

6. 设有关系模式 $R(A,B,C,D,E)$, 其上的函数依赖集:

$$F = \{A \rightarrow BC, CD \rightarrow E, B \rightarrow D, E \rightarrow A\}$$

- (1) 计算 B^+ 。
- (2) 求出 R 的所有的候选键, 判断 R 的范式。

9. 设有函数依赖集 $F = \{AB \rightarrow CE, A \rightarrow C, GP \rightarrow B, EP \rightarrow A, CDE \rightarrow P, HB \rightarrow P, D \rightarrow HG, ABC \rightarrow PG\}$, 求与 F 等价的最小函数依赖集。

11. 现有一个关系模式 $R(A,B,C)$, 其上的函数依赖集 $F = \{A \rightarrow B, C \rightarrow B\}$, 判断分解 $\rho_1 = \{AB, AC\}; \rho_2 = \{AB, BC\}$ 是否具有无损连接性和依赖保持性。

13. 设 $R(A,B,C,D,E,G)$, $F = \{AB \rightarrow C, C \rightarrow D, CA \rightarrow E, E \rightarrow A, BD \rightarrow A, B \rightarrow C\}$ 。求其保持函数依赖和无损连接的 3NF 分解。

6.

(1) $B^0 = B$

$$B^1 = BD(B \rightarrow D)$$

$$B^2 = B^1 = BD \quad (\text{因为在 } F \text{ 中未用过的函数依赖的左边属性已没有 } B^1 \text{ 的子集})$$

$$\text{所以 } B^+ = BD$$

(2) $A^0 = A$

$$A^1 = ABC(A \rightarrow BC)$$

$$A^2 = ABCD(B \rightarrow D)$$

$$A^3 = ABCDE(CD \rightarrow E) = U$$

所以 $A^+ = U$, A 是 R 的候选键

因为 $E \rightarrow A$, $A^+ = U$, 所以 $E^+ = U$, 所以 E 是 R 的候选键

$B^+ = BD$, $C^+ = C$, $D^+ = D$, 所以 B 、 C 、 D 不是 R 的候选键

因为 $CD \rightarrow E$, $E^+ = U$, 所以 $(CD)^+ = U$, 所以 CD 是 R 的候选键

$$(BC)^0 = BC$$

$$(BC)^1 = BCD(B \rightarrow D)$$

$$(BC)^2 = BCDE(CD \rightarrow E)$$

$$(BC)^3 = ABCDE(E \rightarrow A) = U$$

所以 $(BC)^+ = U$, 所以 BC 是 R 的候选键

$(BD)^+ = BD$, 所以 BD 不是 R 的候选键

综上, R 的候选键有 A , E , BC , CD , 主属性有 A 、 B 、 C 、 D 、 E , 无非主属性

$R \in 3NF$ 。① $R \in 1NF$; ② $R \in 2NF$, 因为不存在非主属性; ③ $R \in 3NF$, 因为不存在非主属性;

④ $R \notin BCNF$, 因为存在函数依赖 $E \rightarrow A$ 的左部不包含 R 的任一候选键。

9.

(1) 将 F 中函数依赖右部分解为单属性, 结果为

$$F_1 = \{AB \rightarrow C, AB \rightarrow E, A \rightarrow C, GP \rightarrow B, EP \rightarrow A, CDE \rightarrow P, HB \rightarrow P, D \rightarrow H, D \rightarrow G, ABC \rightarrow P, ABC \rightarrow G\}$$

(2) 去掉 F_1 中多余的函数依赖

- ① 判断 $AB \rightarrow C$ 。去掉 $AB \rightarrow C$ 后的 $(AB)_{F^+} = ABCEPG$, $C \subseteq (AB)_{F^+}$, 所以 $AB \rightarrow C$ 是多余的, 去掉之后得 $F_2 = \{AB \rightarrow E, A \rightarrow C, GP \rightarrow B, EP \rightarrow A, CDE \rightarrow P, HB \rightarrow P, D \rightarrow H, D \rightarrow G, ABC \rightarrow P, ABC \rightarrow G\}$ 。
 - ② 判断 $AB \rightarrow E$ 。去掉 $AB \rightarrow E$ 后的 $(AB)_{F^+} = ABCPG$, $E \notin (AB)_{F^+}$, 所以 $AB \rightarrow E$ 不是多余的。
 - ③ 判断 $A \rightarrow C$ 。去掉 $A \rightarrow C$ 后的 $A_{F^+} = A$, $C \notin A_{F^+}$, 所以 $A \rightarrow C$ 不是多余的。
 - ④ 判断 $GP \rightarrow B$ 。去掉 $GP \rightarrow B$ 后的 $(GP)_{F^+} = GP$, $B \notin (GP)_{F^+}$, 所以 $GP \rightarrow B$ 不是多余的。
 - ⑤ 判断 $EP \rightarrow A$ 。去掉 $EP \rightarrow A$ 后的 $(EP)_{F^+} = EP$, $A \notin (EP)_{F^+}$, 所以 $EP \rightarrow A$ 不是多余的。
 - ⑥ 判断 $CDE \rightarrow P$ 。去掉 $CDE \rightarrow P$ 后的 $(CDE)_{F^+} = CDEHG$, $P \notin (CDE)_{F^+}$, 所以 $CDE \rightarrow P$ 不是多余的。
 - ⑦ 判断 $HB \rightarrow P$ 。去掉 $HB \rightarrow P$ 后的 $(HB)_{F^+} = HB$, $P \notin (HB)_{F^+}$, 所以 $HB \rightarrow P$ 不是多余的。
 - ⑧ 判断 $D \rightarrow H$ 。去掉 $D \rightarrow H$ 后的 $D_{F^+} = DG$, $H \notin D_{F^+}$, 所以 $D \rightarrow H$ 不是多余的。
 - ⑨ 判断 $D \rightarrow G$ 。去掉 $D \rightarrow G$ 后的 $D_{F^+} = DH$, $G \notin D_{F^+}$, 所以 $D \rightarrow G$ 不是多余的。
 - ⑩ 判断 $ABC \rightarrow P$ 。去掉 $ABC \rightarrow P$ 后的 $(ABC)_{F^+} = ABCGE$, $P \notin (ABC)_{F^+}$, 所以 $ABC \rightarrow P$ 不是多余的。
 - ⑪ 判断 $ABC \rightarrow G$ 。去掉 $ABC \rightarrow G$ 后的 $(ABC)_{F^+} = ABCPE$, $G \notin (ABC)_{F^+}$, 所以 $ABC \rightarrow G$ 不是多余的。
- (3) 去掉 F_2 中函数依赖左部多余的属性
- ① 对 $AB \rightarrow E$, 试去 A , 因 $B^+ = B$, 所以 A 不多余。试去 B , 因 $A^+ = A$, 所以 B 不多余。
 - ② 对 $GP \rightarrow B$, 试去 G , 因 $P^+ = P$, 所以 G 不多余。试去 P , 因 $G^+ = G$, 所以 P 不多余。
 - ③ 对 $EP \rightarrow A$, 试去 E , 因 $P^+ = P$, 所以 E 不多余。试去 P , 因 $E^+ = E$, 所以 P 不多余。
 - ④ 对 $CDE \rightarrow P$, 试去 C , 因 $(DE)^+ = DEHG$, 所以 C 不多余。试去 D , 因 $(CE)^+ = CEHG$, 所以 D 不多余。试去 E , 因 $(CD)^+ = CDHG$, 所以 E 不多余。
 - ⑤ 对 $HB \rightarrow P$, 试去 H , 因 $B^+ = B$, 所以 H 不多余。试去 B , 因 $H^+ = H$, 所以 B 不多余。
 - ⑥ 对 $ABC \rightarrow P$, 试去 A , 因 $(BC)^+ = BC$, 所以 A 不多余。试去 B , 因 $(AC)^+ = AC$, 所以 B 不多余。试去 C , 因 $(AB)^+ = ABCEPG$, 所以 C 多余。去掉后得 $F_3 = \{AB \rightarrow E, A \rightarrow C, GP \rightarrow B, EP \rightarrow A, CDE \rightarrow P, HB \rightarrow P, D \rightarrow H, D \rightarrow G, AB \rightarrow P, ABC \rightarrow G\}$ 。
 - ⑦ 对 $ABC \rightarrow G$, 试去 A , 因 $(BC)^+ = BC$, 所以 A 不多余。试去 B , 因 $(AC)^+ = AC$, 所以 B 不多余。试去 C , 因 $(AB)^+ = ABCEPG$, 所以 C 多余。
- 所以与 F 等价的最小函数依赖集 $F_m = \{AB \rightarrow E, A \rightarrow C, GP \rightarrow B, EP \rightarrow A, CDE \rightarrow P, HB \rightarrow P, D \rightarrow H, D \rightarrow G, AB \rightarrow P, ABC \rightarrow G\}$ 。

11.

对 $\rho_1 = \{AB, AC\}$, $R_1 \cap R_2 = A$, $R_1 - R_2 = B$, 所以 $(R_1 \cap R_2) \rightarrow (R_1 - R_2)$ 即 $A \rightarrow B$, 所以 ρ_1 具有无损连接性, 又因为 $\Pi_{AB}(F) \cup \Pi_{AC}(F) = \{A \rightarrow B\}$ 与 F 不等价, 所以 ρ_1 不具有依赖保持性。

对 $\rho_2 = \{AB, BC\}$, $R_1 \cap R_2 = B$, $R_1 - R_2 = A$, $R_2 - R_1 = C$, 所以 $(R_1 \cap R_2) \rightarrow (R_1 - R_2)$ 即 $B \rightarrow A \notin F^+$, $(R_1 \cap R_2) \rightarrow (R_2 - R_1)$ 即 $B \rightarrow C \notin F^+$ 所以 ρ_2 不具有无损连接性, 又因为 $\Pi_{AB}(F) \cup \Pi_{BC}(F) = \{A \rightarrow B, C \rightarrow B\}$ 与 F 等价, 所以 ρ_2 具有依赖保持性。

13.

由候选键的定义和属性闭包的求解算法可知, 在函数依赖集 F 中所有函数依赖的右部未出现的属性一定是候选键的成员。故 R 的候选键中至少包含 B 和 G 。

计算: $(BG)^+ = ABCDEG = U$ 。经分析 R 只有唯一的候选键 BG 。

求出最小函数依赖集 $F_m = \{C \rightarrow D, CA \rightarrow E, E \rightarrow A, B \rightarrow A, B \rightarrow C\}$ 。

独立, G 未出现在 F_m 中任一函数依赖的左部或右部, 将 G 独立出去单独构成一个关系子模式。

合并分组, 分解为: $\rho = \{CD, CAE, EA, BAC, G\}$

因 ρ 中无子模式含 R 的候选键, 则令 $\rho = \rho \cup \{R \text{ 的候选键}\}$ 。去掉被包含的子集, 所以满足 3NF 且具有无损连接性和函数依赖保持性的分解为

$$\rho = \{CD, CAE, BAC, BG\}$$