第 1、2 章课后作业（9.13 9.15）

1-2 $\frac{7}{4}$ b/符号

1-4 (1) 3.02 b/键

(2) 6.04 b/s

1-7 (1) 2.23 b/符号

(2) 8.028×10^6 bit

(3) 8.352×10^6 bit

2-2 证明略

2-8 $P(f)=\frac{1}{T}Sa^2(\pi f)\sum_{n}\delta(f-\frac{n}{T})$

1-2 解：平均信息量 $H(x)=-\frac{1}{4}\log_2\frac{1}{4}-\frac{1}{8}\log_2\frac{1}{8}-\frac{1}{8}\log_2\frac{1}{8}-\frac{1}{2}\log_2\frac{1}{2}$

$=\frac{7}{4}$ (b/符号)

1-4 解：(1) 每键的平均信息量 $H(x)=-0.3\log_2 0.3-2\times0.14\log_2 0.14-7\times0.06\log_2 0.06$

$=-0.3\times(-1.74)-0.28\times(-2.84)-0.42\times(-4.06)$

$=0.522+0.7952+1.7052$

≈ 3.02 (b/键)

(2) 由题意知 $R_B=2$ Baud

平均信息速率 $R_b=R_B\cdot H(x)=6.04$ (b/s)

1-7 解：(1) 平均信息量 $H(x)=-\sum_{i=1}^{M}P(x_i)\log_2 P(x_i)$

$=-\frac{1}{4}\log_2\frac{1}{4}-\frac{1}{8}\log_2\frac{1}{8}-\frac{1}{8}\log_2\frac{1}{8}-\frac{3}{16}\log_2\frac{3}{16}-\frac{5}{16}\log_2\frac{5}{16}$

≈ 2.23 (b/符号)

(2) 平均信息速率 $R_b=R_B\cdot H(x)=1000\times2.23=2230$ (b/s)

1h 内传送平均信息量 $I=R_b\cdot t=2230\times3600=8.028\times10^6$ bit

(3) 等概率时 $H(x)=\log_2 5\approx 2.32$ b/符号

$R_b=R_B\cdot H(x)=2320$ b/s

1h 传送信息量 $I=R_b\cdot t=2320\times3600=8.352\times10^6$ bit

2-2 证明：由图知周期 $T_0=2$

频谱 $C_n = C(nf_0) = \frac{1}{T_0}\int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} s(t)\, e^{-j2\pi n f_0 t}\,dt$

$$= \frac{1}{2}\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} s(t)\, e^{-j2\pi n \frac{1}{2} t}\,dt$$

$$= \frac{1}{2}\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} e^{-j\pi n t}\,dt - \frac{1}{2}\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} e^{-j\pi n t}\,dt$$

$$= -\frac{1}{j2\pi n}\left(e^{-j\frac{1}{2}\pi n} - e^{j\pi n\frac{1}{2}}\right) + \frac{1}{j2\pi n}\left(e^{-j\pi n\frac{3}{2}} - e^{-j\frac{1}{2}\pi n}\right)$$

$$= \frac{1}{n\pi}\sin\frac{n\pi}{2} - \frac{1}{n\pi}e^{-jn\pi}\sin\frac{n\pi}{2}$$

$$= \frac{1}{n\pi}\sin\frac{n\pi}{2}\left(1-\cos n\pi + j\sin n\pi\right)$$

$$= \frac{1}{n\pi}\sin\frac{n\pi}{2}\left(1-\cos n\pi\right) = \begin{cases} \frac{2}{n\pi} & n=4k+1 \quad k\in Z \\ -\frac{2}{n\pi} & n=4k+3 \quad k\in Z \\ 0 & n\text{为偶，且}n\neq 0 \end{cases}$$

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{j2\pi n t/T_0}$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{n\pi}\sin\frac{n\pi}{2}\left(1-\cos n\pi\right) e^{j\pi n t}$$

$$= \frac{2}{\pi}e^{j\pi t} - \frac{2}{3\pi}e^{j\pi 3t} + \frac{2}{\pi}e^{j\pi t} - \frac{2}{3\pi}e^{j\pi 3t} + \frac{2}{5\pi}e^{j\pi 5t} - \frac{2}{7\pi}e^{j\pi 7t} \cdots$$

$$= \frac{2}{\pi}\left(e^{j\pi t} - e^{j\pi t}\right) - \frac{2}{3\pi}\left(e^{j3\pi t} - e^{-j3\pi t}\right) + \frac{2}{5\pi}\left(e^{j5\pi t} - e^{-j5\pi t}\right)\cdots$$

$$= \frac{4}{\pi}\cos\pi t - \frac{4}{3\pi}\cos(3\pi t) + \frac{4}{5\pi}\cos(5\pi t) + \frac{4}{7\pi}\cos(7\pi t) + \cdots$$

$$= \frac{4}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{2n+1}\cos(2n+1)\pi t$$

2-8 解：把 $R(\tau)$ 看作 $R_T(\tau)$ 与 $T=2$ 的冲激序列 $\delta_T(\tau)$ 的卷积

$$R(\tau) = R_T(\tau) * \delta_T(\tau)$$

$$R_T(\tau) \Leftrightarrow P_T(f) = Sa^2(\pi f)$$

$$\delta_T(\tau) = \sum_n \delta(\tau - nT) \Leftrightarrow \delta_T(f) = \frac{2\pi}{T}\sum_n \delta\left(\omega - n\frac{2\pi}{T}\right) = \frac{1}{T}\sum_n \delta\left(f - n\frac{1}{T}\right)$$

$$P(f) = P_T(f)\,\delta_T(f) = Sa^2(\pi f)\cdot\frac{1}{T}\sum_n \delta\left(f - \frac{n}{T}\right) = \frac{1}{T}Sa^2(\pi f)\sum_n \delta\left(f - \frac{n}{T}\right)$$