中山大學 软件工程学院

SUN YAT-SEN UNIVERSITY SCHOOL OF SOFTWARE ENGINEERING

Lecture 16：光线追踪与辐射度量学

SSE315：计算机图形学
Computer Graphics

陈壮彬

软件工程学院

chenzhb36@mail.sysu.edu.cn

Today’s topics

- 光线追踪

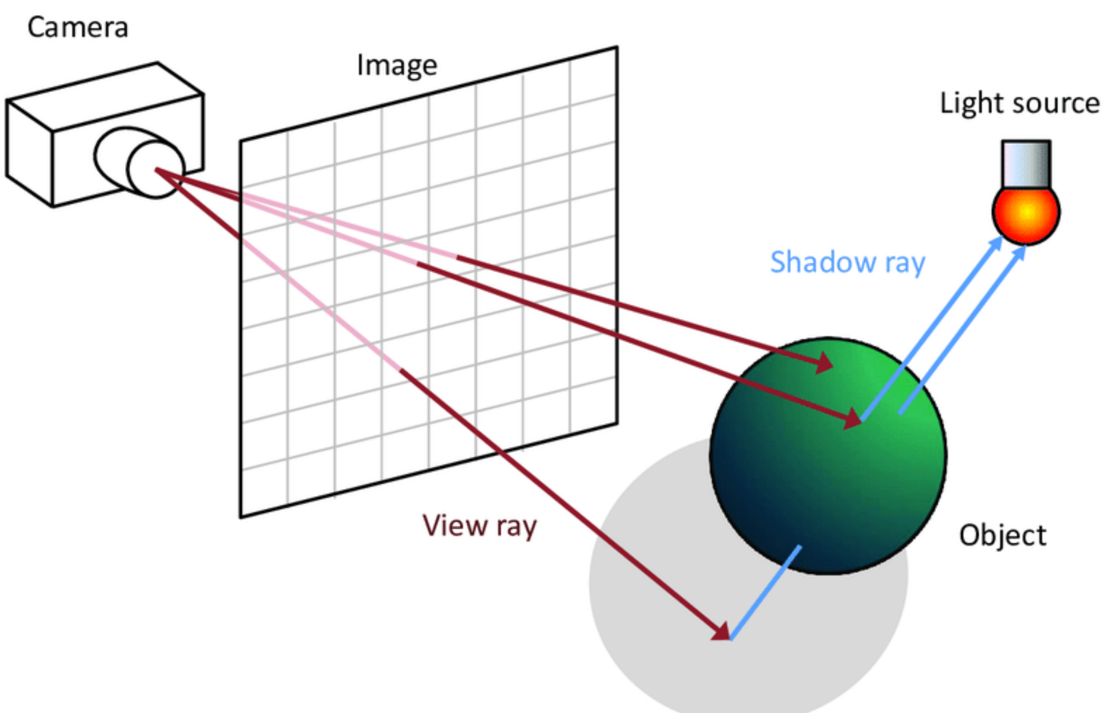
- 辐射度量学
  - 辐射能量 Radiant energy
  - 辐射功率 Radiant flux
  - 辐照度 Irradiance
  - 辐射强度 Radiant intensity
  - 辐 (射) 亮度 Radiance

如何用光线追踪生成图像?

光线投射 Ray Casting

□Appel 1968 – Ray Casting

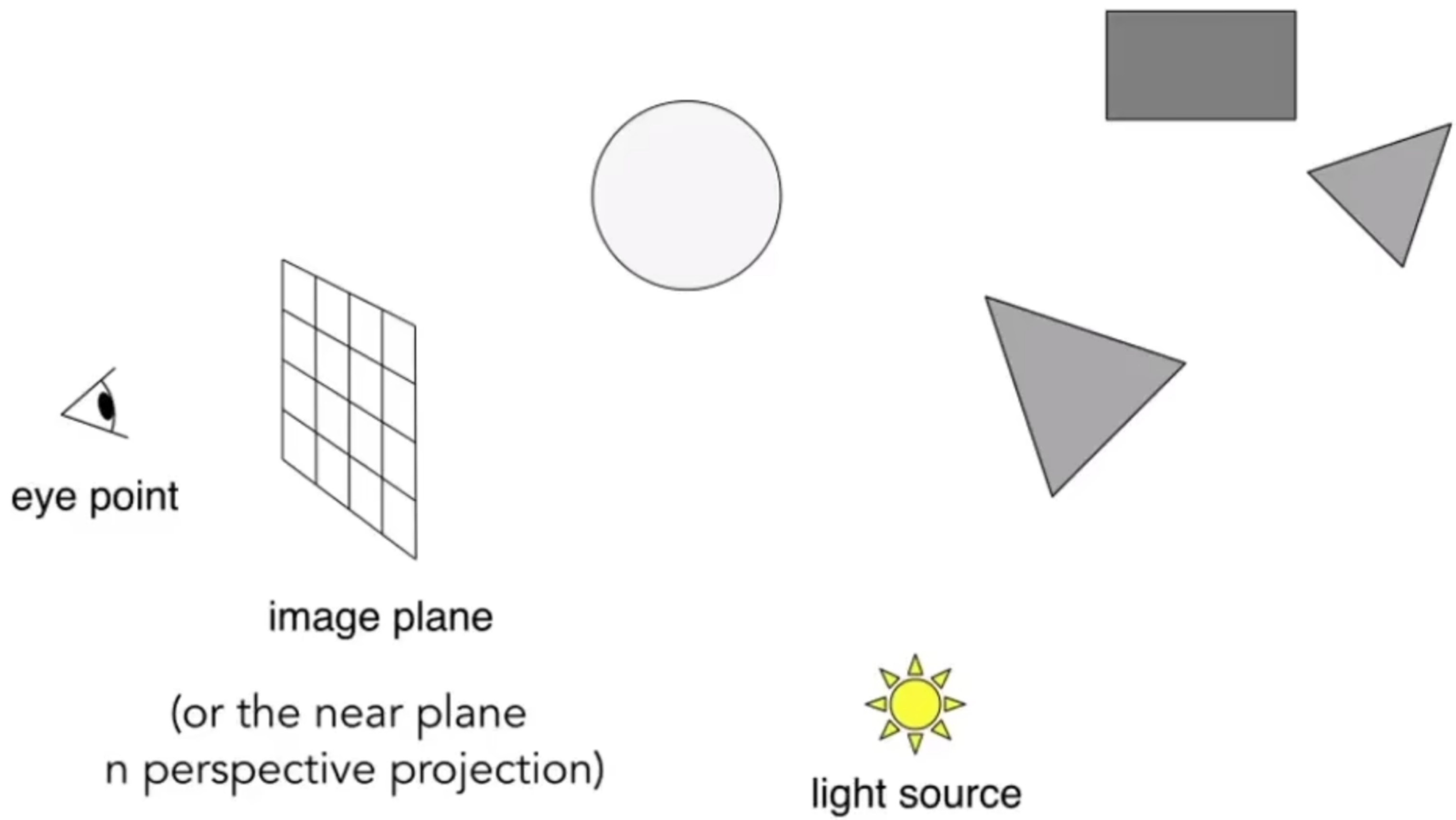
- 从观察者的视点出发，通过每一个像素点发射一条光线，然后计算这条光线与场景中的物体的交点
- 通过计算光线与物体交点处的颜色和明暗，我们可以确定该像素点的颜色，从而生成最终的图像



几点模型简化

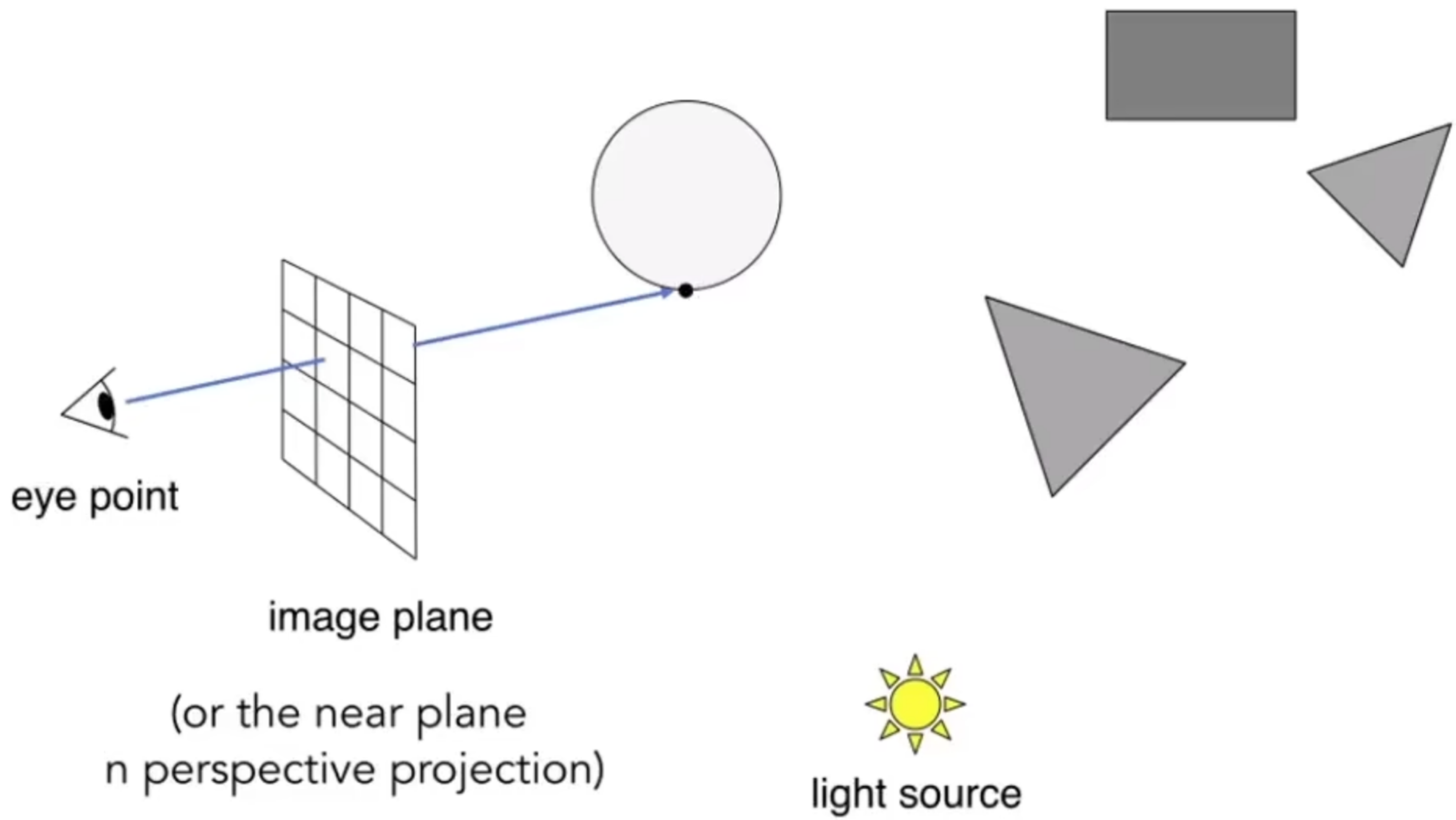
✓ 相机是一个点
✓ 光源是点光源
✓ 光线接触到物体会发生完美的折射或反射 (比如镜面反射)

光线投射 – 找最近的交点

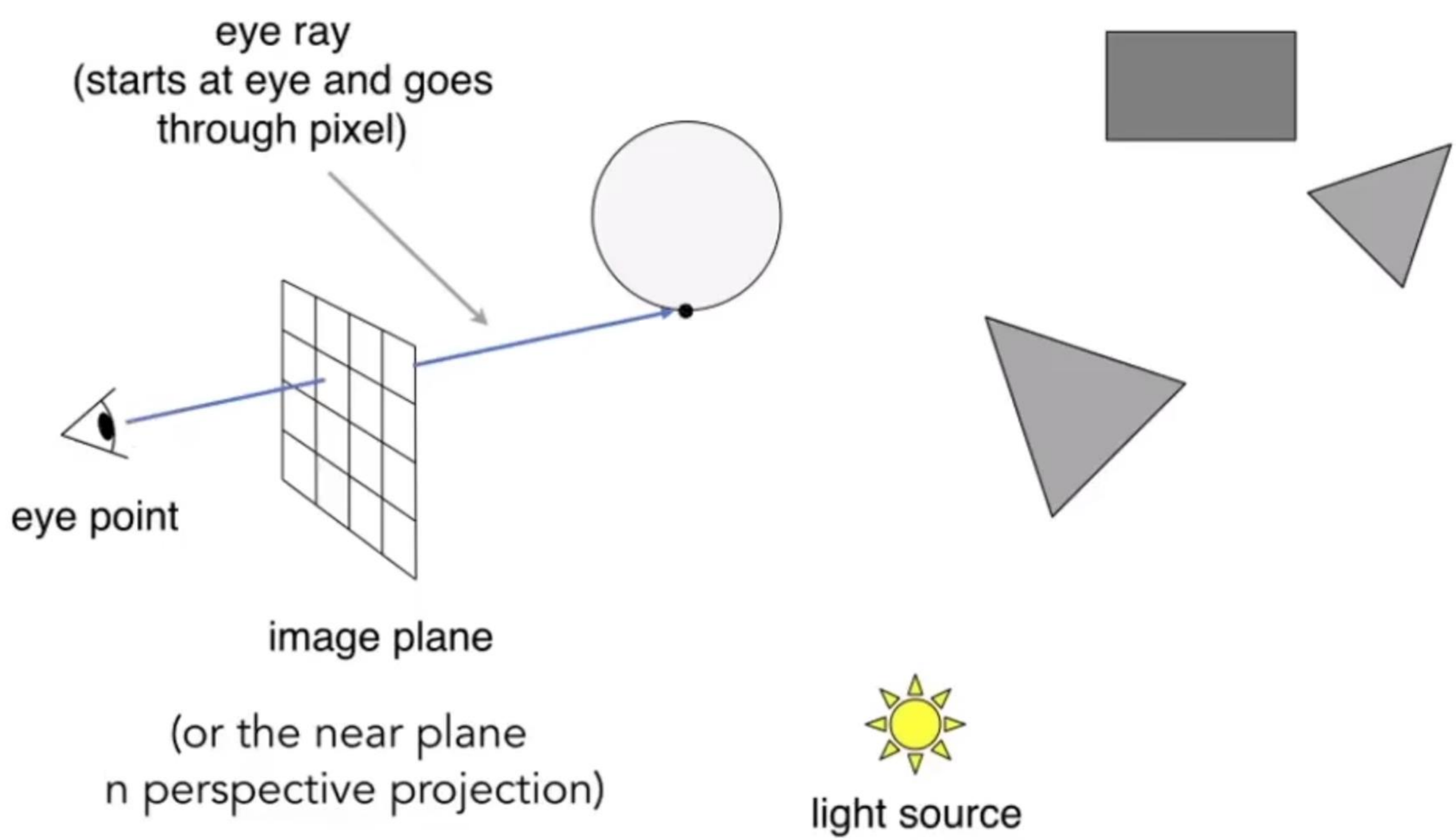


eye point
image plane
(or the near plane
n perspective projection)
light source

光线投射 – 找最近的交点

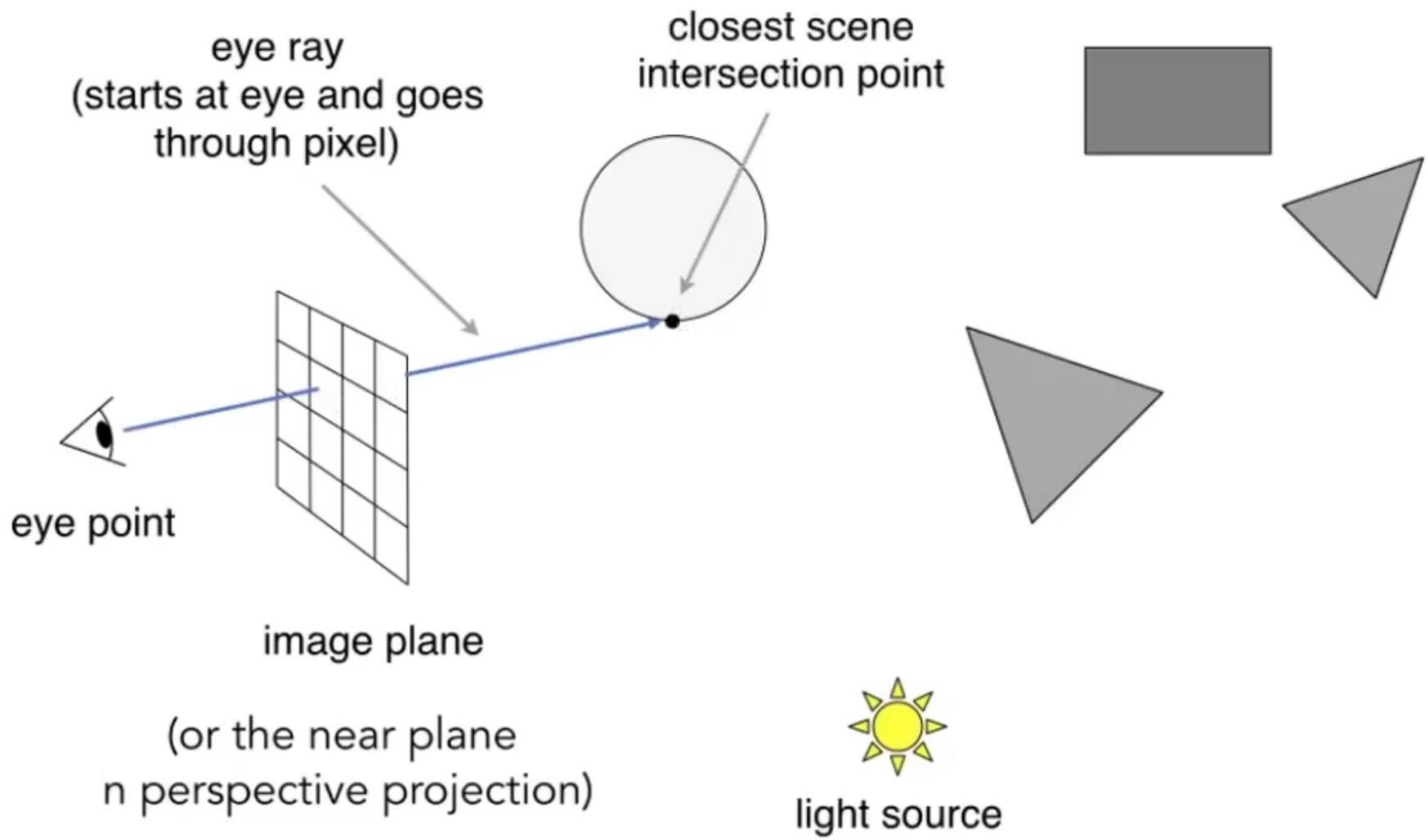

eye point
image plane
(or the near plane
n perspective projection)
light source

光线投射 – 找最近的交点

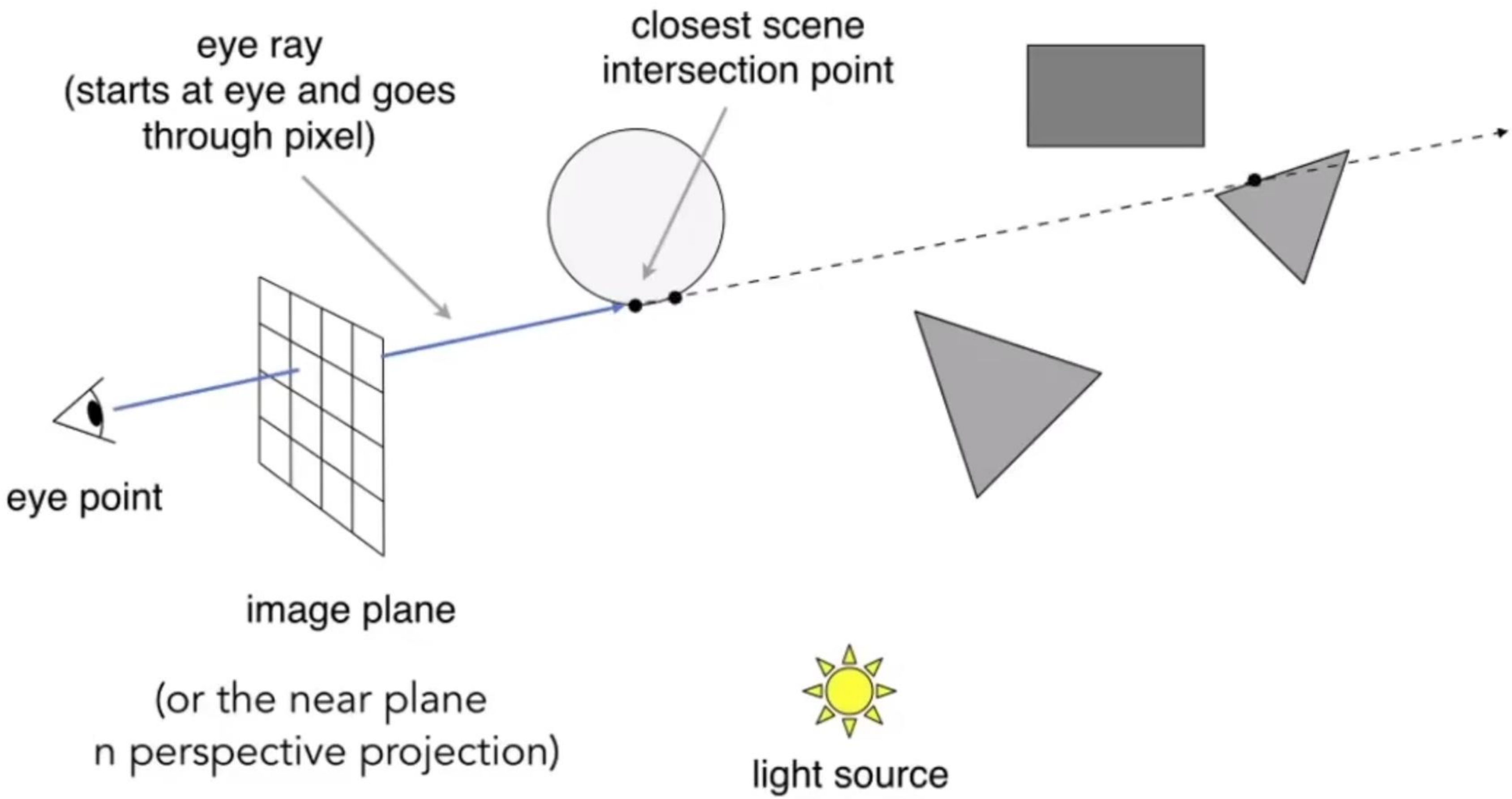


eye ray
(starts at eye and goes through pixel)
eye point
image plane
(or the near plane
n perspective projection)
light source

光线投射 – 找最近的交点

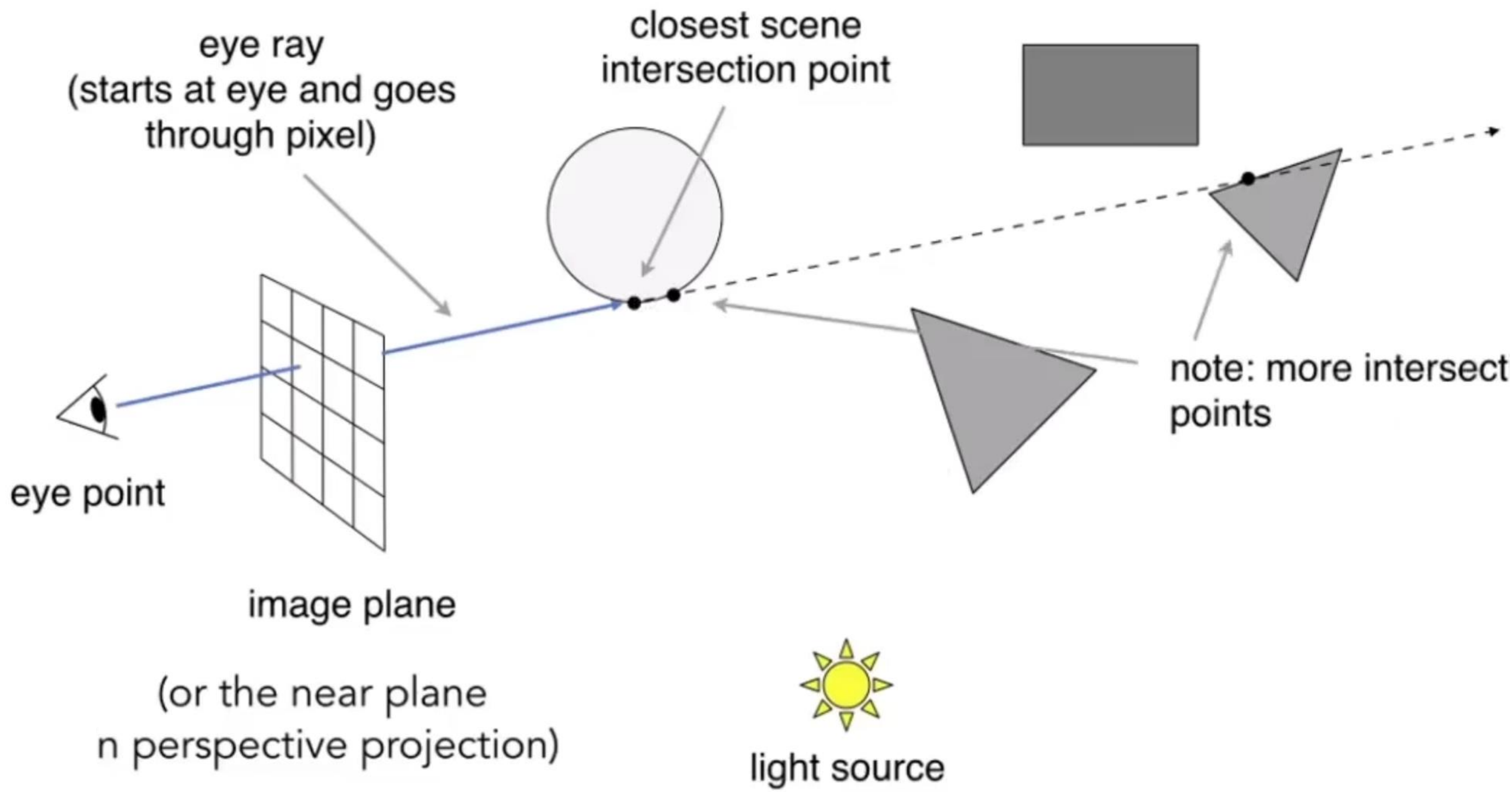

eye ray
(starts at eye and goes
through pixel)
closest scene
intersection point
eye point
image plane
(or the near plane
n perspective projection)
light source

光线投射 – 找最近的交点

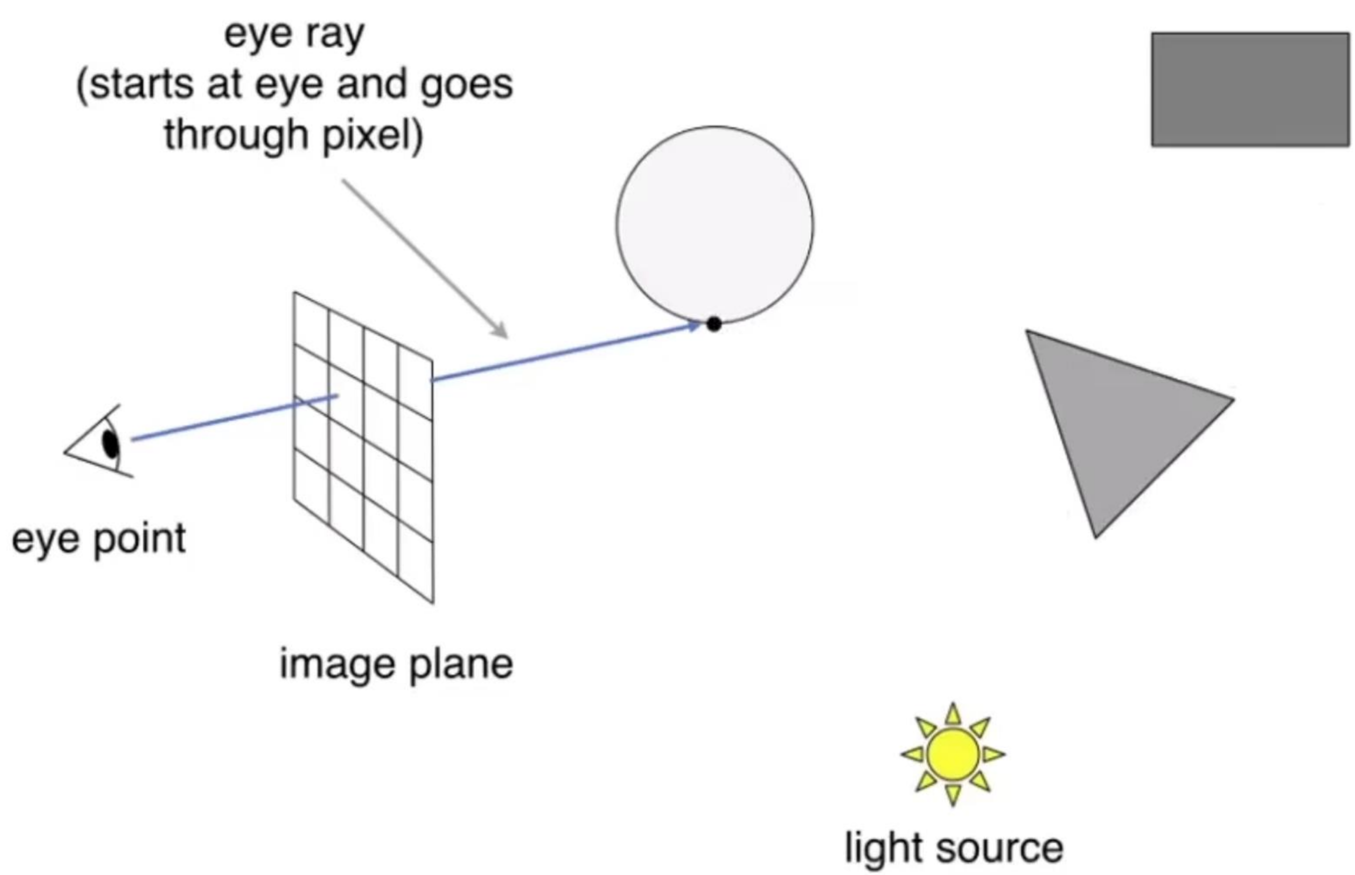


eye ray
(starts at eye and goes
through pixel)
closest scene
intersection point
eye point
image plane
(or the near plane
n perspective projection)
light source

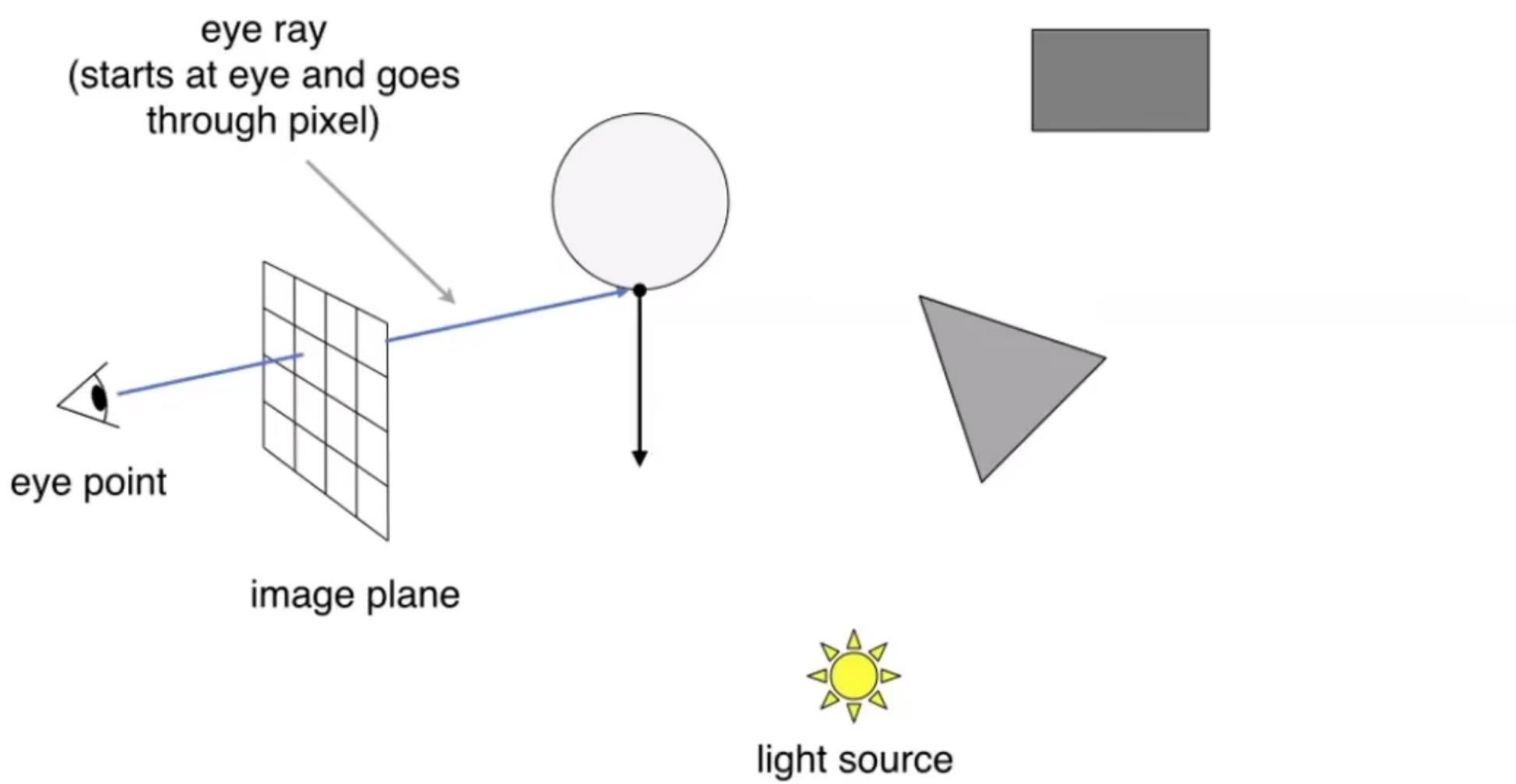
光线投射 – 找最近的交点


eye ray
(starts at eye and goes
through pixel)
closest scene
intersection point
note: more intersect
points
eye point
image plane
(or the near plane
n perspective projection)
light source

光线投射 – 为像素点着色

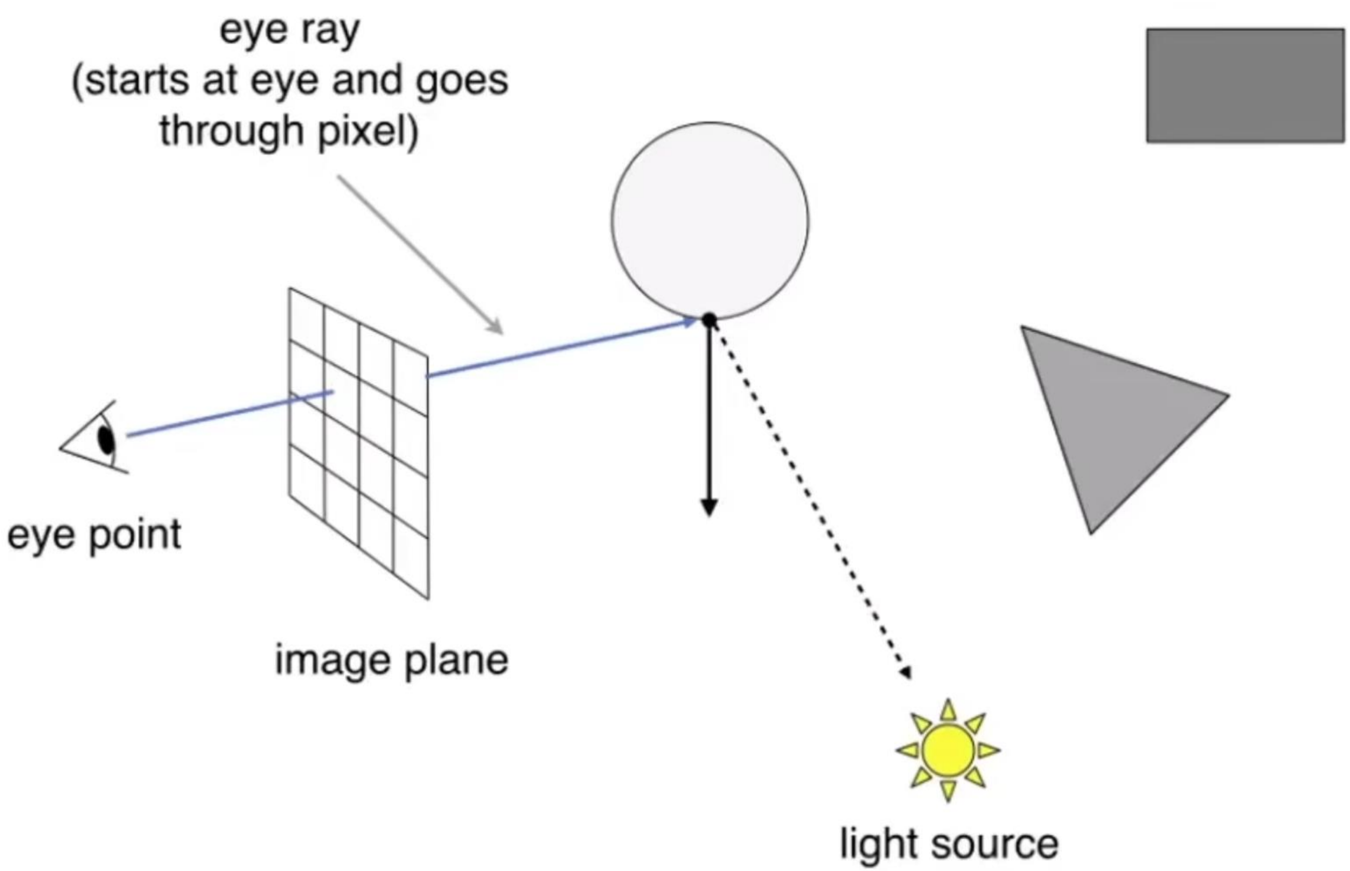

eye ray
(starts at eye and goes
through pixel)
eye point
image plane
light source

光线投射 – 为像素点着色



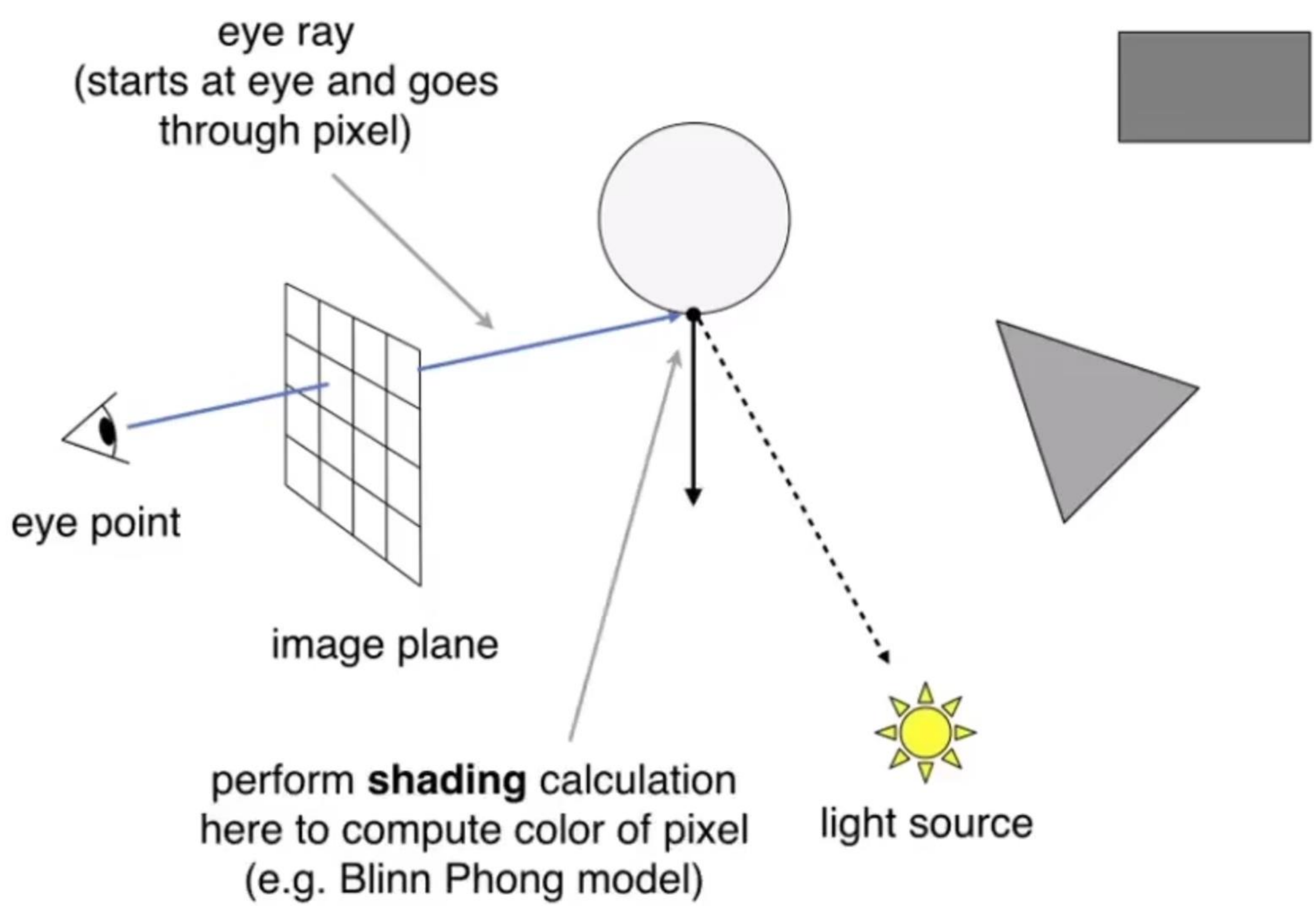
eye ray
(starts at eye and goes
through pixel)
eye point
image plane
light source

光线投射 – 为像素点着色

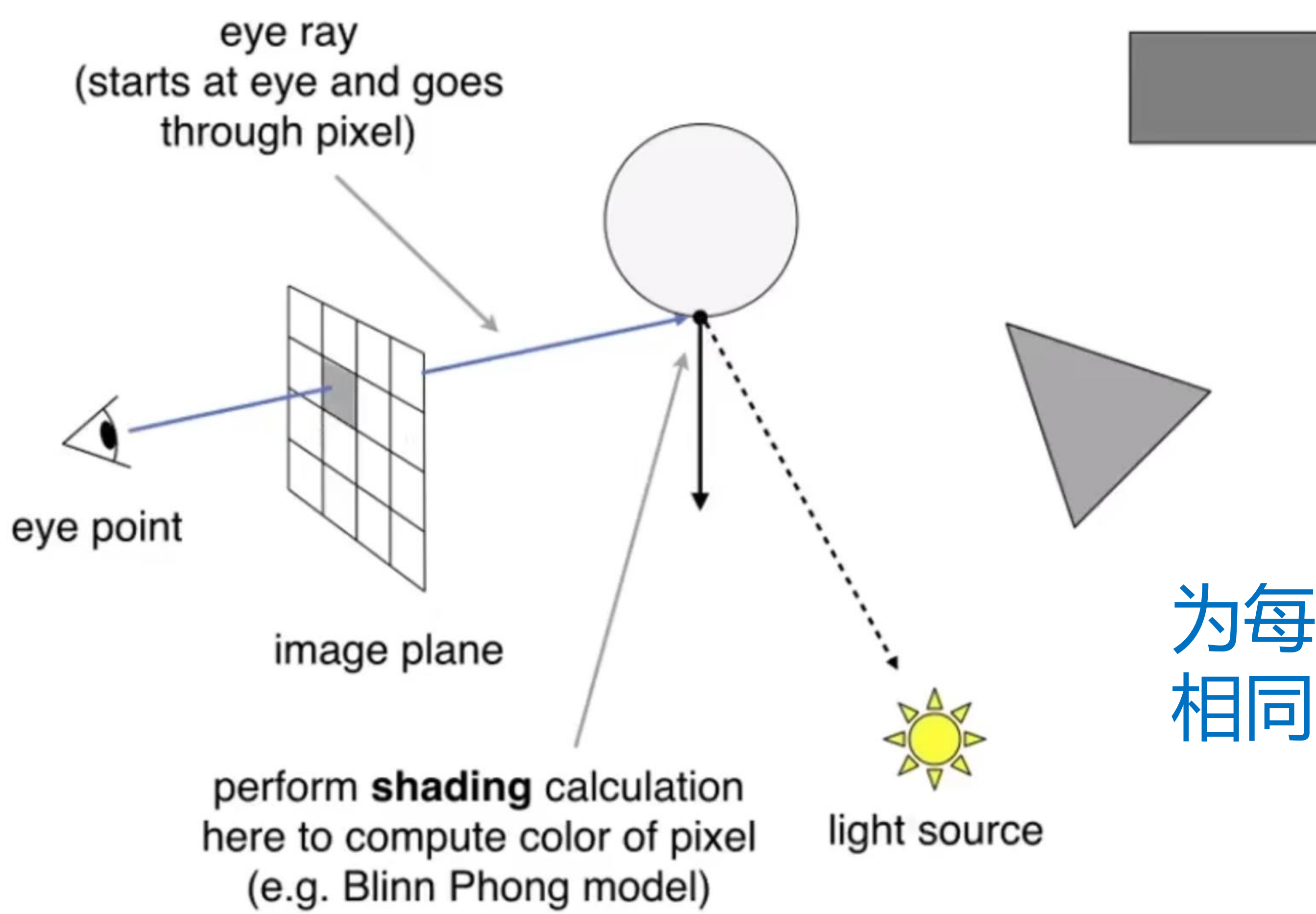


eye ray
(starts at eye and goes
through pixel)
eye point
image plane
light source

光线投射 – 为像素点着色

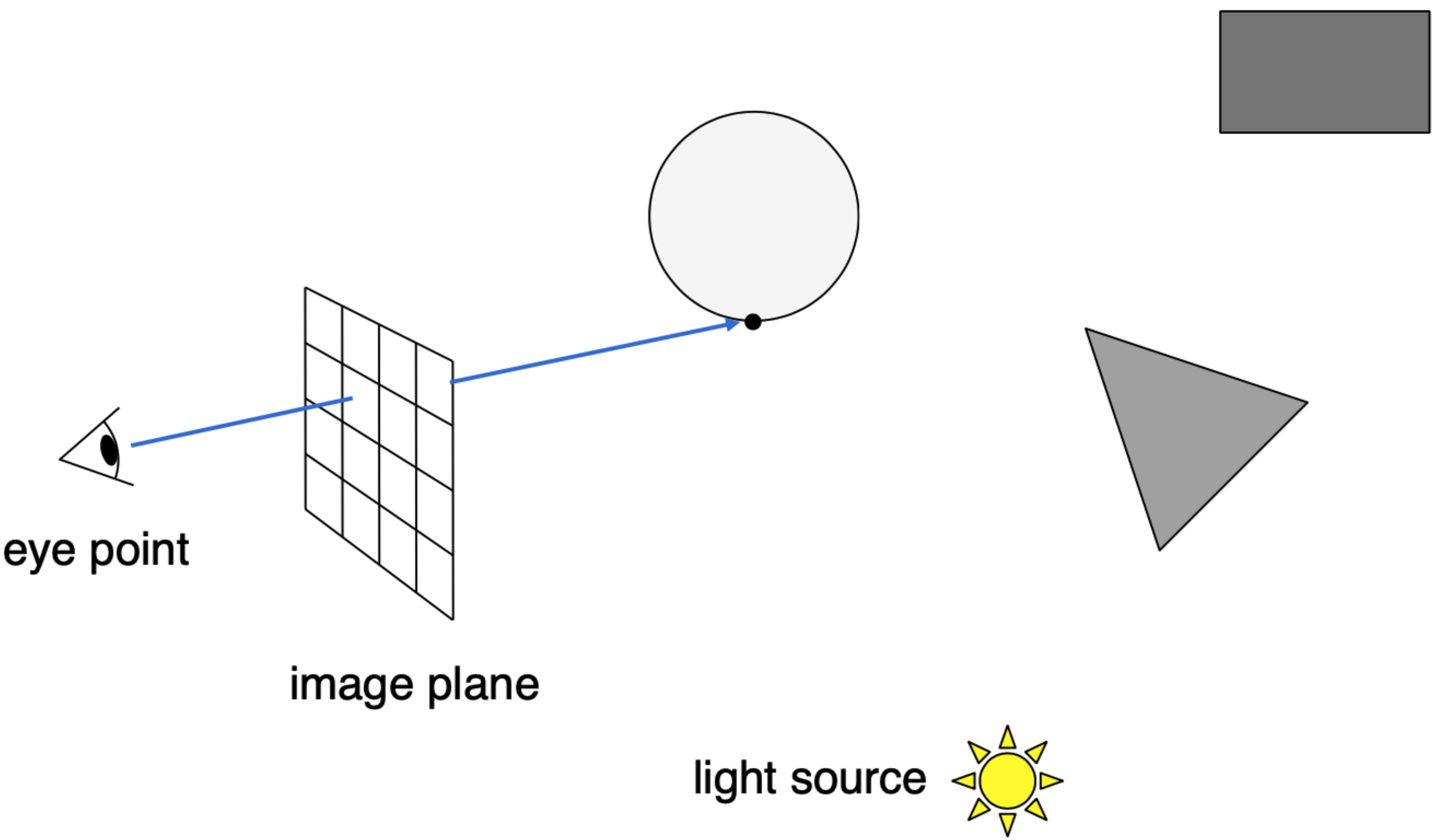

eye ray
(starts at eye and goes
through pixel)
eye point
image plane
perform **shading** calculation
here to compute color of pixel
(e.g. Blinn Phong model)
light source

光线投射 – 为像素点着色

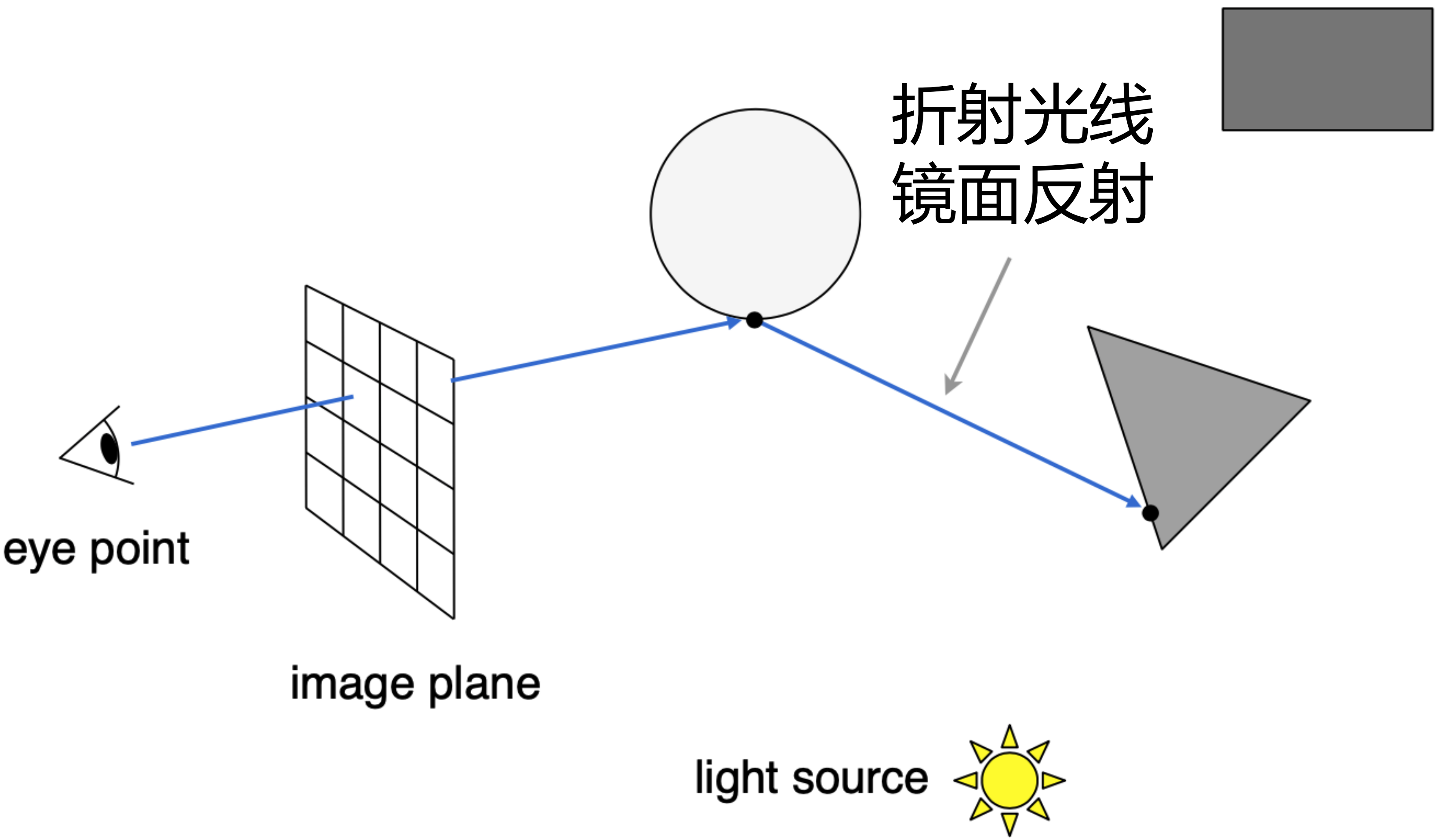


为每一个像素做
相同的着色计算

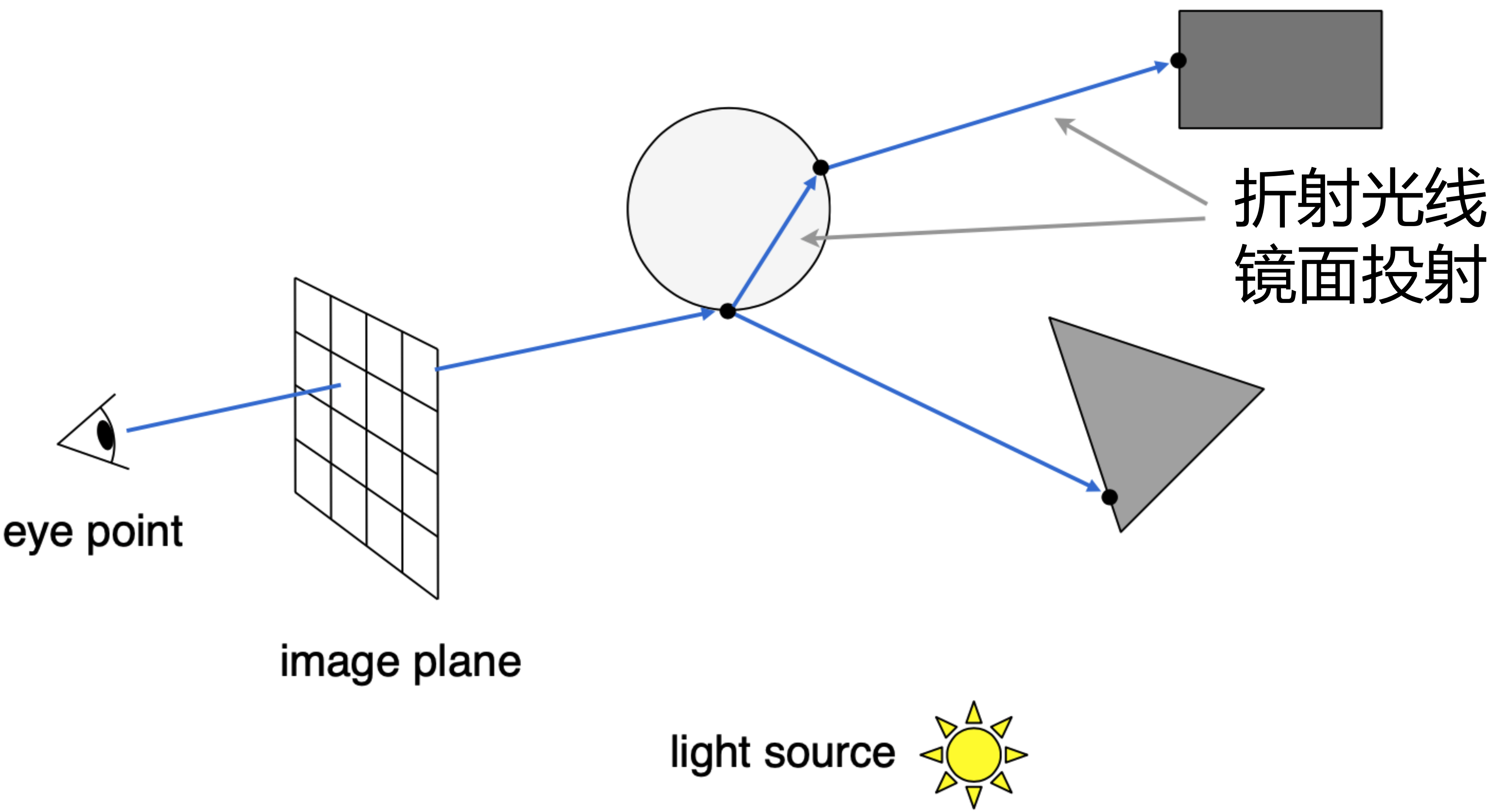
递归光线追踪 (Witted-Style)



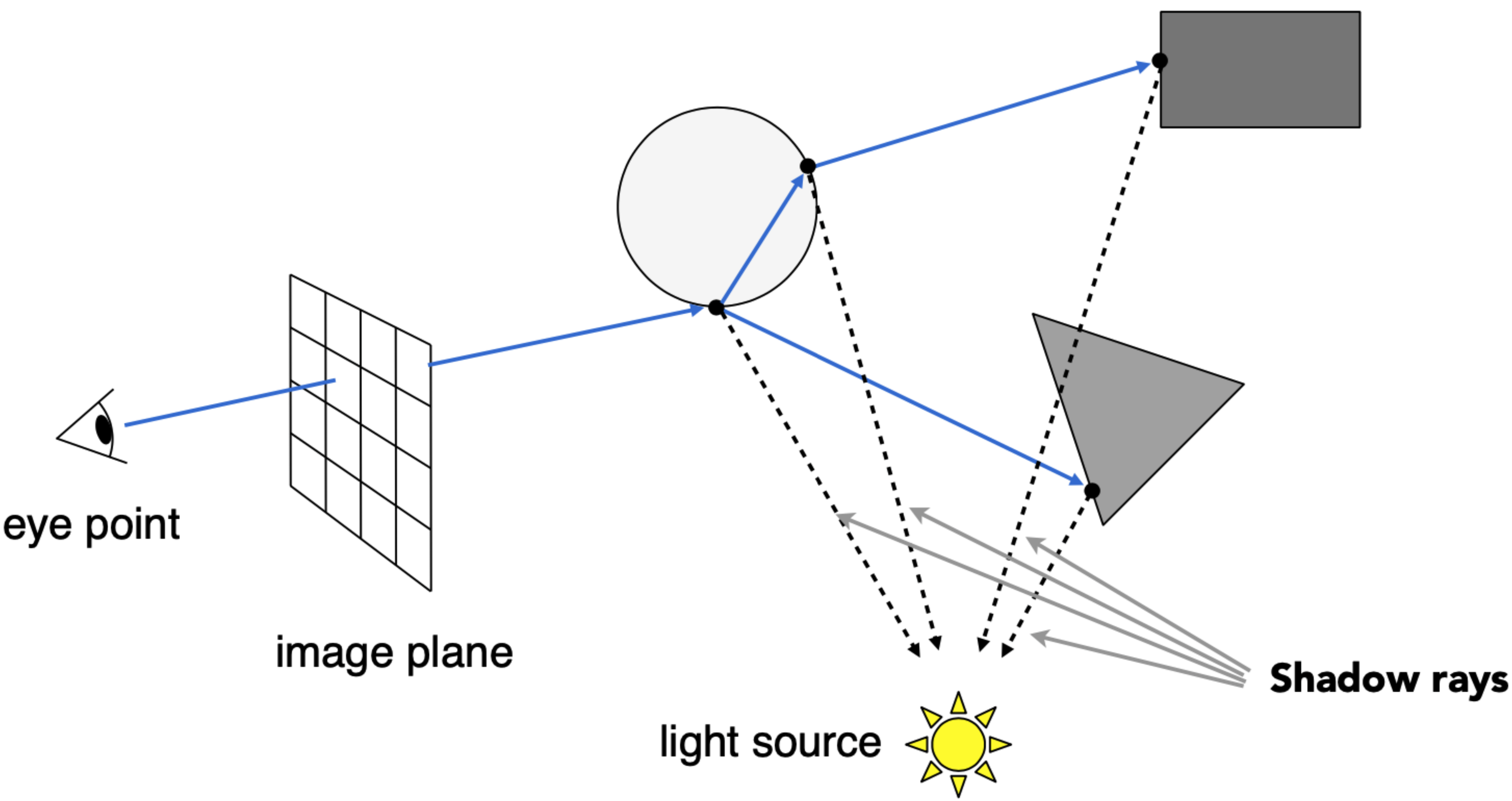
递归光线追踪 (Witted-Style)



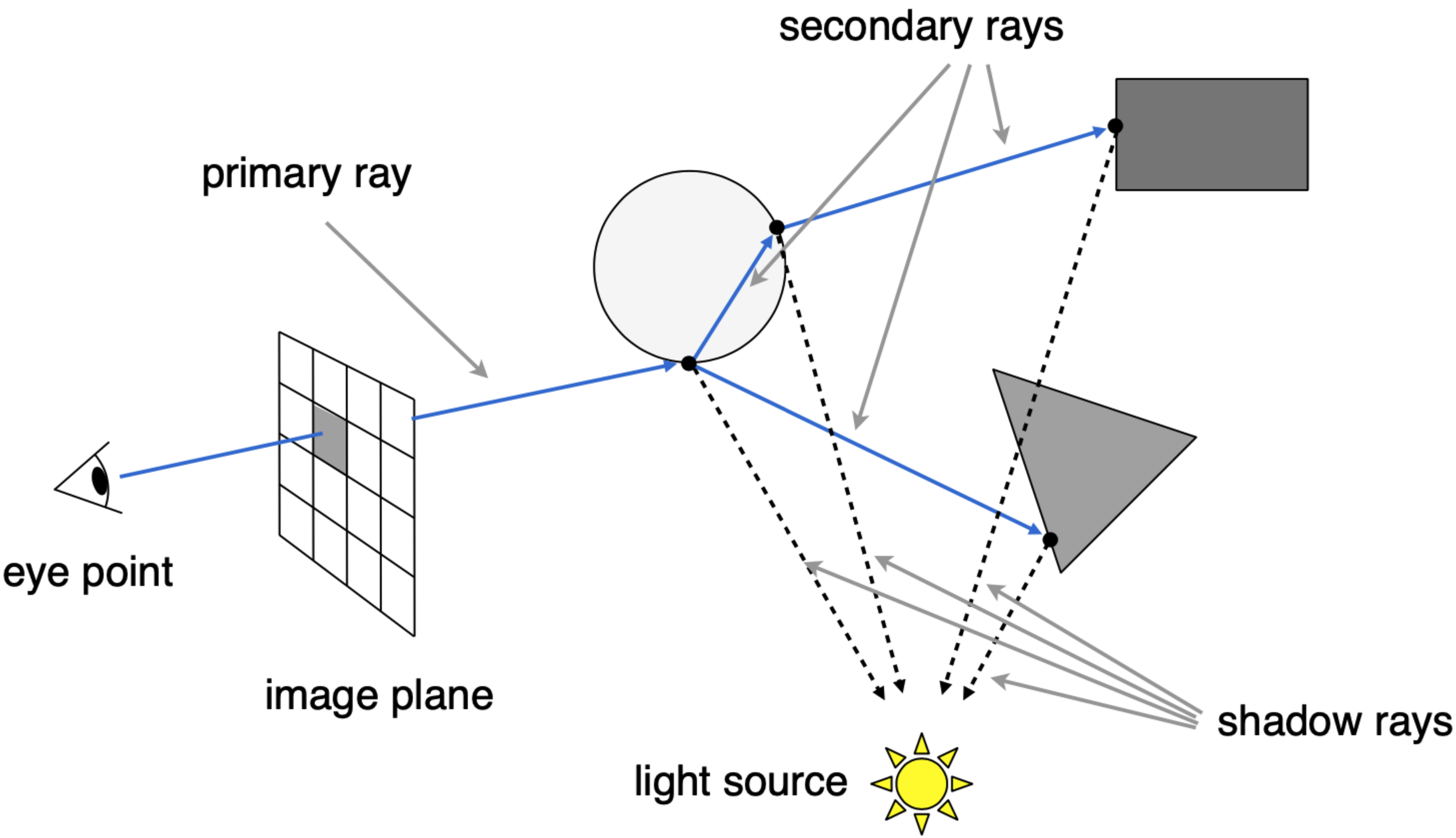
递归光线追踪 (Witted-Style)



递归光线追踪 (Witted-Style)



递归光线追踪 (Witted-Style)

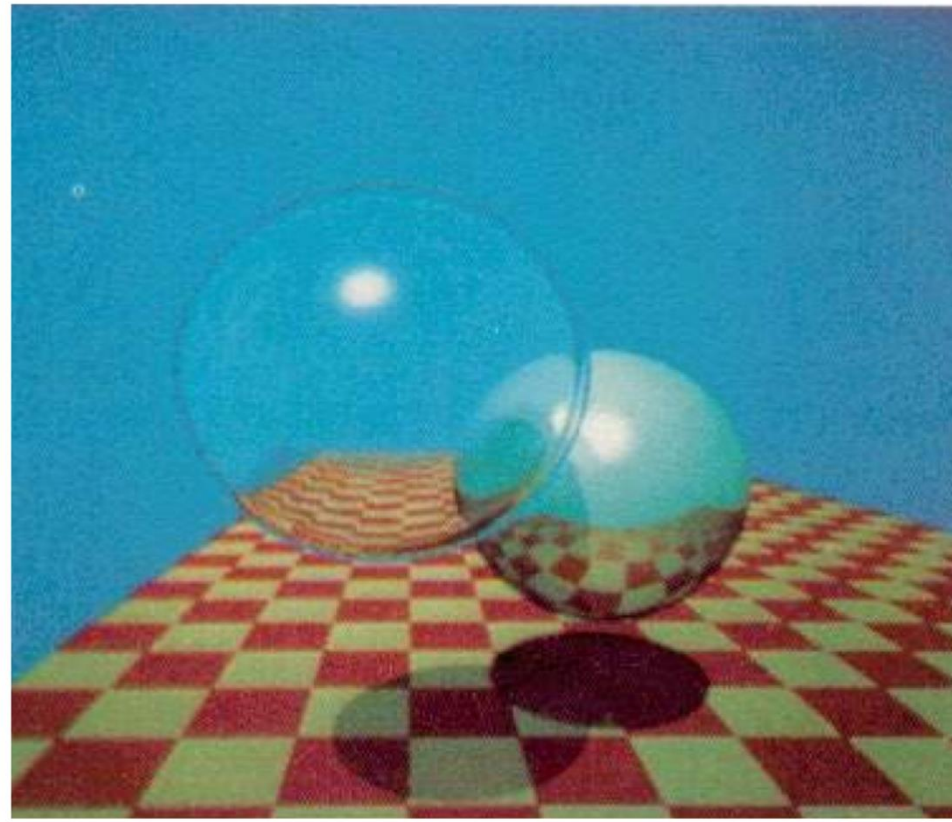


递归光线追踪 (Witted-Style)

"An improved Illumination model for shaded display"
T. Whitted, CACM 1980

Time:

- VAX 11/780 (1979) 74m
- PC (2006) 6s
- GPU (2012) 1/30s

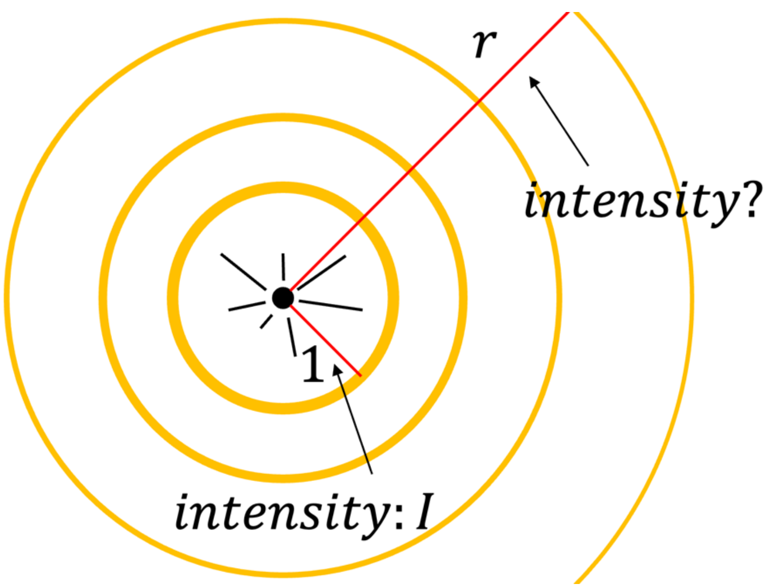


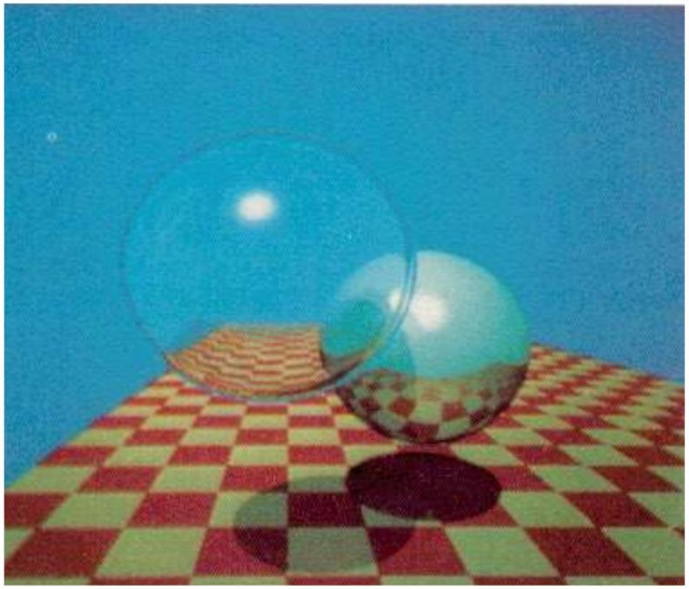
Spheres and Checkerboard, T. Whitted, 1979

Whitted 风格光线追踪的效果足够好了吗?

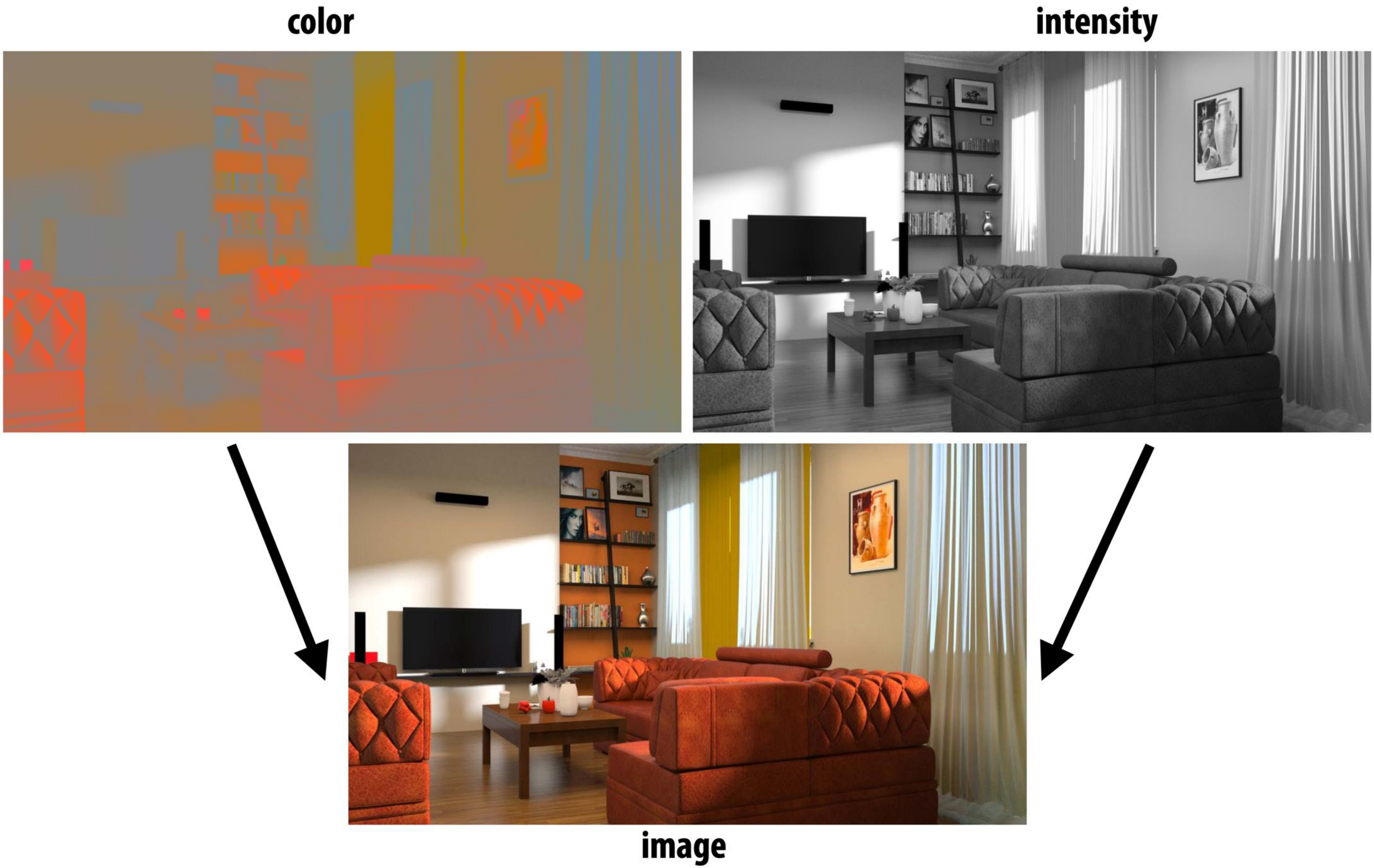
□在 Blinn-Phong 模型中

- 我们迄今只处理了简单的光源 (即点光源)
- 光强 (light’ s intensity) 具体指的是什么？单位是什么?
- 各类型的反射系数能否反映物体的真实特性?





真实的渲染需要知道颜色和光的强度



辐射度量学
Radiometry

辐射度量学

- 是一套研究电磁辐射（包括可见光）及其测定的技术
- 精确理解光照模型，测量光的空间特性
- 以更符合物理规律的方式进行照明计算
- 提升图形的渲染质量和真实性，比如全局光照

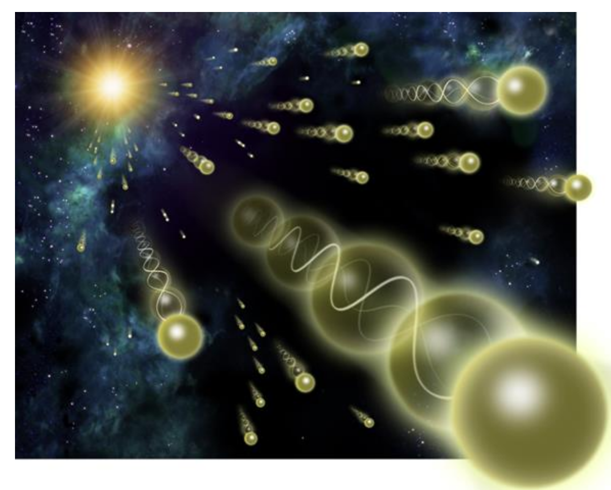
光的几何光学模型

- 光沿直线传播，用射线表示
- 光线之间没有干扰
- 光的波长<<物体的尺寸 (不从微观上研究，在符合人类对光的感知的尺度上即可，没有衍射和干涉)

从光子出发

- 许多物理过程将能量转化为光子
  - 白炽灯泡将热量转化为光
  - 恒星 (比如太阳) 的核聚变产生光子
  - …
- 每个光子携带少量能量
- **光子撞击物体**的能量约等于“亮度”
  - 电影、眼睛、太阳能板…

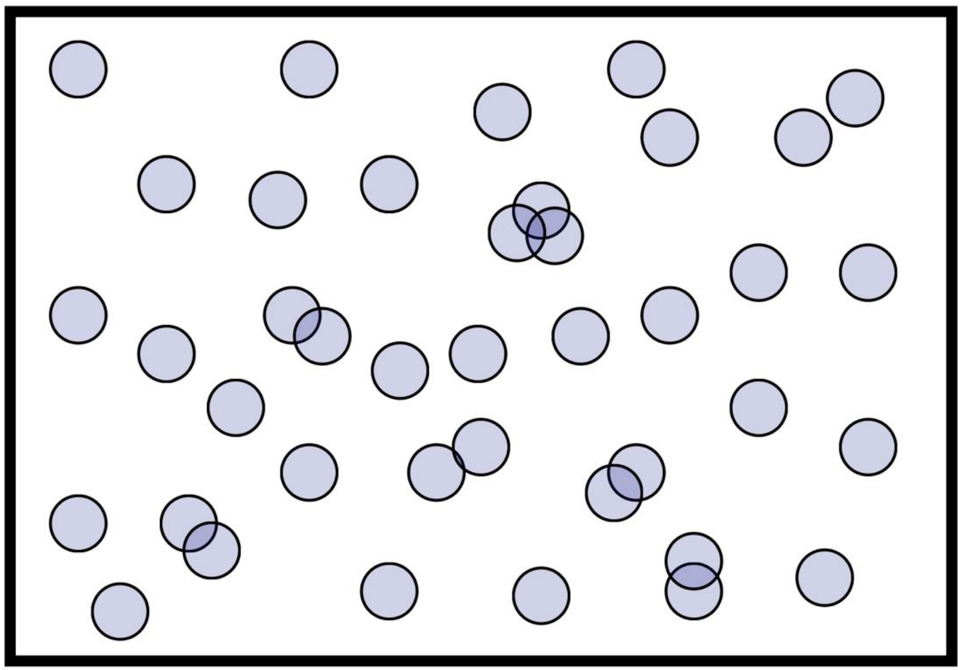
需要从不同维度测量和描述能量(亦即光)，这些信息能用来绘制精美的图像



我们如何测量和量化光？
How do we measure and quantify light?

辐射能量 Radiant Energy

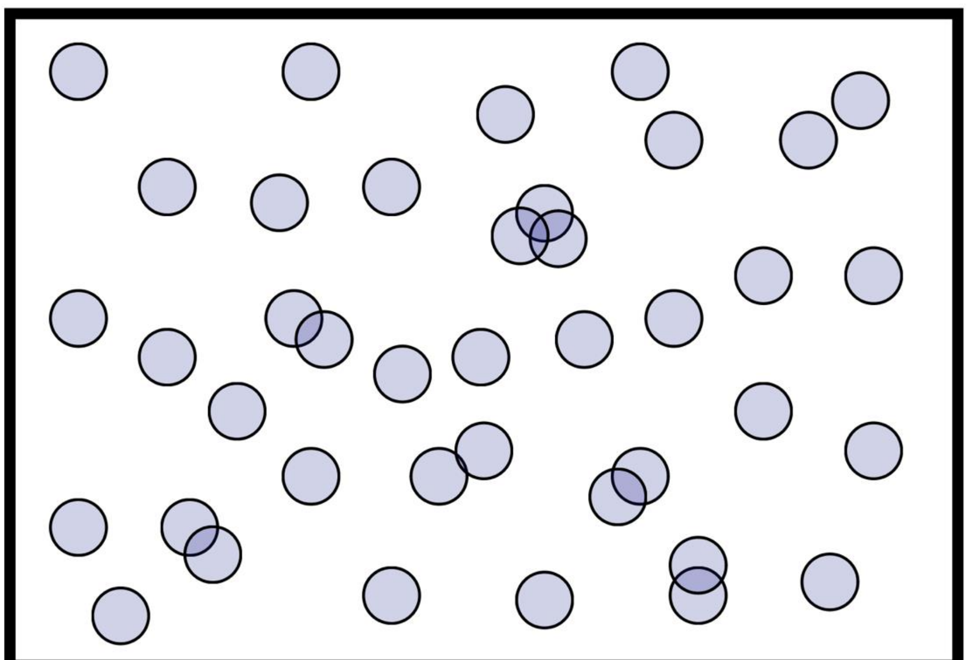
- 辐射能量是**电磁波（包括光）传递的能量**，这种能量可以被吸收，反射，发射和传输
- 可抽象地理解为在**一段时间内**，光子击中**某一面积**的次数



"Radiant energy": 40

辐射功率/辐射通量 Radiant Flux

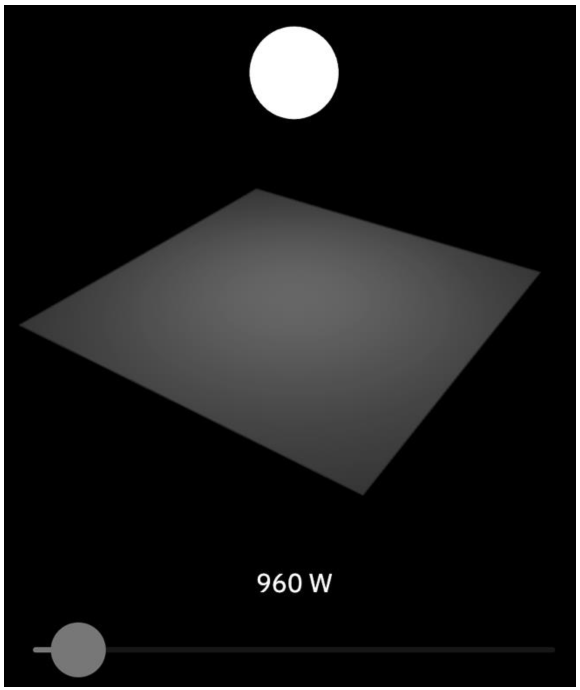
- 辐射通量是**单位时间内通过某一面积的辐射能量**
- 可抽象理解为在**单位时间内**，光子击中**某一面积**的次数
- 假定每个光子的能量相同，则功率越大物体看起来越亮

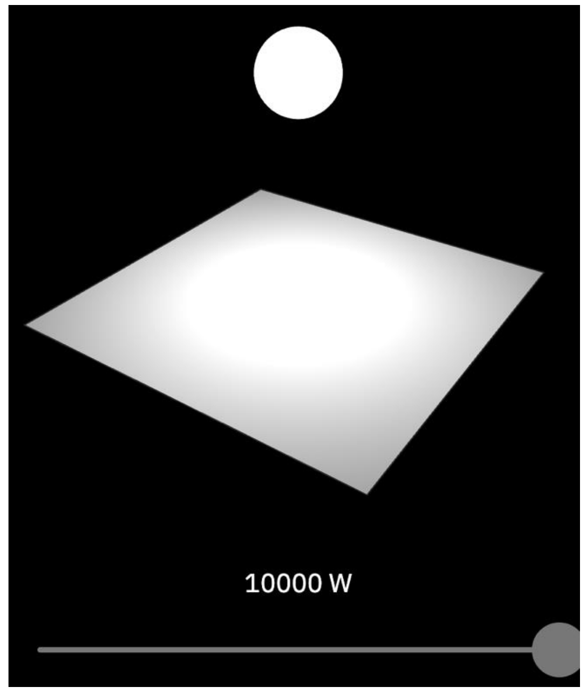


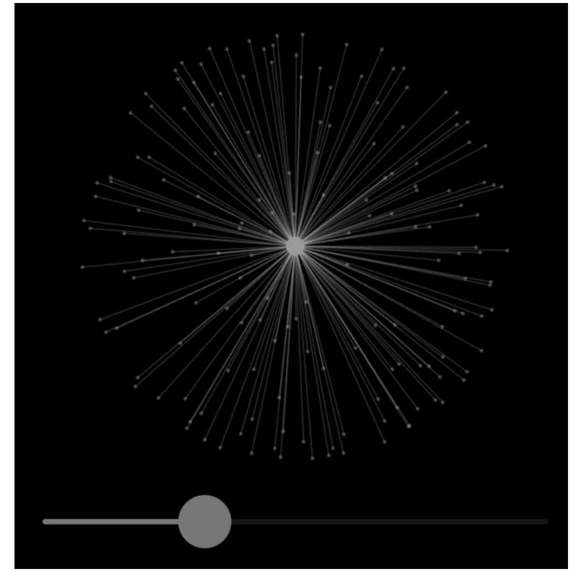
假设 40 个光子耗费 2s 到达

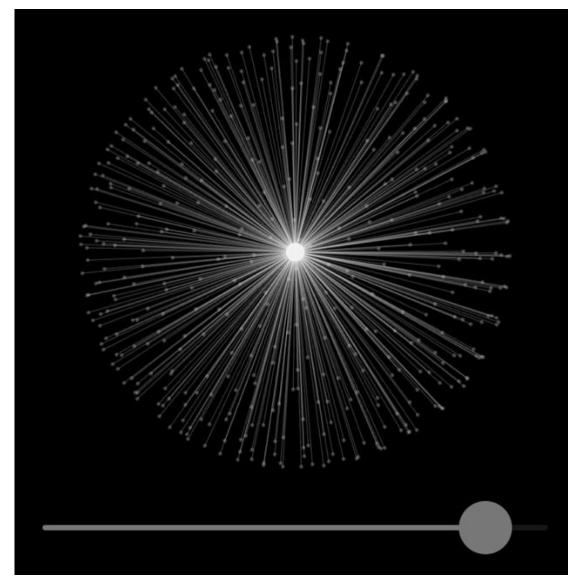
Estimate of "radiant flux": 40 hits/2s = 20 hits/s

辐射功率可视化





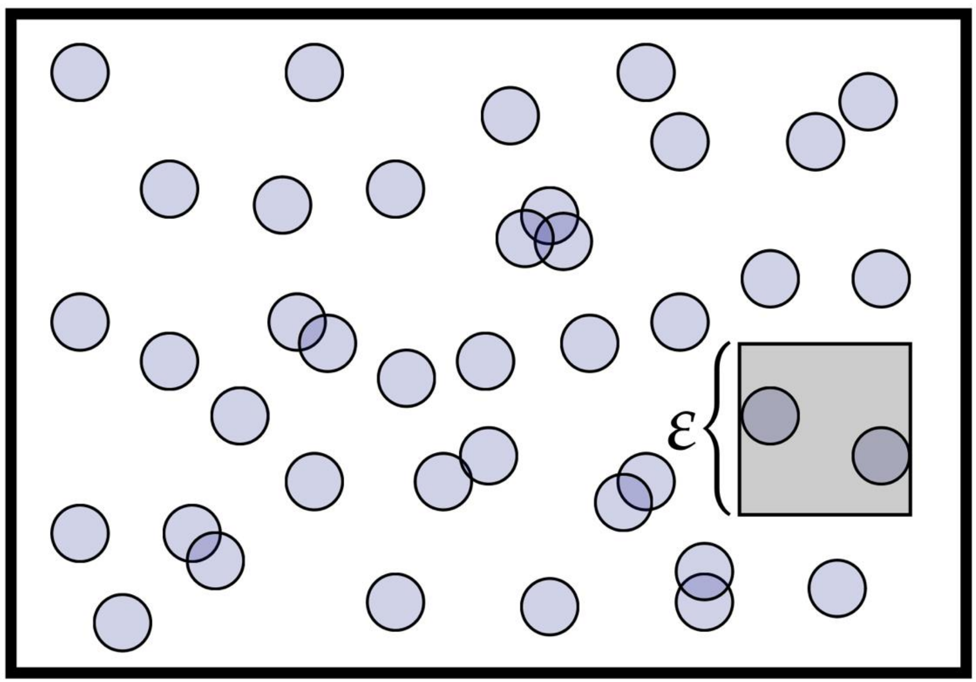




https://ciechanow.ski/lights-and-shadows/

辐照度 Irradiance

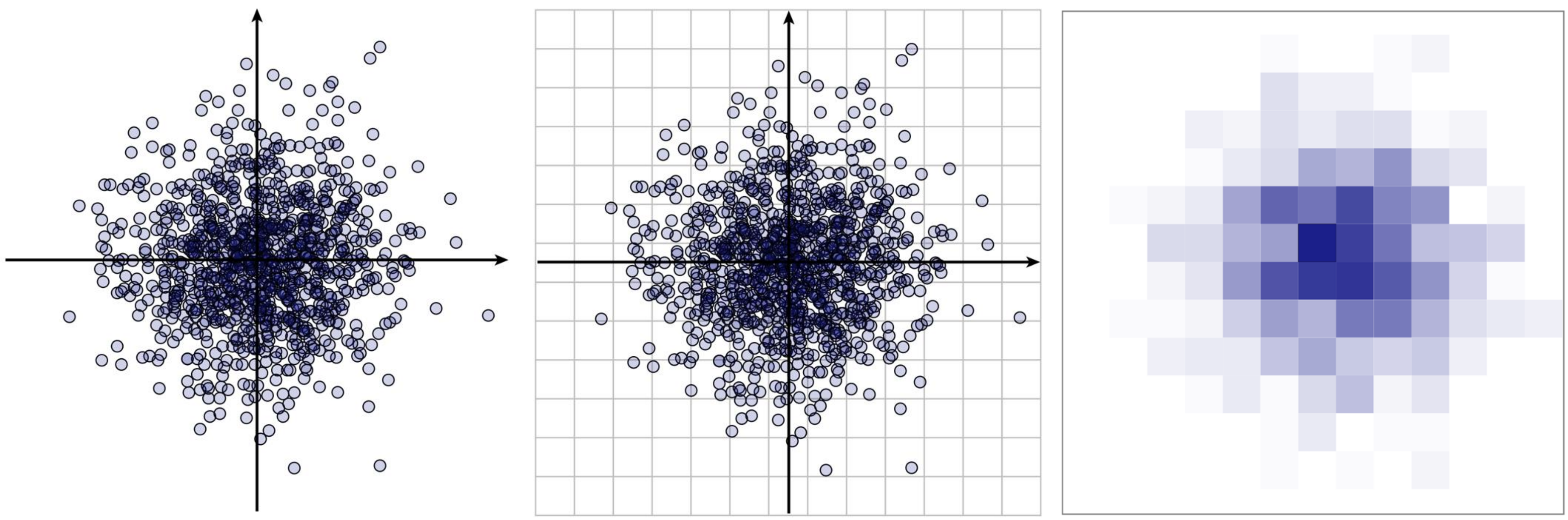
- Irradiance 是**单位时间内通过单位面积的辐射能量**，也就是辐射功率 Radiant Flux 的密度
- 可抽象理解为在**单位时间内**，光子击中**单位面积**的次数



Estimate of "radiant energy density": 2/ε²

通过估计 Irradiance 来生成图像

- 为了生成图像，我们需要知道光子打在了具体哪个地方
- 从这个角度来看，我们在图像生成中的目标是估计图像每个点的辐照度 (比如每个像素的 Radiant flux)



回顾目前为止的概念

辐射能量 **Radiant energy** 一段时间、某一面积的撞击数	**辐射能量密度** **Radiant energy density** 一段时间、单位面积的撞击数
辐射功率 **Radiant flux** 单位时间、某一面积的撞击数	**辐射功率密度** **Radiant flux density** **a.k.a. 辐照度 Irradiance** 单位时间、单位面积的撞击数

它们的单位是什么？

测量光照：辐射能量

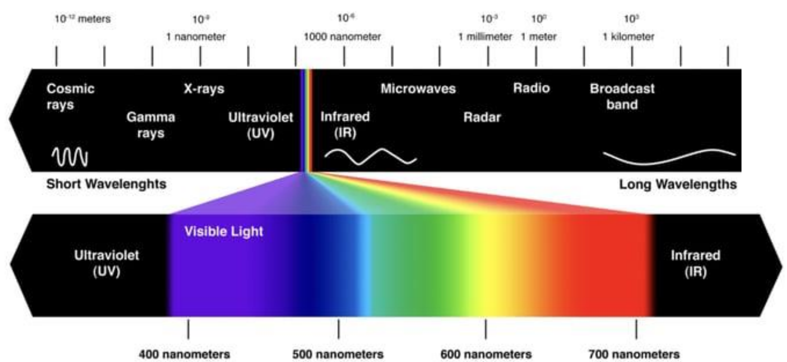
- 如何才能更精确地计算能量?
- 前面说只需要计算光子撞击的次数，但所有撞击贡献的能量都一样吗?
- 计算每一个光子的能量 Q：

普朗克常数

光速

$$Q = \frac{hc}{\lambda}$$

波长 (颜色!)



$h \approx 6.626 \times 10^{-34}\ \mathrm{J{\cdot}s}$ (Joules times seconds)

$c \approx 3.00 \times 10^{8}\ \mathrm{m/s}$ (meters per second)

$\lambda \approx 390\text{–}700 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}$ (visible)

Q：一个光子能量的单位是什么?

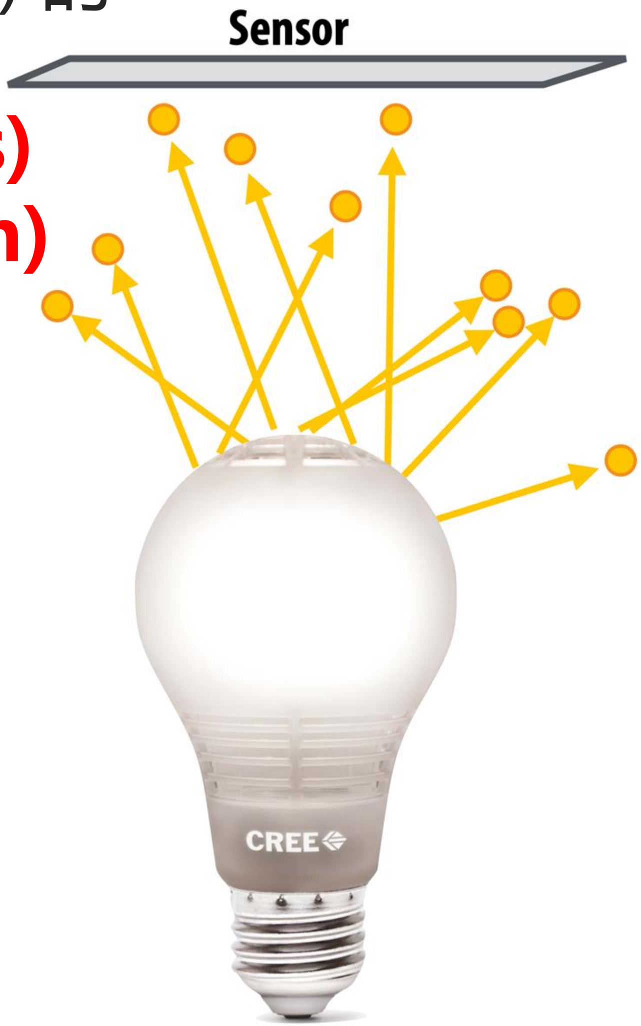
$$\frac{(J \times s)(m/s)}{m} = J$$

测量光照：辐射功率 (辐射通量)

- 通量 (flux)：传感器接收 (或光发射出) 的单位时间能量（瓦特 Watts）

W (Watts)
lm (lumen)

$$\Phi = \lim_{\Delta \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dQ}{dt} \left[\frac{J}{s}\right]$$

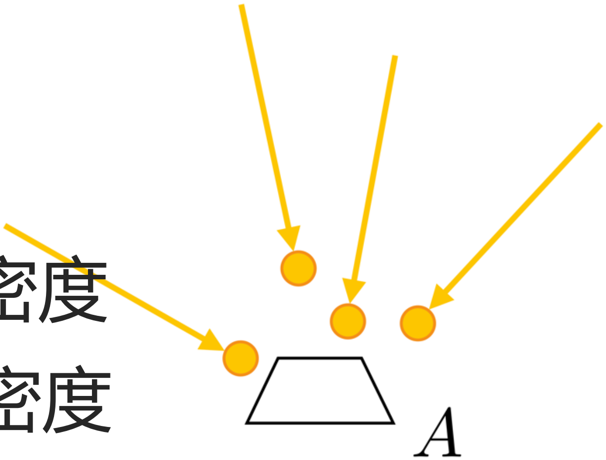


- 反过来考虑：功率的时间积分就是总的辐射能量

$$Q = \int_{t_0}^{t_1} \Phi(t)\, dt$$

单位是什么?

测量光照：辐照度



- ☐辐射功率 (Radiant flux)：能量的时间密度
- ☐辐照度 (Irradiance)：辐射功率的面积密度
- ☐给定一个面积为 A 的传感器，我们可以计算整个传感器区域的平均辐射功率

$$\frac{\Phi}{A}$$

- ☐辐照度 E 是通过求传感器上单个点 p 的面积极限得出的

$$E(p) = \lim_{\Delta \to 0} \frac{\Delta\Phi(p)}{\Delta A} = \frac{d\Phi(p)}{dA} \left[\frac{\mathrm{W}}{m^2}\right] \left[\frac{\mathrm{lm}}{m^2} = \mathrm{lux}\right]$$

回顾目前为止的概念 (带单位)

辐射能量
Radiant energy
一段时间、某一面积的撞击数

焦耳 (J, Joules)

辐射能量密度
Radiant energy density
一段时间、单位面积的撞击数

焦耳每平方米 (J/m^2)

辐射功率
Radiant flux
单位时间、某一面积的撞击数

焦耳每秒 (J/s)
=瓦特 (W, Watts)

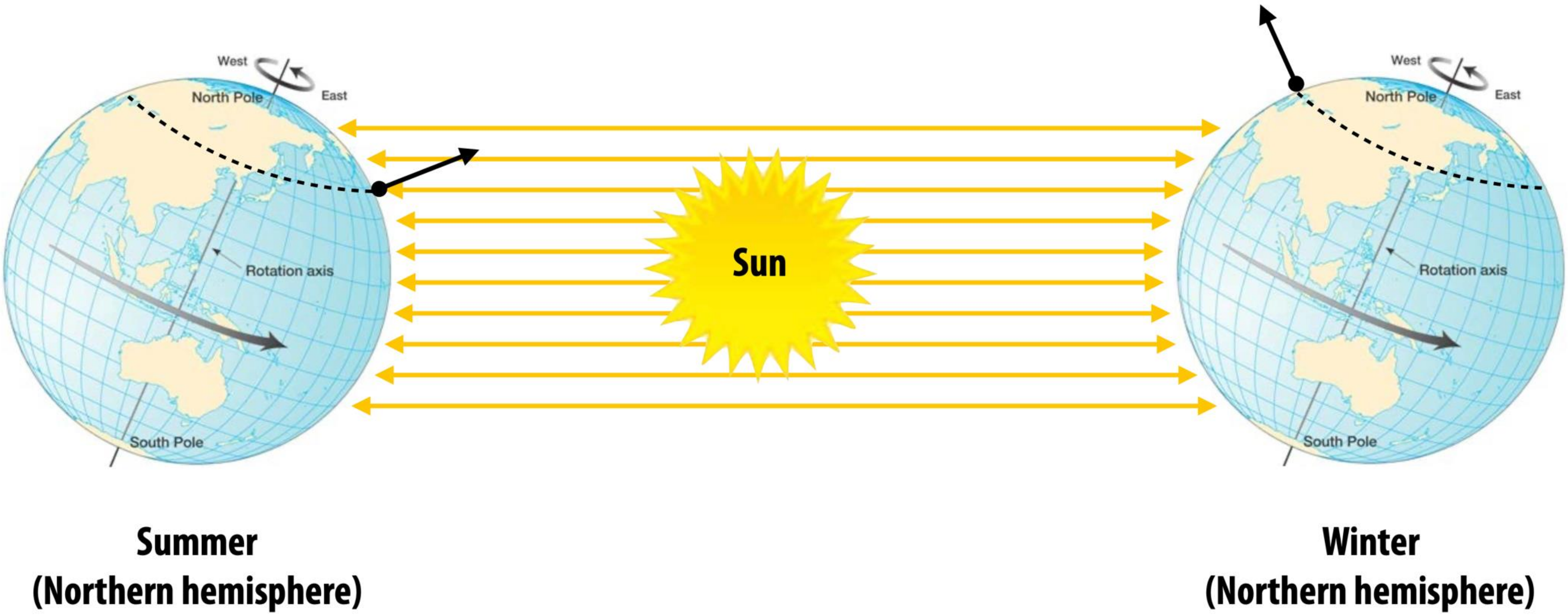
辐射功率密度
Radiant flux density
a.k.a. 辐照度 Irradiance
单位时间、单位面积的撞击数

瓦特每平方米 (W/m^2)

为什么一个曲面有的地
方亮，有的暗？

为什么我们会有四季?

- 并不是因为冬天我们距离太阳比较远
- 而是因为角度不同，接收到的能量也不同



Earth's axis of rotation: ~23.5° off axis

用辐照度表示光束的功率

- 考虑辐射功率为 Φ 的光束入射到面积为 A 的表面

辐照度 Irradiance (单位时间和单位面积的能量)

Radiant flux 辐射通量 (单位时间的能量)

$$E = \frac{\Phi}{A}$$

$$\Phi = EA$$

投影面积

□考虑辐射功率为 Φ 的光束入射到面积为 A' 且角度为 θ 的表面

$$A = A' \cos\theta$$

A 相对于光束方向的投影面积

朗伯定律 Lambert’ s Law

□表面的辐照度和光方向与表面法线之间的角度余弦成正比

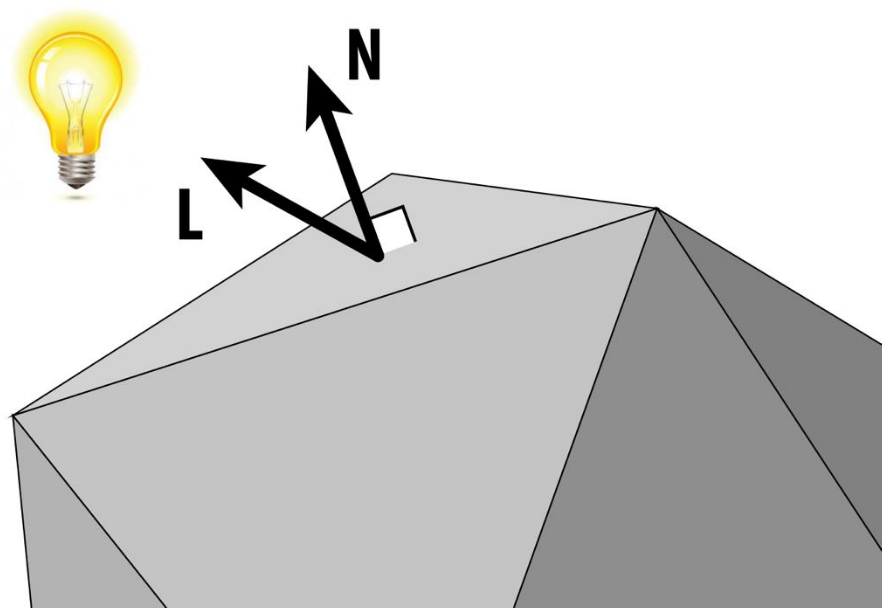
$$A = A' \cos\theta$$

$$E = \frac{\Phi}{A'} = \frac{\Phi\cos\theta}{A}$$

“N-dot-L”光照

- 曲面着色的最基本方法：取单位曲面法线 (N) 和单位光方向 (L) 的点积

```
double surfaceColor( Vec3 N, Vec3 L )
{
    return dot( N, L );
}
```

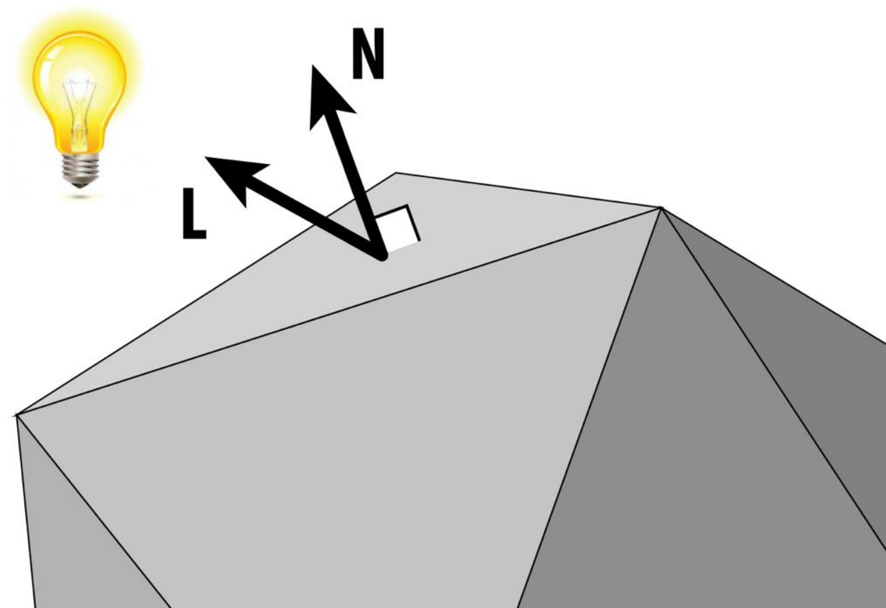


(Q: What’s wrong with this code?)

“N-dot-L”光照

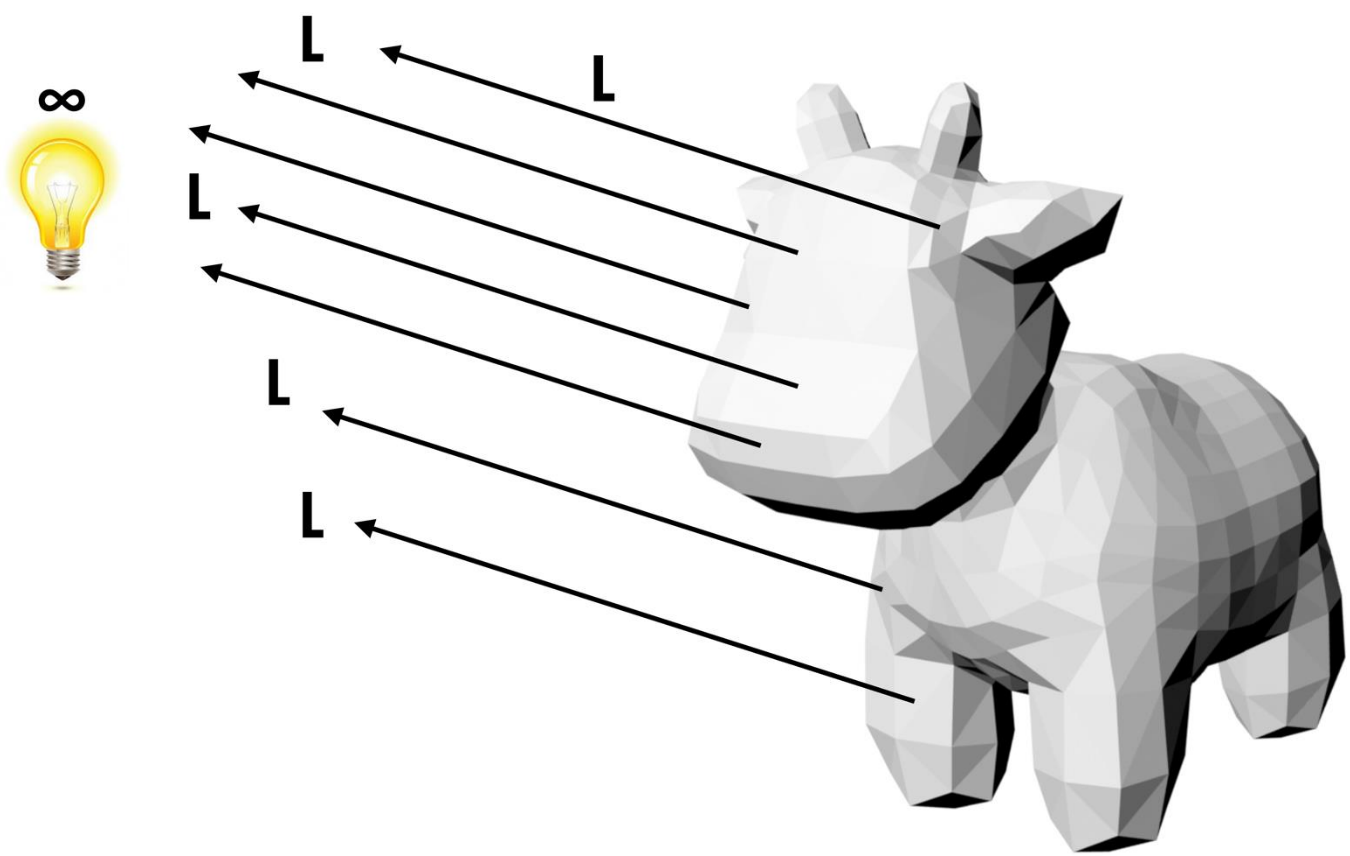
- 曲面着色的最基本方法：取单位曲面法线 (N) 和单位光方向 (L) 的点积

```
double surfaceColor( Vec3 N, Vec3 L )
{
   return max( 0., dot( N, L ));
}
```



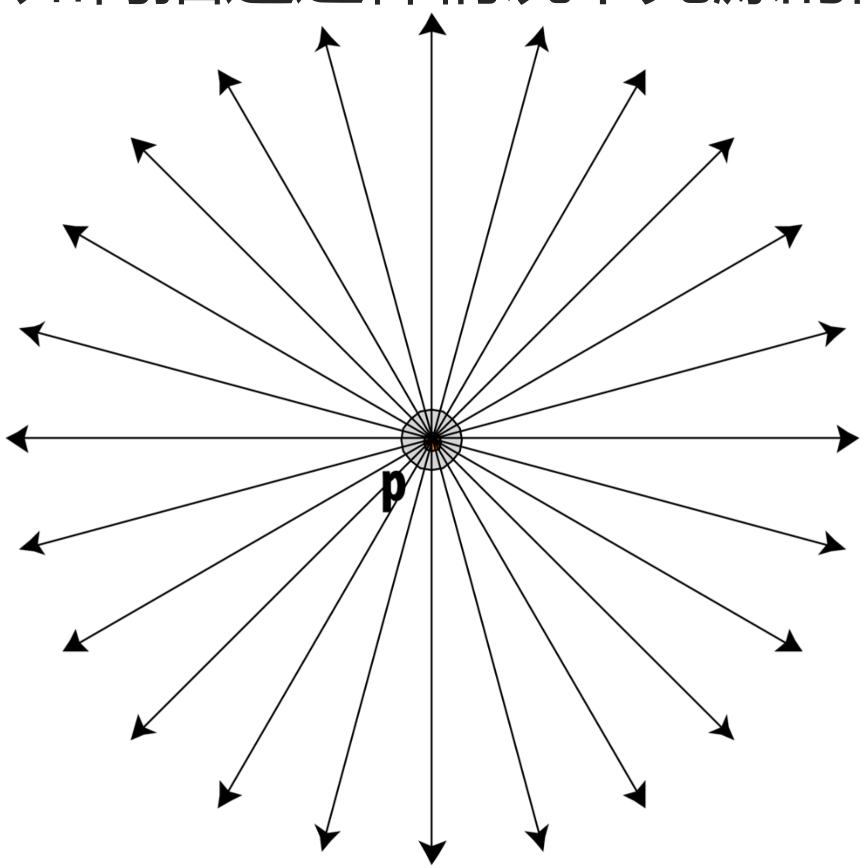
定向光照

- 常见抽象：光源在无限远处，比如太阳光
- 因此，所有的光线方向 (L) 都是相同的
- 对所有多边形计算“N-dot-L”光照



各向同性的点光源

- 一个更真实的光源模型 (比如灯泡)
- 非无穷远处的光源，其光线不是相互平行的
- 如何描述这种情况下光源的能量?



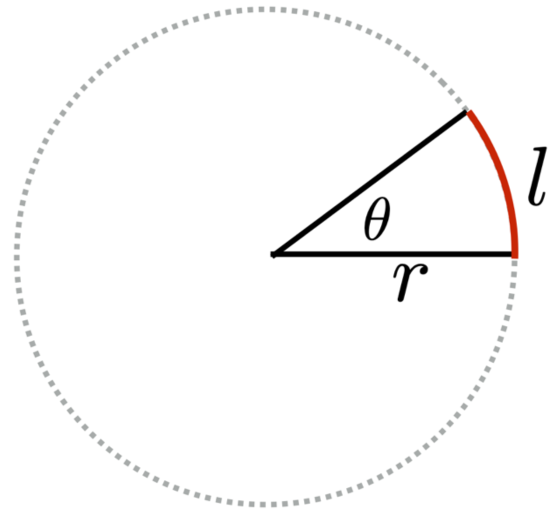
辐射强度
Radiant intensity

点光源向某单位立体角 (?) 的辐射功率

角和立体角 Angles and Solid Angles

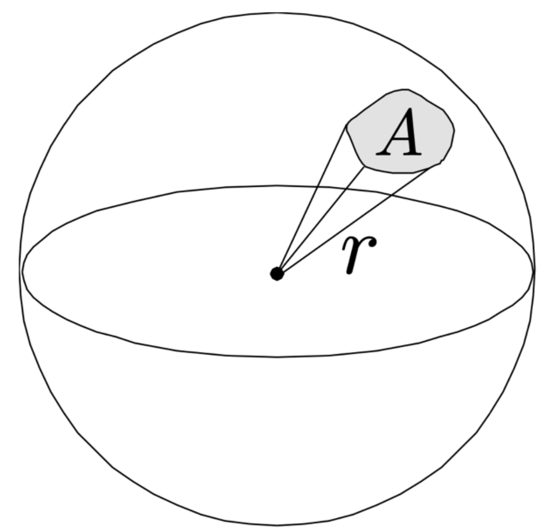
□角度：圆上弧的长度与半径之比

- $\theta = \dfrac{l}{r}$
- 一个圆有 2π 的弧度 (radians)

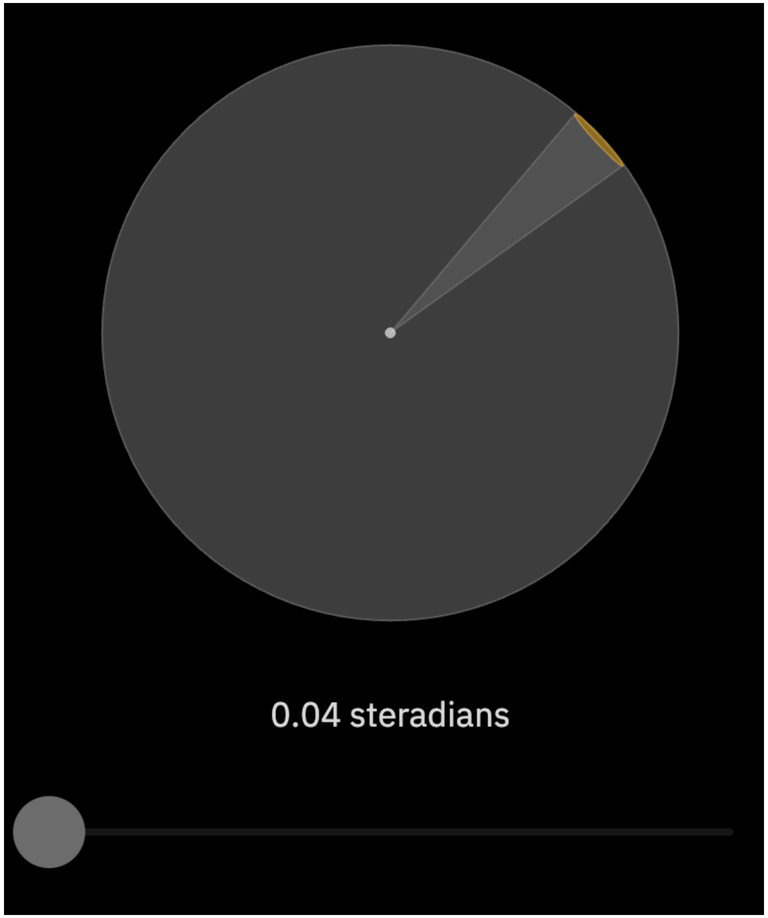


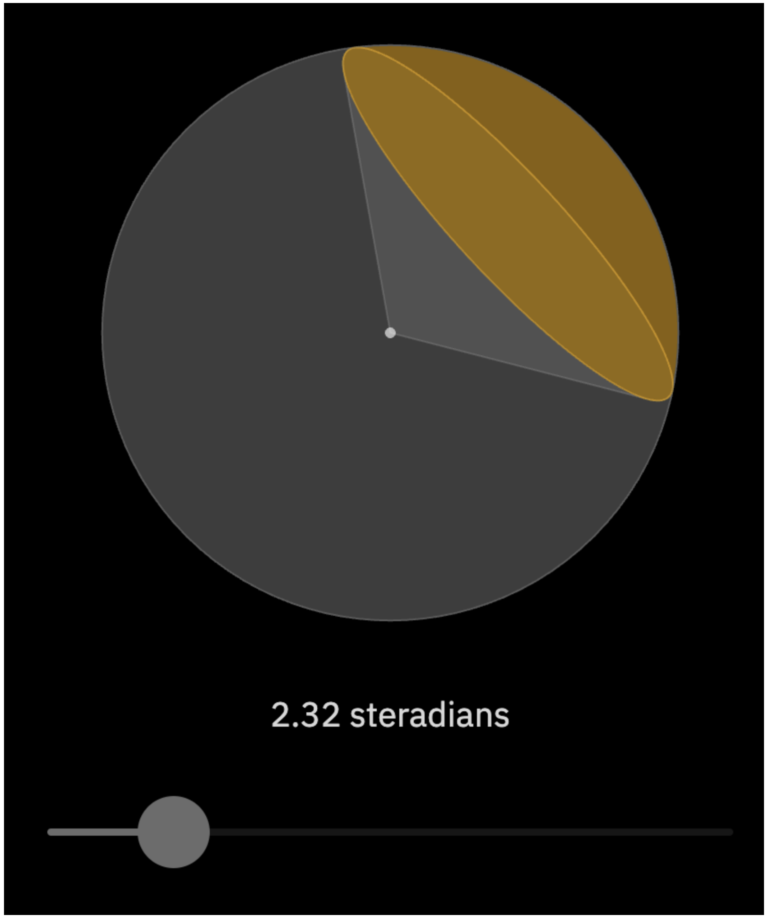
□立体角：球面面积与半径的平方比

- $\Omega = \dfrac{A}{r^2}$
- 一个球体有 4π 的立体弧度 (steradians, sr)



立体角可视化





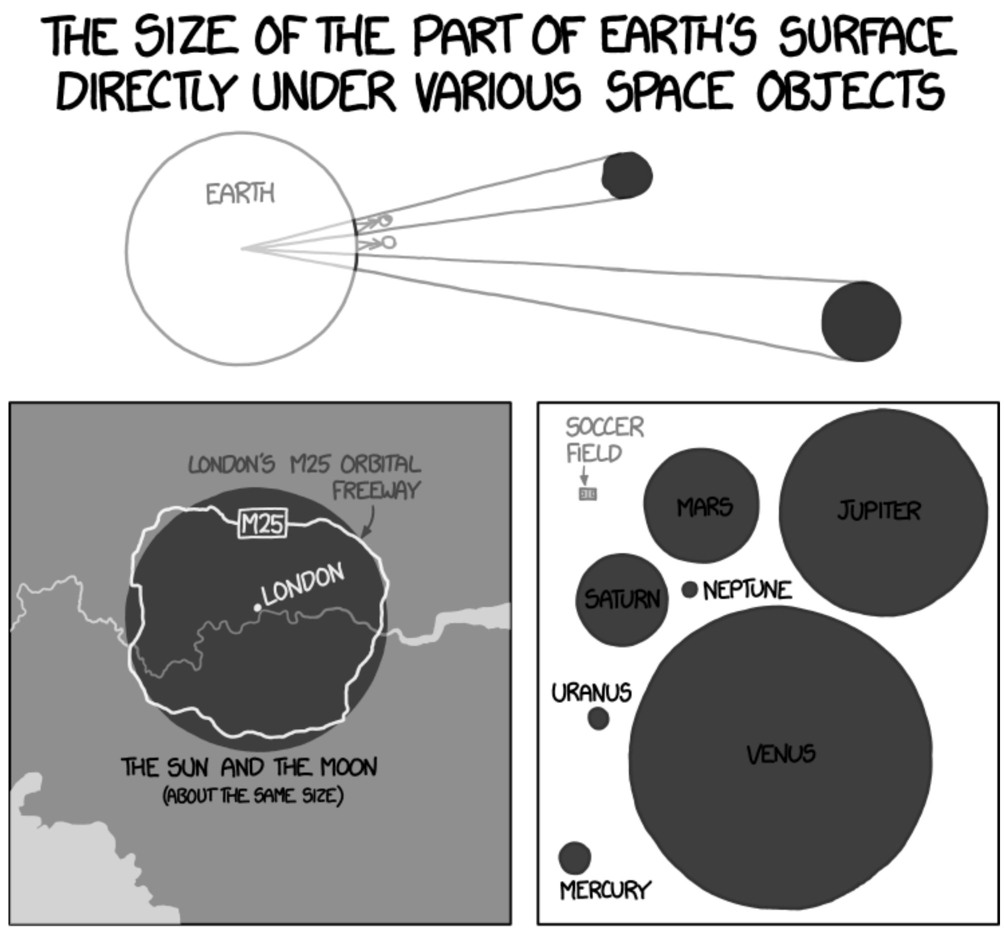
https://ciechanow.ski/lights-and-shadows/

现实中的立方角

- 从地球上看，太阳和月亮都覆盖了 ~60μ sr
- 地球的表面积大约为510百万平方公里
- 投影面积：

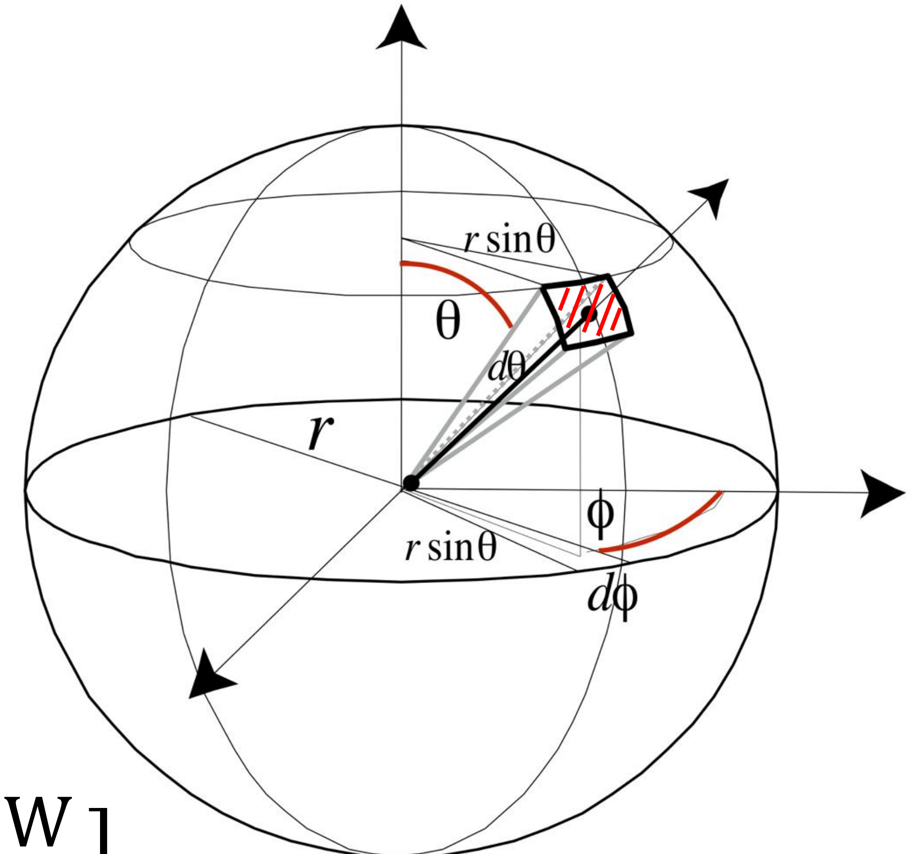
$$510Mkm^2\frac{60\mu sr}{4\pi sr}=510\frac{15}{\pi}$$

$$\approx 2400km^2$$



http://xkcd.com/1276/

微分立体角 Differential solid angle



□辐射功率 Radiant flux

$$\Phi = \lim_{\Delta \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dQ}{dt} \, [\mathrm{W}]$$

$$Q = \int_{t_0}^{t_1} \Phi(t) \, dt$$

□辐照度 Irradiance

$$E(p) = \lim_{\Delta \to 0} \frac{\Delta \Phi(p)}{\Delta A} = \frac{d\Phi(p)}{dA} \left[\frac{\mathrm{W}}{m^2}\right]$$

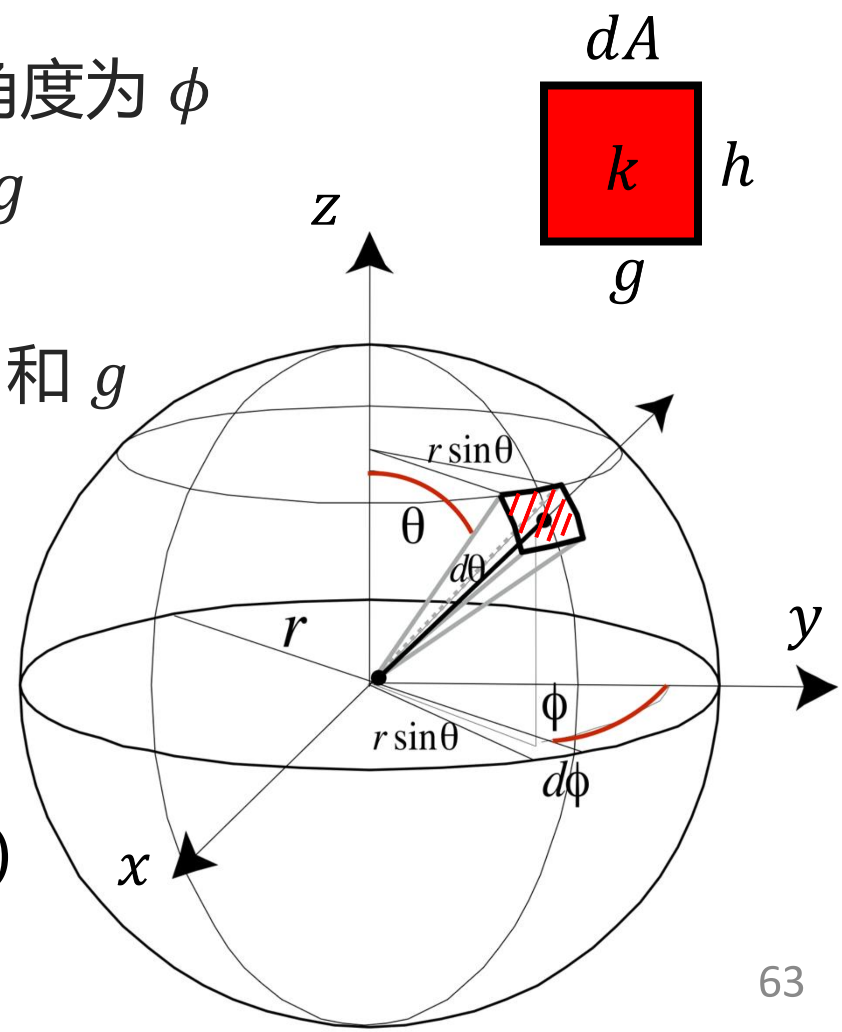
从不同立方角 $d\omega$ 呢?

从不同时间、不同位置研究光的特征

微分立体角 Differential solid angle

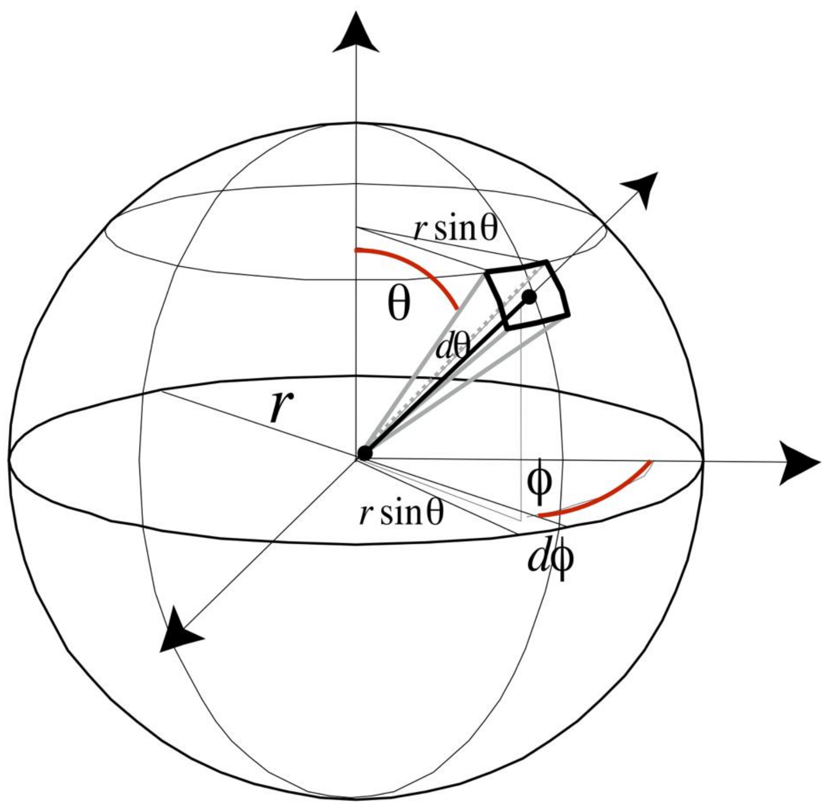
- 目标：求 k 点表面 (无限小) 方形区域的面积 dA
  - k 点到 z 轴的角度为 θ
  - 投影到 xy 平面后，到 y 轴的角度为 ϕ
- 设方形区域的边长分别为 h 和 g
  - 则面积 $dA = h \times g$
  - 用角度公式 $l = r \times \theta$ 分别求 h 和 g
  - $h = rd\theta$ (取一点 θ 角)
  - $g = r \sin\theta \, d\phi$ (先把 r 投影到 xy 平面，再取一点 ϕ角)
- 目标达成，dA 可计算为

$$dA = h \times g = (rd\theta)(r \sin\theta \, d\phi)$$
$$= r^2 \sin\theta \, d\theta d\phi$$



微分立体角 Differential solid angle

- 微分方程立方体可计算为

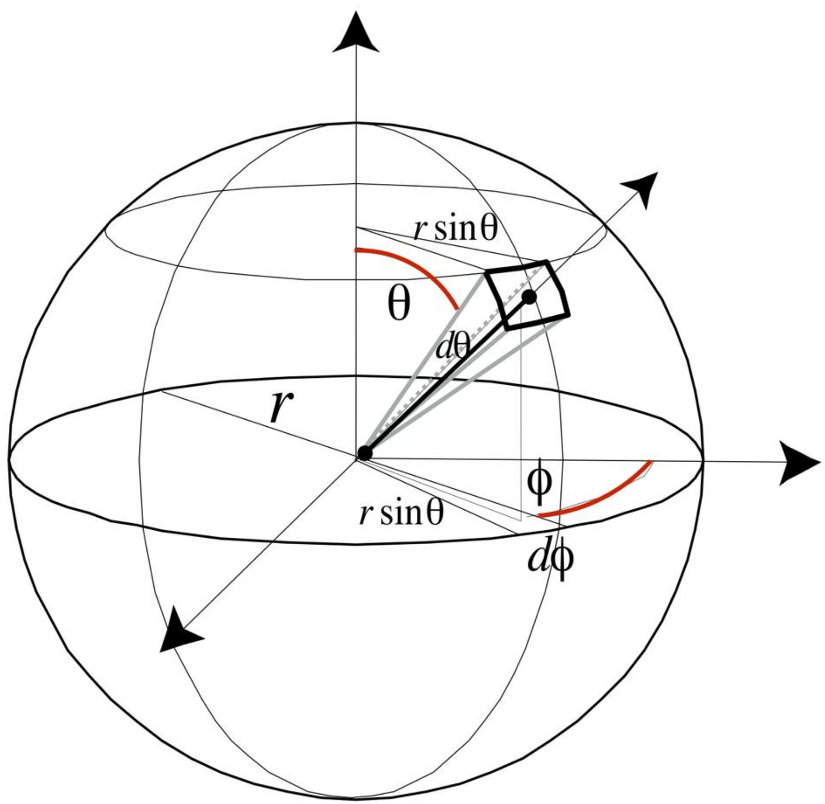


$$d\omega = \frac{dA}{r^2} = \frac{r^2 \sin\theta \, d\theta d\phi}{r^2}$$

$$= \sin\theta \, d\theta d\phi$$

微分立体角 Differential solid angle

□对微分立体角求积分



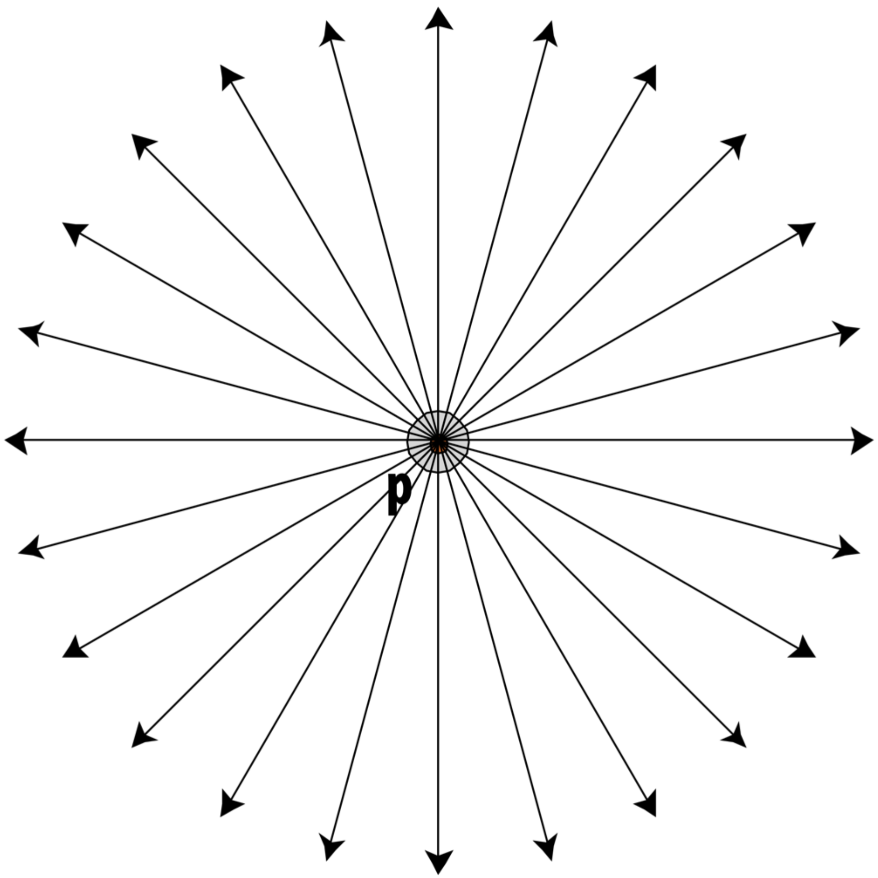
$$\Omega = \int_{S^2} d\omega$$

S^2 表示整个球体

$$\Omega = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \sin\theta \, d\theta d\phi$$
$$= 4\pi$$

辐射强度 Radiant intensity

□均匀**点光源**向某单位立体角的辐射功率，记为 I



假设点光源的总辐射功率为 Φ

$$\Phi = \int_{S^2} I\, d\omega = 4\pi I$$

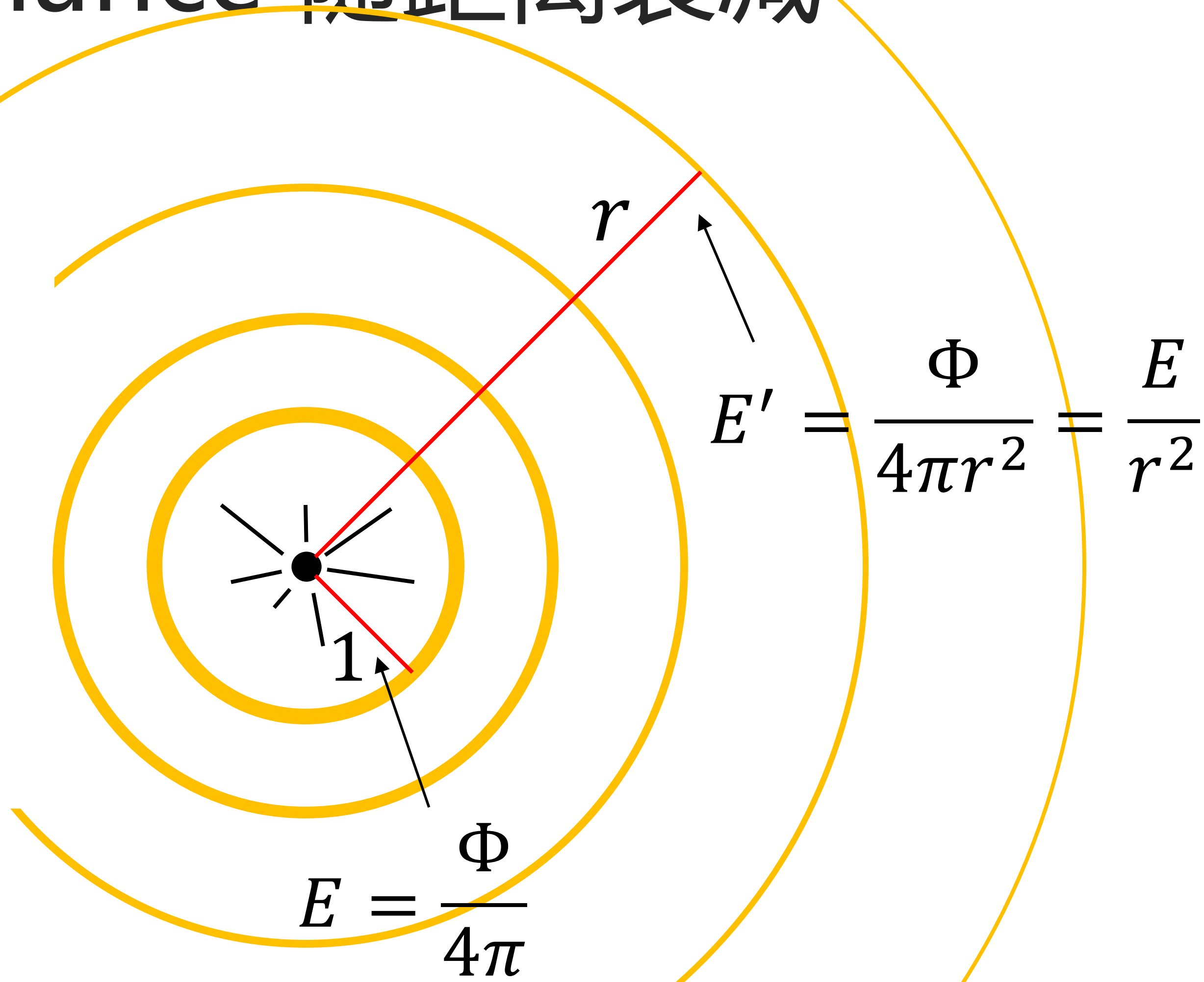
$$I(\omega) = \frac{d\Phi}{d\omega}$$

$$\left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{sr}}\right]\left[\frac{\mathrm{lm}}{\mathrm{sr}} = \mathrm{cd} = \mathrm{candela}\right]$$

辐照度 Irradiance 随距离衰减

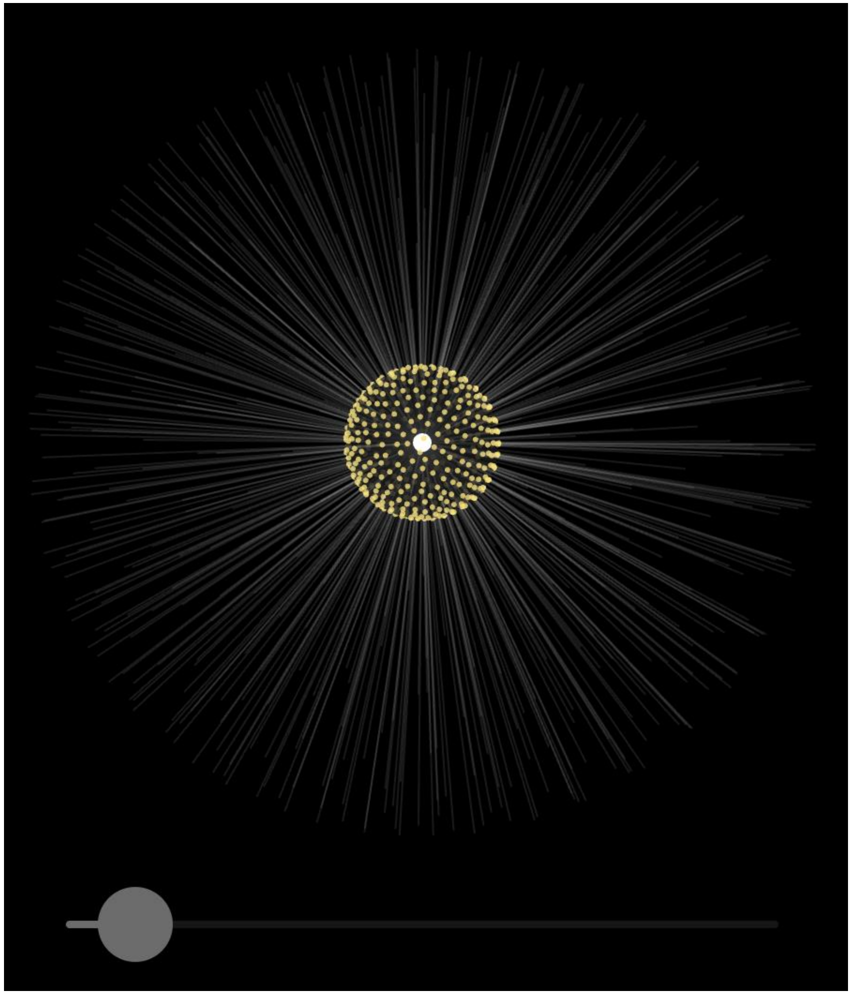
假设光以均匀的角度分布发射功率 Φ

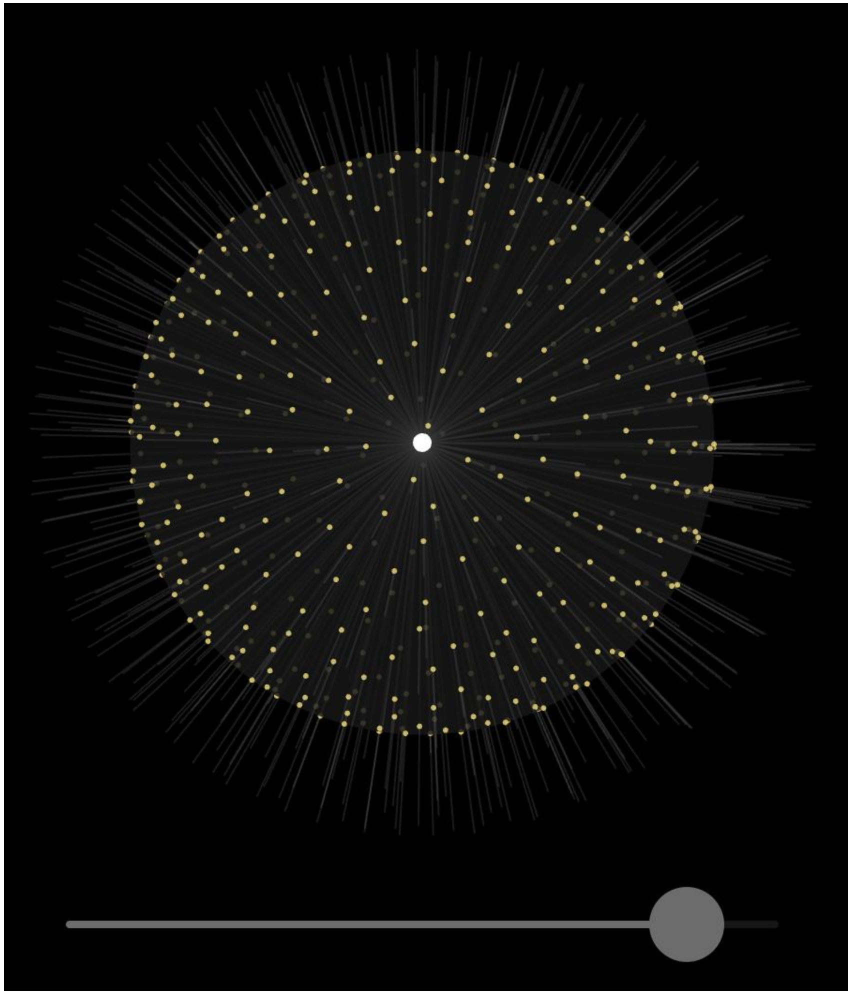
比较两个球面的辐照度 $E = \Phi / A$



由于单位时间内到达单位面积的能量变少了，所以物体随着距离的增加而变暗

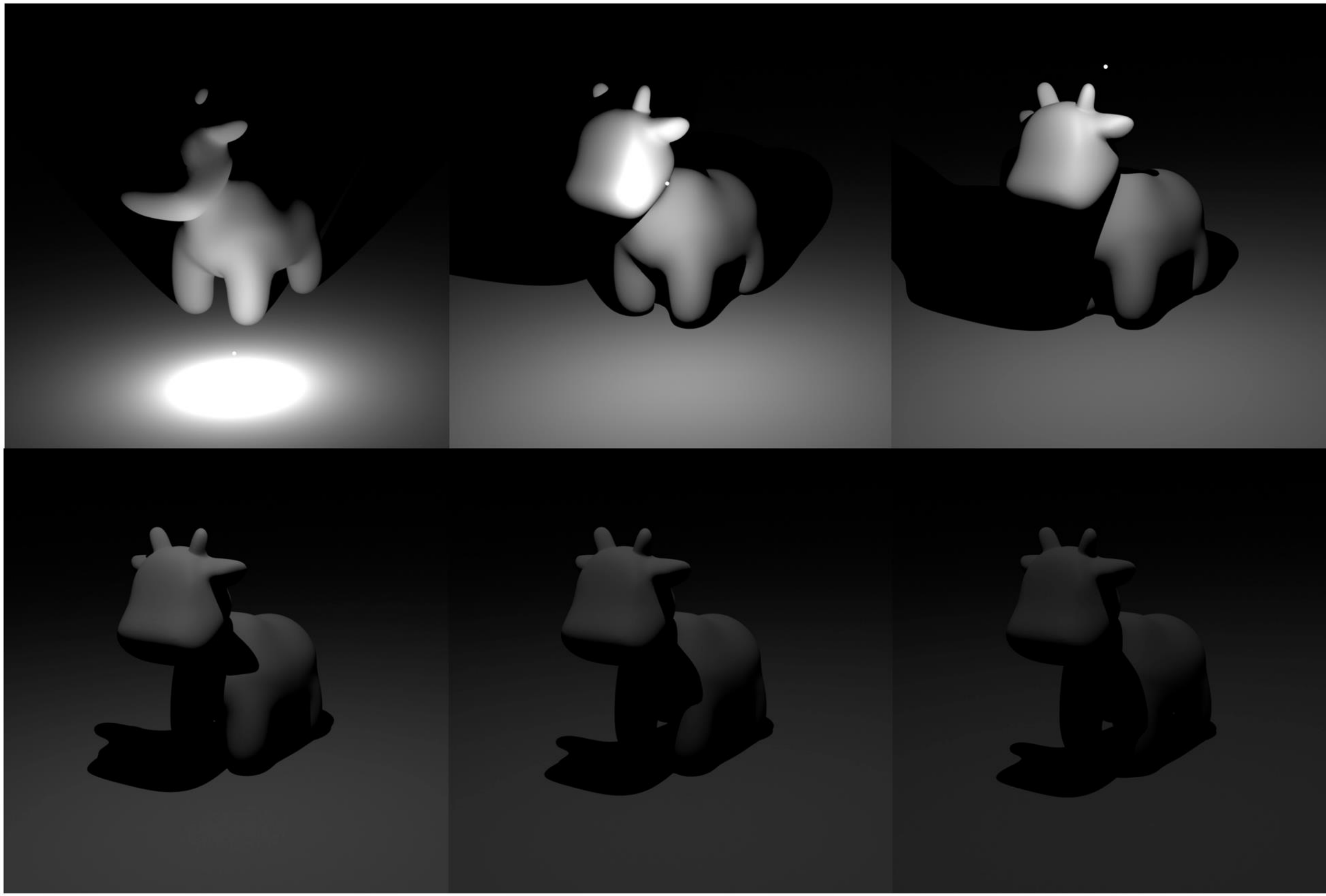
辐照度衰减可视化





https://ciechanow.ski/lights-and-shadows/

辐照度 Irradiance 随距离衰减



现代 LED 灯

- 输出功率：815 lumens (流明)
- 11W 的 LED 灯可以代替 60W 的白炽灯

- 辐射强度 Radiant intensity?
  - 假设是各向同性的
  - Intensity = 815 lumens / 4pi sr = 65 candelas (坎德拉)

辐 (射) 亮度
Radiance

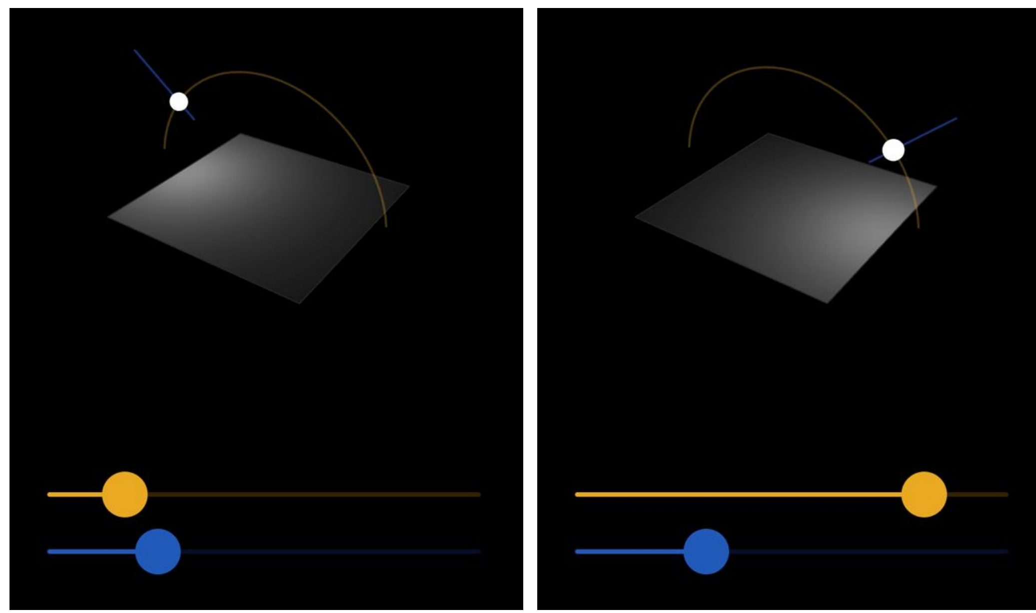
辐 (射) 亮度 Radiance

- 辐亮度描述了环境中光的分布
  - 辐亮度是与光线相关的量
  - 图形学中的渲染就是在计算辐亮度

- 对比辐射强度 (Radiant intensity)
  - 辐射强度是指从点光源向特定方向传递或照射的光量
  - 然而，光通常不仅仅来自或击中一个点；相反，它通常分布在一个区域
  - 当我们处理一个区域上的光而不仅仅是一个点上的光时，我们需要考虑穿过该区域或从该区域发出的光的总量
  - 该区域沿着不同方向发出的光量可能不一样

辐 (射) 亮度 Radiance

- 实例1：台灯为非点光源，且沿着不同方向发出的光量也不相同
- 实例2：同一片区域，不同地方收到同一光源的能量也不相同

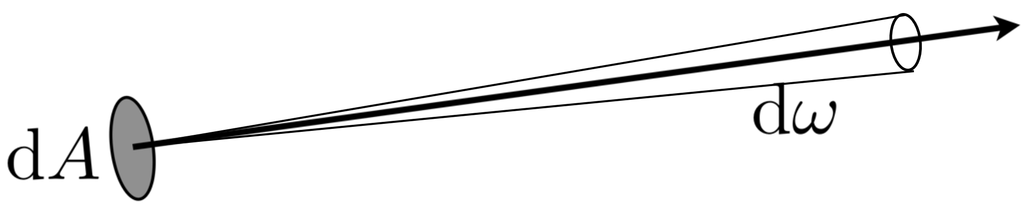


辐 (射) 亮度 Radiance

□辐亮度是辐照度 Irradiance 的立体角密度 (即辐照度随着立体角的微小变化)，因此在点 p 方向为 ω 的辐亮度为：

$$L(p,\omega)=\lim_{\Delta\to 0}\frac{\Delta E_\omega(p)}{\Delta\omega}=\frac{dE_\omega(p)}{d\omega}\left[\frac{W}{sr\ m^2}\right]\left[\frac{cd}{m^2}=\frac{lm}{sr\ m^2}=nit\right]$$

其中 E_ω 表示微分的表面积是沿着 ω 方向的：



□亦即，辐亮度是沿着由点 p 和方向 ω 定义的射线的能量

单位时间、单位面积、单位立体角的能量！

辐 (射) 亮度 Radiance

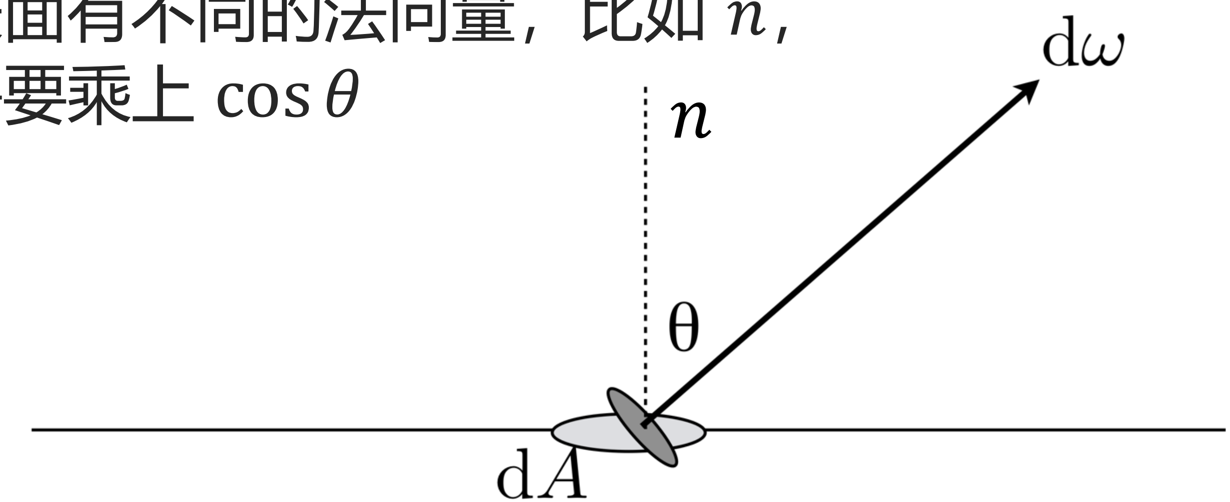
- 同等地

$$E(p) = \frac{d\Phi(p)}{dA}$$

$$L(p,\omega) = \frac{d^2\Phi(p)}{dA d\omega \cos\theta}$$

$$L(p,\omega) = \frac{dE\ (p)}{d\omega \cos\theta}$$

- 前一张幻灯片描述了在光线方向 ω 上测量表面的辐照度
  - 若表面有不同的法向量，比如 n，则需要乘上 $\cos\theta$



两种理解辐亮度的角度

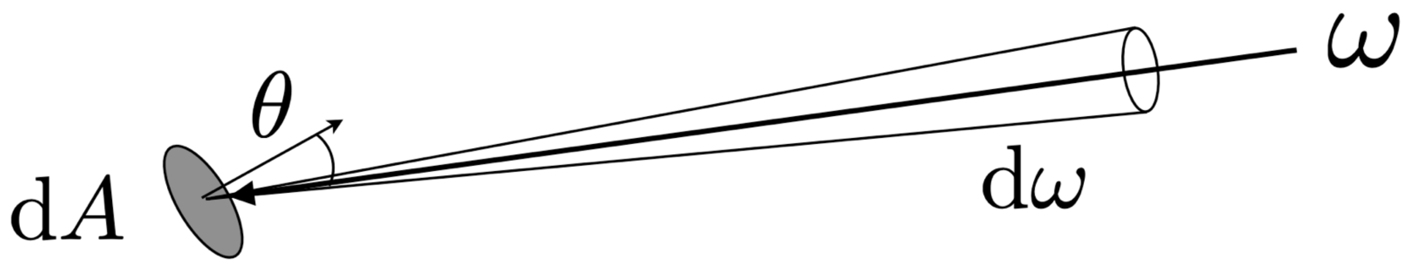
- 每投影单位面积每单位立体角的辐射功率 Φ

$$L(p,\omega) = \frac{d^2\Phi(p)}{dA d\omega \cos\theta}$$

- 回顾
  - 辐照度 Irradiance：每投影单位面积的辐射功率
  - 辐射强度 Radiant intensity：每单位立体角的辐射功率
- 因此
  - 辐亮度 Radiance：每单位立体角的辐照度 Irradiance
  - 辐亮度 Radiance：每投影单位面积的辐射强度 Radiant intensity

入射的辐亮度 Incident radiance

- 入射辐亮度是到达表面的每单位立体角的辐照度

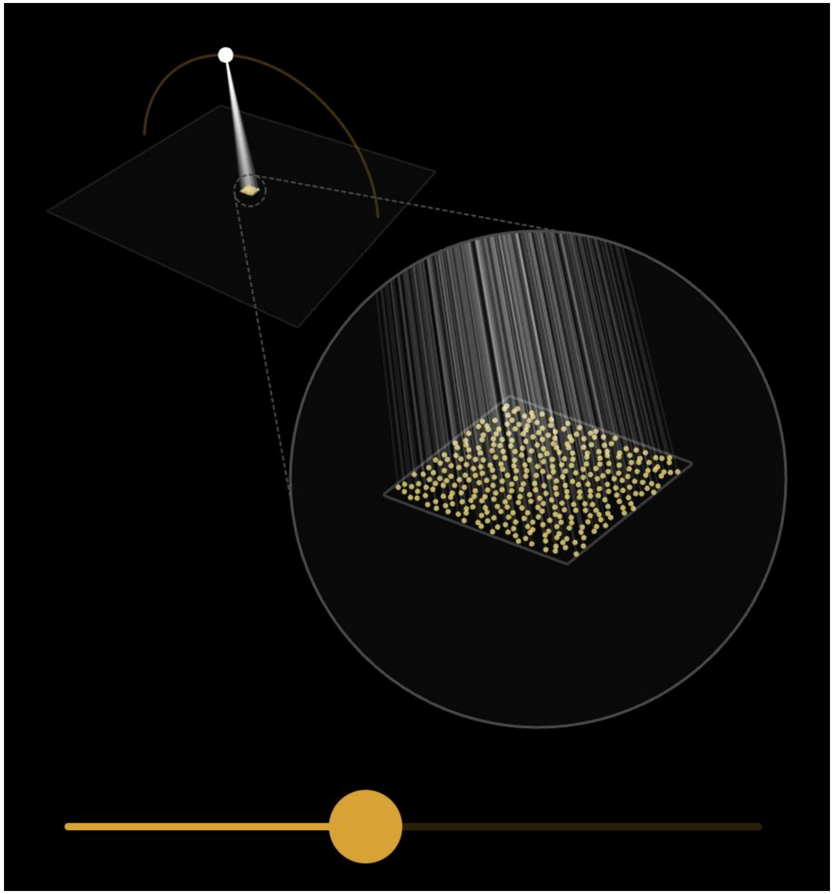


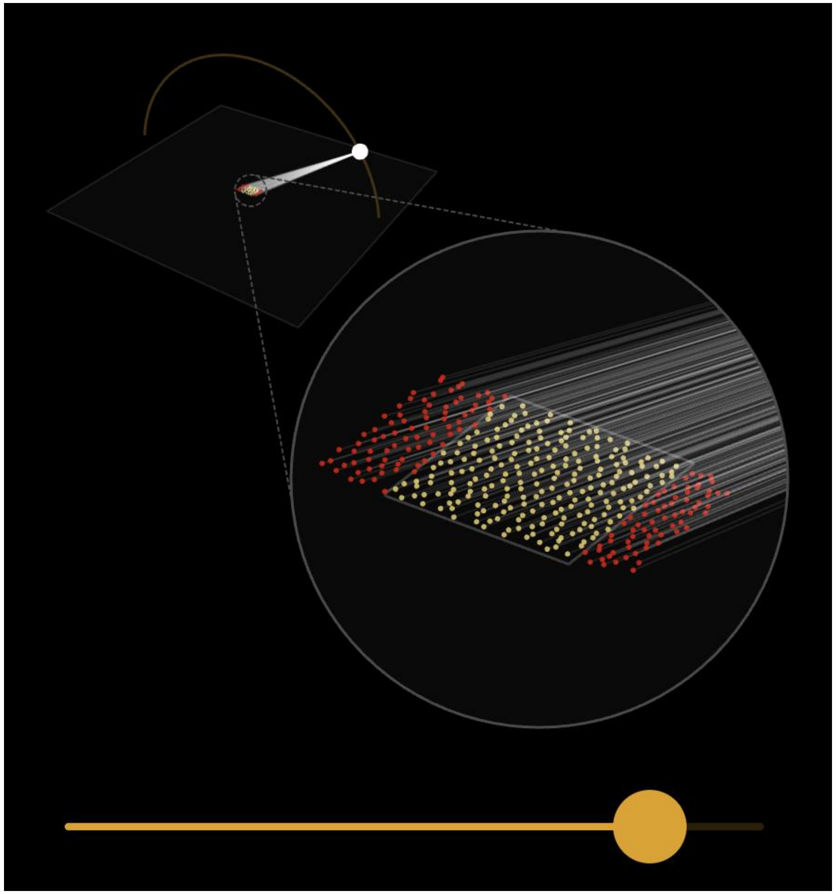
$$L(\mathrm{p}, \omega) = \frac{\mathrm{d}E(\mathrm{p})}{\mathrm{d}\omega \cos\theta}$$

- 即，它是表面 p 点周围的面积接收到来自方向 ω 的能量

入射的辐亮度可视化

- 同一单位面积，接收来自不同方向 (即不同立体角) 的能量可能不一样

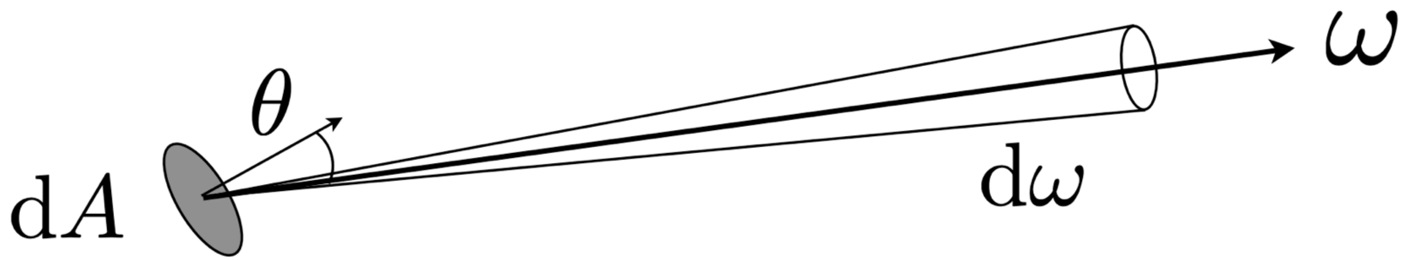




https://ciechanow.ski/lights-and-shadows/

出射的辐亮度 Exiting radiance

- 出射辐射度是离开表面的每单位投影面积的强度

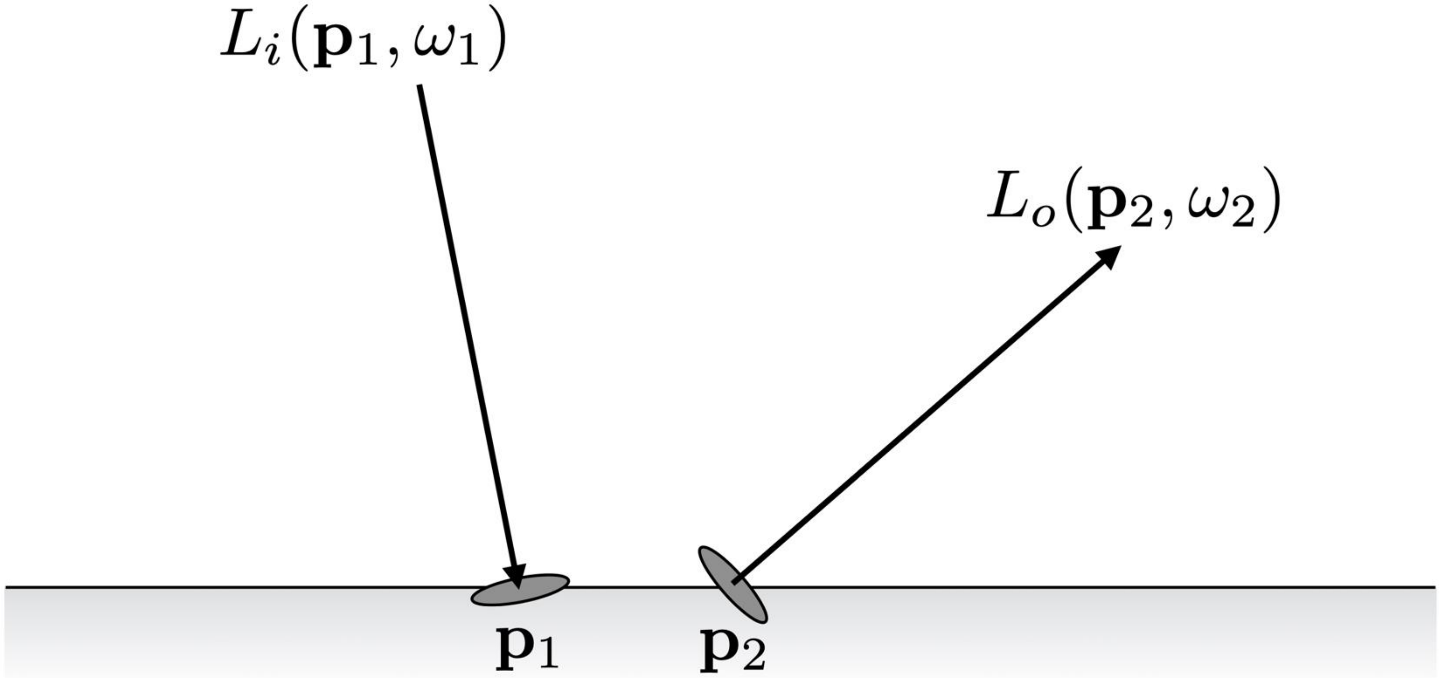


$$L(\mathrm{p}, \omega) = \frac{\mathrm{d}I(\mathrm{p}, \omega)}{\mathrm{d}A \cos\theta}$$

- 即，对于区域光，它描述了沿着给定方向 (即立体角) 发出的能量

入射与出射辐亮度

- 通常需要区分表面上某一点的入射辐射 (incident radiance) 和出射 (exiting radiance) 辐射函数



In general: $L_i(\mathbf{p}, \omega) \neq L_o(\mathbf{p}, \omega)$

辐照度 vs. 辐亮度

- 辐照度 Irradiance $E(p)$：面积 dA (点 p) 接收的总功率
- 辐亮度 Radiance $L_i(p,\omega)$：面积 dA (点 p) 从方向 $d\omega$ 接收的功率

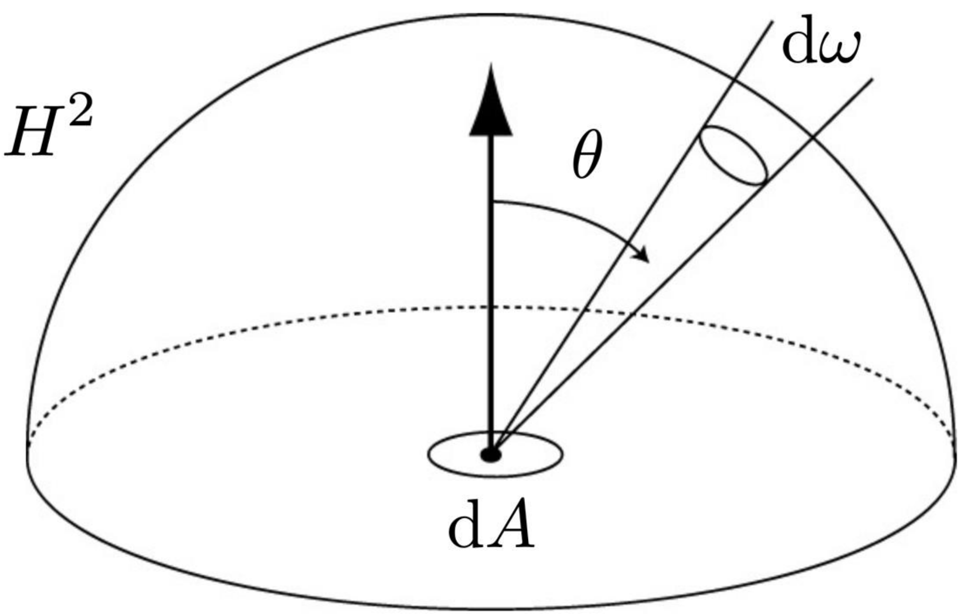
$$dE(\mathrm{p},\omega) = L_i(\mathrm{p},\omega)\cos\theta\,\mathrm{d}\omega$$

$$E(\mathrm{p}) = \int_{H^2} L_i(\mathrm{p},\omega)\cos\theta\,\mathrm{d}\omega$$

Unit Hemisphere: H^2

$dE(p,\omega)$ 表示 dA 这个小区域收到 ω 方向的能量

$E(p)$ 表示 dA 这个小区域收到周围的总能量



Radiance 的特性

- Radiance 是表征环境中光分布的基本场量
  - Radiance 是与光线相关的量
  - 图形学中的渲染就是在计算 Radiance!

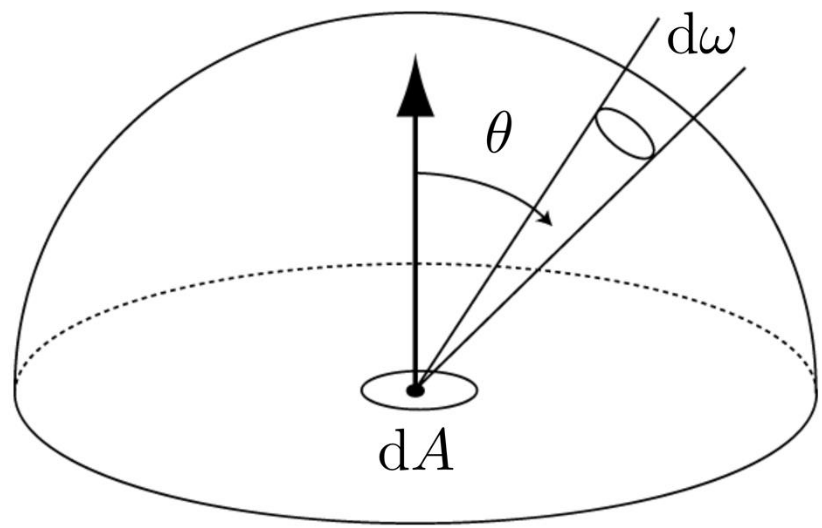
- 辐射在真空中沿着射线是恒定的

- 针孔相机测量 radiance

一个简单的例子：半球形光源

□假设半球各个角度的入射 radiance 是一样的

$$
\begin{aligned}
E(p) &= \int_{H^2} L \cos\theta \, d\omega \\
&= L \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos\theta \sin\theta \, d\theta d\phi \\
&= L 2\pi \left. \frac{\sin^2\theta}{2} \right|_0^{\pi/2} \\
&= L\pi
\end{aligned}
$$



半球形光源的效果

来自均匀光源区域的 Irradiance

□假设均匀光源区域的 radiance 为 L

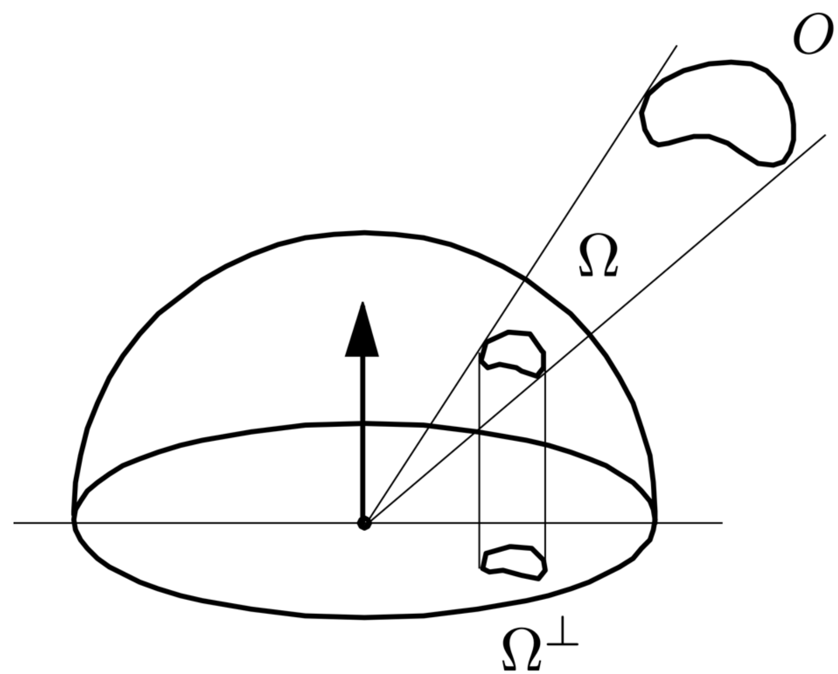
$$E(p) = \int_{H^2} L(p,\omega)\cos\theta \, d\omega$$

$$= L\int_{\Omega} \cos\theta \, d\omega$$

$$= L\Omega^{\perp}$$

投影立体角

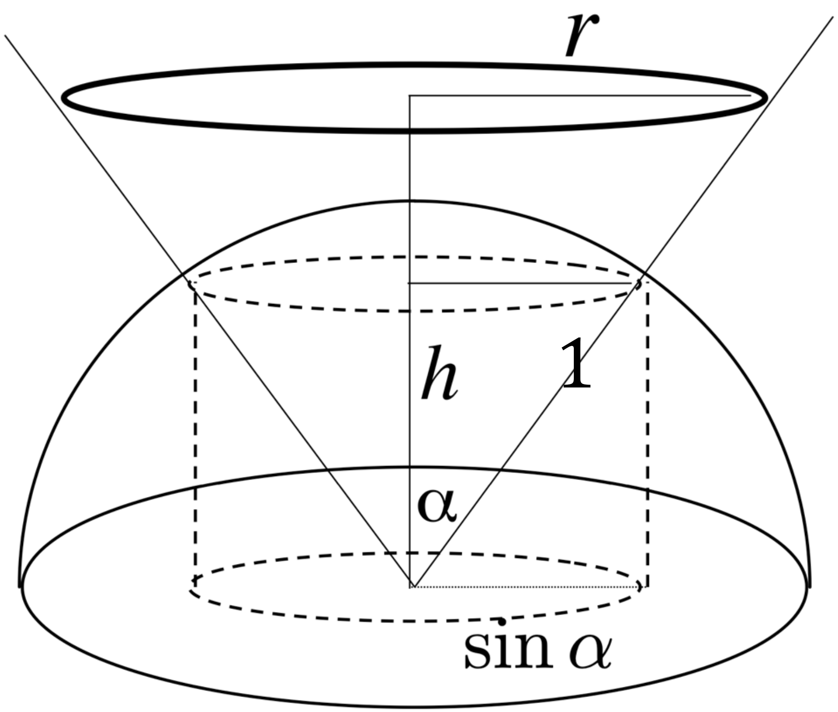
- 余弦加权的立体角
- O 投影在单位球面上，然后投影到平面上的面积



$$d\omega^{\perp} = |\cos\theta| d\omega$$

均匀的磁盘光源 (平行于平面)

几何推导



$$\Omega^{\perp} = \pi \sin^2 \alpha$$

$\sin^2\theta$ 为投影圆的半径

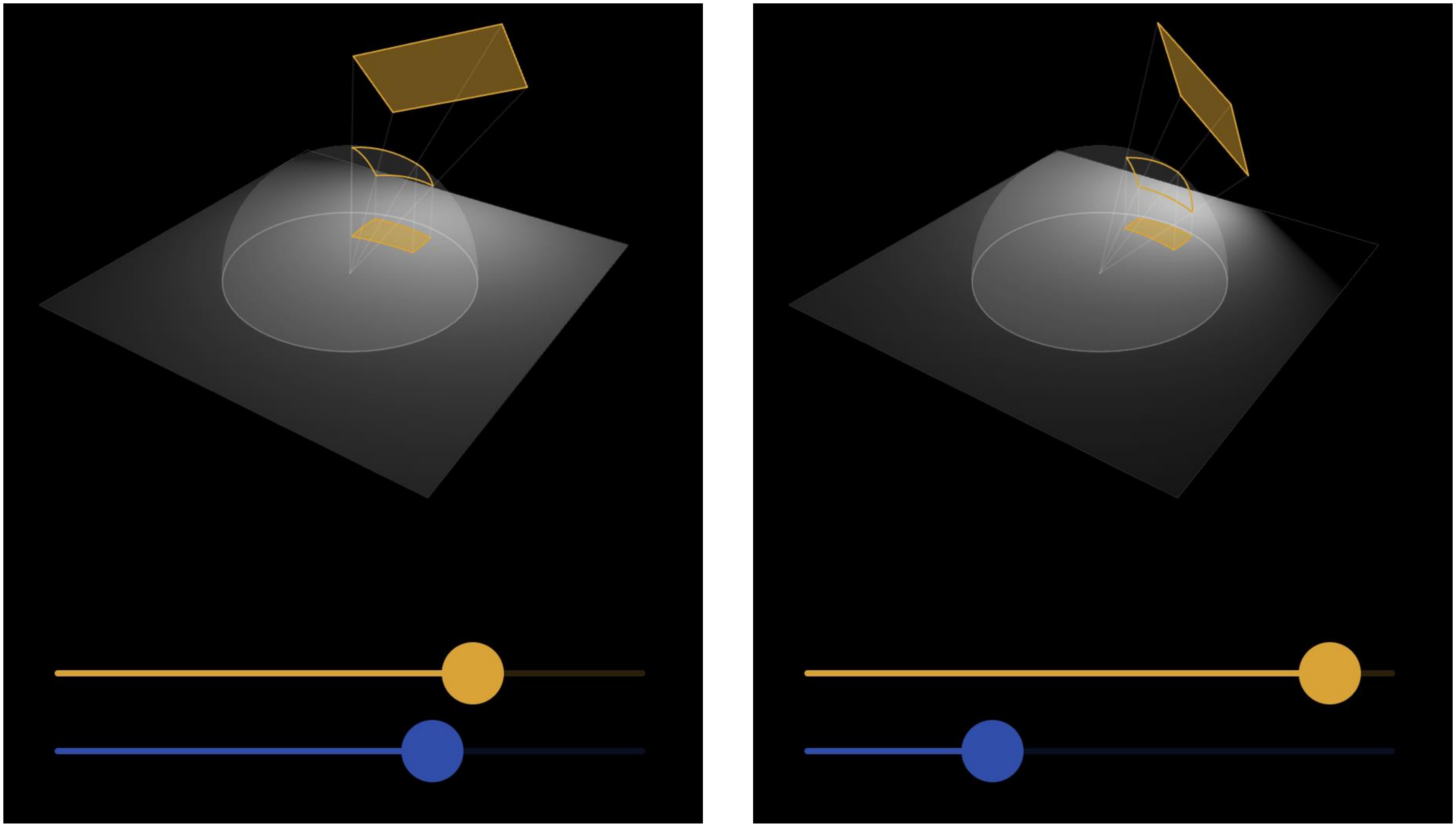
代数推导

$$\Omega^{\perp} = \int_0^{2\pi}\int_0^{\alpha} \cos\theta \sin\theta \, d\theta d\phi$$

$$= 2\pi \left.\frac{\sin^2\theta}{2}\right|_0^{\alpha}$$

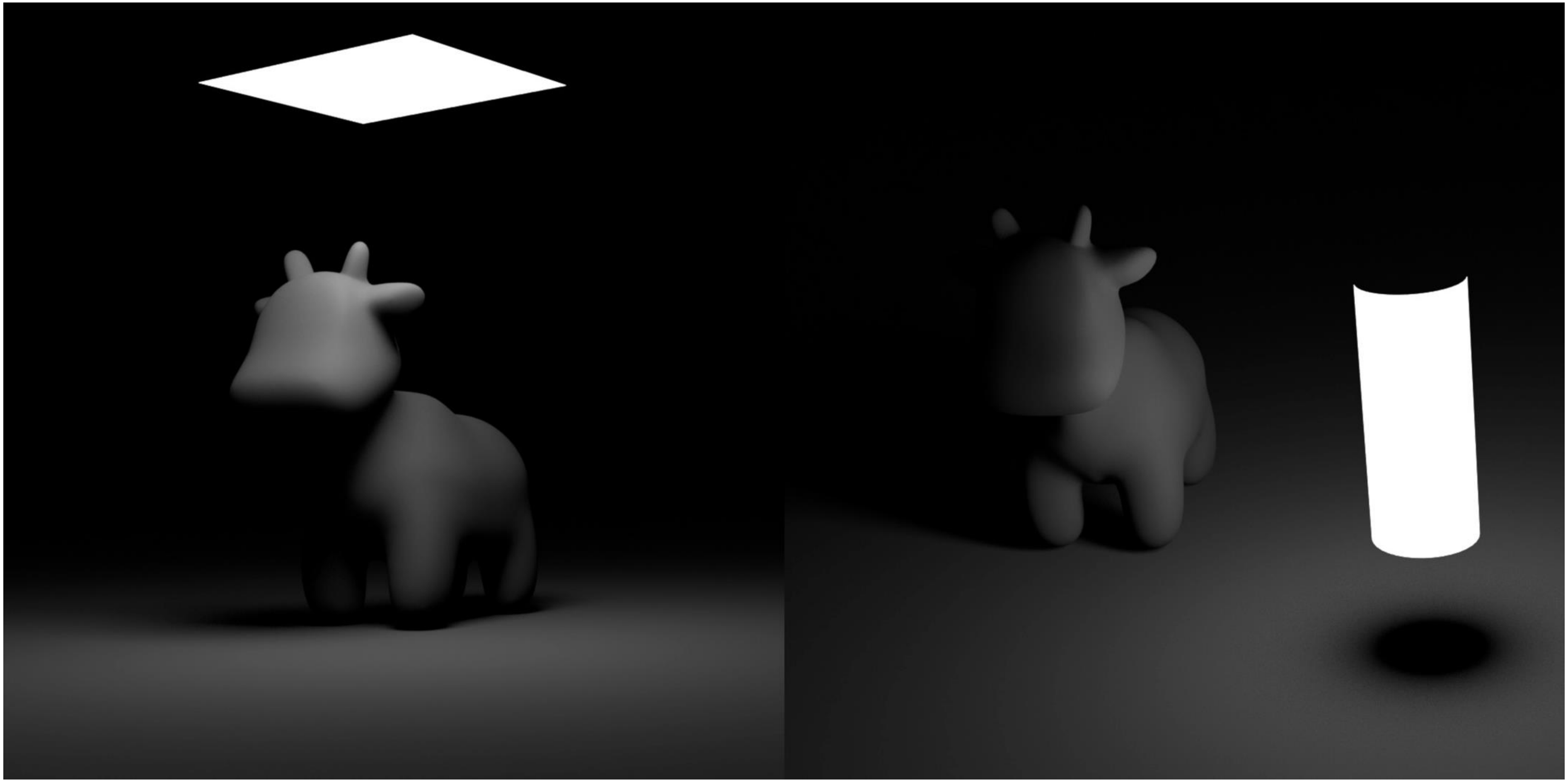
$$= \pi \sin^2 \alpha$$

均匀光源区域的辐照度可视化



https://ciechanow.ski/lights-and-shadows/

均匀光源区域的辐照度可视化



总结

物理量	符号	中文翻译	简单定义	单位	公式
Radiant Energy	Q	辐射能量	电磁波形式的能量	焦耳（J）	\
Radiant Flux	P	辐射功率/辐射通量	单位时间内的辐射能量	瓦特（w）	$P=\frac{dQ}{dt}$
Radiant Intensity	I	辐射强度	点源向某单位立体角发射的辐射功率	w/sr	$I=\frac{dP}{d\omega}$
Irradiance	E	辐（射）照度	受照面单位面积上的辐射功率	w/m^2	$E=\frac{dP}{dA}$
Radiance	L	辐（射）亮度	单位投影面积、单位立体角上的辐射功率	w/m^2sr	$L=\frac{d^2P}{dAd\omega cos(\theta)}$

中山大學 软件工程学院
SUN YAT-SEN UNIVERSITY SCHOOL OF SOFTWARE ENGINEERING

谢谢

陈壮彬
软件工程学院
chenzhb36@mail.sysu.edu.cn