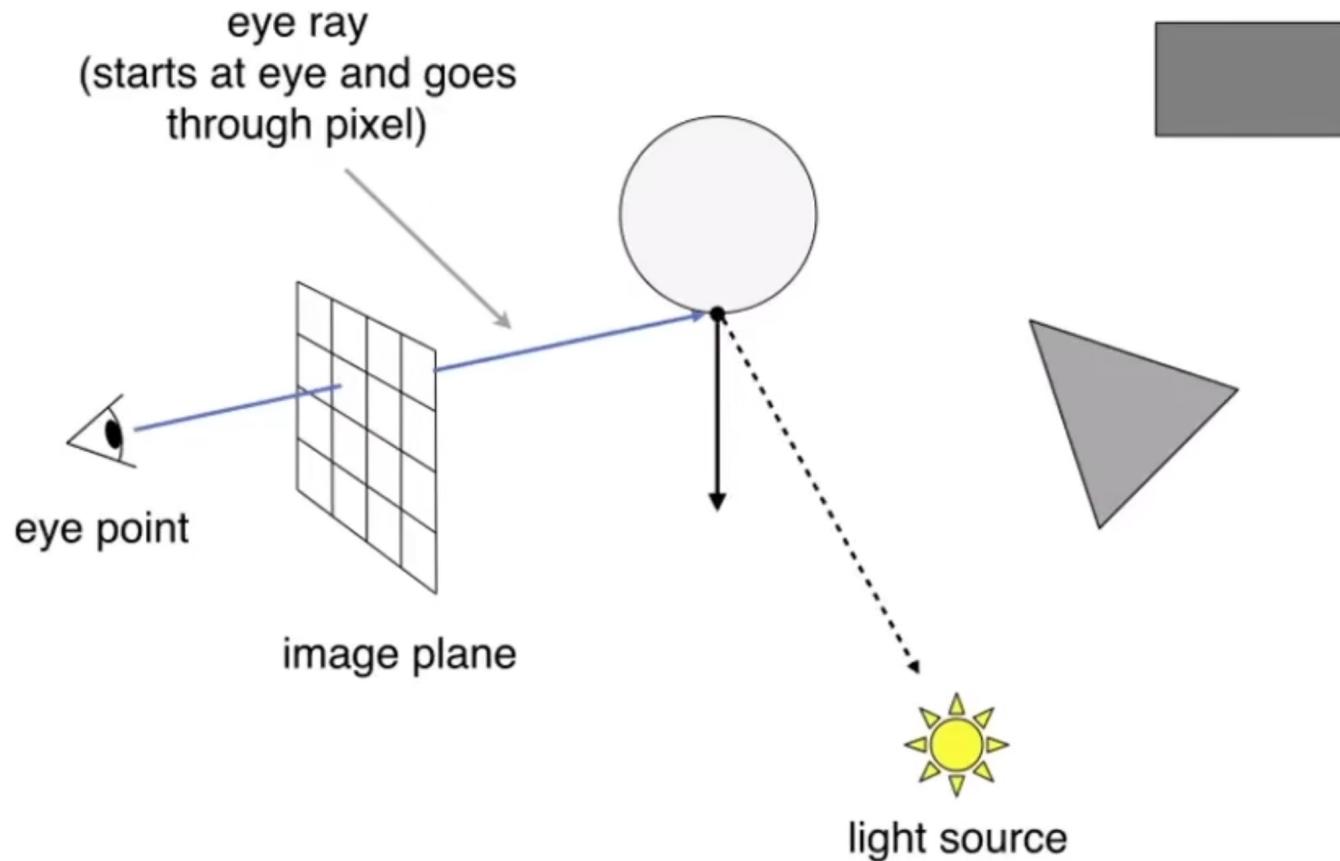
光线投射 – 为像素点着色



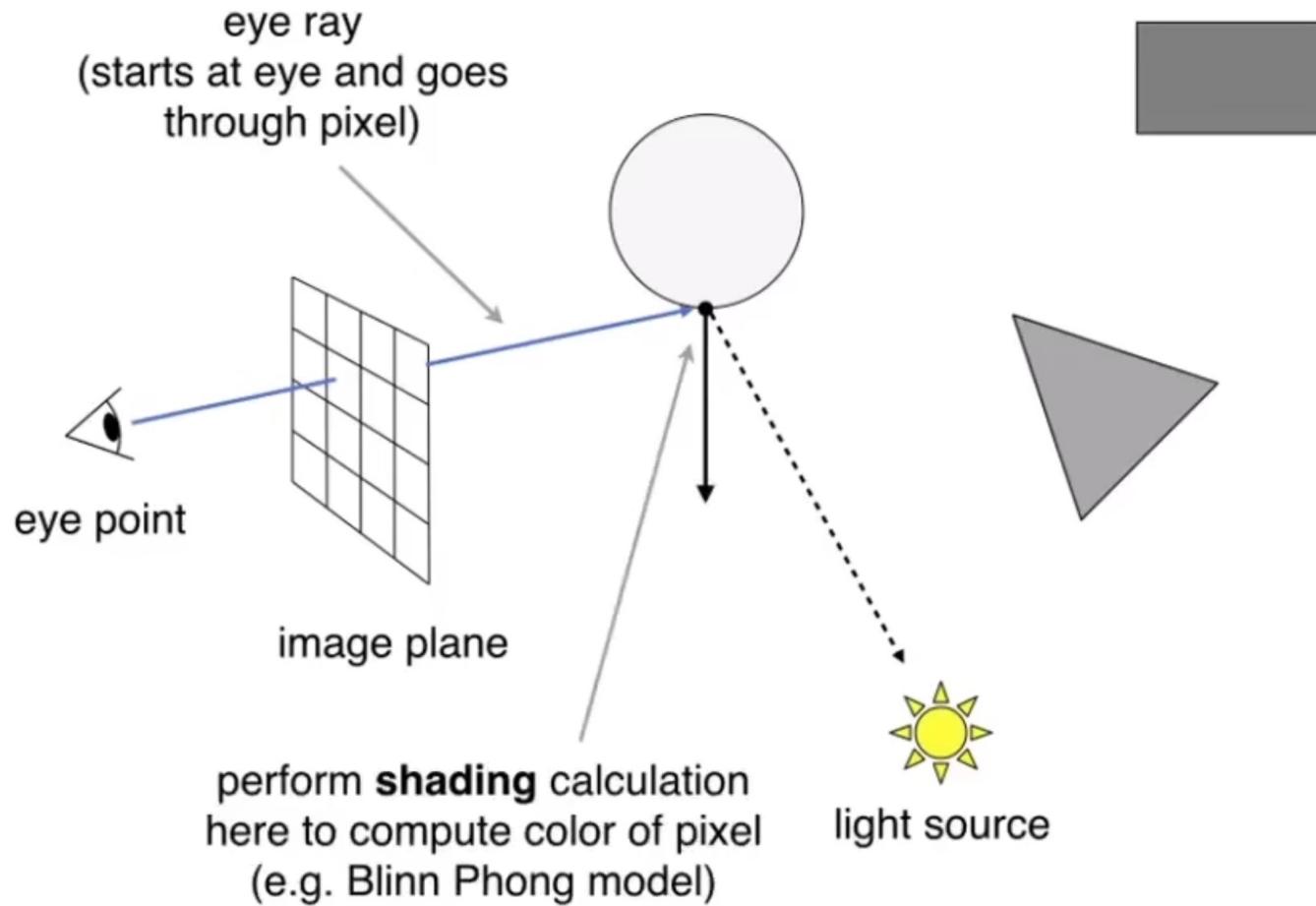
光线投射 – 为像素点着色



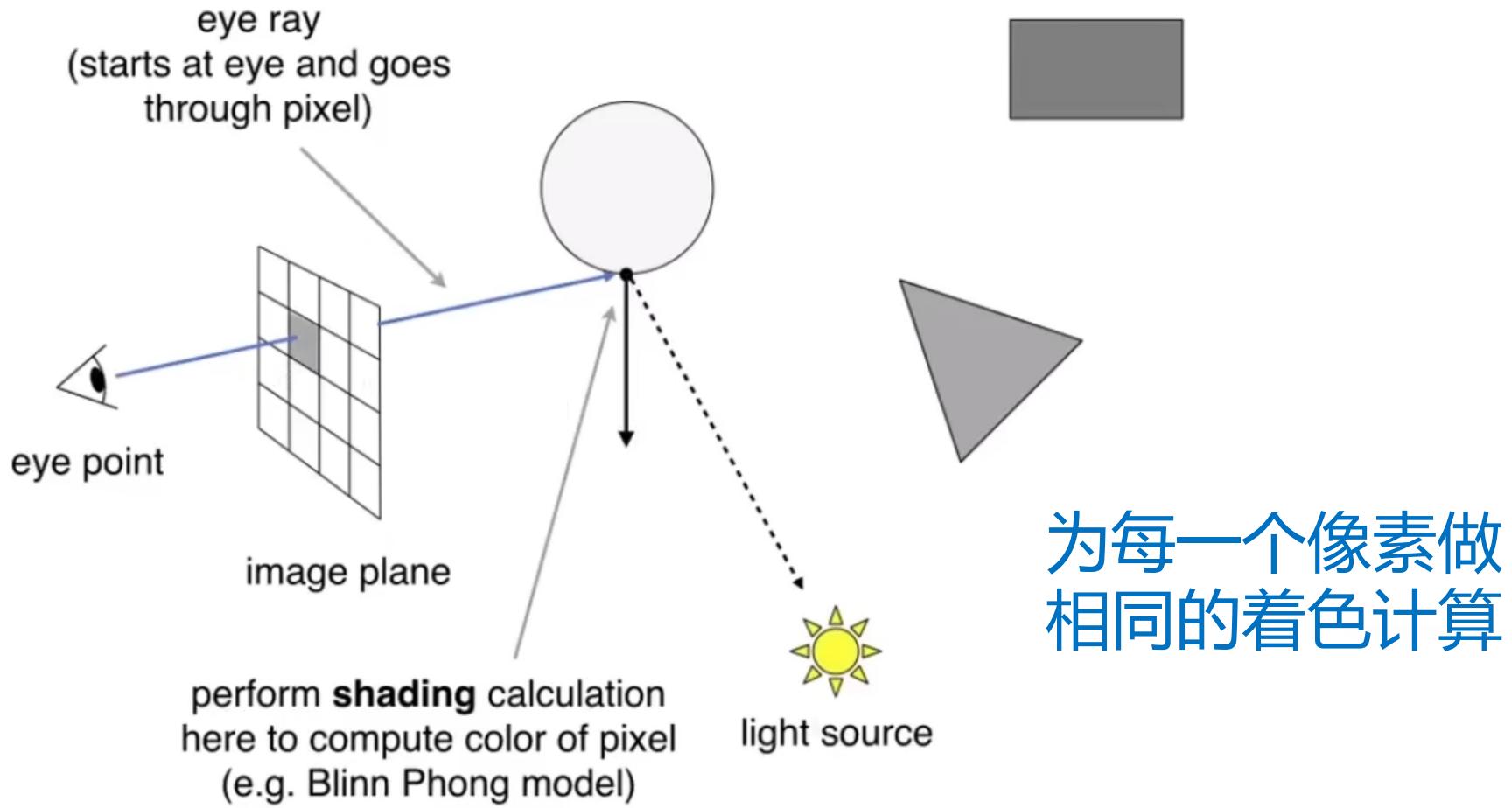
光线投射 – 为像素点着色



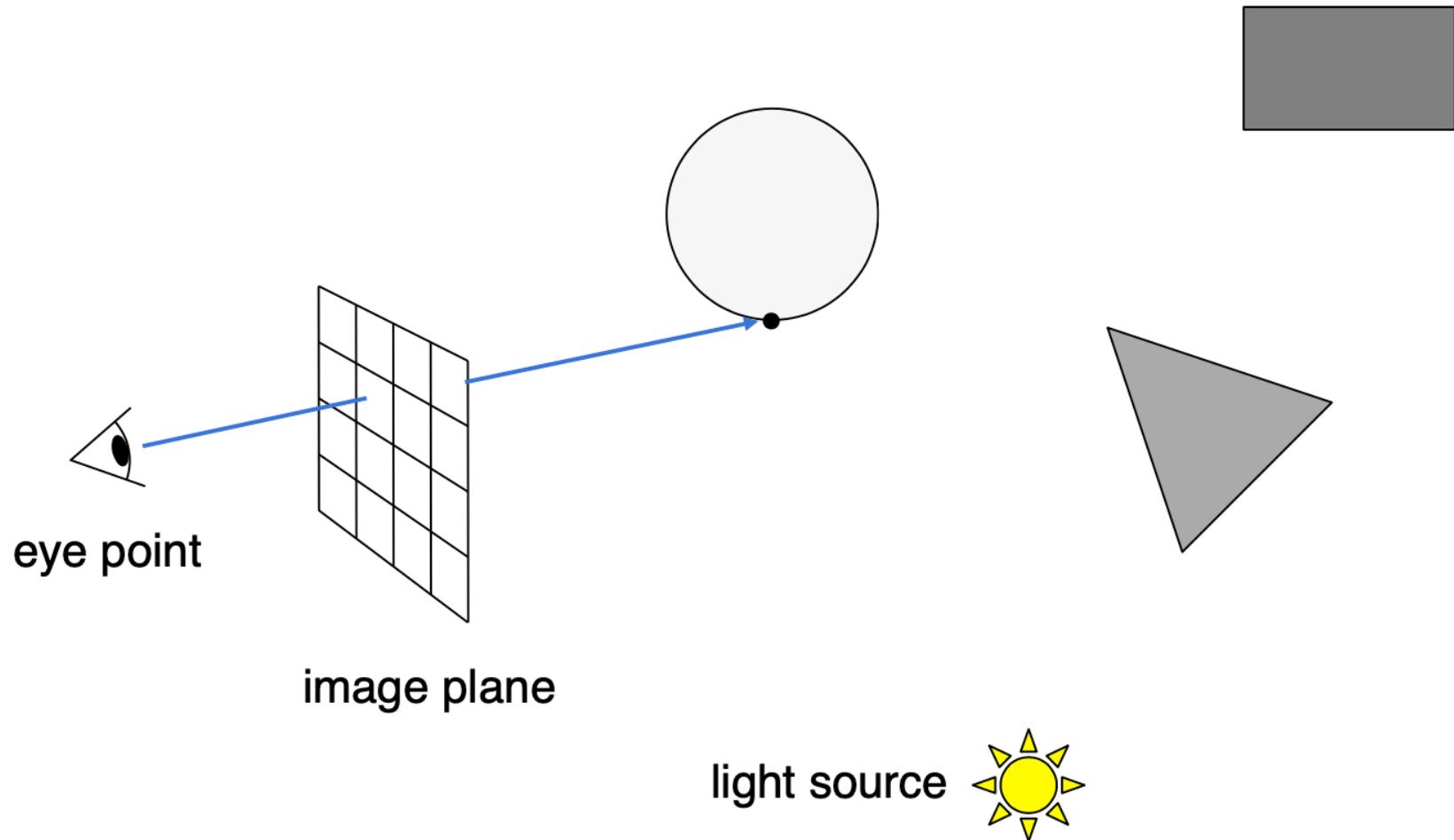
光线投射 – 为像素点着色



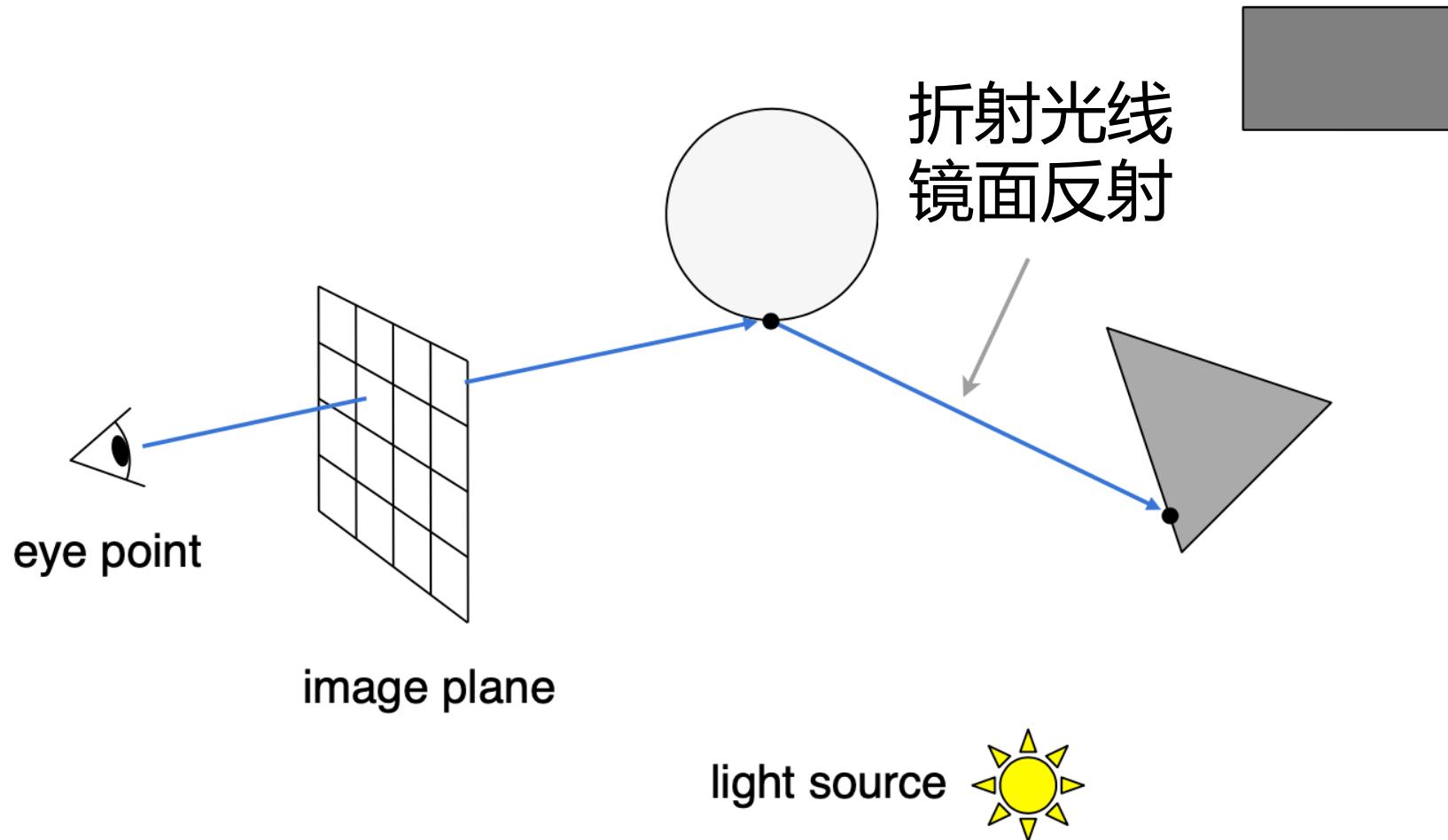
光线投射 – 为像素点着色



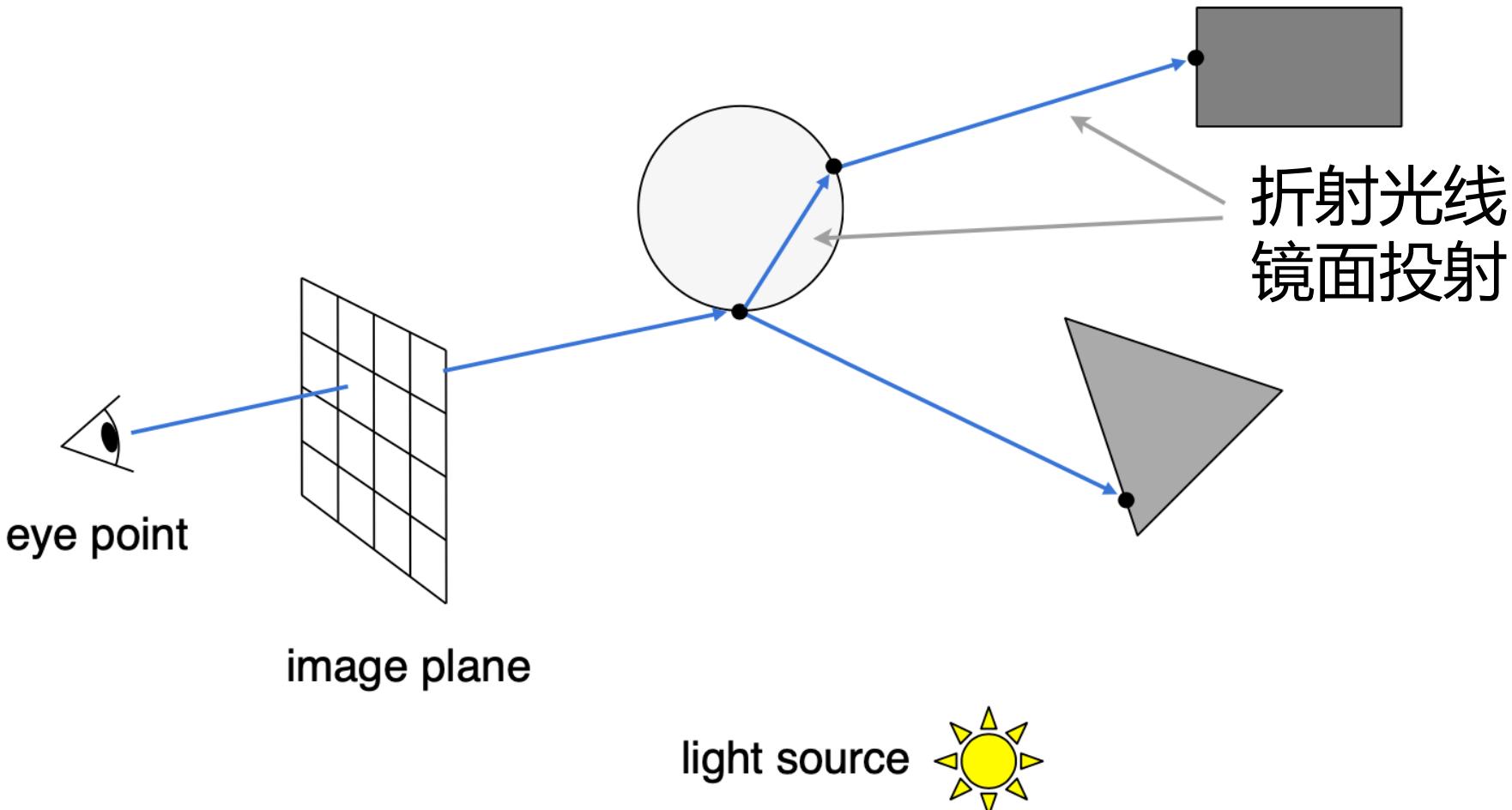
递归光线追踪 (Witted-Style)



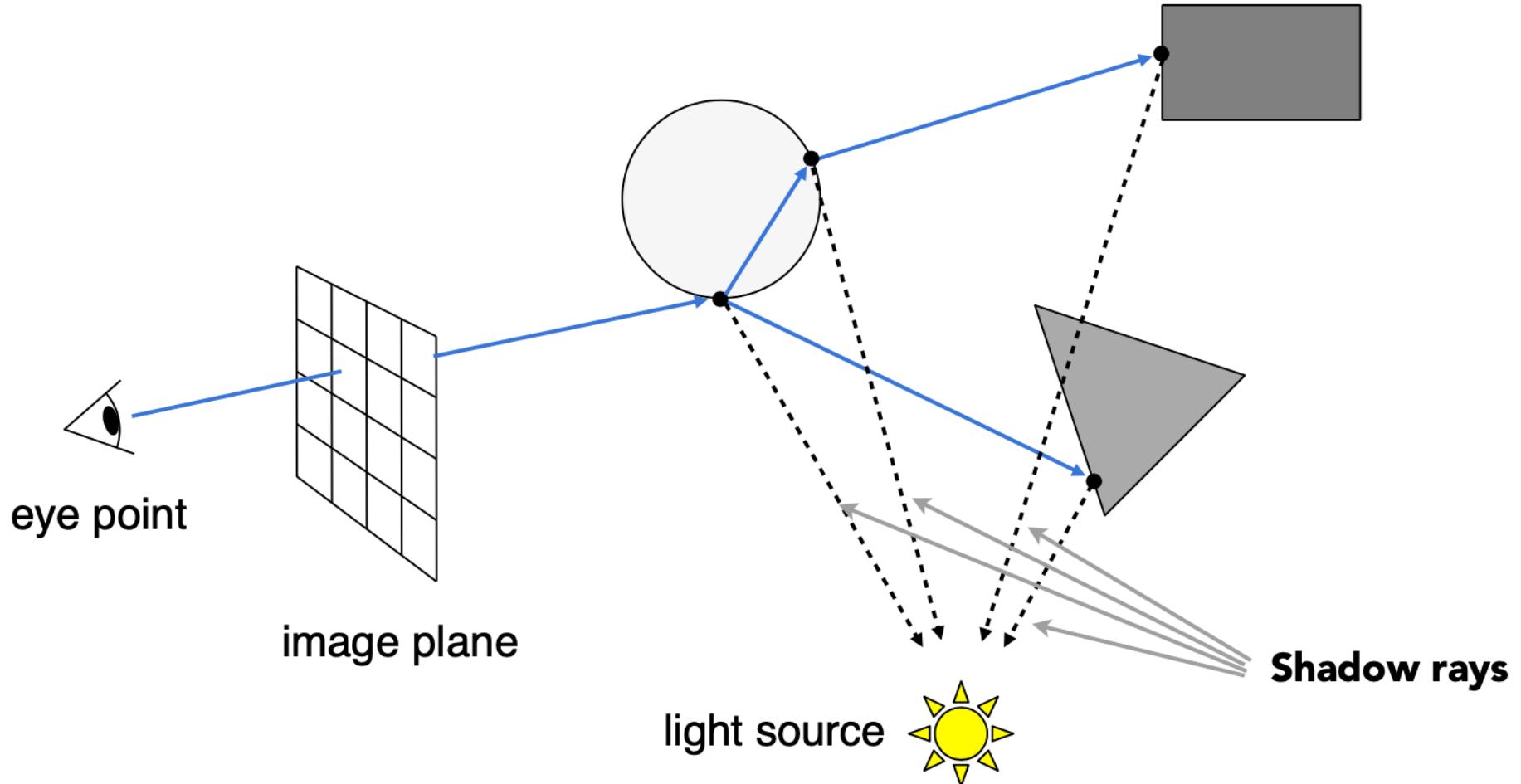
递归光线追踪 (Witted-Style)



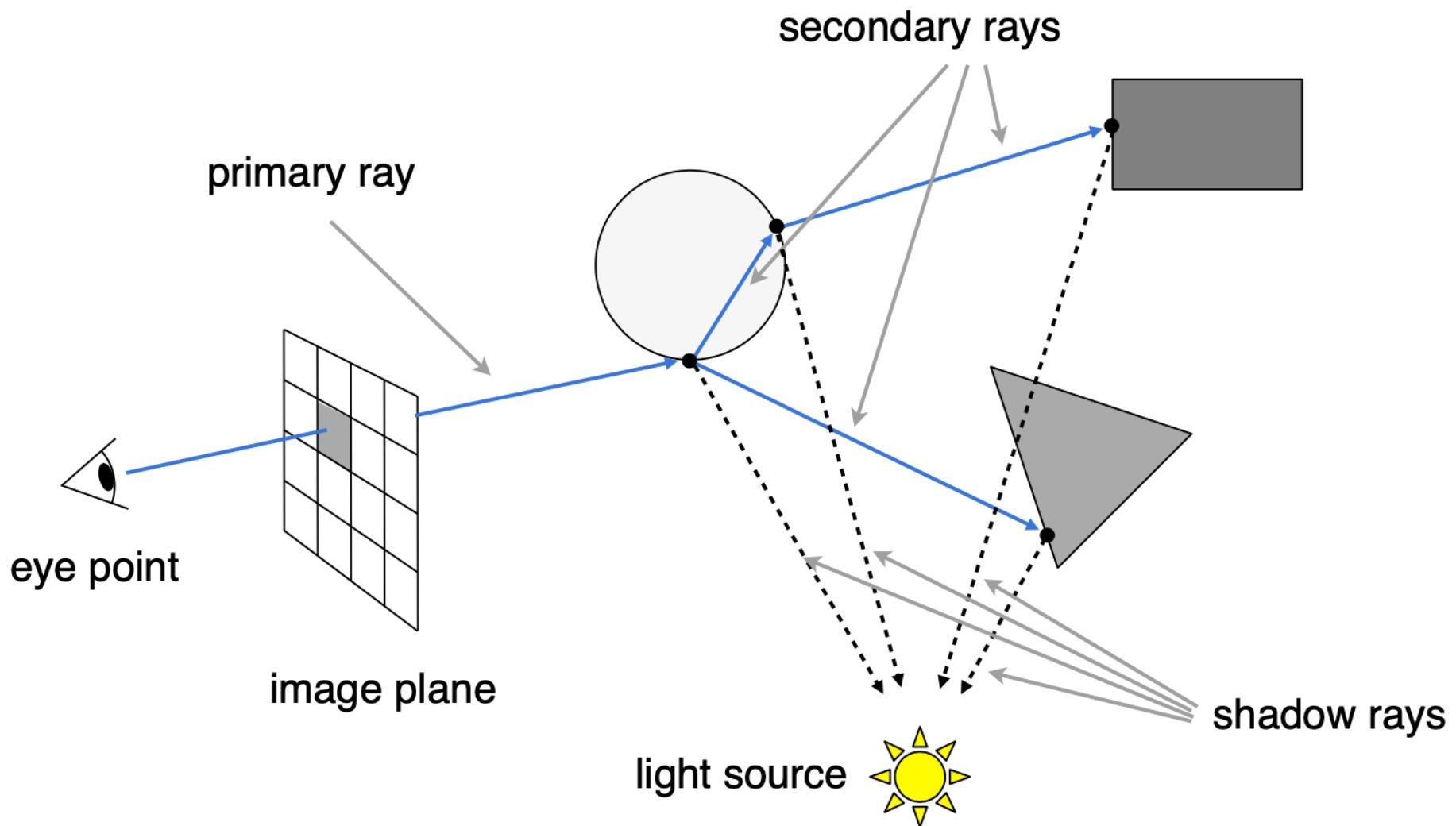
递归光线追踪 (Witted-Style)



递归光线追踪 (Witted-Style)



递归光线追踪 (Witted-Style)

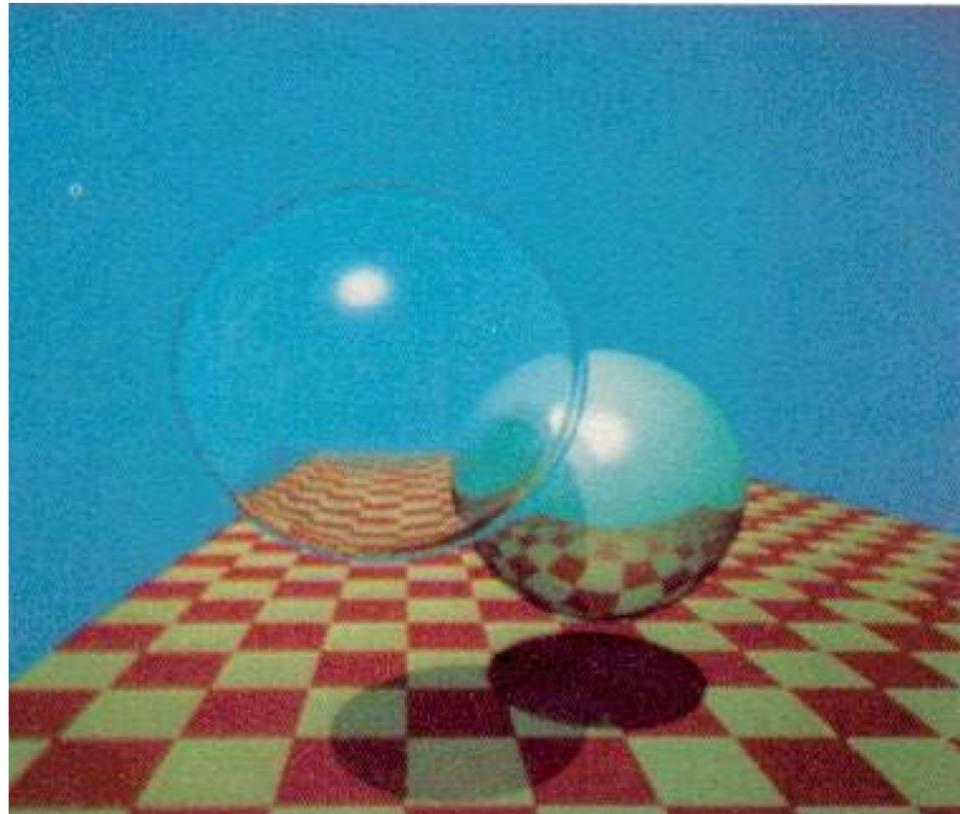


递归光线追踪 (Witted-Style)

“An improved Illumination model for shaded display”
T. Whitted, CACM 1980

Time:

- VAX 11/780 (1979) 74m
- PC (2006) 6s
- GPU (2012) 1/30s

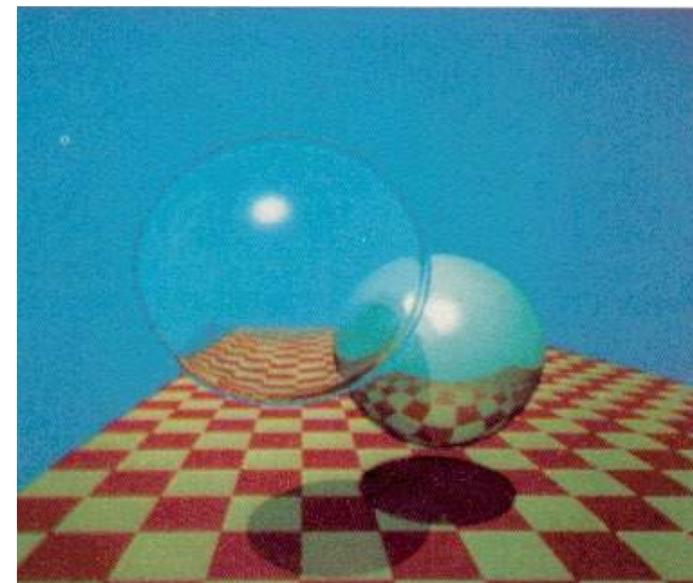
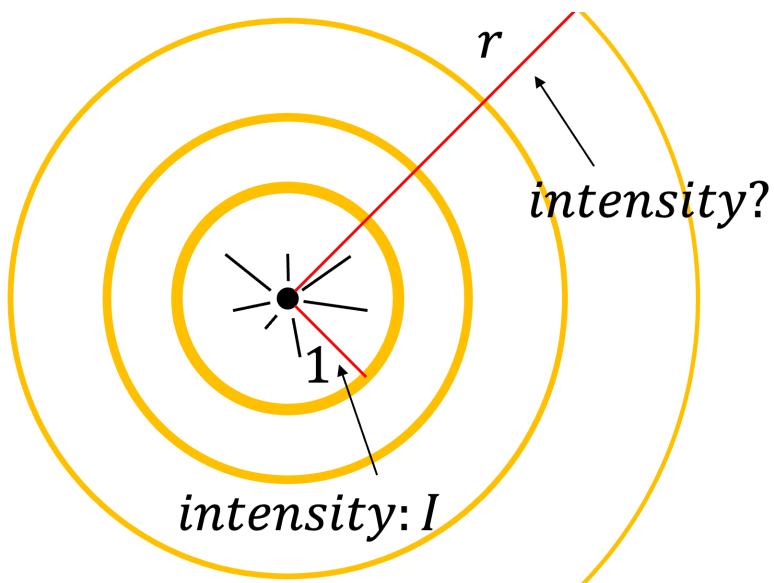


Spheres and Checkerboard, T. Whitted, 1979

Whitted 风格光线追踪的效果足够好了吗?

口在 Blinn-Phong 模型中

- 我们迄今只处理了简单的光源 (即点光源)
- 光强 (light's intensity) 具体指的是什么? 单位是什么?
- 各类型的反射系数能否反映物体的真实特性?

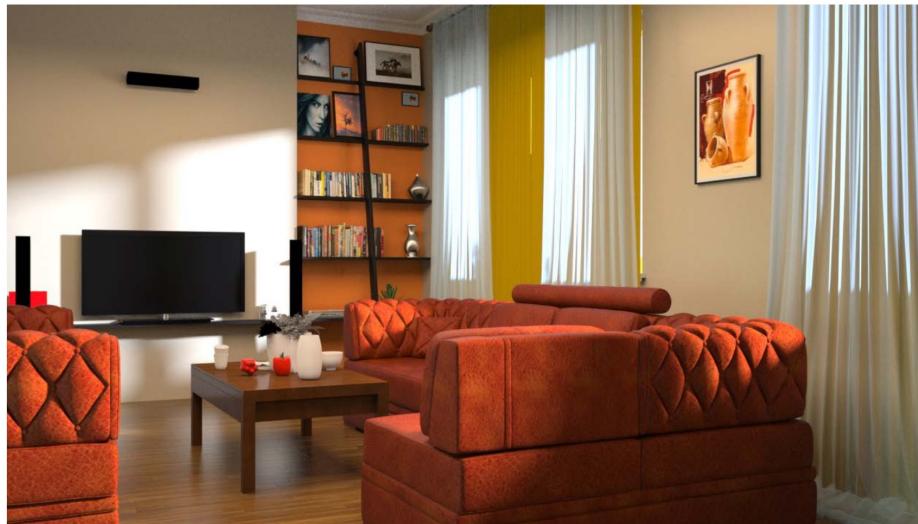


真实的渲染需要知道颜色和光的强度

color



intensity



image

辐射度量学

Radiometry

辐射度量学

- 口是一套研究电磁辐射（包括可见光）及其测定的技术
- 口精确理解光照模型，测量光的空间特性
- 口以更符合物理规律的方式进行照明计算
- 口提升图形的渲染质量和真实性，比如全局光照

光的几何光学模型

口光沿直线传播，用射线表示

口光线之间没有干扰

口光的波长<<物体的尺寸 (不从微观上研究，在符合人类对光的感知的尺度上即可，没有衍射和干涉)



从光子出发

□许多物理过程将能量转化为光子

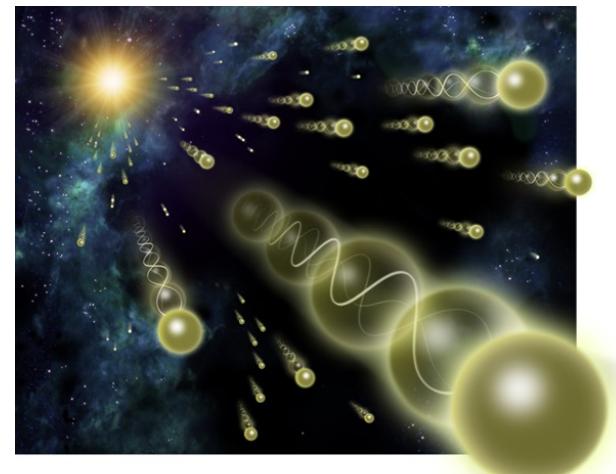
- 白炽灯泡将热量转化为光
- 恒星 (比如太阳) 的核聚变产生光子
- ...

□每个光子携带少量能量

□**光子撞击物体**的能量约等于 “亮度”

- 电影、眼睛、太阳能板...

需要从不同维度测量和描述能量
(亦即光)，这些信息能用来绘制
精美的图像

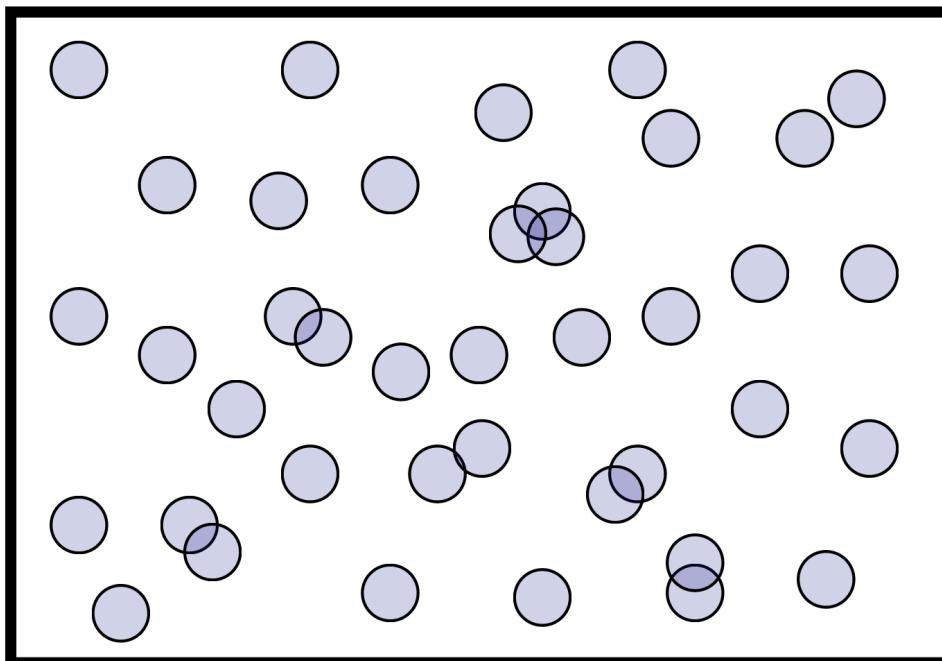


我们如何测量和量化光?
How do we measure and
quantify light?

辐射能量 Radiant Energy

口辐射能量是**电磁波（包括光）传递的能量**，这种能量可以被吸收，反射，发射和传输

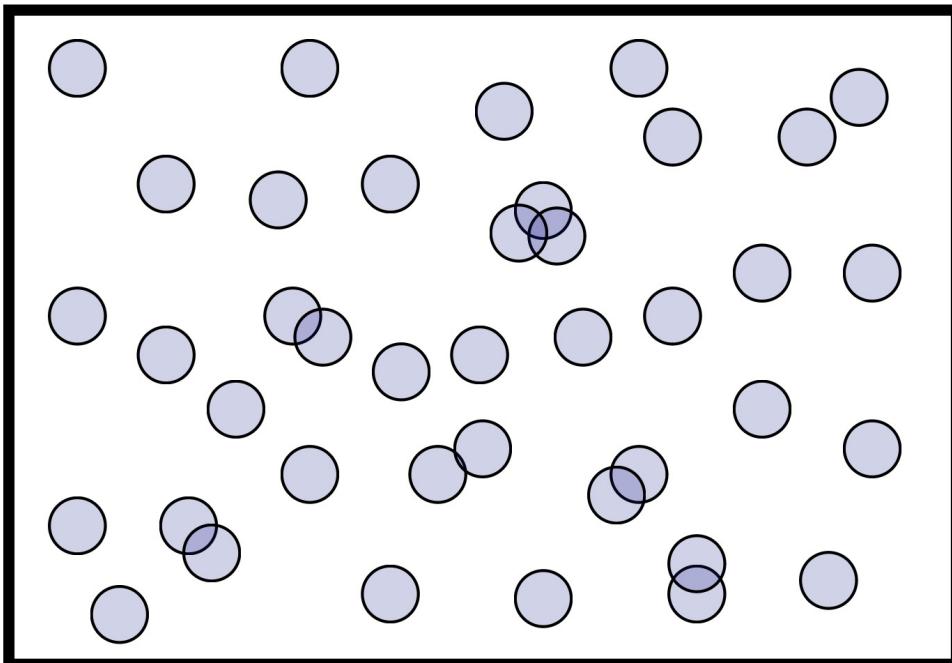
口可抽象地理解为在**一段时间内**，光子击中**某一面积**的次数



“Radiant energy”: 40

辐射功率/辐射通量 Radiant Flux

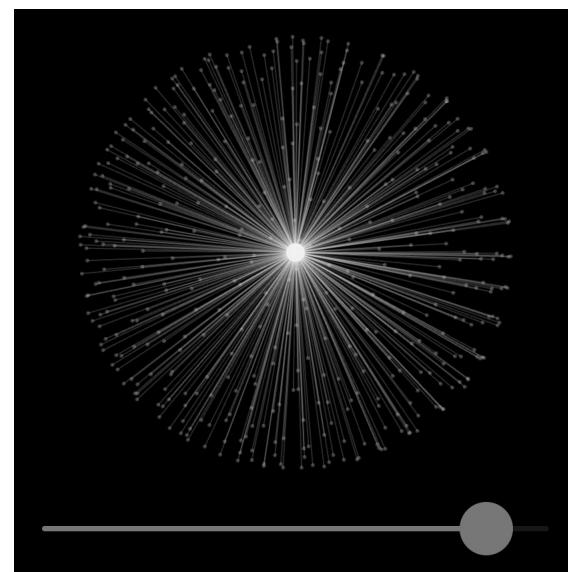
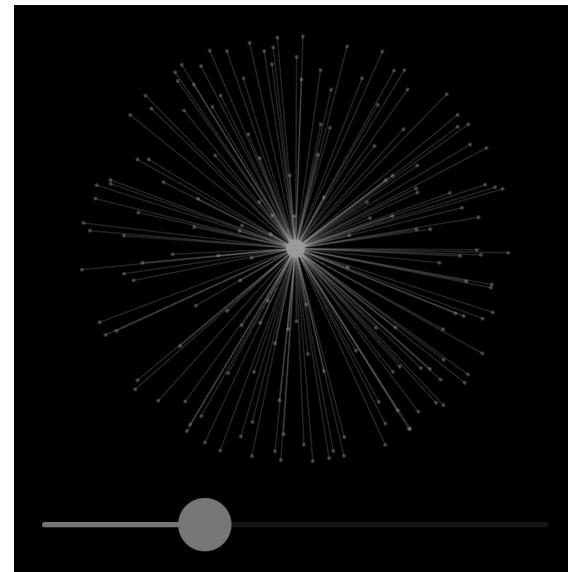
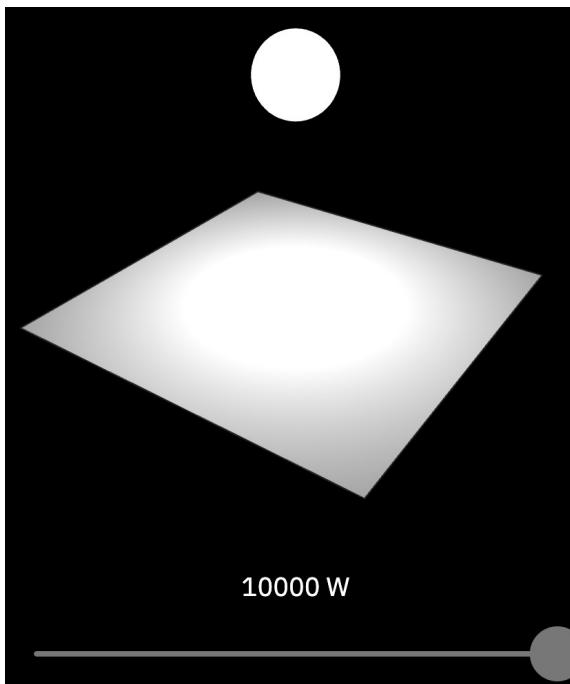
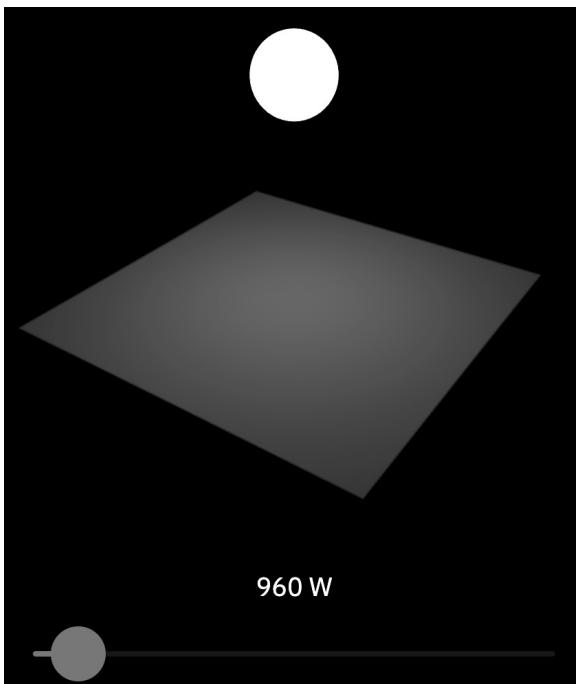
- 口辐射通量是**单位时间内通过某一面积的辐射能量**
- 口可抽象理解为在**单位时间内**，光子击中**某一面积**的次数
- 口假定每个光子的能量相同，则功率越大物体看起来越亮



假设 40 个光子
耗费 2s 到达

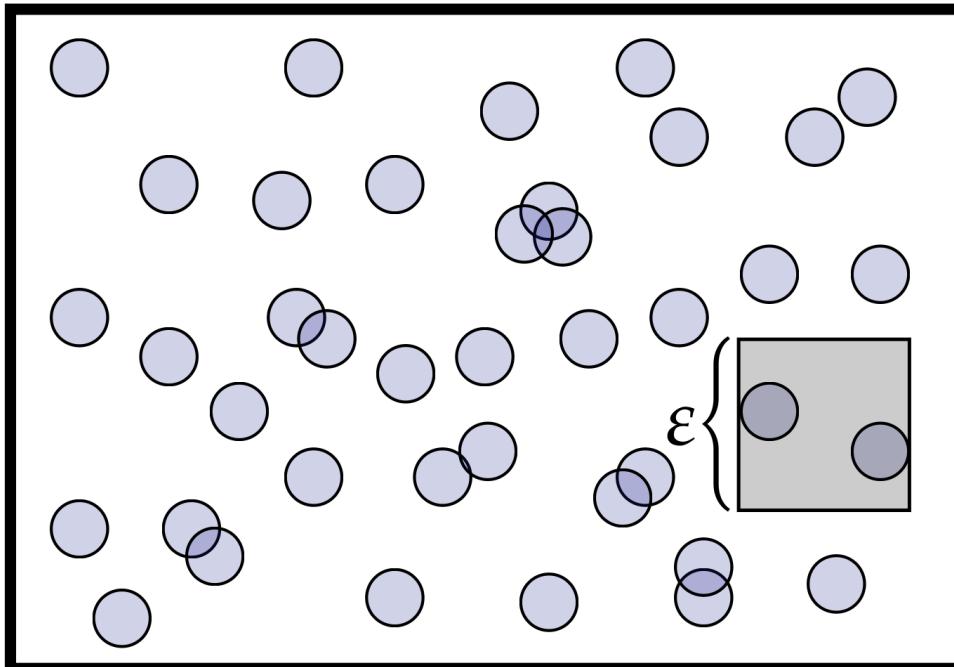
Estimate of “radiant flux”: $40 \text{ hits}/2\text{s} = 20 \text{ hits/s}$

辐射功率可视化



辐照度 Irradiance

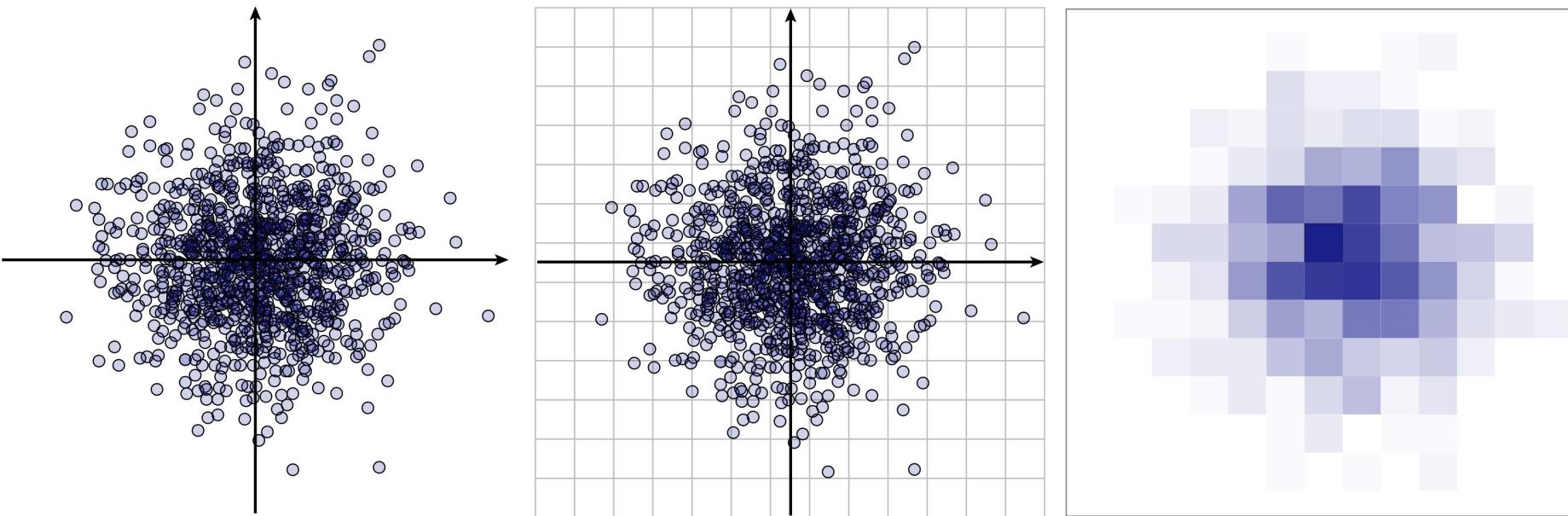
- Irradiance 是单位时间内通过单位面积的辐射能量，也就是辐射功率 Radiant Flux 的密度
- 可抽象理解为在单位时间内，光子击中单位面积的次数



Estimate of “radiant energy density”: $2/\varepsilon^2$

通过估计 Irradiance 来生成图像

- 为了生成图像，我们需要知道光子打在了具体哪个地方
- 从这个角度来看，我们在图像生成中的目标是估计图像每个点的辐照度（比如每个像素的 Radiant flux）



回顾目前为止的概念

辐射能量

Radiant energy

一段时间、某一面积的撞击数

辐射能量密度

Radiant energy density

一段时间、单位面积的撞击数

辐射功率

Radiant flux

单位时间、某一面积的撞击数

辐射功率密度

Radiant flux density

a.k.a. 辐照度 **Irradiance**

单位时间、单位面积的撞击数

它们的单位是什么？

测量光照：辐射能量

口如何才能更精确地计算能量？

口前面说只需要计算光子撞击的次数，
但所有撞击贡献的能量都一样吗？

口计算每一个光子的能量 Q ：

普朗克常数

光速

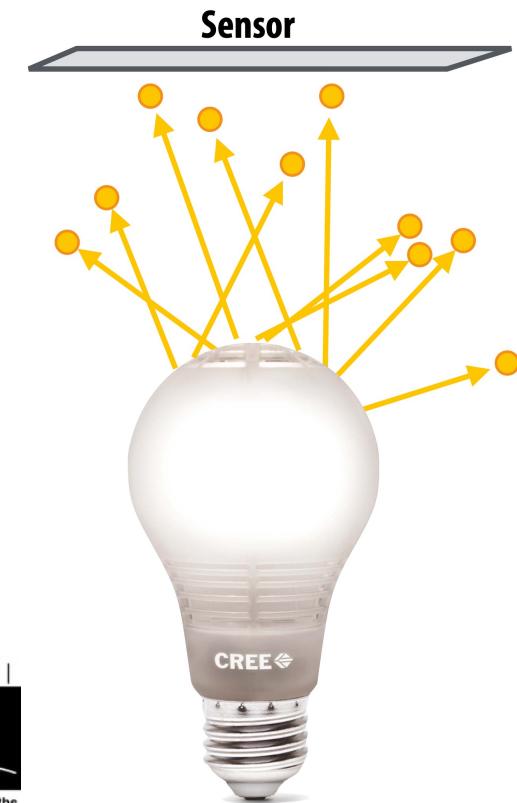
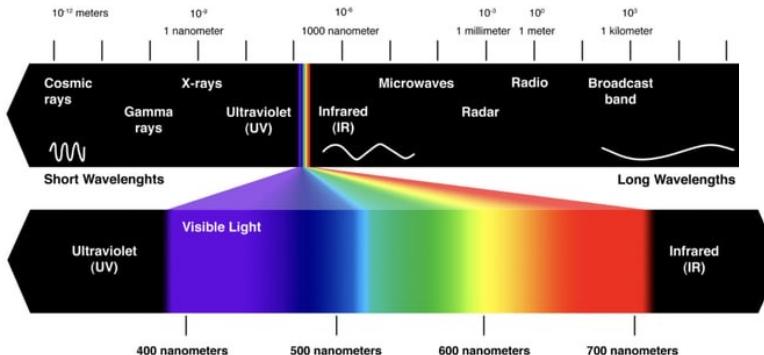
$$Q = \frac{hc}{\lambda}$$

波长 (颜色!)

$$h \approx 6.626 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} \quad (\text{Joules times seconds})$$

$$c \approx 3.00 \times 10^8 \text{ m/s} \quad (\text{meters per second})$$

$$\lambda \approx 390\text{--}700 \times 10^{-9} \text{ m (visible)}$$



Q: 一个光子能量的单位是什么?

$$\frac{(J \times s)(m/s)}{m} = J$$

测量光照：辐射功率 (辐射通量)

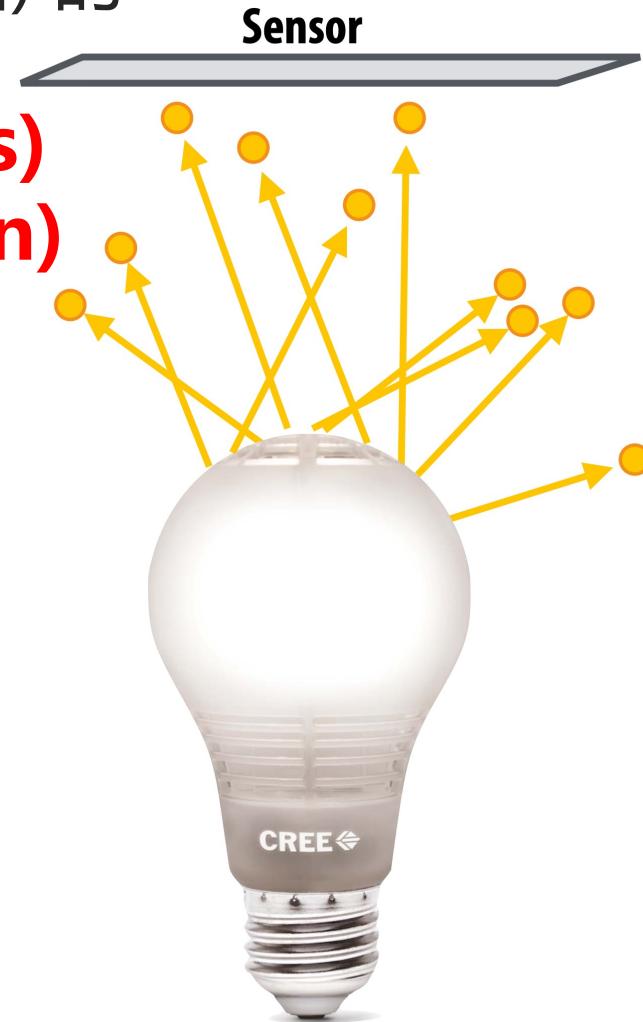
口通量 (flux): 传感器接收 (或光发射出) 的
单位时间能量 (瓦特 Watts)

$$\Phi = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dQ}{dt} \left[\frac{J}{s} \right]$$

口反过来考虑：功率的时间积分
就是总的辐射能量

$$Q = \int_{t_0}^{t_1} \Phi(t) dt$$

单位是什么？



测量光照：辐照度

口辐射功率 (Radiant flux): 能量的时间密度

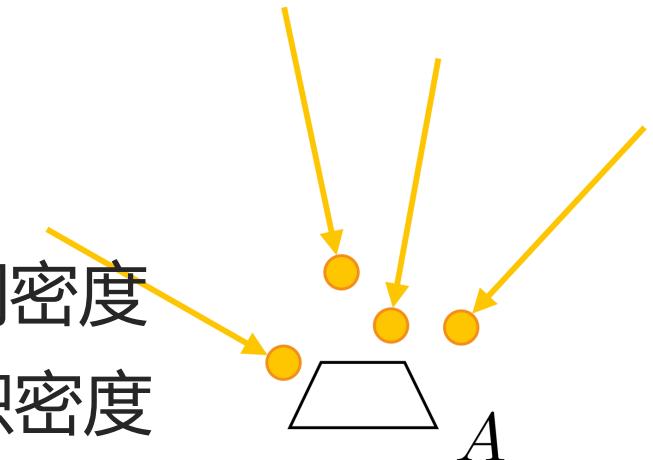
口辐照度 (Irradiance): 辐射功率的面积密度

口给定一个面积为 A 的传感器，我们可以计算整个传感器区域的平均辐射功率

$$\frac{\Phi}{A}$$

口辐照度 E 是通过求传感器上单个点 p 的面积极限得出的

$$E(p) = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{\Delta \Phi(p)}{\Delta A} = \frac{d\Phi(p)}{dA} \left[\frac{W}{m^2} \right] \left[\frac{lm}{m^2} = lux \right]$$



回顾目前为止的概念 (带单位)

辐射能量

Radiant energy

一段时间、某一面积的撞击数

焦耳 (J, Joules)

辐射功率

Radiant flux

单位时间、某一面积的撞击数

焦耳每秒 (J/s)

=瓦特 (W, Watts)

辐射能量密度

Radiant energy density

一段时间、单位面积的撞击数

焦耳每平方米 (J/m²)

辐射功率密度

Radiant flux density

a.k.a. **辐照度 Irradiance**

单位时间、单位面积的撞击数

瓦特每平方米 (W/m²)

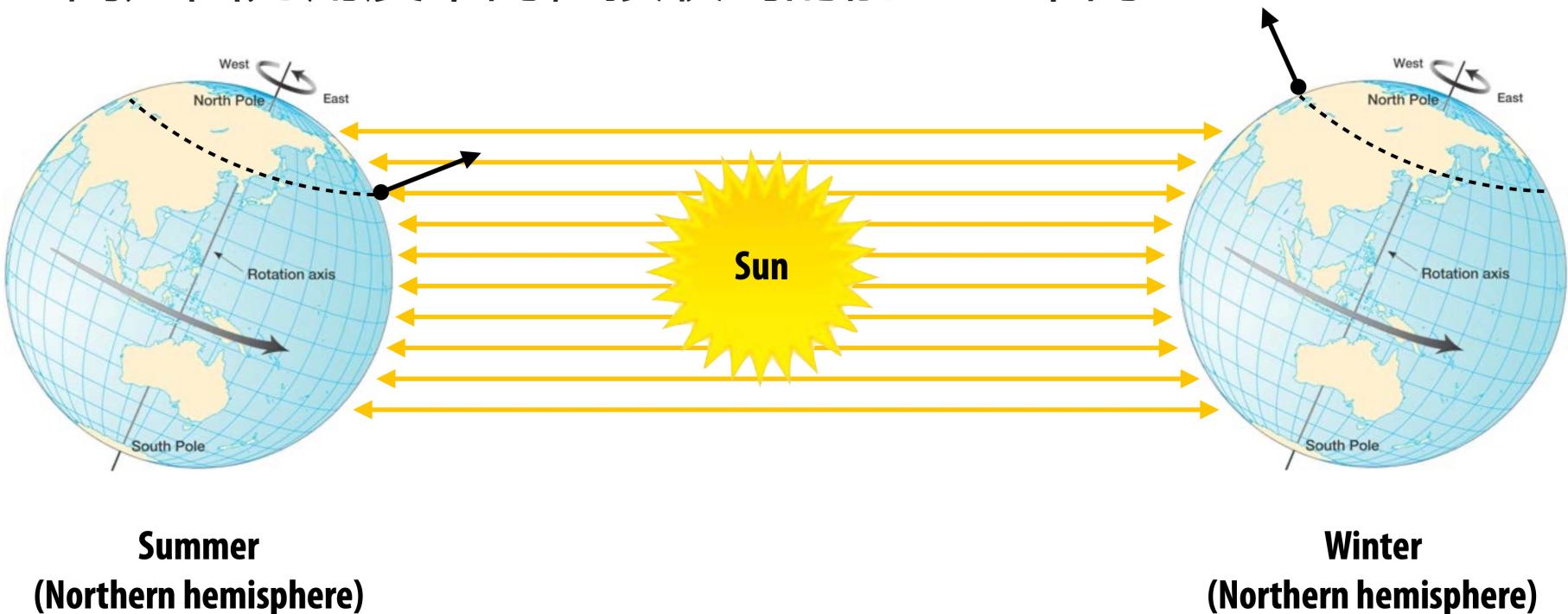


为什么一个曲面有的地
方亮，有的暗？

为什么我们会有四季？

口并不是因为冬天我们距离太阳比较远

口而是因为角度不同，接收到的能量也不同



Earth's axis of rotation: $\sim 23.5^\circ$ off axis

用辐照度表示光束的功率

口考虑辐射功率为 Φ 的光束入射到面积为 A 的表面

辐照度 Irradiance
(单位时间和单位面
积的能量)

$$E = \frac{\Phi}{A}$$

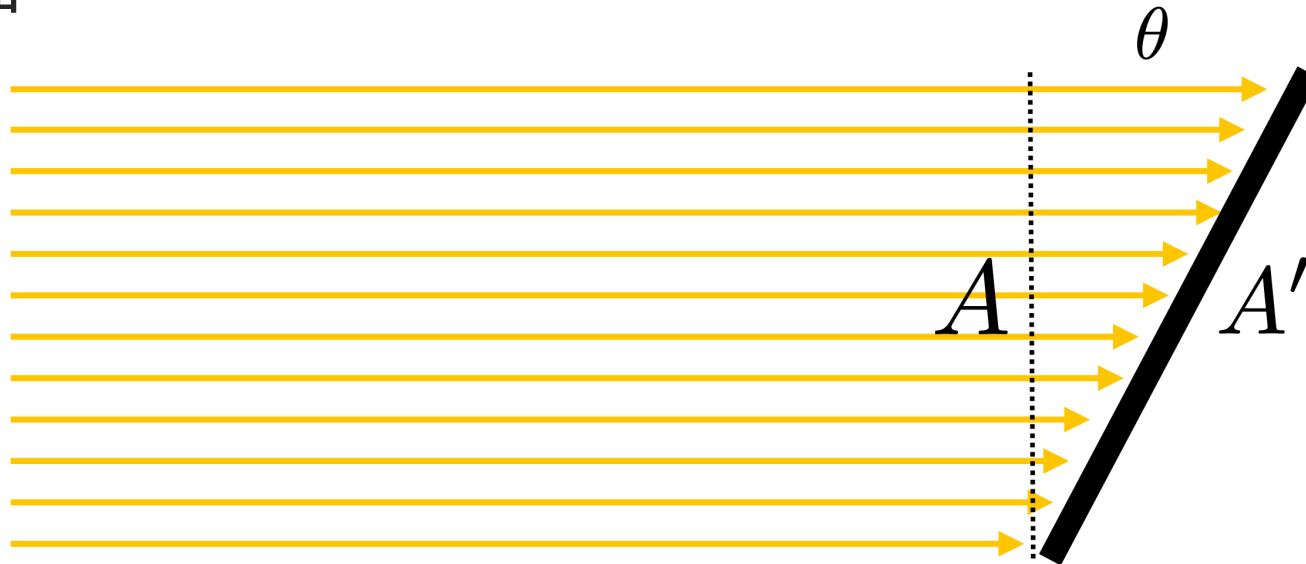
$$\Phi = EA$$

Radiant flux
辐射通量
(单位时间的能量)



投影面积

考虑辐射功率为 Φ 的光束入射到面积为 A' 且角度为 θ 的表面



$$A = A' \cos \theta$$

A 相对于光束方向的投影面积

朗伯定律 Lambert's Law

口表面的辐照度和光方向与表面法线之间的角度余弦成正比



$$A = A' \cos \theta$$

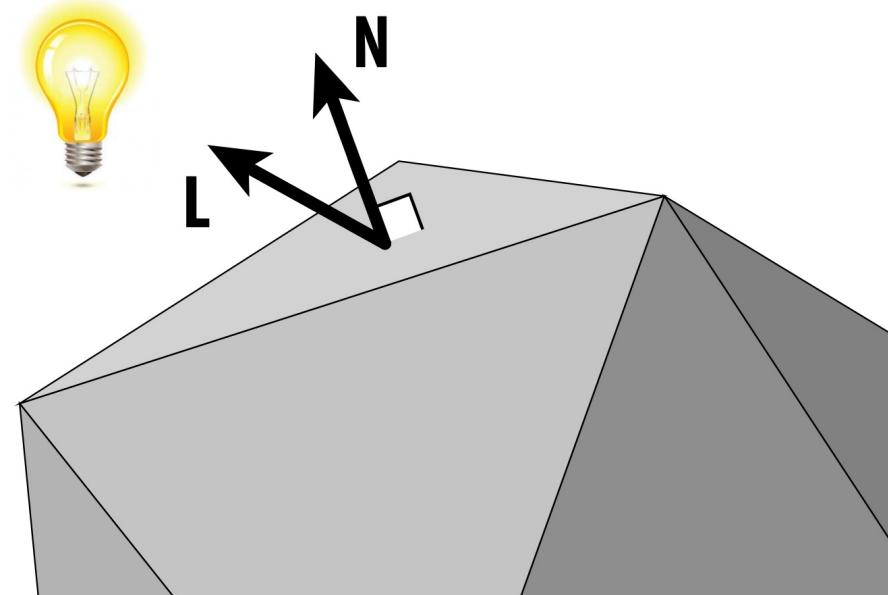
$$E = \frac{\Phi}{A'} = \frac{\Phi \cos \theta}{A}$$

“N-dot-L” 光照

曲面着色的最基本方法：取单位曲面法线 (N) 和单位光方向 (L) 的点积

```
double surfaceColor( Vec3 N, Vec3 L )  
{  
    return dot( N, L );  
}
```

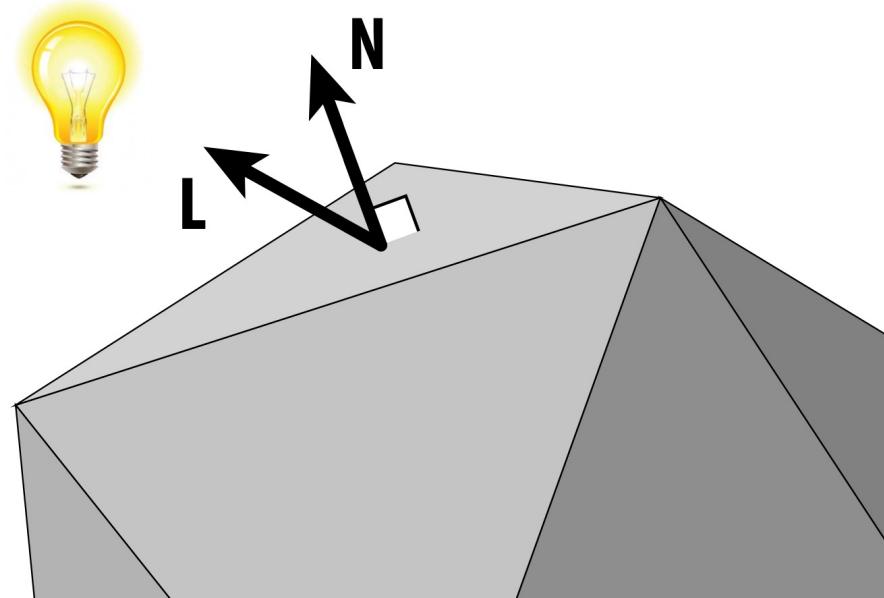
(Q: What's wrong with this code?)



“N-dot-L” 光照

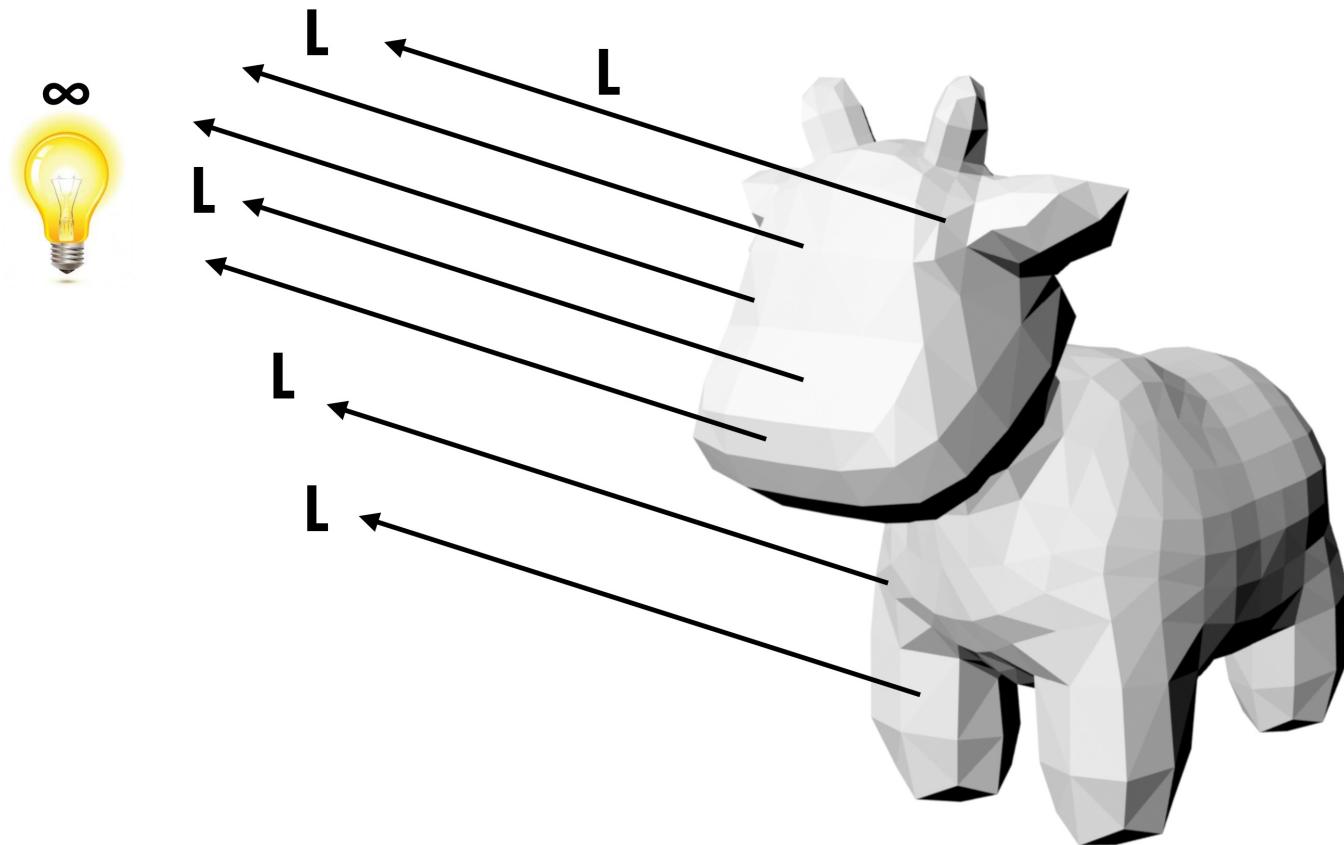
曲面着色的最基本方法：取单位曲面法线 (N) 和单位光方向 (L) 的点积

```
double surfaceColor( Vec3 N, Vec3 L )  
{  
    return max( 0., dot( N, L ));  
}
```



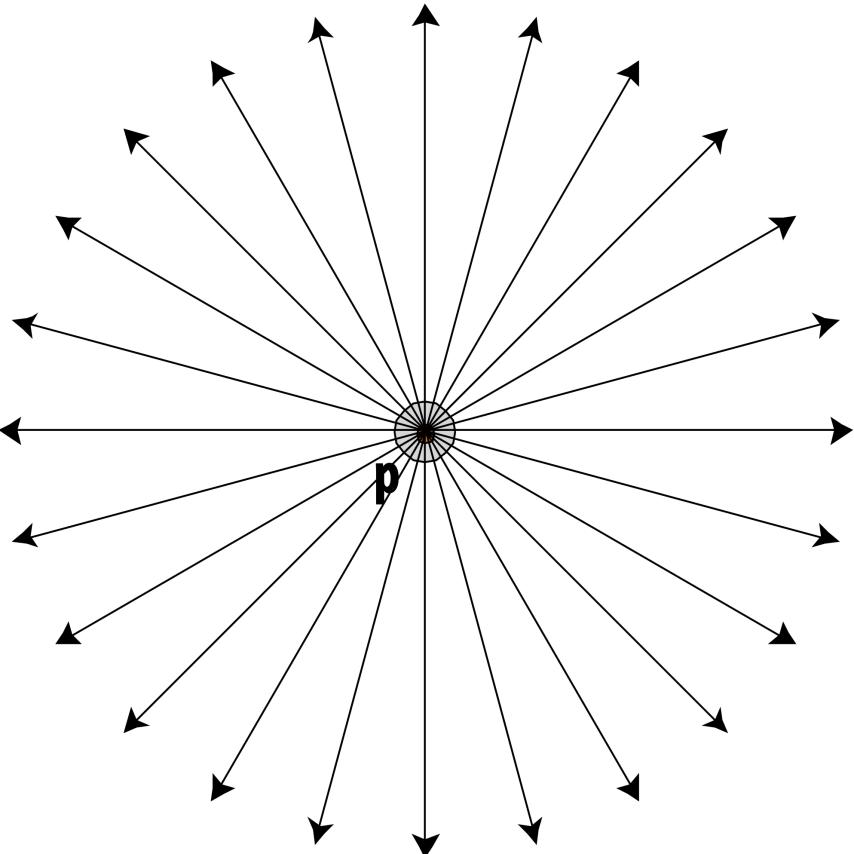
定向光照

- 口常见抽象：光源在无限远处，比如太阳光
- 口因此，所有的光线方向 (L) 都是相同的
- 口对所有多边形计算 “ $N \cdot L$ ” 光照



各向同性的点光源

- 一个更真实的光源模型 (比如灯泡)
- 非无穷远处的光源，其光线不是相互平行的
- 如何描述这种情况下光源的能量？



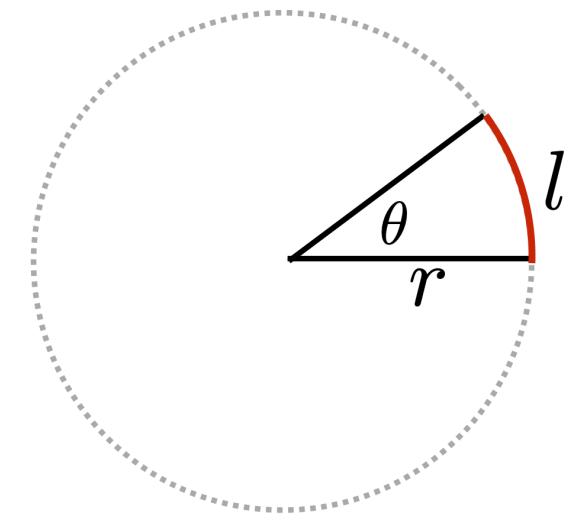
辐射强度
Radiant intensity
点光源向某单位立体
角 (?) 的辐射功率

角和立体角 Angles and Solid Angles

口角度：圆上弧的长度与半径之比

$$\blacksquare \theta = \frac{l}{r}$$

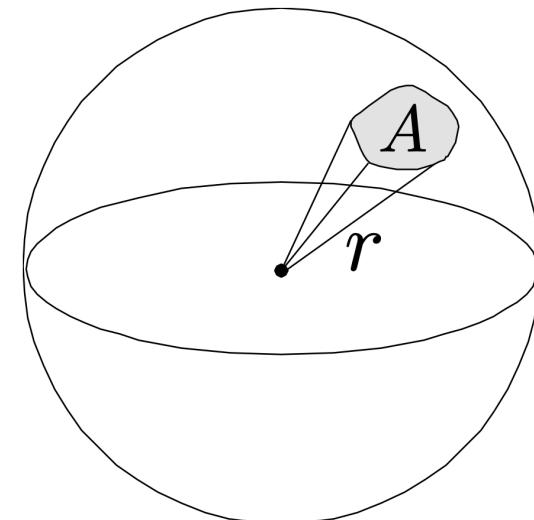
- 一个圆有 2π 的弧度 (radians)



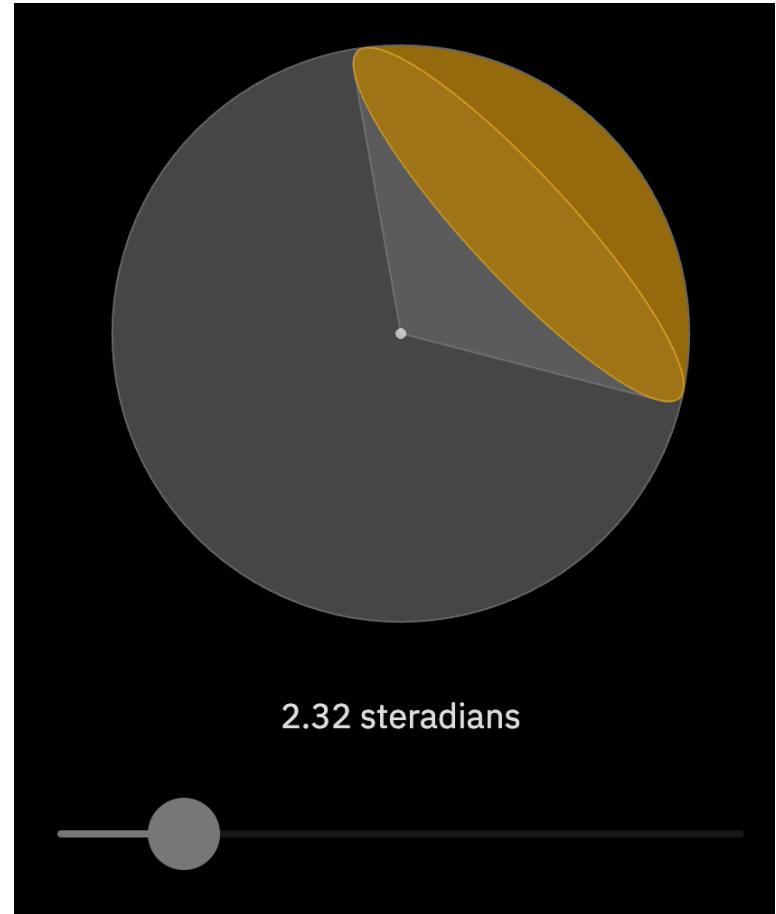
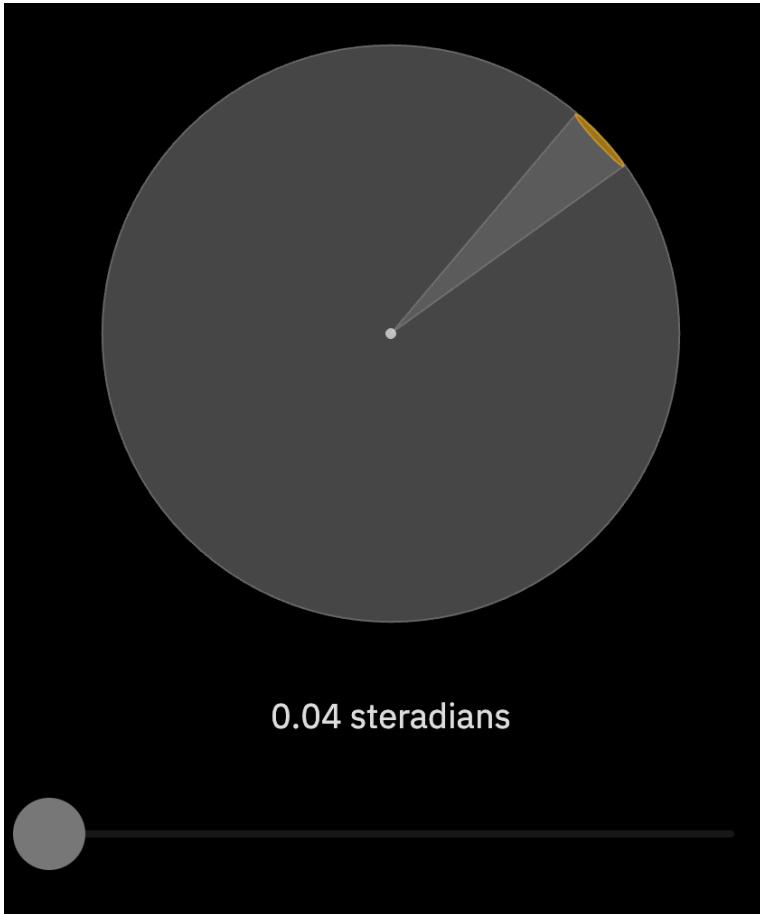
口立体角：球面面积与半径的平方比

$$\blacksquare \Omega = \frac{A}{r^2}$$

- 一个球体有 4π 的立体弧度 (steradians, sr)



立体角可视化



现实中的立方角

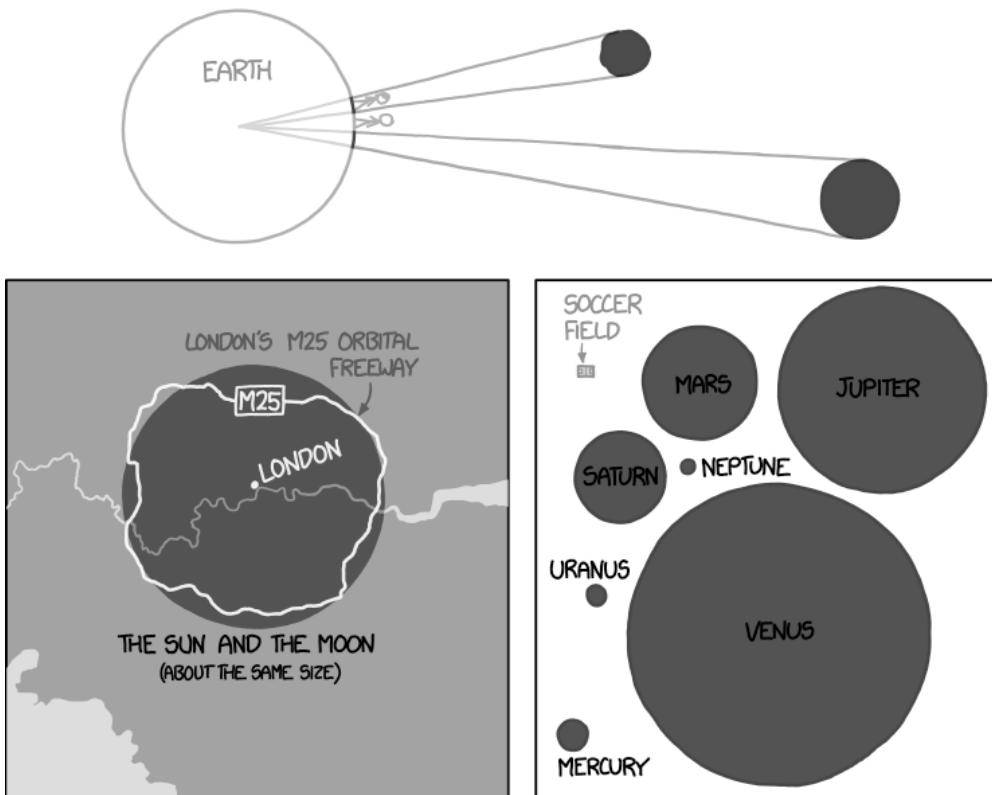
□从地球上看，太阳和月亮都覆盖了 $\sim 60\mu\text{sr}$

□地球的表面积大约为510百万平方公里

□投影面积：

$$510M\text{km}^2 \frac{60\mu\text{sr}}{4\pi\text{sr}} = 510 \frac{15}{\pi}$$
$$\approx 2400\text{km}^2$$

THE SIZE OF THE PART OF EARTH'S SURFACE DIRECTLY UNDER VARIOUS SPACE OBJECTS



<http://xkcd.com/1276/>

微分立体角 Differential solid angle

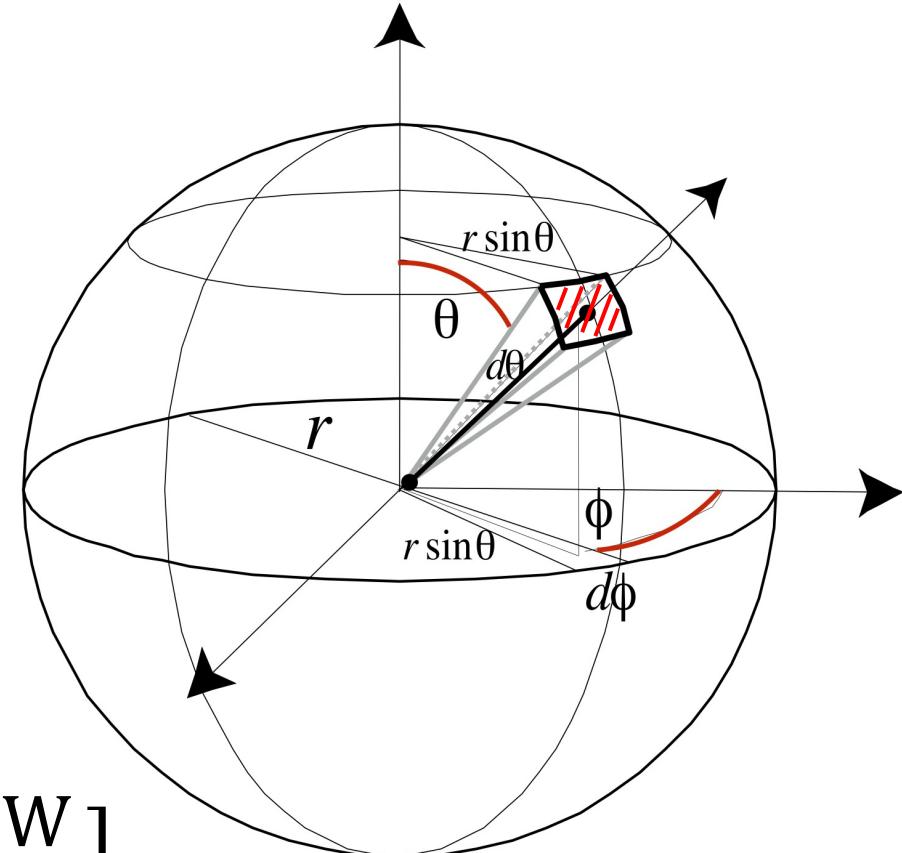
口辐射功率 Radiant flux

$$\Phi = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dQ}{dt} [\text{W}]$$

$$Q = \int_{t_0}^{t_1} \Phi(t) dt$$

口辐照度 Irradiance

$$E(p) = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{\Delta \Phi(p)}{\Delta A} = \frac{d\Phi(p)}{dA} \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right]$$



从不同立方角 $d\omega$ 呢?

从不同时间、不同位置研究光的特征

微分立体角 Differential solid angle

□ 目标：求 k 点表面（无限小）方形区域的面积 dA

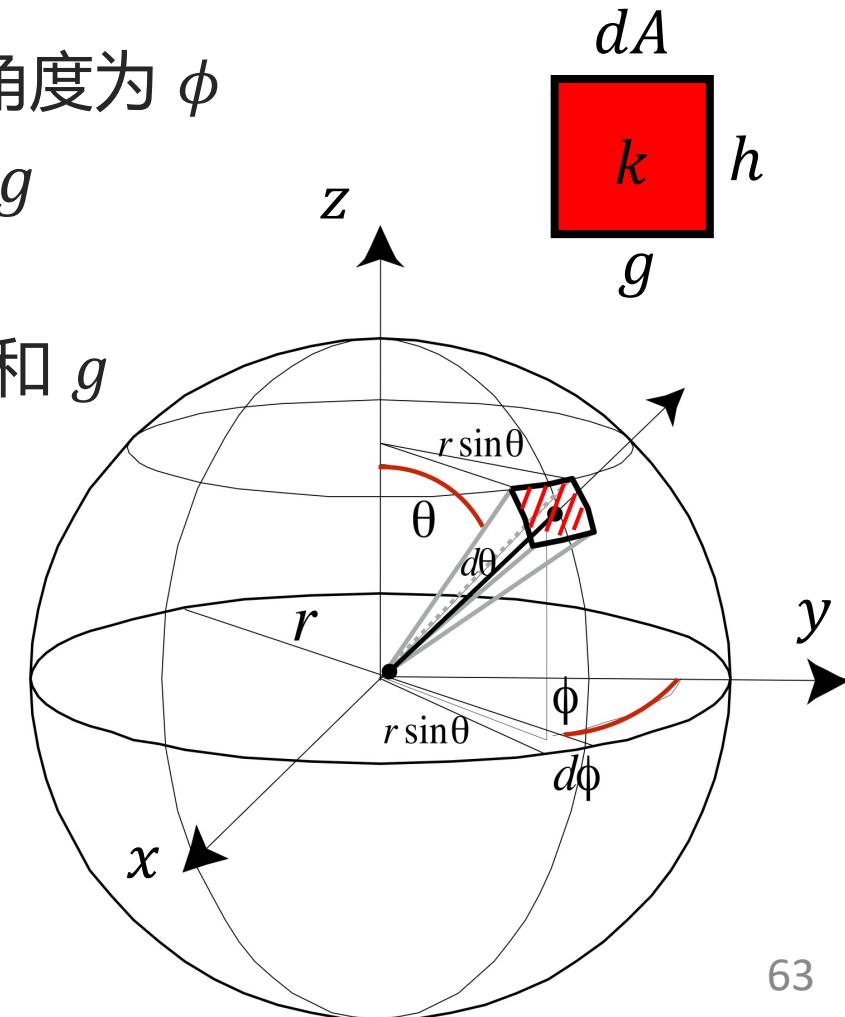
- k 点到 z 轴的角度为 θ
- 投影到 xy 平面后，到 y 轴的角度为 ϕ

□ 设方形区域的边长分别为 h 和 g

- 则面积 $dA = h \times g$
- 用角度公式 $l = r \times \theta$ 分别求 h 和 g
- $h = r d\theta$ (取一点 θ 角)
- $g = r \sin \theta d\phi$ (先把 r 投影到 xy 平面，再取一点 ϕ 角)

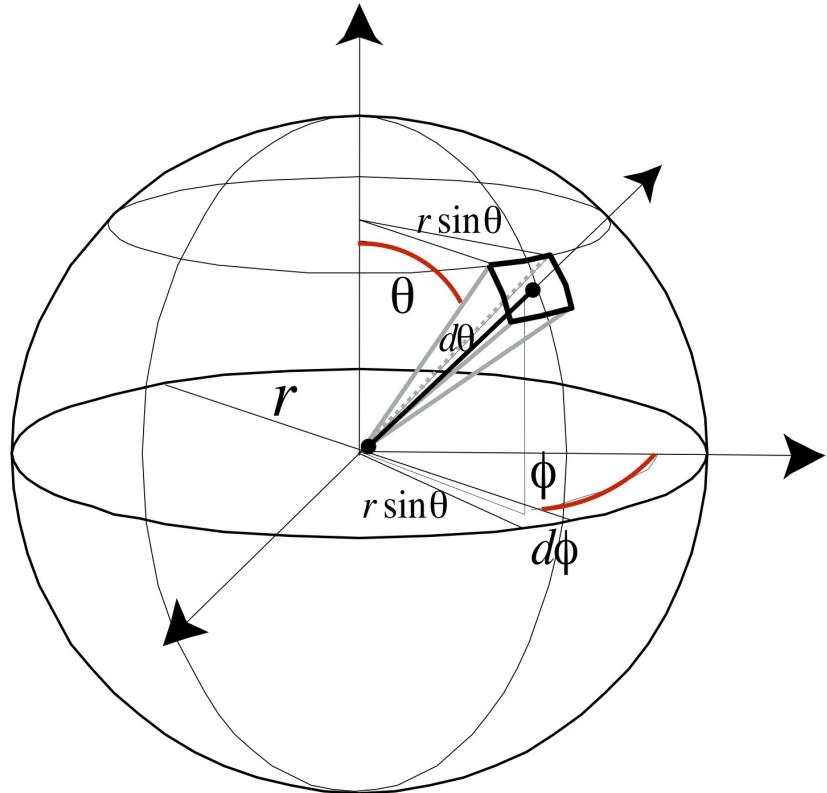
□ 目标达成， dA 可计算为

$$\begin{aligned}dA &= h \times g = (r d\theta)(r \sin \theta d\phi) \\&= r^2 \sin \theta d\theta d\phi\end{aligned}$$



微分立体角 Differential solid angle

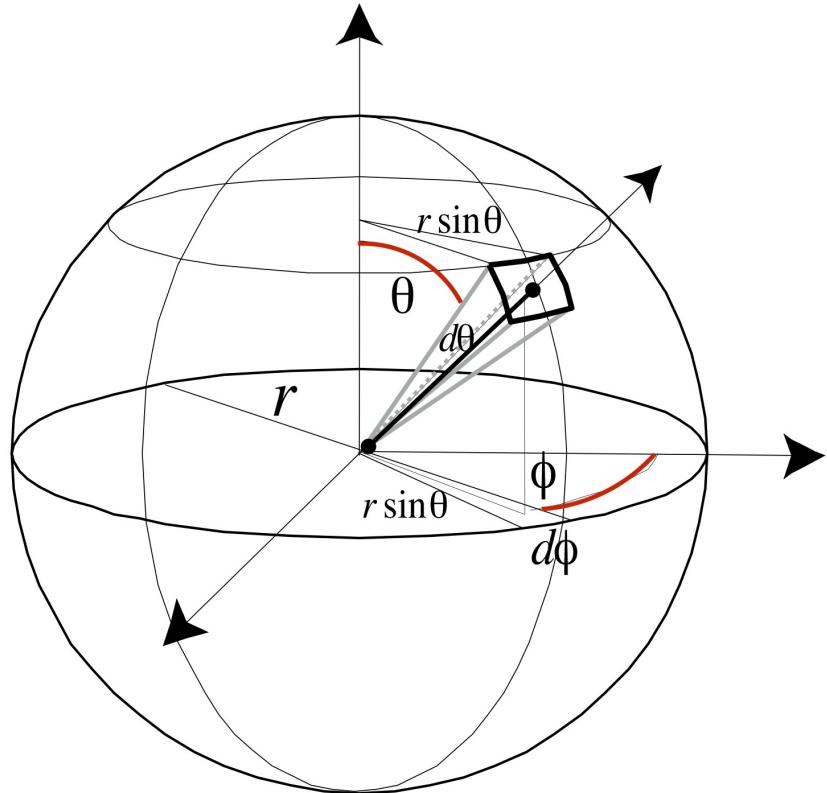
微分方程立方体可计算为



$$d\omega = \frac{dA}{r^2} = \frac{r^2 \sin \theta \, d\theta d\phi}{r^2}$$
$$= \sin \theta \, d\theta d\phi$$

微分立体角 Differential solid angle

□对微分立体角求积分



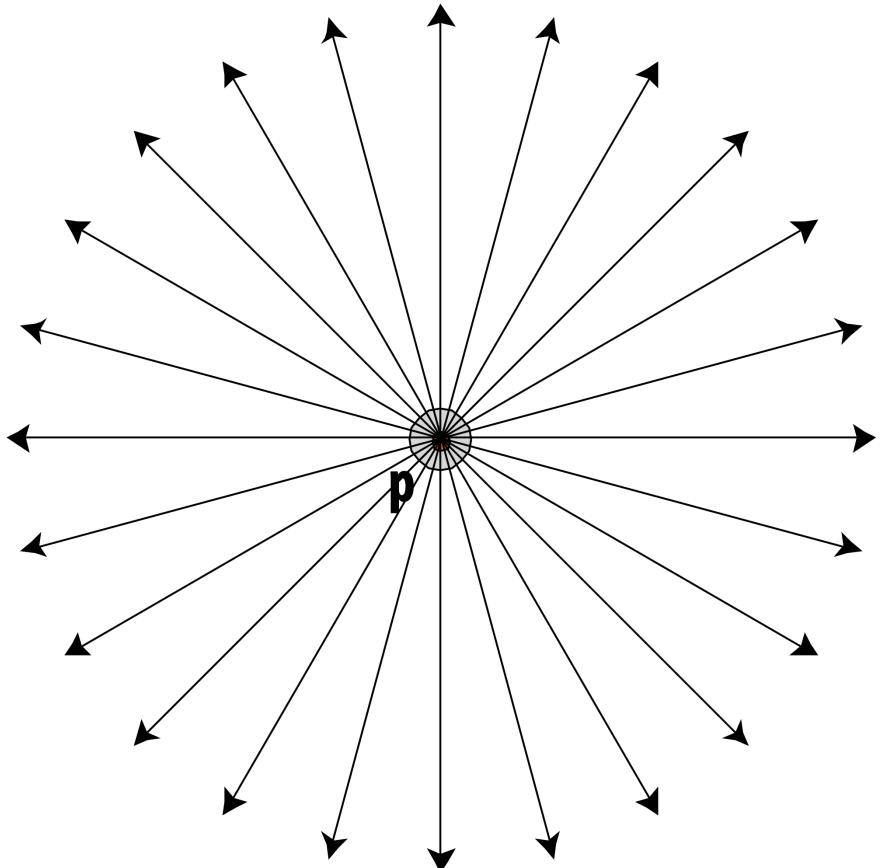
$$\Omega = \int_{S^2} d\omega$$

S^2 表示整个球体

$$\begin{aligned}\Omega &= \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin \theta \, d\theta d\phi \\ &= 4\pi\end{aligned}$$

辐射强度 Radiant intensity

均匀点光源向某单位立体角的辐射功率，记为 I



假设点光源的总辐射功率为 Φ

$$\Phi = \int_{S^2} I d\omega = 4\pi I$$

$$I(\omega) = \frac{d\Phi}{d\omega}$$

$$\left[\frac{\text{W}}{\text{sr}} \right] \left[\frac{\text{lm}}{\text{sr}} = \text{cd} = \text{candela} \right]$$

辐照度 Irradiance 随距离衰减

假设光以均匀的角
度分布发射功率 Φ

比较两个球面的辐
照度 $E = \Phi/A$

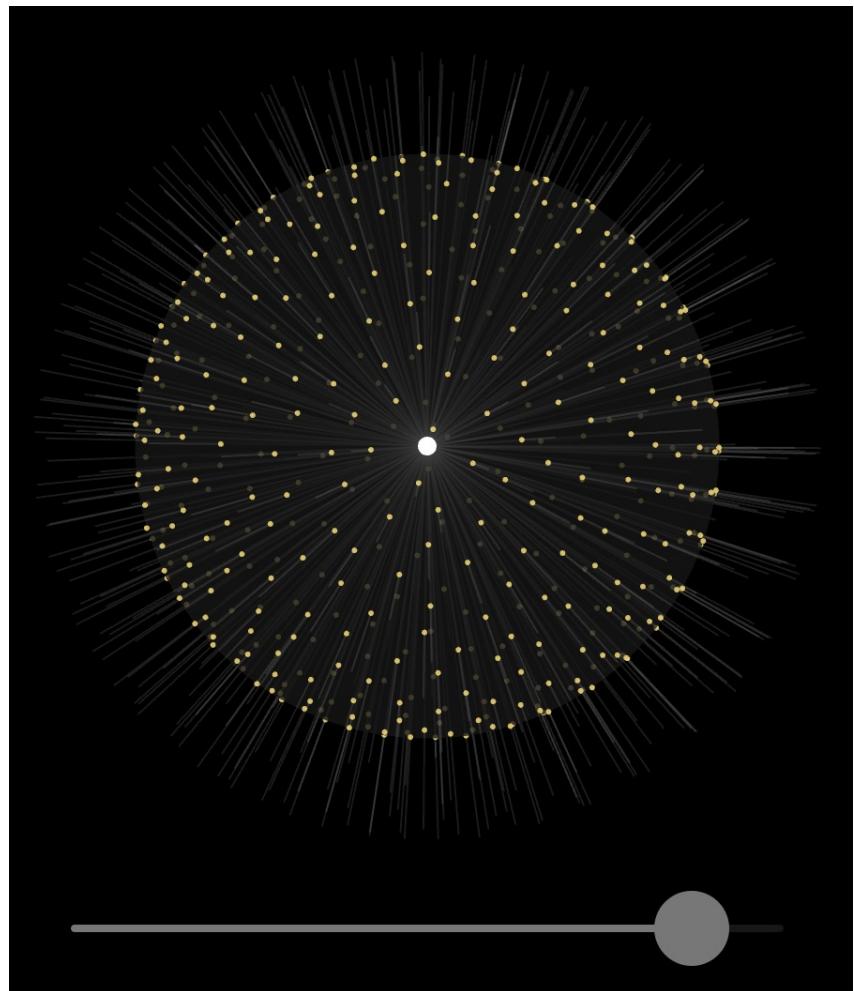
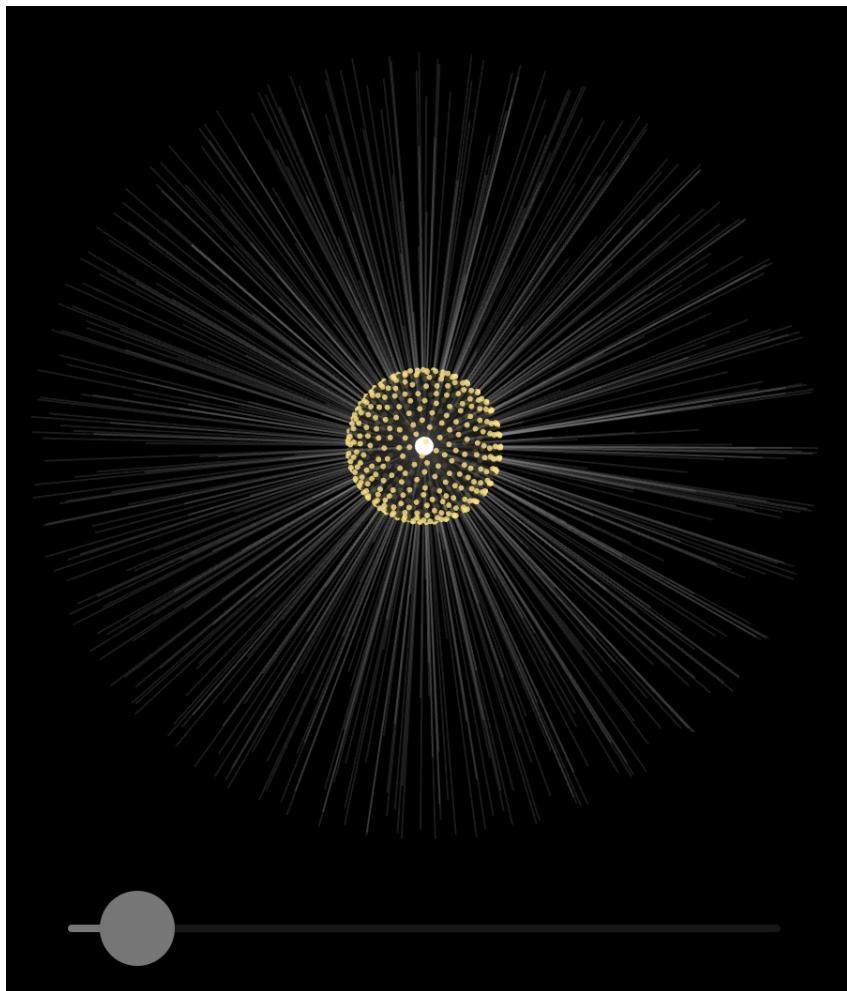


$$E = \frac{\Phi}{4\pi}$$

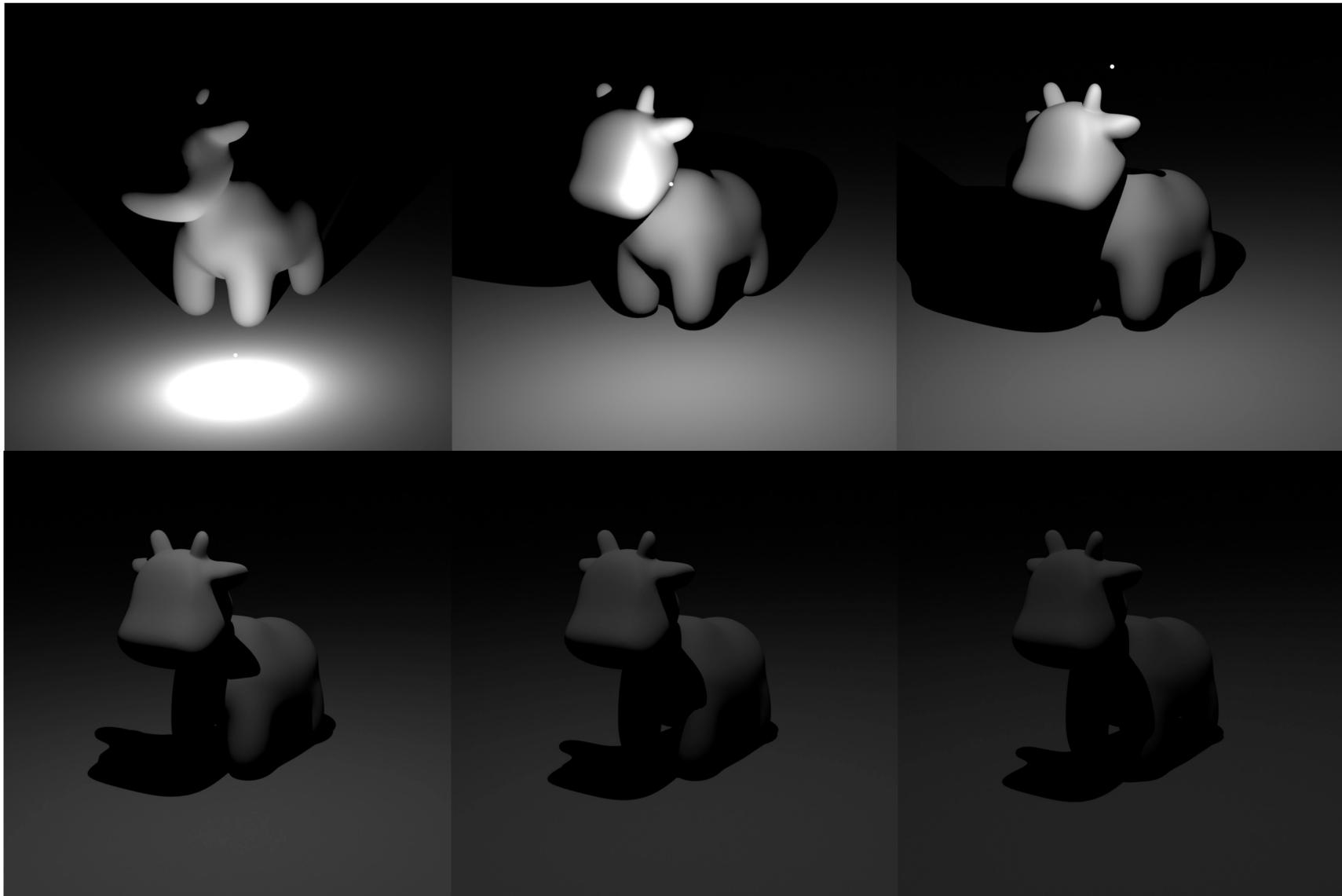
$$E' = \frac{\Phi}{4\pi r^2} = \frac{E}{r^2}$$

由于单位时间内到达单位面积的能量变
少了，所以物体随着距离的增加而变暗

辐照度衰减可视化



辐照度 Irradiance 随距离衰减



现代 LED 灯

□ 输出功率：815 lumens (流明)

□ 11W 的 LED 灯可以代替
60W 的白炽灯

□ 辐射强度 Radiant intensity?

- 假设是各向同性的
- $\text{Intensity} = 815 \text{ lumens} / 4\pi \text{ sr}$
 $= 65 \text{ candelas}$ (坎德拉)



辐(射)亮度
Radiance

辐(射)亮度 Radiance

口辐亮度描述了环境中光的分布

- 辐亮度是与光线相关的量
- 图形学中的渲染就是在计算辐亮度

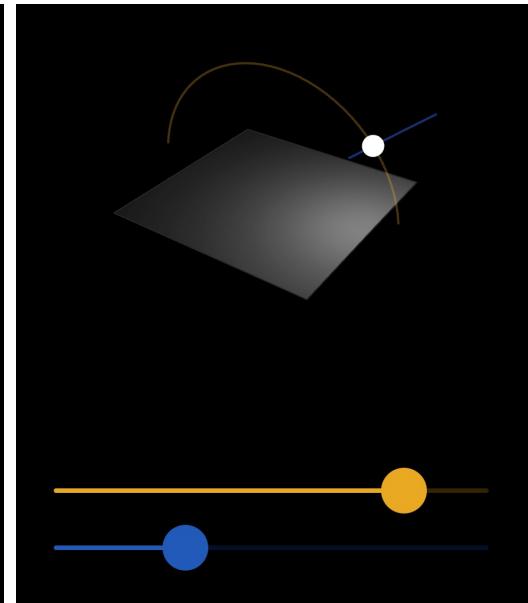
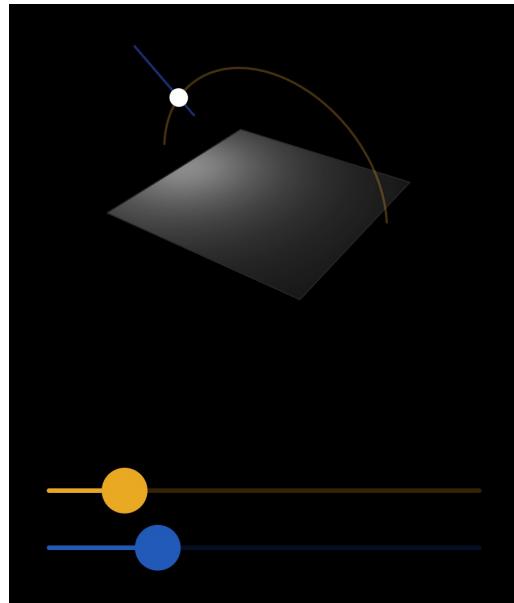
口对比辐射强度 (Radiant intensity)

- 辐射强度是指从点光源向特定方向传递或照射的光量
- 然而，光通常不仅仅来自或击中一个点；相反，它通常分布在一个区域
- 当我们处理一个区域上的光而不仅仅是一个点上的光时，我们需要考虑穿过该区域或从该区域发出的光的总量
- 该区域沿着不同方向发出的光量可能不一样

辐(射)亮度 Radiance

口实例1：台灯为非点光源，且沿着不同方向发出的光量也不相同

口实例2：同一片区域，不同地方收到同一光源的能量也不相同

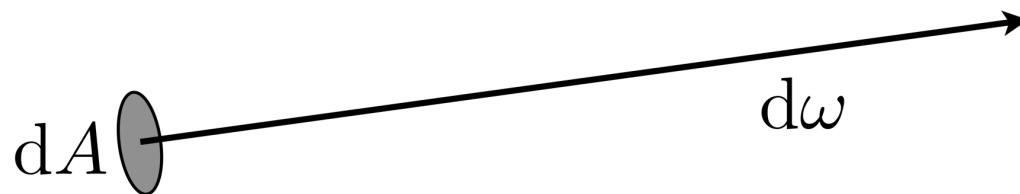


辐(射)亮度 Radiance

口辐亮度是辐照度 Irradiance 的立体角密度 (即辐照度随着立体角的微小变化), 因此在点 p 方向为 ω 的辐亮度为:

$$L(p, \omega) = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{\Delta E_\omega(p)}{\Delta \omega} = \frac{dE_\omega(p)}{d\omega} \left[\frac{W}{sr \ m^2} \right] \left[\frac{cd}{m^2} = \frac{lm}{sr \ m^2} = nit \right]$$

其中 E_ω 表示微分的表面积是沿着 ω 方向的:



口亦即, 辐亮度是沿着由点 p 和方向 ω 定义的射线的能量

单位时间、单位面积、单位立体角的能量!

辐(射)亮度 Radiance

口 同等地

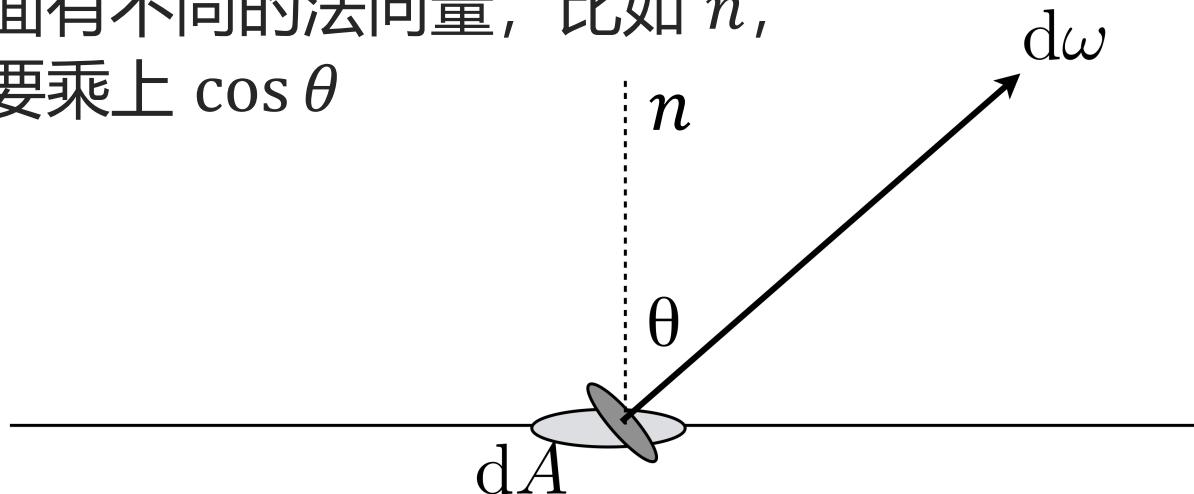
$$E(p) = \frac{d\Phi(p)}{dA}$$

$$L(p, \omega) = \frac{d^2\Phi(p)}{dAd\omega \cos \theta}$$

$$L(p, \omega) = \frac{dE(p)}{d\omega \cos \theta}$$

口 前一张幻灯片描述了在光线方向 ω 上测量表面的辐照度

- 若表面有不同的法向量，比如 n ，
则需要乘上 $\cos \theta$



两种理解辐亮度的角度

□ 每投影单位面积每单位立体角的辐射功率 Φ

$$L(p, \omega) = \frac{d^2\Phi(p)}{dAd\omega \cos \theta}$$

□ 回顾

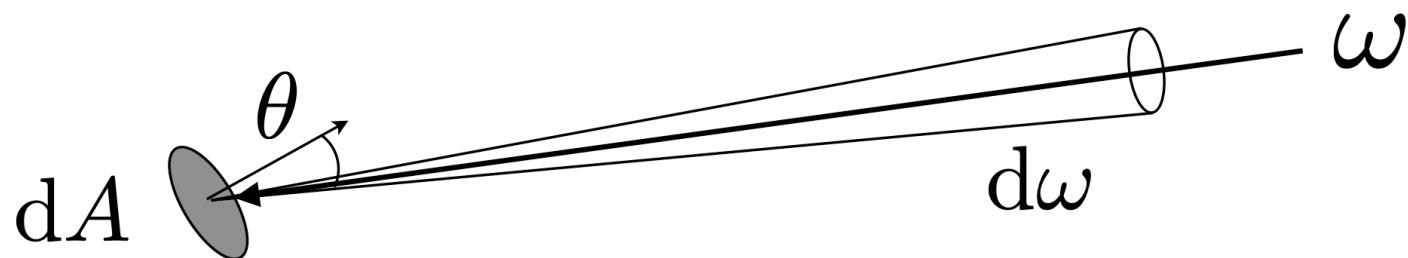
- 辐照度 Irradiance: 每投影单位面积的辐射功率
- 辐射强度 Radiant intensity: 每单位立体角的辐射功率

□ 因此

- 辐亮度 Radiance: 每单位立体角的辐照度 Irradiance
- 辐亮度 Radiance: 每投影单位面积的辐射强度 Radiant intensity

入射的辐亮度 Incident radiance

口入射辐亮度是到达表面的每单位立体角的辐照度

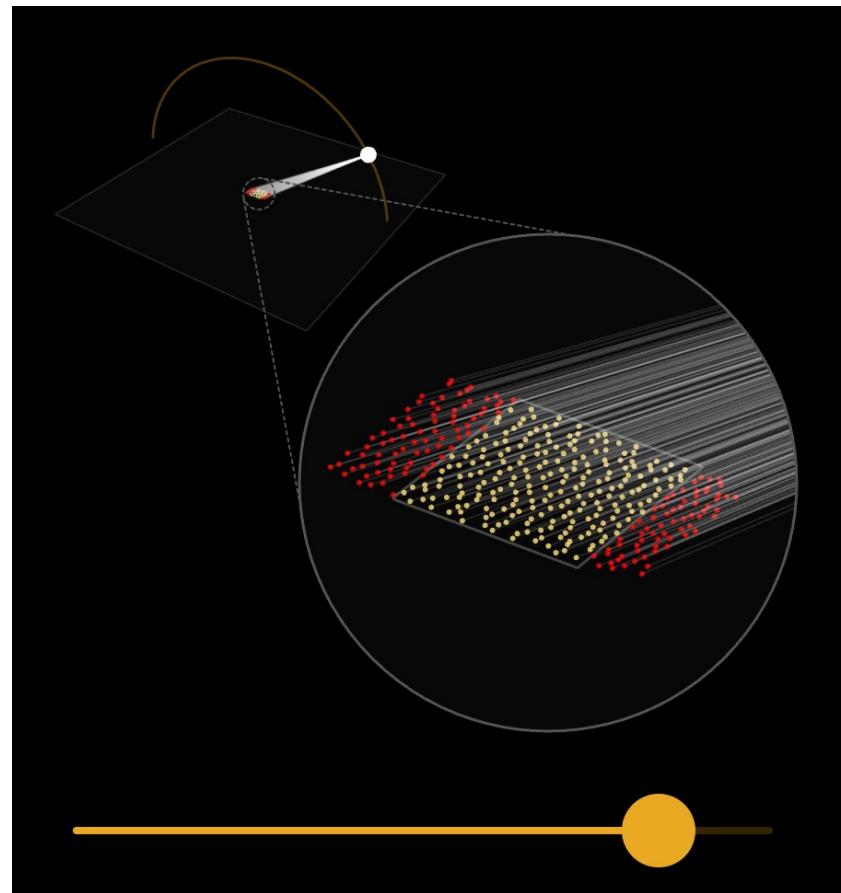
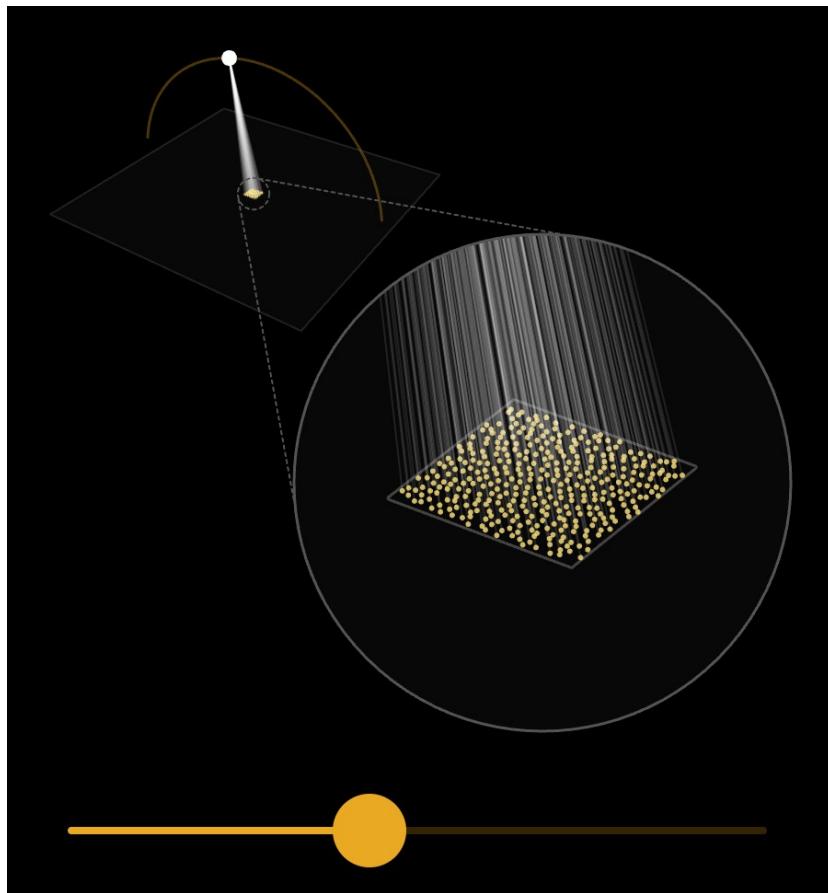


$$L(p, \omega) = \frac{dE(p)}{d\omega \cos \theta}$$

口即，它是表面 p 点周围的面积接收到来自方向 ω 的能量

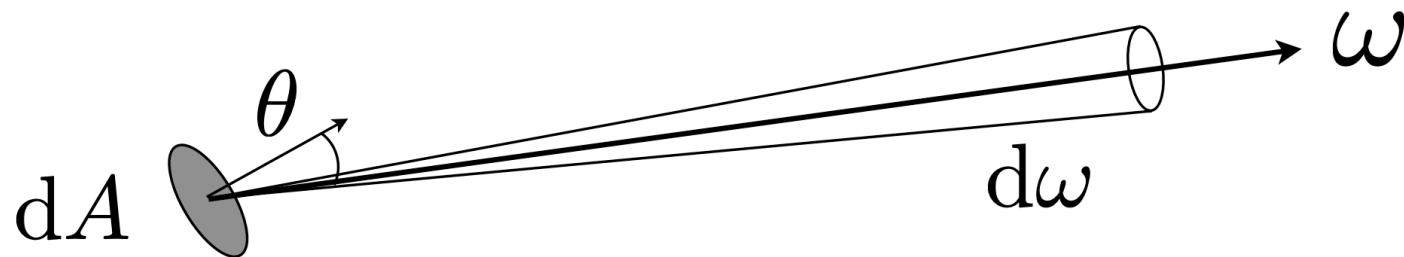
入射的辐亮度可视化

同一单位面积，接收来自不同方向（即不同立体角）的能量可能不一样



出射的辐亮度 Exiting radiance

口出射辐射度是离开表面的每单位投影面积的强度

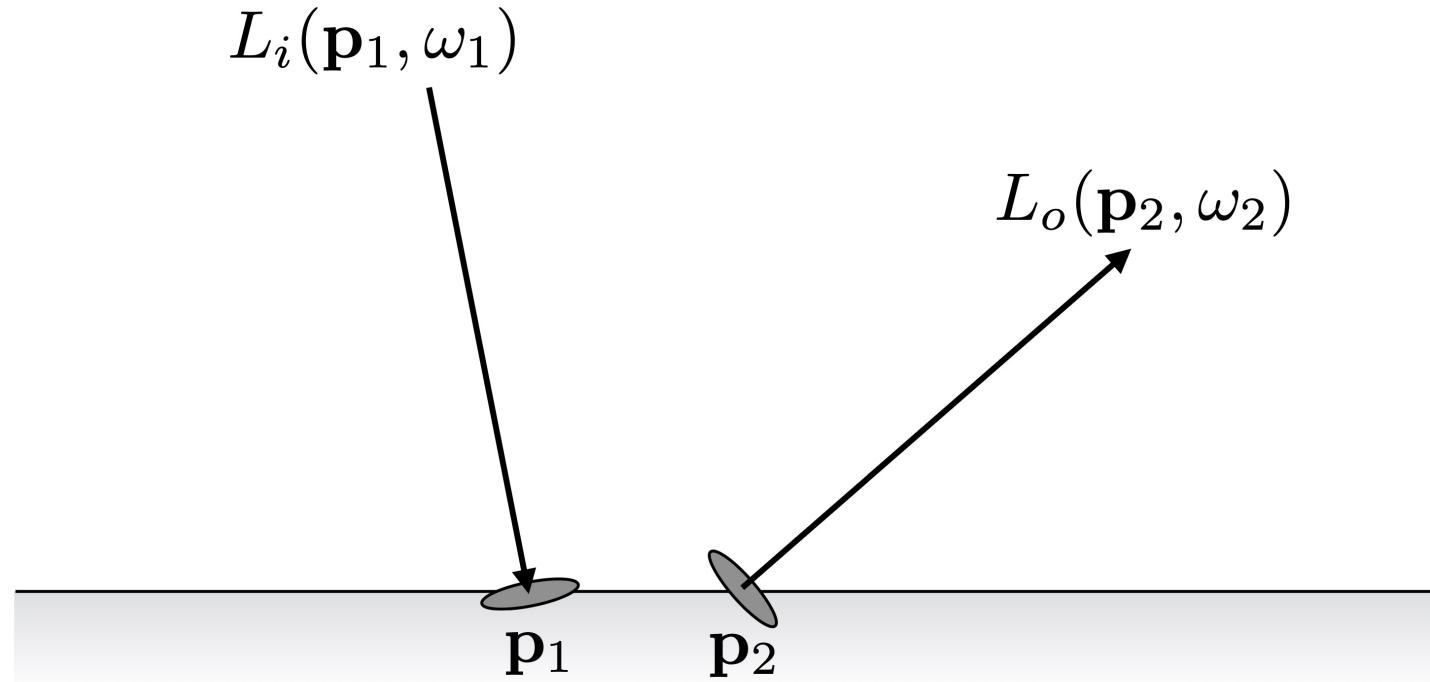


$$L(p, \omega) = \frac{dI(p, \omega)}{dA \cos \theta}$$

口即，对于区域光，它描述了沿着给定方向 (即立体角) 发出的能量

入射与出射辐亮度

通常需要区分表面上某一点的入射辐射 (incident radiance) 和出射 (existing radiance) 辐射函数



In general: $L_i(\mathbf{p}, \omega) \neq L_o(\mathbf{p}, \omega)$

辐照度 vs. 辐亮度

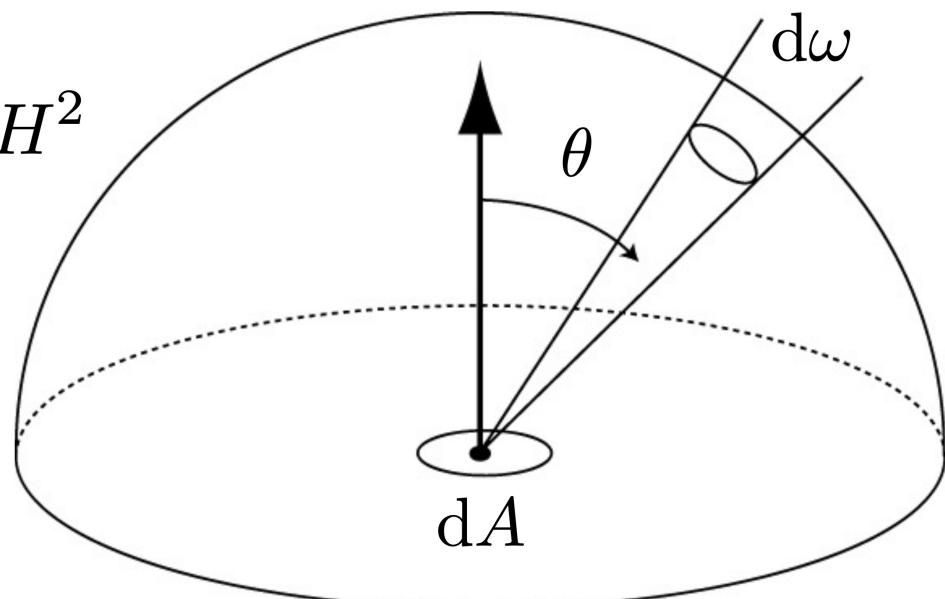
口辐照度 Irradiance $E(p)$: 面积 dA (点 p) 接收的总功率

口辐亮度 Radiance $L_i(p, \omega)$: 面积 dA (点 p) 从方向 $d\omega$ 接收的功率

$$dE(p, \omega) = L_i(p, \omega) \cos \theta d\omega$$

$$E(p) = \int_{H^2} L_i(p, \omega) \cos \theta d\omega$$

Unit Hemisphere: H^2



Radiance 的特性

□ Radiance 是表征环境中光分布的基本场量

- Radiance 是与光线相关的量
- 图形学中的渲染就是在计算 Radiance!

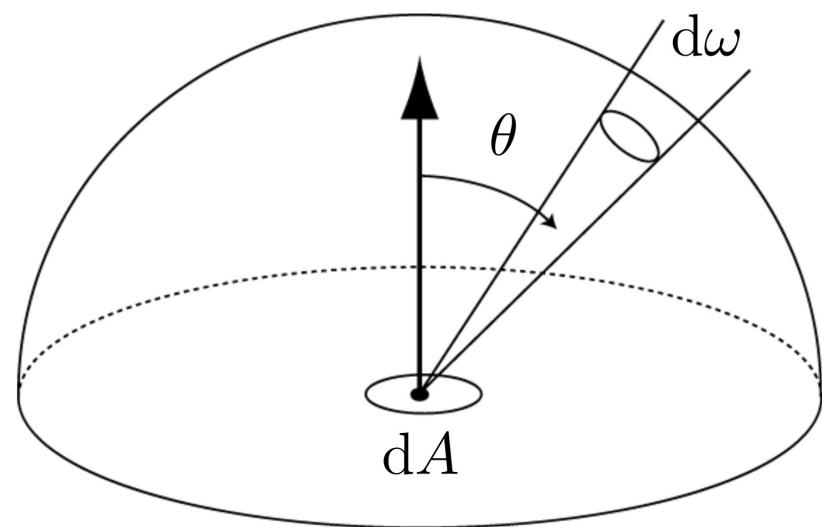
□ 辐射在真空中沿着射线是恒定的

□ 针孔相机测量 radiance

一个简单的例子：半球形光源

假设半球各个角度的入射 radiance 是一样的

$$\begin{aligned} E(p) &= \int_{H^2} L \cos \theta d\omega \\ &= L \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi \\ &= L 2\pi \frac{\sin^2 \theta}{2} \Big|_0^{\pi/2} \\ &= L\pi \end{aligned}$$



半球形光源的效果



来自均匀光源区域的 Irradiance

假设均匀光源区域的 radiance 为 L

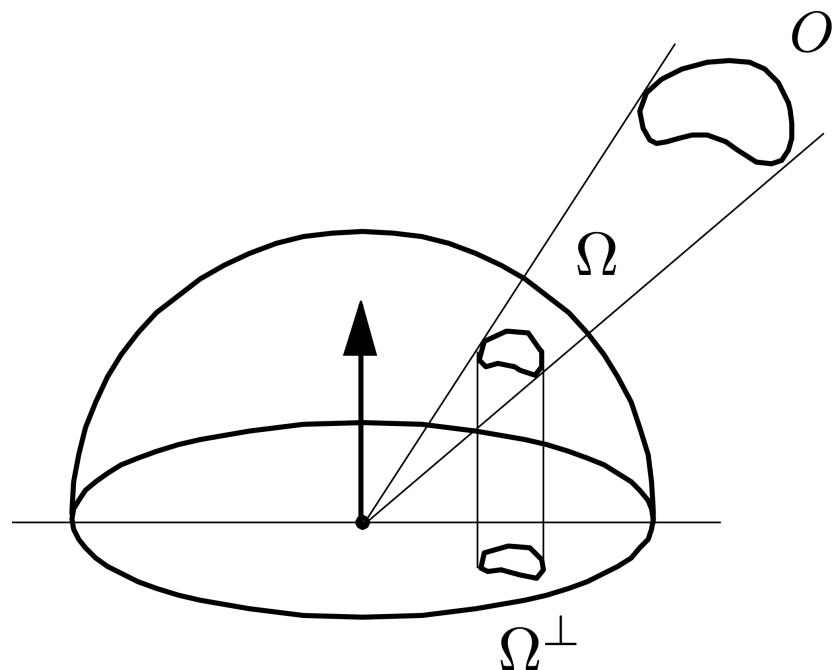
$$E(p) = \int_{H^2} L(p, \omega) \cos \theta d\omega$$

$$= L \int_{\Omega} \cos \theta d\omega$$

$$= L\Omega^\perp$$

投影立体角

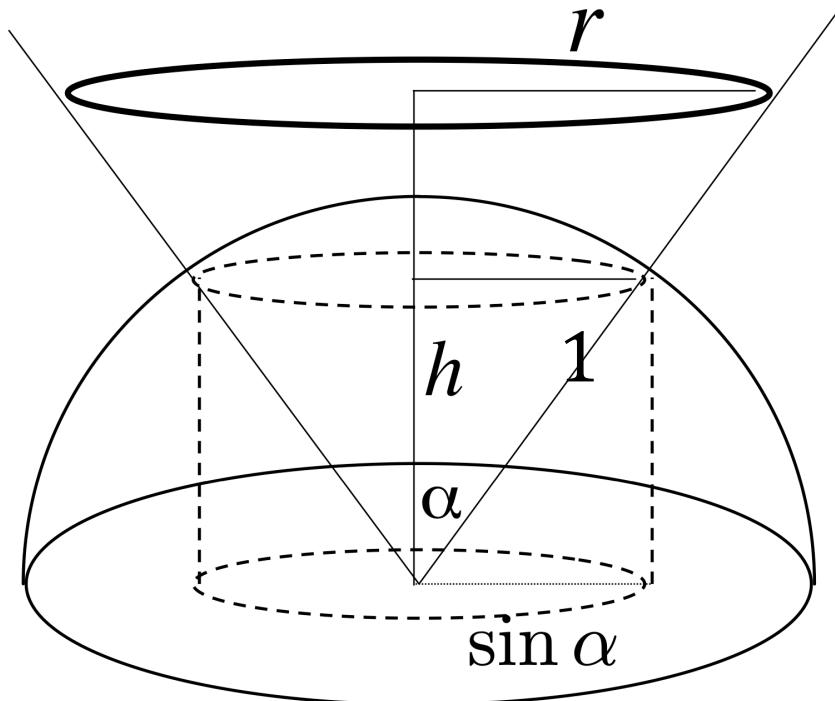
- 余弦加权的立体角
- O 投影在单位球面上，然后投影到平面上的面积



$$d\omega^\perp = |\cos \theta| d\omega$$

均匀的磁盘光源 (平行于平面)

几何推导



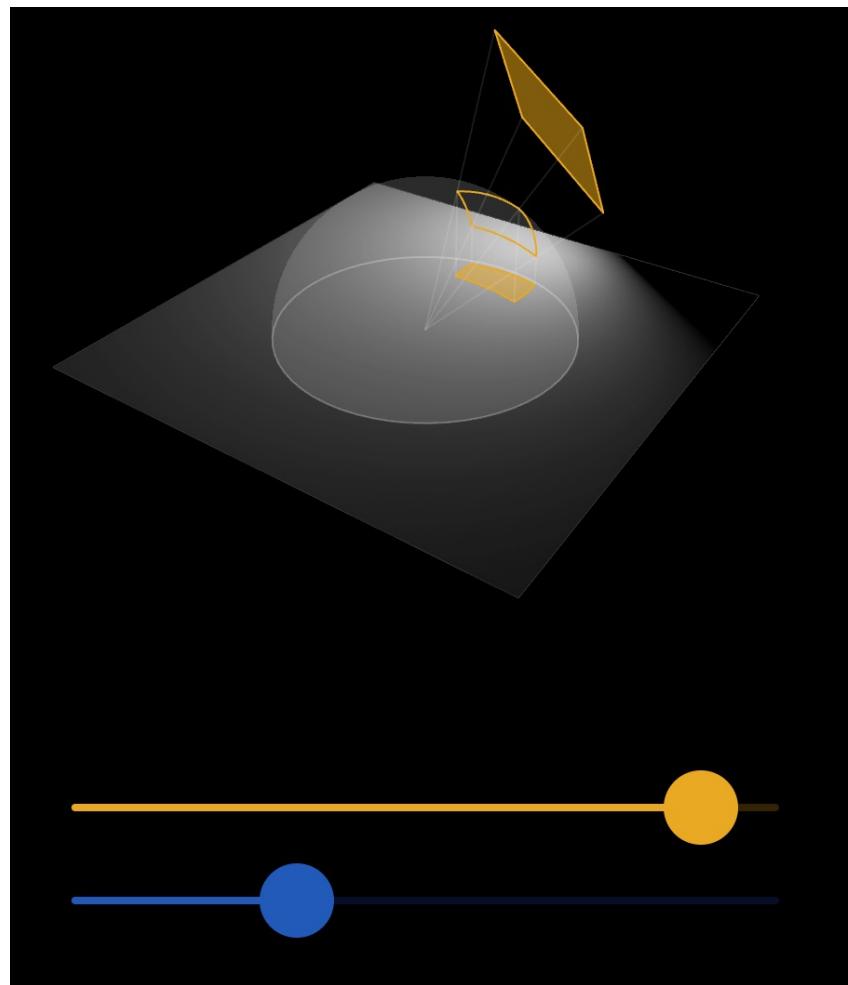
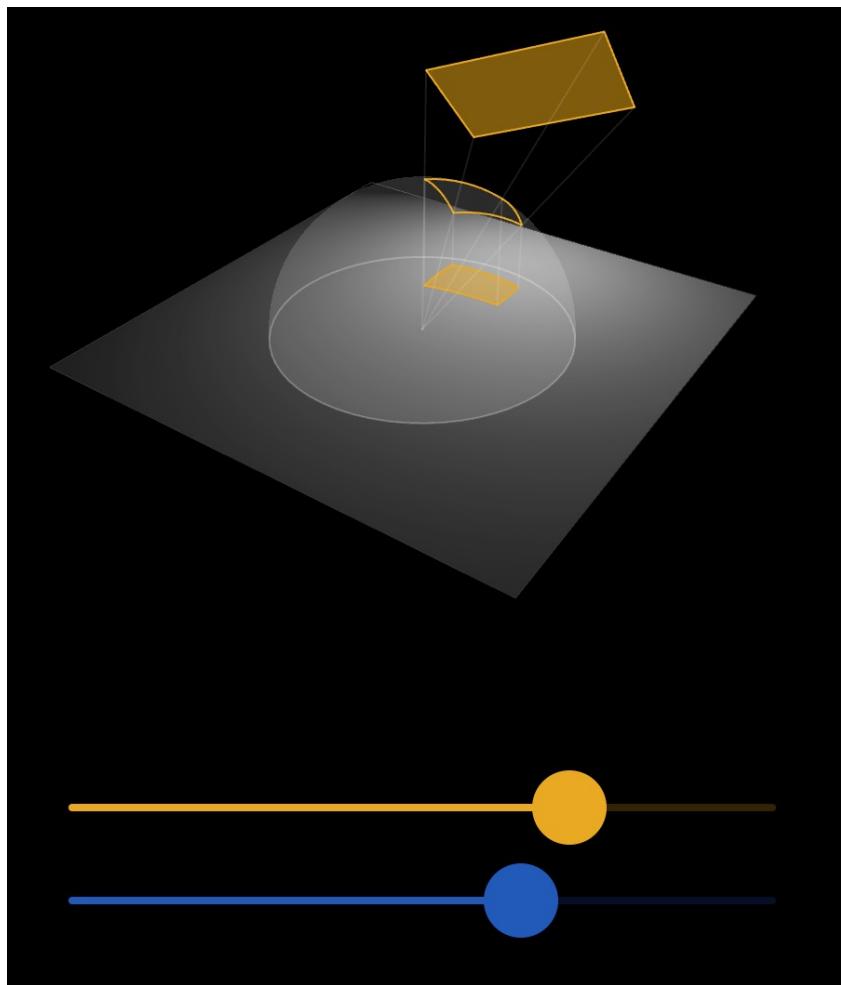
$$\Omega^\perp = \pi \sin^2 \alpha$$

$\sin^2 \theta$ 为投影圆的半径

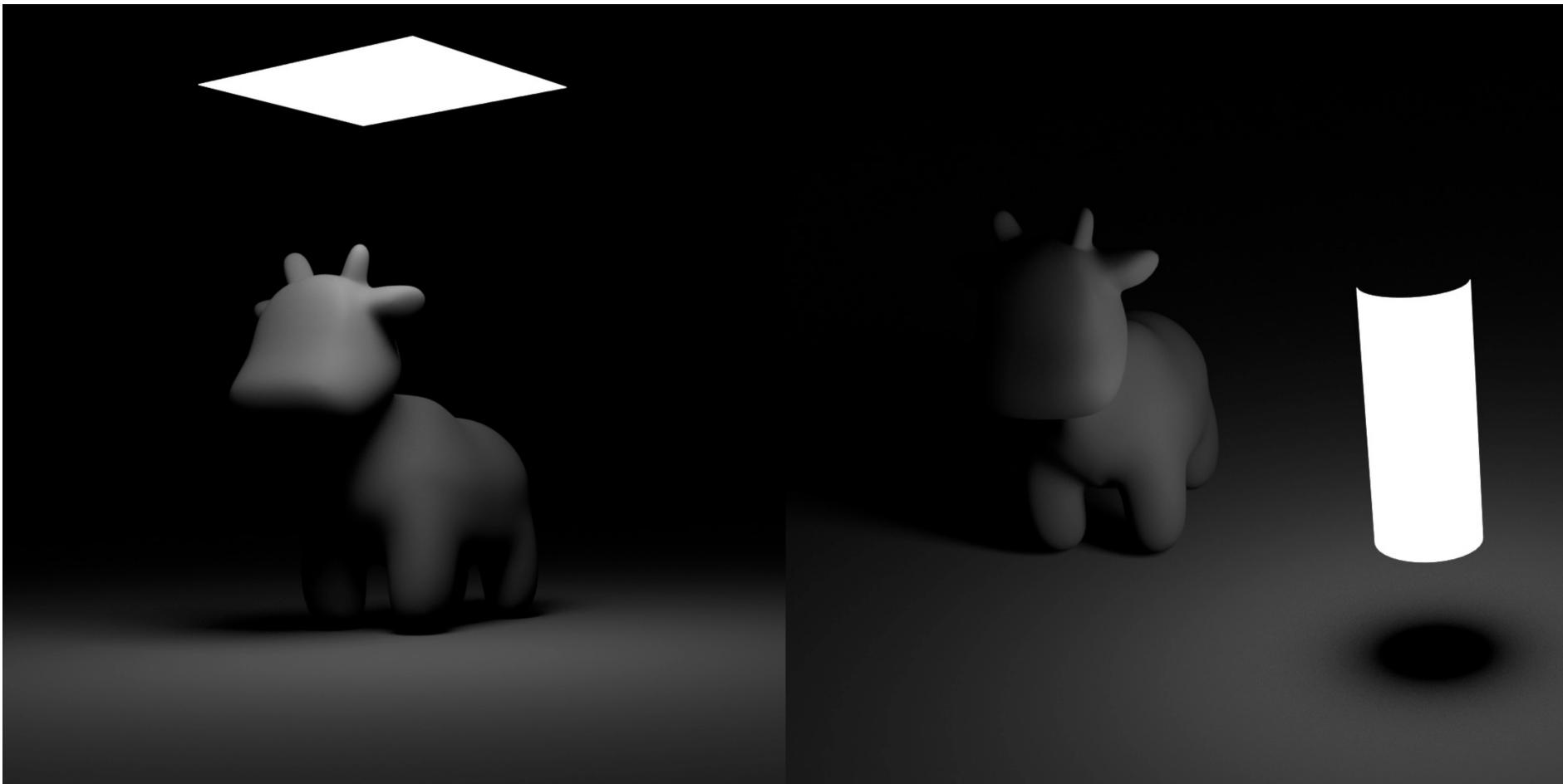
代数推导

$$\begin{aligned}\Omega^\perp &= \int_0^{2\pi} \int_0^\alpha \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi \\ &= 2\pi \frac{\sin^2 \theta}{2} \Big|_0^\alpha \\ &= \pi \sin^2 \alpha\end{aligned}$$

均匀光源区域的辐照度可视化



均匀光源区域的辐照度可视化



总结

物理量	符号	中文翻译	简单定义	单位	公式
Radiant Energy	Q	辐射能量	电磁波形式的能量	焦耳 (J)	\
Radiant Flux	P	辐射功率/辐射通量	单位时间内的辐射能量	瓦特 (W)	$P = \frac{dQ}{dt}$
Radiant Intensity	I	辐射强度	点源向某单位立体角发射的辐射功率	W/sr	$I = \frac{dP}{d\omega}$
Irradiance	E	辐(射)照度	受照面单位面积上的辐射功率	W/m ²	$E = \frac{dP}{dA}$
Radiance	L	辐(射)亮度	单位投影面积、单位立体角上的辐射功率	W/m ² sr	$L = \frac{d^2P}{dAd\omega\cos(\theta)}$



中山大學 软件工程学院
SUN YAT-SEN UNIVERSITY SCHOOL OF SOFTWARE ENGINEERING

谢谢

陈壮彬
软件工程学院
chenzhb36@mail.sysu.edu.cn