

05—06 学年度第一学期期末考试试卷

1. (30 分) 证明题:

(1) 证明: 一个算法在平均情况下的计算时间复杂度为 $\Theta(f(n))$, 则该算法在最坏情况下所需的计算时间为 $\Omega(f(n))$ 。

(2) $2^n = \Theta(2^{n+1})$;

(3) $\log n! = \Theta(n \log n)$.

2. (25 分) 用熟悉的语言描述二分检索算法 BINSRCH, 并证明 BINSRCH 的平均计算时间是 $\Theta(\log n)$ 。

3. (10 分) 考虑下列背包问题:

$n=7, M=15, (p_1, p_2, p_3, \dots, p_7)=(10, 5, 15, 7, 6, 18, 3), (w_1, w_2, w_3, \dots, w_7)=(2, 3, 5, 7, 1, 4, 1)$, 利用贪心策略求该背包问题的最优解, 并计算此时背包中物品的总效益值。

4. (10 分) 设解用定长的元组表示: 利用回溯方法求解 4 皇后问题, 并画出求解过程中生成的状态空间树。

5. (15 分) 设带期限的作业调度问题, 作业数 $n=4$, 作业罚款值: $(p_1, p_2, p_3, p_4)=(5, 10, 6, 3)$, 作业截止期限: $(d_1, d_2, d_3, d_4)=(1, 3, 2, 1)$, 作业处理时间: $(t_1, t_2, t_3, t_4)=(1, 2, 1, 1)$, 求这 4 个作业的一个子集 j , 使得 j 中作业都在其截止期限内完成, 并使不在 j 中的作业总的罚款值最小, 设解用不定长的元组表示, 定义结点的成本和成本的上下界, 利用 LC 分枝限界法求最优解 j , 画出求解过程中生成的状态空间树, 并求出对应于最优解的罚款值。

6. (10 分) 设有 n 种不同面值的硬币, 各硬币的面值存于数组 $T(L:n)$ 中, 现要用这些面值的硬币找钱, 可以使用的各种面值的硬币个数。

(1) 当只硬币面值 $T(1), T(2), \dots, T(L)$ 时, 可找出钱数 j 的最小硬币个数记为 $C(i, j)$, 若只用这些硬币面值, 找不出钱数 j 时, 可记 $C(i, j)=x$, 给出 $C(i, j)$ 的递推及初始化条件, $1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq L$ 。

(2) 设计一个动态规划算法, 对于 $1 \leq j \leq L$, 计算出所有的 $C(n, j)$: 算法中只允许使用一个长度为 L 的数组, 用 L 作为变量表示算法的计算时间复杂性。

07-08 学年第一学期 05 级期中试题

1. (10 分) 证明: $\sum_{j=1}^n j^2 = \Theta(n^3)$.

2. (10 分) 给定下列递归关系:

$$T(n) = \begin{cases} 0 & n=1 \\ 2T(\lfloor n/2 \rfloor) + n & n > 1 \end{cases}$$

用数学归纳法证明: $T(n) \leq 2n \log(n)$

3. (10 分) 利用二分检索算法 BINSRCH, 分别检索元素 $x=101$, -14 是否在数组 $A=(-15,-6,0,7,9,23,54,82,101)$ 中出现, 详细描述检索的过程。

4. (10 分) 给定 8 个集合 $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}, \{7\}, \{8\}$, 画出执行下列运算后所得到的树表示:

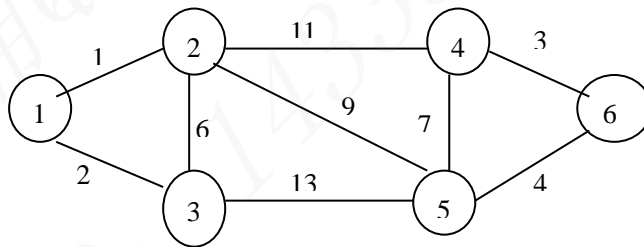
Union(1,2), Union(2,3), Union(4,5), Find(1), Union(2,5), Union(6,7), Union(7,8),
Find(3), Union(3,7)

5. (10 分) 图示说明寻找多数元素算法对下列数组的执行过程:

(1) (12, 4, 1, 4, 4, 4, 6, 4)

(2) (5, 7, 5, 4, 8)

6. (10 分) 试利用 Kruskal 算法详细写出下述无向图的最小生成树的生成过程。



7. (10 分) 考虑将 MATCHAIN 算法应用于下述 5 个矩阵链相乘的问题:

M1:2*3 M2:3*6 M3:6*4 M4:4*2 M5:2*7

找出这五个矩阵链相乘最少的标量乘的次数, 要求写出过程。

8. (10 分) 设计一个分治算法, 判断两个二叉树是否相等。先用文字描述算法的基本思想, 再写出包括输入, 输出在内的算法流程。