

17 PL Predictive Statistics SMAPE in time series forecasting	2
18 PL Predictive Statistics MAPE versus SMAPE in time series forecasting	3
19 PL Predictive Statistics RMSE in time series forecasting	4
20 PL Predictive Statistics RMSE versus SMAPE in time series forecasting	5

# SYMETRYCZNY ŚREDNI BEZWZGLĘDNY BŁĄD PROCENTOWY (SMAPE) W PROGNOZOWANIU SZEREGÓW CZASOWYCH

Miara do ilościowego określania względnej dokładności prognozy, uwzględniająca asymetrię MAPE i problem wartości zerowych

## MODULE 1: PROBLEM (Ograniczenia MAPE)

### BŁĄD ASYMETRII (Kara za MAPE' (Asymetria i Wartości Zerowe))

#### BŁĄD ASYMETRII (Kara za Nadmierne Prognozowanie)

Rzeczywista = 100	Rzeczywista=100, Prognoza=150 $APE = \frac{ (100-150) }{100} * 100 = 50\%$
Błąd= +50	Błąd= -50

Rzeczywista = 150	Rzeczywista=150, Prognoza=100 $APE = \frac{ (150-100) }{150} * 100 = 33.3\%$
Błąd= -50	Błąd= +50

**Alert Cynebrowy:** Równe błędy bezwzględne skutkują wyższymi karami za nadmierne prognozy. MAPE jest obciążone.

#### DZIELENIE PRZEZ ZERO (Błąd Niezdefiniowany)

$$APE_t = \frac{|Y_t - F_t|}{0} * 100$$

**NIEZDEFINIOWANY / NIESKOŃCZONY**

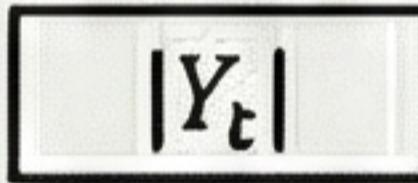
Nie można obliczyć, gdy wartość Rzeczywista ( $Y_t$ ) wynosi zero. Powszechnie w poprzecie przerywanym.

**Rozwiążanie: Symetryzacja Mianownika**

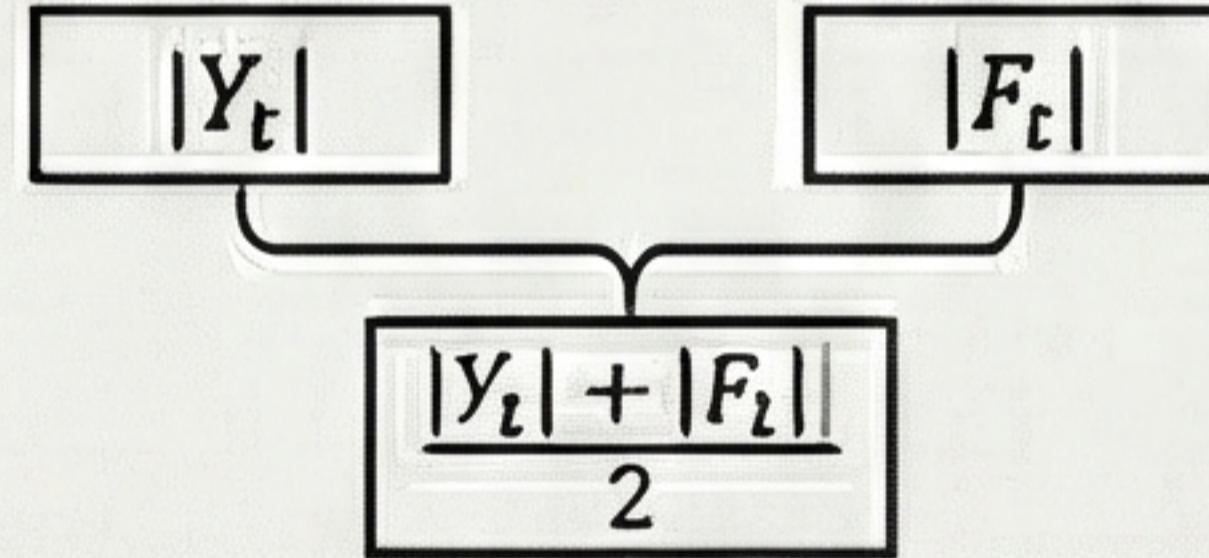
## MODULE 2: ROZWIĄZANIE (Podstawowa Koncepcja)

### ROZWIĄZANIE: SYMETRYZACJA MIANOWNIKA

Mianownik MAPE:  $|Rzeczywista|$



Mianownik SMAPE: Średnia( $|Rzeczywista|$ ,  $|Prognoza|$ )



Koncepcja: Zamiast dzielić tylko przez wartość Rzeczywistą, SMAPE dzieli przez średnią Wartości Bezwzględnej Rzeczywistej i Wartości Bezwzględnej Prognozy. Tworzy to symetryczną skalę i obsługuje wartości zerowe.

## MODULE 3: WZÓR (Obliczenia Zdekonstruowane)

### WZÓR (Obliczenia Krok po Kroku)

$$SMAPE = \frac{1}{n} \sum \left[ \frac{|Y_t - F_t|}{\frac{|Y_t| + |F_t|}{2}} \right] * 100$$

#### 1. Błąd Bezwzględny (Licznik)

$$|Y_t - F_t|$$

Wielkość różnicy.

#### 2. Średnia Symetryczna (Mianownik)

$$\frac{|Y_t| + |F_t|}{2}$$

Średnia skala Rzeczywistej i Prognozy.

#### 3. Błąd Względny (Symetryczny)

$$[\dots / \dots]$$

Symetryczny błąd procentowy dla czasu 't'.

#### 4. Średnia w Czasie → Wartość SMAPE (%)

## MODUŁ 4: KLUCZOWE CECHY I PRZYPADEK UŻYCIA (Interpretacja)

### CECHY I NAJLEPSZE ZASTOSOWANIE (Spostrzeżenie Zarządcze)

#### KLUCZOWE CECHY (Symetria i Zakres)

- Symetryczny:** Równo karze za nadmierne i niedostateczne prognozowanie.
- Obsługuje Wartości Zerowe:** Zdefiniowany, nawet gdy Rzeczywista lub Prognoza wynosi zero (o ile nie oba).
- Zakres:** 0% do 200%. (Niższy jest lepszy).

#### NAJLEPSZE ZASTOSOWANIE (Kontekst Biznesowy)



Najlepiej nadaje się do porównywania dokładności prognoz w różnych zestawach danych lub szeregach czasowych, zwłaszcza gdy dane zawierają wartości zerowe lub bliskie zeru i pożądana jest symetryczna kara (np. rzadkie dane, wprowadzanie nowych produktów).

# MAPE vs. SMAPE: METRYKI DOKŁADNOŚCI PROGNOZ

Względne miary porównujące Prognozę (F) do Rzeczywistych (A) wartości w n okresach.  
Skupienie na błędzie procentowym.

## 1. DEFINICJA I STRUKTURA FORMULY

### MAPE (Średni Bezwzględny Błąd Procentowy)

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum \left| \frac{A_t - F_t}{A_t} \right| \times 100$$

Rzeczywista wartość w mianowniku

### SMAPE (Symetryczny Średni Bezwzględny Błąd Procentowy)

$$SMAPE = \frac{1}{n} \sum \frac{|(A_t - F_t)|}{\frac{|A_t| + |F_t|}{2}} \times 100$$

Kluczowa Różnica Strukturalna:  
Baza Mianownika

Średnia Bezwzględnej  
Rzeczywistej i Prognozy  
w mianowniku

## 2. KRYTYCZNY PRZYPADEK BŁĘDU: WARTOŚĆ RZECZYWISTA ( $A_t = 0$ )

### Ścieżka MAPE ( $A_t = 0$ )

$$A_t = 0 \quad F_t = 10 \rightarrow \text{Błąd} = \frac{|0 - 10|}{0}$$

NIEZDEFINIWANY  
(Dzielenie przez Zero)

Krytyczna Wada: Nie radzi sobie z zerowymi wartościami rzeczywistymi.

### Ścieżka SMAPE ( $A_t = 0$ )

$$A_t = 0 \quad F_t = 10 \rightarrow \text{Błąd} = \frac{|(0 - 10)|}{\frac{|0| + |10|}{2}}$$

Błąd =  $\frac{10}{5} = 2$   
WARTOŚĆ SKOŃCZONA  
(200%)

Solidny: Radzi sobie z zerowymi wartościami rzeczywistymi.

## 3. ASYMETRIA I GRANICE (WŁAŚCIWOŚCI BEHAVIORALNE)

### MAPE: Asymetryczna Kara

Scenariusz 1:  
 $A=100, F=90$   
(Niedoszacowanie)  $\left| \frac{(100-90)}{100} \right| = 10\%$

Scenariusz 2:  
 $A=100, F=110$   
(Przeszacowanie)  $\left| \frac{(100-110)}{100} \right| = 10\%$

→ Cięższa kara za przeszacowanie w stosunku do rzeczywistej wartości.

Scenariusz 3:  
 $A=50, F=100$   
(Przeszacowanie)  $\left| \frac{(50-100)}{50} \right| = 100\%$

Scenariusz 4:  
 $A=150, F=100$   
(Niedoszacowanie)  $\left| \frac{(150-100)}{150} \right| = 33.3\%$

### SMAPE: Symetryczne i Ograniczone

Scenariusz 1:  
 $A=100, F=90$   
(Niedoszacowanie)  $\frac{|100-90|}{\frac{|100|+|90|}{2}} = \frac{10}{95} \approx 10.5\%$

Scenariusz 2:  
 $A=100, F=110$   
(Przeszacowanie)  $\frac{|100-110|}{\frac{|100|+|110|}{2}} = \frac{10}{105} \approx 9.5\%$

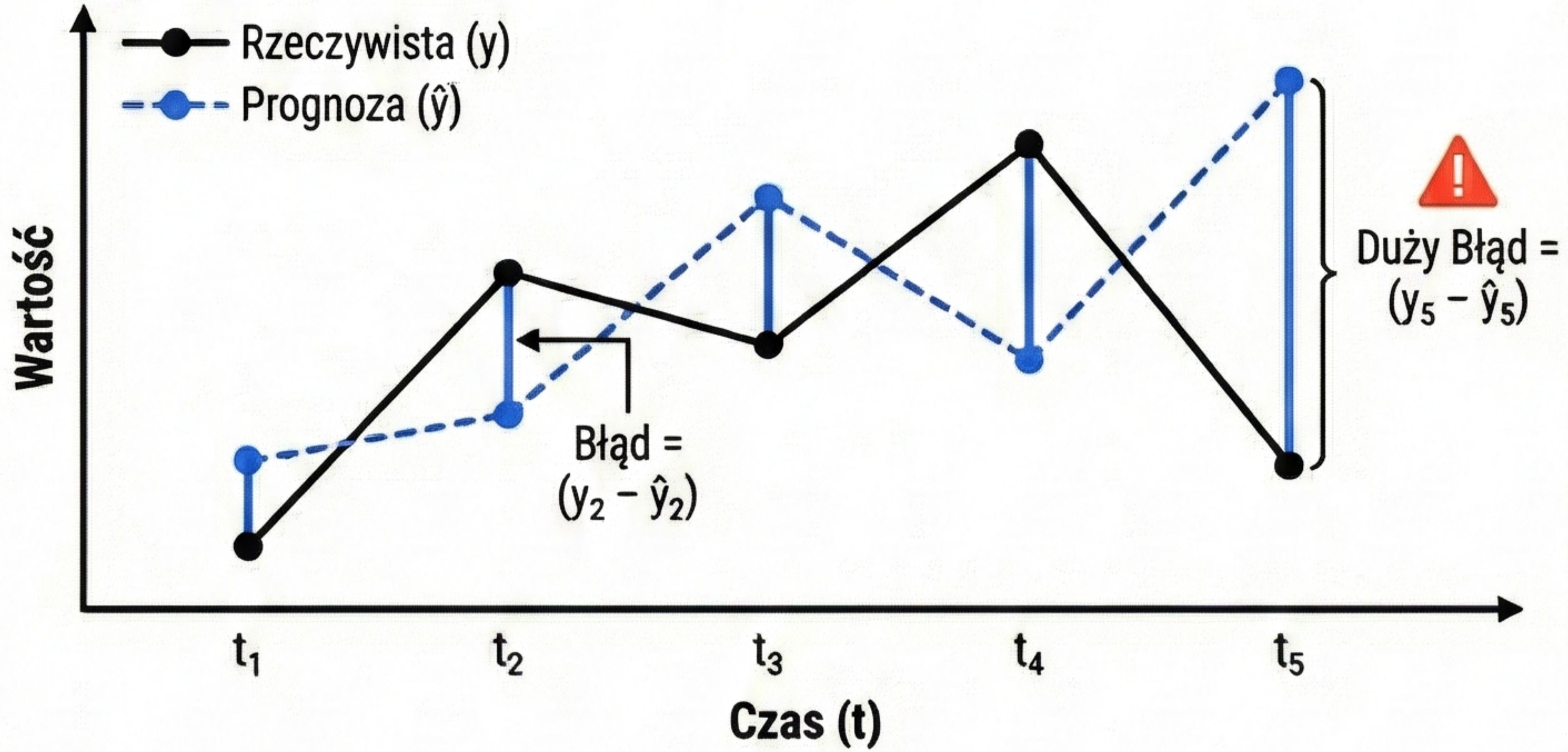
→ Bardziej symetryczne traktowanie przeszacowania i niedoszacowania.

Zakres: 0% do 200%

# PIERWIASTEK BŁĘDU ŚREDNIOKWADRATOWEGO (RMSE) W PROGNOZOWANIU SZEREGÓW CZASOWYCH

Szeroko stosowana metryka do pomiaru różnic między wartościami przewidywanymi przez model a wartościami rzeczywiście zaobserwowanymi. Reprezentuje pierwiastek kwadratowy ze średniej kwadratów różnic między prognozą a wartościami rzeczywistymi.

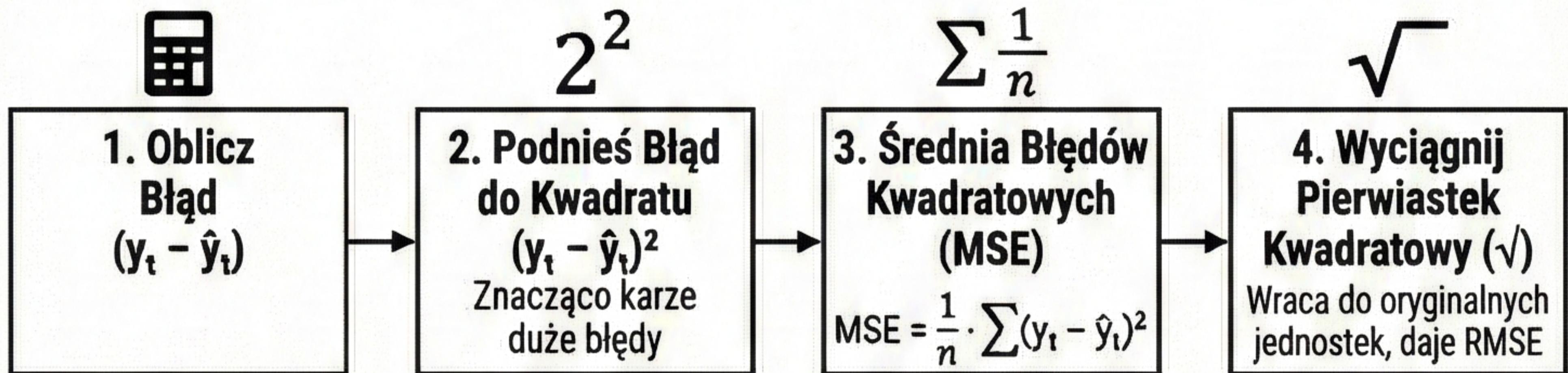
## 1. WIZUALIZACJA KONCEPCJI: RZECZYWISTOŚĆ vs. PROGNOZA & BŁĄD



## 2. WZÓR: KROKI OBLCZENIOWE

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum (y_t - \hat{y}_t)^2}$$

Średnia z n obserwacji      Sumowanie      Kwadrat Błędu w czasie t (Wielkość jest powiększona)



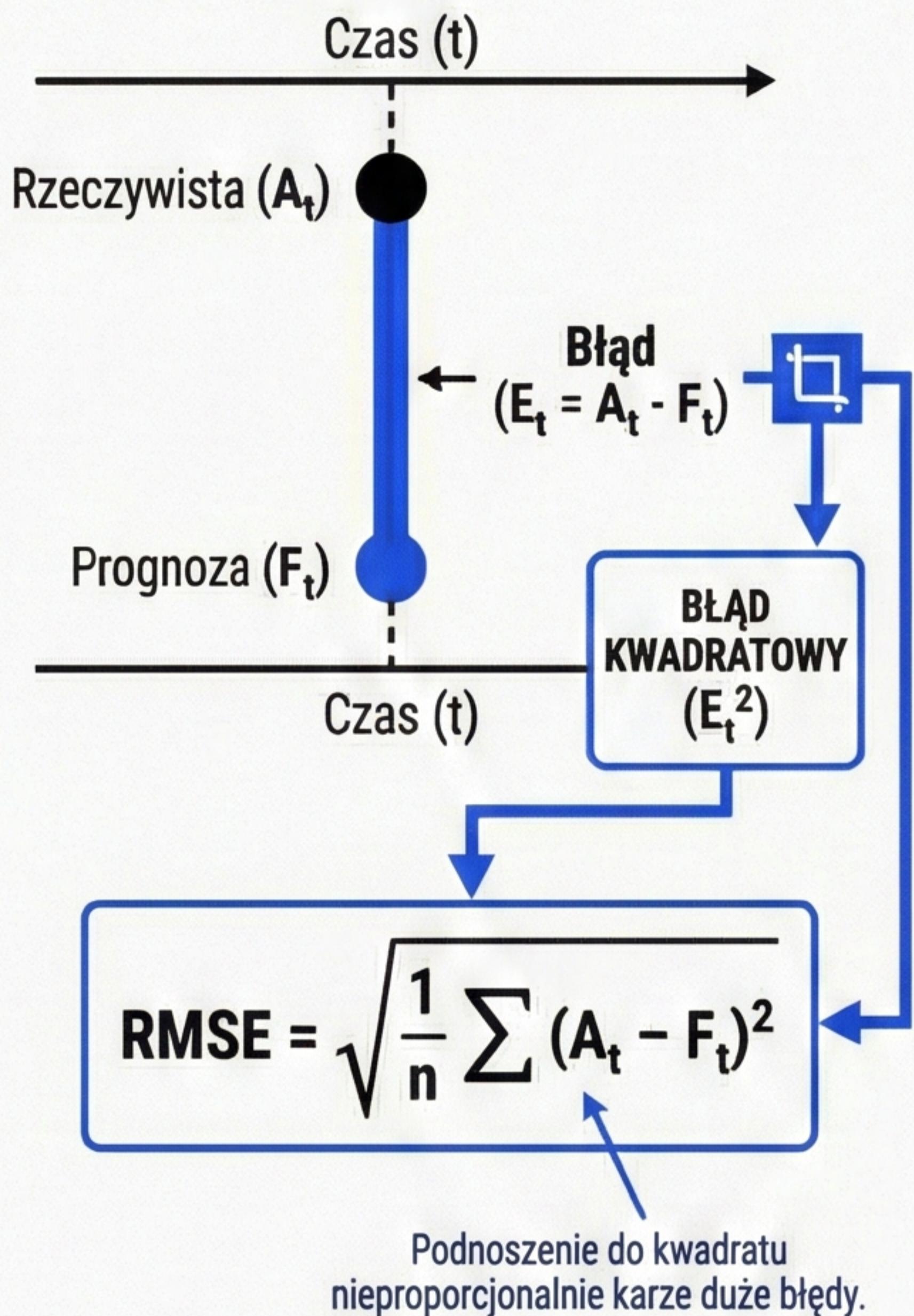
## 3. KLUCZOWE CECHY I INTERPRETACJA

Cecha	Opis
Zależność od Skali	Błąd jest w tych samych jednostkach co oryginalne dane (np. złote, stopnie). Nie jest bezpośrednio porównywalny między różnymi skalami.
Wrażliwość na Wartości Odstające	Wysoko wrażliwy na duże błędy ze względu na proces podnoszenia do kwadratu. Wartości odstające mają nieproporcjonalny wpływ na wynik końcowy (pokazane przez większe błędy w sekcji 1).
Interpretacja	Reprezentuje typową wielkość błędu w prognozie. Niższe wartości wskazują na lepszą dokładność prognozowania.

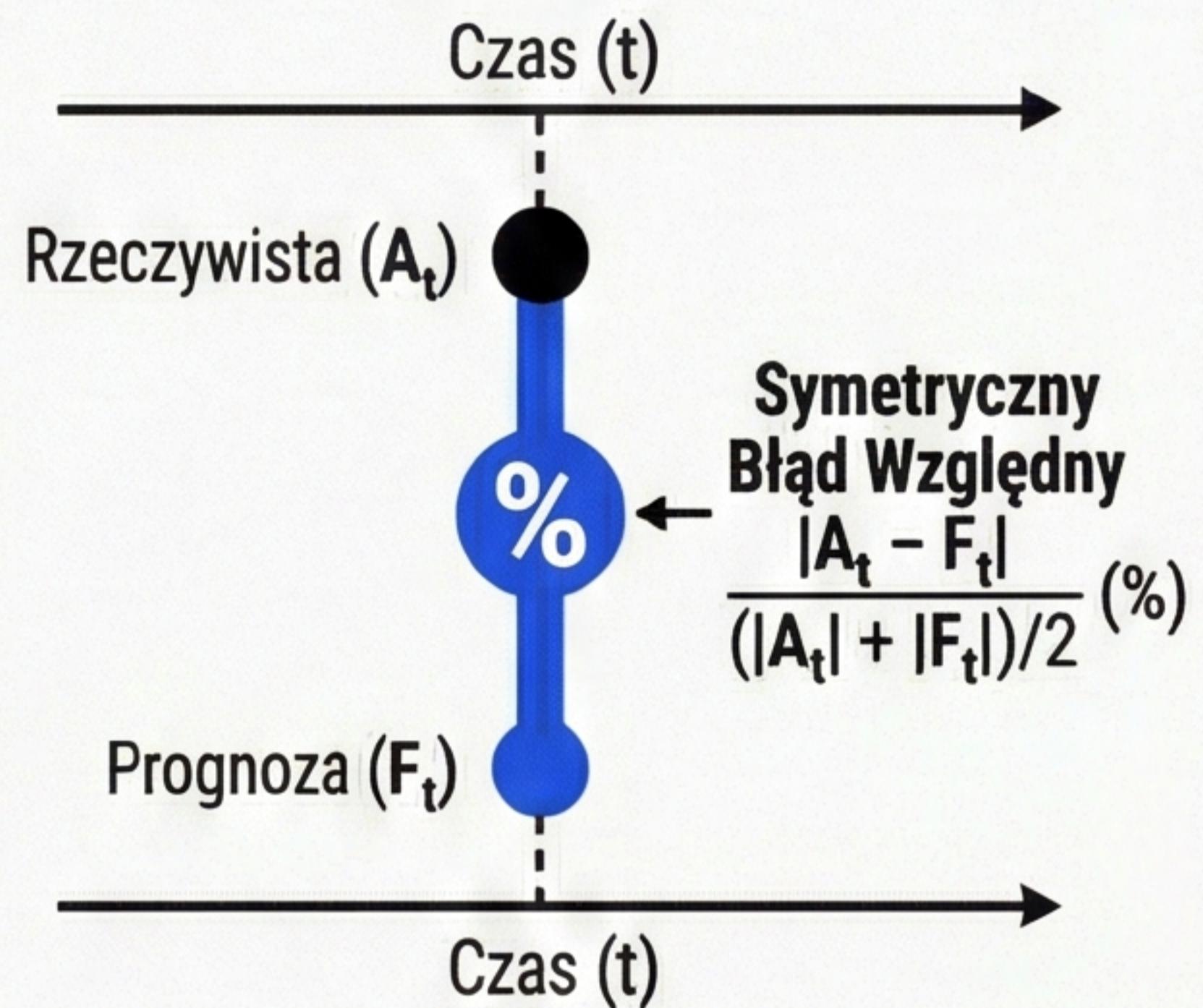
# RMSE vs. SMAPE: PORÓWNANIE MIAR BŁĘDU PROGNOZY

Analiza porównawcza Pierwiastka Błędu Średniokwadratowego (RMSE) i Symetrycznego Średniego Bezwzględnego Błędu Procentowego (SMAPE) dla Decyzji Dotyczących Prognozowania Szeregów Czasowych.

## RMSE (PIERWIASTEK BŁĘDU ŚREDNIOKWADRATOWEGO)



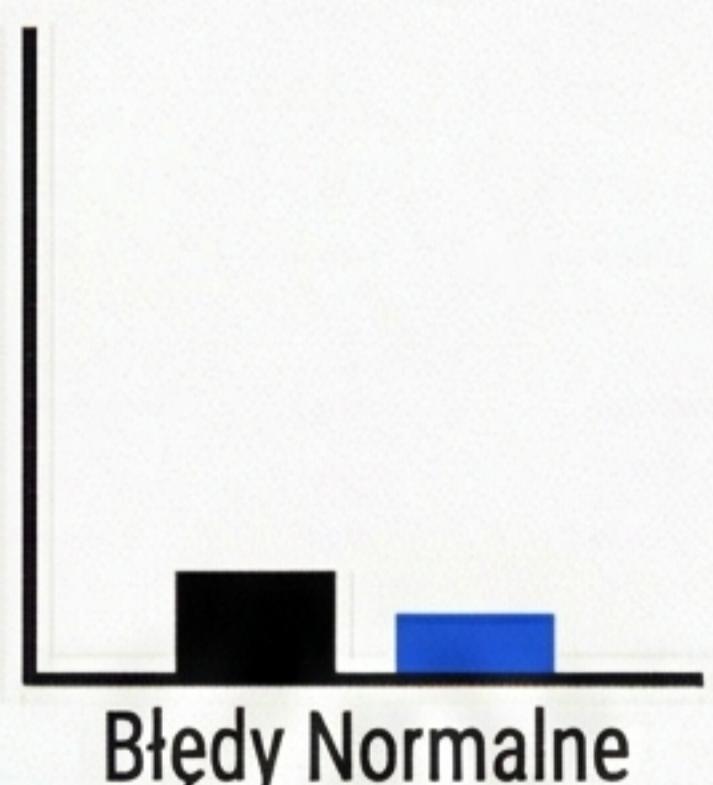
## SMAPE (SYMETRYCZNY ŚREDNI BEZWZGLĘDNY BŁĄD PROCENTOWY)



Koncepcja: Średnia bezwzględnych błędów procentowych z symetrycznym mianownikiem do obsługi wartości bliskich zeru.

### WŁAŚCIWOŚCI WIZUALNE

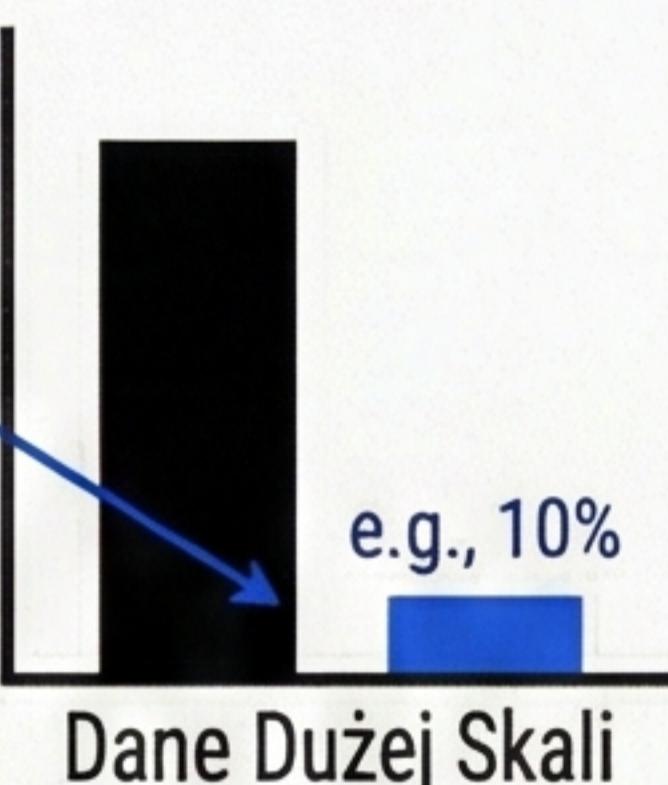
(Zależne od Skali i Wrażliwe na Wartości Odstające)



**KRYTYCZNE OGRANICZENIE: Wrażliwość na Wartości Odstające.** Pojedynczy duży błąd może znacząco zawyścić RMSE, potencjalnie prowadząc do błędego wyboru modelu.

### WŁAŚCIWOŚCI WIZUALNE

(Niezależne od Skali i Symetryczne)



**KRYTYCZNE OGRANICZENIE: Niestabilność Blisko Zera** Może być niestabilne lub niezdefiniowane, gdy zarówno Rzeczywista, jak i Prognoza są bliskie zeru. Zakres wynosi od 0% do 200%.

**Kluczowe Sapostrzeżenie:** Zależne od jednostki. Dobre, gdy duże błędy są szczególnie niepożądane. Wysoce wrażliwe na wartości skrajne.

**Kluczowe Sapostrzeżenie:** Niezależne od jednostki (%). Dobre do porównywania między różnymi skalami. Równo karze za nadmierne/niedostateczne prognozowanie.

## PODSUMOWANIE PORÓWNAWCZE I NAJLEPSZY PRZYPADEK UŻYCIA

Cecha	RMSE	SMAPE
Jednostka Miary	Taka Sama jak Jednostki Danych	Procent (%)
Wrażliwość na Skalę	Zależna od Skali	Niezależna od Skali
Wrażliwość na Wartości Odstające	Wysoka (Efekt podnoszenia do kwadratu)	Niska (Wartość bezwzględna)
Symetria	Nie (Kierunek nie ma znaczenia, wielkość tak)	Tak (Symetryczny mianownik)
Najlepszy Przypadek Użycia	Gdy duże błędy muszą być zminimalizowane.	Porównywanie między szeregiem o różnych skalach.