

# Математические основы искусственного интеллекта

Проверка статистических гипотез. Ошибки первого и второго рода. Статистический критерий. Уровень значимости. Критические области. Мощность критерия

Солодушкин Святослав Игоревич

Кафедра вычислительной математики и компьютерных наук,  
УрФУ имени первого Президента России Б.Н. Ельцина

Октябрь 2021

# Задача 1

В качестве примера возьмем вымышленное государство, в котором проводят реформу. Известно, что в прошлом году расходы населения на развлечения (кино, кафе, катание на горных лыжах и т. д.) распределялись по нормальному закону и составляли в среднем 700 руб. в месяц на одного человека.

По заявлению министра труда и социального развития в этом году в связи с экономическим ростом граждане стали богаче и на развлечения смогли тратить больше. Министр заявляет, что причина этого в реализуемых мерах по развитию экономики. Однако некоторые эксперты утверждают, что это всего лишь домыслы, и граждане не стали лучше жить.

# Задачи 1

Требуется понять, выросли ли траты на развлечения в этом году. 25 респондентам был задан вопрос: «Сколько денег на развлечения вы потратили в этом месяце?» Результаты представлены в таблице. Проверьте, согласуются ли фактические данные с заявлением министра.

678	698	704	716	728
724	698	709	692	688
734	705	690	728	732
741	685	741	737	754
684	727	712	706	720

Какую критическую область нужно рассмотреть, одно- или двустороннюю? Нулевая гипотеза будет простой или сложной? А альтернативная?

Что такое мощность критерия? Как меняется мощность критерия при изменении уровня значимости?

При проверке статистических гипотез назначается уровень значимости. Уровнем значимости называется вероятность ошибки первого рода, т. е. вероятность ошибочно отклонить верную нулевую гипотезу. Студент Василий не изучал статистику и рекомендует взять уровень значимости равным нулю, чтобы ошибок при проверке гипотез не было вовсе. К каким негативным последствиям приведет такой выбор?

## Задача 4

В учебном пособии по спортивной метрологии В. В. Афанасьева<sup>1</sup> находим следующий вопрос для самоконтроля: «Укажите, при каком уровне значимости принимается гипотеза  $H_0$ ». И далее предложены ответы:

1)  $\alpha \geq 0.05$ ; 2)  $\alpha \leq 0.05$ ; 3)  $\alpha \geq 0.5$ ; 4)  $\alpha \leq 0.5$ .

В ответах находим: «Если  $\alpha \geq 0.05$ , то принимается гипотеза  $H_0$ ».

Объясните, почему этот вопрос некорректно сформулирован и, по сути, лишен смысла. Как его исправить?

---

<sup>1</sup>Спортивная метрология : учебник для среднего проф. образования / В. В. Афанасьев, И. А. Осетров, А. В. Муравьев, П. В. Михайлов ; отв. ред. В. В. Афанасьев. 2-е изд., испр. и доп. М. : Юрайт, 2017.

Проведено три эксперимента при уровне значимости  $\alpha = 0.05$  :

- в первом эксперименте найдено  $p\text{-value} = 0.02$ , нулевая гипотеза  $H_0$  отвергнута;
- во втором эксперименте найдено  $p\text{-value} = 0.049$ , нулевая гипотеза  $H_0$  отвергнута;
- в третьем эксперименте найдено  $p\text{-value} = 0.15$ , нулевая гипотеза  $H_0$  принята.

В каком из этих трех случаев вероятность верного решения наибольшая?