

武汉大学计算机学院

2011-2012 学年度第一学期 2010 级

《信息安全数学基础》期末考试试卷 (A)

姓名: \_\_\_\_\_ 学号: \_\_\_\_\_ 专业: \_\_\_\_\_ 成绩: \_\_\_\_\_

(注: ①考试时间为 120 分钟; ②所有的题目的解答均写在答题纸上, 需写清楚题目的序号。每张答题纸都要写上姓名和序号。)

一. 计算题 (每小题 10 分, 共 70 分)。

1. 求最大公因数  $(987, 2668)$ , 并且计算出最小的正整数  $b$ , 使得  $987a + 2668b = (987, 2668)$ 。

2. 求 13 的倍数, 使得该数被 3, 5, 7, 11 除的余数是 2。

3. 求同余式  $x^2 \equiv 52 \pmod{101}$  的解。

4. 假设椭圆曲线  $y^2 = x^3 + x + 6 \pmod{11}$  上的两点  $P = (x_1, y_1), Q = (x_2, y_2)$  之和为  $P_3 = (x_3, y_3) = P + Q \neq O$  的计算公式为

$$x_3 = \lambda^2 - x_1 - x_2, \quad y_3 = (x_1 - x_3)\lambda - y_1$$

其中 (a)  $x_1 \neq x_2$  时,  $\lambda = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ , (b)  $x_1 = x_2$ , 且  $Q \neq -P$  时,  $\lambda = \frac{3x_1^2 + 1}{2y_1}$

若  $P = (5, 2)$ , 试求  $3P$ 。

5. 构造有限域  $GF(8) = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  的加法和乘法表。

6. 求  $(x^7 + x^6 + 1)$  关于模  $m(x) = x^8 + x^4 + x^3 + x + 1$  的乘法逆元 (即求使得等式  $a(x)(x^7 + x^6 + 1) + q(x)m(x) = 1$  成立的多项式  $a(x)$ )。

7 求解递推关系

$$\begin{cases} a_n = 7a_{n-1} - 12a_{n-2} \\ a_0 = 2, a_1 = 7 \end{cases}$$

## 二. 证明题 (10 分)

证明: 群  $G$  是交换群的充要条件是对任意  $a, b \in G$ , 有

$$(a \ b)^3 = a^3 \ b^3, \quad (a \ b)^5 = a^5 \ b^5. \quad (10 \text{ 分})$$

## 三. 简述题 (每小题 10 分, 共 20 分)

(1) 请描述利用原根和指标求解高次同余式  $x^n \equiv a \pmod{m}$ ,  $m = 2, 4, p^\alpha$  或  $2p^\alpha$  的一般方法。

(2) 如果四个不同的元素  $\{e, a, b, c\}$  构成的集合和该集合上的二元运算能够成为一个群, 试给出该群的运算表。