# 第8章 记忆型搜索算法

记忆型搜索算法是在保持已搜索过的状态的同时,又增加了一些记忆机制,保存特定的搜索信息。

- 禁忌搜索算法: 引入禁忌表和相应的禁忌准则来避免 迂回搜索,其目的是阻止搜索过程中出现循环和陷入局 部最优。
- 和声搜索算法:增加和声记忆库HM。

# 第8章 记忆型搜索算法

- 8.1 局部搜索
  - 8.1.1 邻域的概念
  - 8.1.2 局部搜索算法
  - 8.1.3 局部搜索示例
- 8.2 禁忌搜索
  - 8.2.1 算法的主要思路
  - 8.2.2 禁忌搜索示例
- 8.3 禁忌搜索的关键参数和操作
  - 8.3.1 变化因素
  - 8.3.2 禁忌表
  - 8.3.3 其他
- 8.4 禁忌搜索的实现与应用

### 8.1.1 邻域的概念

- 函数优化问题中
   在距离空间中,通常的邻域定义是以一点为中心的一个球体;
- 组合优化问题中

 $N: x \in D \to N(x) \in 2^D$ , 且 $x \in N(x)$ ,称为一个邻域映射,其中 $2^D$ 表示D的所有子集组成的集合。 N(x)称为x的邻域, $y \in N(x)$ 称为x的一个邻居。

## 8.1.1 邻域的概念

• 例8.1 TSP问题解的一种表示方法为 $D=\{x=(i_1,i_2,...,i_n)|\ i_1,i_2,...,i_n$ 是1,2,...,n的排列},定义它的邻域映射为2-opt,即x中的两个元素进行对换,N(x)中共包含x的 $C_n^2=n(n-1)/2$ 个邻居和x本身。

例如:x=(1,2,3,4),见了 $C_4^2=6$ , $N(x)=\{(1,2,3,4),(2,1,3,4),(3,2,1,4),(4,2,3,1),(1,3,2,4),(1,4,3,2),(1,2,4,3)\}$ 

- TSP问题解的邻域映射可由2-opt,推广到k-opt。
- 邻域概念的重要性
   邻域的构造依赖于决策变量的表示,邻域的结构在现代优化算法中起重要的作用。

#### 8.1.2 局部搜索算法

• **STEP 1** 

选定一个初始可行解 $x^0$ ,记录当前最优解 $x^{best}$ := $x^0$ ,T= $N(x^{best})$ ;

• **STEP 2** 

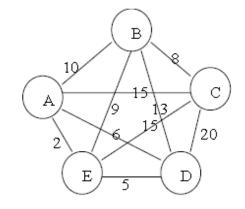
当T-{ $x^{best}$ }= $\Phi$ 时,或满足其他停止运算准则时,输出计算结果,停止运算; 否则,从T中选一集合S,得到S中的最好解 $x^{now}$ ;若 $f(x^{now})$ < $f(x^{best})$ ,则  $x^{best} := x^{now}$ ,T= $N(x^{best})$ ;否则T:=T-S;重复SETP 2。

ullet 如果在领域中只接受比当前解 $x^{best}$ 好的解,搜索就可能陷入循环和局部最优的危险。

### 8.1.3 局部搜索示例

#### 例8.2 五个城市的对称TSP问题

$$D = (d_y) = \begin{bmatrix} 0 & 10 & 15 & 6 & 2 \\ 10 & 0 & 8 & 13 & 9 \\ 15 & 8 & 0 & 20 & 15 \\ 6 & 13 & 20 & 0 & 5 \\ 2 & 9 & 15 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$



初始解为 $x^{best}$ =(ABCDE), $f(x^{best})$ =45,定义邻域映射为对换两个城市位置的2-opt,选定A城市为起点。

## 8.1.3 局部搜索示例

◆ 五个城市的对称TSP问题

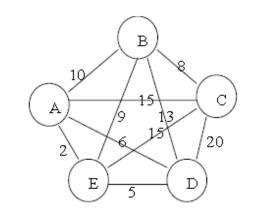
方法1: 全邻域搜索

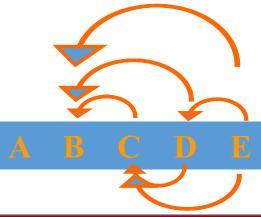
第1步

 $N(x^{best})=\{(ABCDE), (ACBDE), (ADCBE), (AECDB), (ABDCE), (ABEDC), (ABCED)\},$ 

对应目标函数为f(x)={45,43,45,60,60,59,44}

 $x^{best} := x^{now} = (ACBDE)$ 





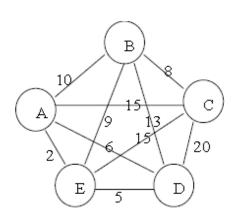
## 8.1.3 局部搜索示例

◆ 五个城市的对称TSP问题

```
方法1: 全邻域搜索
```

第2步

```
N(x<sup>best</sup>)={(ACBDE), (ABCDE), (ADBCE), (AEBDC), (ACDBE), (ACEDB), (ACBED)}, (ACBED)}, 对应目标函数为f(x)={43 45, 44, 59, 59, 58, 43 } x<sup>best</sup>:=x<sup>now</sup>=(ACBDE)
```



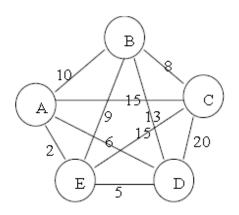
## 8.1.3 局部搜索示例

◆ 五个城市的对称TSP问题

方法2:一步随机搜索

第1步

从 $N(x^{best})$ 中随机选一点,如 $x^{now}=(ACBDE)$ ,对应目标函数为 $f(x^{now})=43 < 45$   $x^{best}:=x^{now}=(ACBDE)$ 



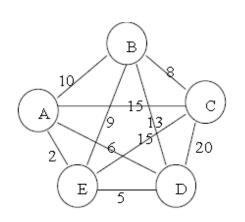
## 8.1.3 局部搜索示例

◆ 五个城市的对称TSP问题

方法2:一步随机搜索

第2步

从 $N(x^{best})$ 中又随机选一点,如 $x^{now}=(ADBCE)$ ,对应目标函数为 $f(x^{now})=44>43$   $x^{best}:=x^{now}=(ACBDE)$ 



## 8.1.3 局部搜索示例

◆ 五个城市的对称TSP问题

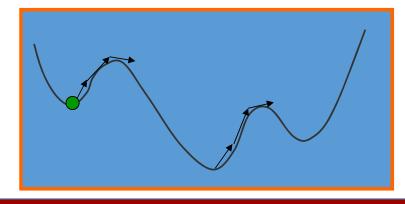
简单易行,但无法保证全局最优性;

局部搜索主要依赖起点的选取和邻域的结构;

为了得到好的解,可以比较不同的邻域结构和不同的初始点;

如果初始点的选择足够多,

总可以计算出全局最优解。



### 8.2.1 算法的基本思想

#### 算法的提出

禁忌搜索(Tabu search)是局部邻域搜索算法的推广, Fred Glover在1986年提出这个概念,进而形成一套完整算法。

#### • 算法的特点

构造一个短期循环记忆表-禁忌表(tabu list),禁忌表中存放刚刚进行过的|T|个邻居的移动。对于当前进入到禁忌表中的移动,在以后的T次数循环内是禁止的,以避免回到原来的解。T次以后释放该移动。





必须给定停止准则来避免循环。

http://spot.colorado.edu/~glover/

#### 8.2.2 算法的基本流程

#### 基本思路

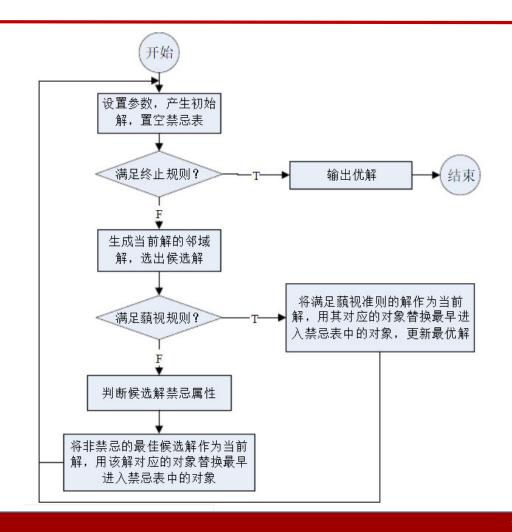
给定一个当前解以及它的相应的领域表示,然后在当前解的领域中确定若干候选解;

若最佳候选解对应的目标值优于"当前最好"状态,则忽视其禁忌特性,用其代替当前解和"当前最好"状态,并将相应的对象加入禁忌表同时修改禁忌表中各对象的任期;

若不存在以上所述的候选解,则在候选解中选择非禁忌的最佳状态为当前解,而无视它与当前解的优劣,同时将相应的对象加入禁忌表,并修改表中各对象的任期。

## 8.2.2 算法的基本流程

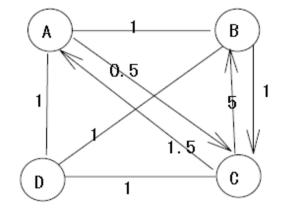
藐视准则:当一个禁忌移动在随后|T|次的迭代内,即还未解禁时再度出现,如果能把搜索带到一个从未搜索过的区域,则应该接受该移动,不受禁忌表的限制。



## 8.2.2 禁忌搜索示例

◆ 例8.3 四城市非对称TSP问题

$$D = (d_{y}) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0.5 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1.5 & 5 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



初始解 $x^0$ =(ABCD),  $f(x^0)$ =4, 邻域映射为两个城市顺序对换的2—opt, 始、终点都是A城市。

## 8.2.2 禁忌搜索示例

◆ 四城市非对称TSP问题

第1步

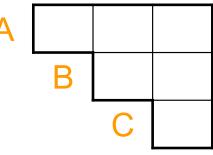
解的形式

A B C D

 $f(x^0) = 4$ 

禁忌对象及长度

B C D



候选解

D

0.5

对换 评价值

CD	4.50
BC	7.5
BD	8

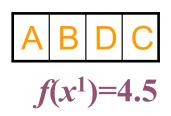
## 8.2.2 禁忌搜索示例

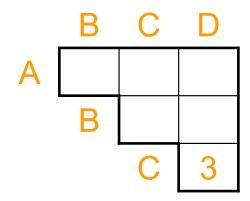
◆ 四城市非对称TSP问题

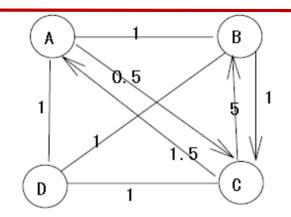
第2步

解的形式

禁忌对象及长度







候选解

7十拾

<u> </u>	评价值
CD	4.5⊺
ВС	3.50
BD	4.5

证从估

## 8.2.2 禁忌搜索示例

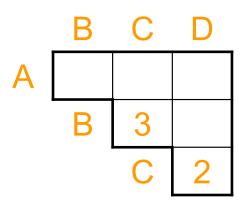
◆ 四城市非对称TSP问题

第3步

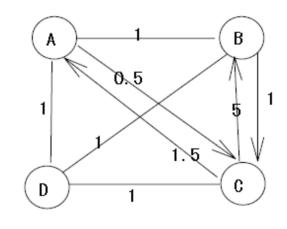
解的形式

 $f(x^2)=3.5$ 

禁忌对象及长度



候选解



对换	评价值
CD	8 T
BC	<b>4.5</b> ⊤
BD	7.5

## 8.2.2 禁忌搜索示例

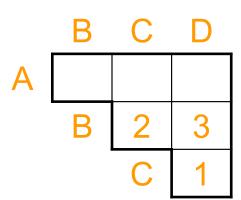
◆ 四城市非对称TSP问题

第4步

解的形式

 $f(x^3)=7.5$ 

禁忌对象及长度



候选解

对换	评价值
CD	<b>4.5</b> ⊤
BC	<b>4.5</b> ⊤
BD	3.5⊺

A 1 B B 1.5 C

禁忌长度的选取

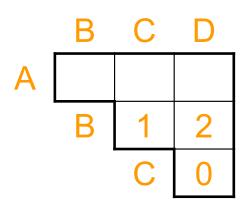
## 8.2.2 禁忌搜索示例

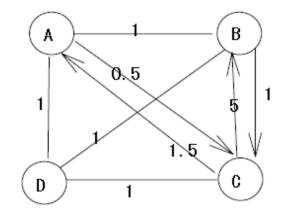
四城市非对称TSP问题

第4步(如果减小禁忌长度)

 $f(x^3) = 7.5$ 

解的形式禁忌对象及长度





候选解

证从店

74+44

	评价值
CD	4.50
ВС	<b>4.5</b> <sup>™</sup>
BD	3.5

## 8.2.2 禁忌搜索示例

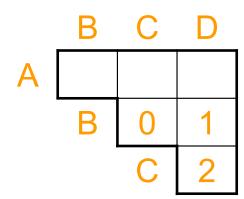
四城市非对称TSP问题

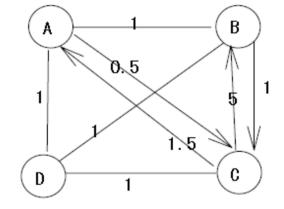
第5步

解的形式

 $f(x^4)=4.5$ 

禁忌对象及长度





候选解

对换	评价值
CD	7.5⊺
ВС	8 🙂
BD	<b>4.5</b> ⊤

## 8.2.2 禁忌搜索示例

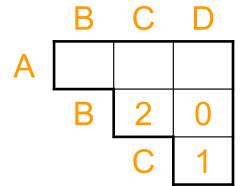
◆ 四城市非对称TSP问题

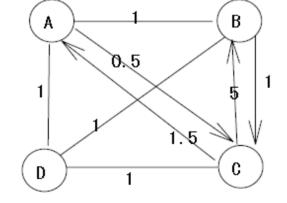
第6步

解的形式

 $f(x^5) = 8$ 

禁忌对象及长度





候选解

对换	评价值
CD	<b>3.5</b> ⊤
BC	<b>4.5</b> ⊤
BD	4 🙂

简单的禁忌搜索是在邻域搜索的基础上,通过设置禁忌表来禁忌一些已经完成过的操作,并利用藐视准则来奖励一些优良状态,其中<mark>邻域结构、候选解、禁忌长度、禁忌对象、藐视准则、终止准则等是影响</mark>禁忌搜索算法性能的关键。

### 8.3.1 邻域移动

邻域移动到是从一个解产生另一个解的途径。 移动前后的目标函数值之差,称为移动值。

#### 8.3.2 禁忌表

禁忌表的主要指标(两项指标)

禁忌对象:禁忌表中被禁的那些变化元素

禁忌长度:禁忌的步数

\* 状态变化(三种变化)

简单解的变化 解向量分量的变化 目标值变化

#### 8.3.2 禁忌表

#### ◆ 简单解的变化

假设 $x,y \in D$ ,邻域映射为N,其中D为优化问题的定义域,则简单解变化

$$x \to y \in N(x)$$

是从一个解变化到另一个解。

## 8.3.1 变化因素

#### • 向量分量的变化

设原有的解向量为 $(x_1, ..., x_{i-1}, x_i, x_{i+1}, ..., x_n)$ ,向量分量的最基本变化为

$$(x_1, ..., x_{i-1}, x_i, x_{i+1}, ..., x_n) \rightarrow (x_1, ..., x_{i-1}, y_i, x_{i+1}, ..., x_n)$$

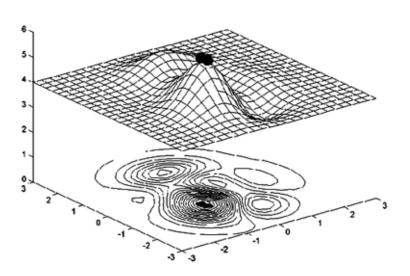
即只有第i个分量发生变化。

也包含多个分量变化的情形。

## 8.3.1 变化因素

#### • 目标值的变化

目标值的变化隐含着解集合的变化。

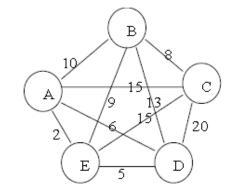


#### 8.3.2 禁忌表

#### • 禁忌对象的选取

情况1: 禁忌对象为简单解的变化

$$D = (d_{ij}) = \begin{bmatrix} 0 & 10 & 15 & 6 & 2 \\ 10 & 0 & 8 & 13 & 9 \\ 15 & 8 & 0 & 20 & 15 \\ 6 & 13 & 20 & 0 & 5 \\ 2 & 9 & 15 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$



禁忌长度为4,从2一opt邻域中选出最佳的5个解组成候选集Can\_ $N(x^{now})$ ,初始解 $x^{now}=x^0=(ABCDE)$ , $f(x^0)=45$ , $H=\{(ABCDE;45)\}$ 。

#### 8.3.2 禁忌表

#### • 禁忌对象的选取

```
情况1: 禁忌对象为简单的解变化
第1步——
x^{now}=(ABCDE), f(x^{now})=45, H=\{(ABCDE;45)\}
\operatorname{Can}_N(x^{now})=\{(\underline{ACBDE};43), (\underline{ABCDE};45),
(ADCBE;45), (ABEDC;59), (ABCED;44)\}.
x^{next}=(ACBDE)
```

#### 8.3.2 禁忌表

#### • 禁忌对象的选取

```
情况1: 禁忌对象为简单的解变化
第2步——
x^{now}=(ACBDE), f(x^{now})=43, H=\{(ABCDE;45), (ACBDE;43)\}
Can_N(x^{now})=\{(ACBDE;43), (ACBED;43), (ADBCE;44), (ABCDE;45), (ACEDB;58)\}.
x^{next}=(ACBED)
```

#### 8.3.2 禁忌表

#### 禁忌对象的选取

```
情况1: 禁忌对象为简单的解变化
第3步——
x^{now}=(ACBED), f(x^{now})=43, H=\{(ABCDE;45), (ACBDE;43), (ACBED;43)\}
Can_N(x^{now})=\{(ACBED;43), (ACBDE;43), (ABCED;44), (AEBCD;45), (ADBEC;58)\}.
x^{next}=(ABCED)
```

#### 8.3.2 禁忌表

#### 禁忌对象的选取

```
情况1: 禁忌对象为简单的解变化
第4步——
x^{now}=(ABCED), f(x^{now})=44, H=\{(ABCDE;45), (ACBDE;43), (ACBED;43), (ABCED;44)\}
Can_N(x^{now})={(ACBED;43), (AECBD;44), (ABCDE;45), (ABCED;44), (ABDEC;58)}。
x^{next}=(AECBD)
```

#### 8.3.2 禁忌表

#### 禁忌对象的选取

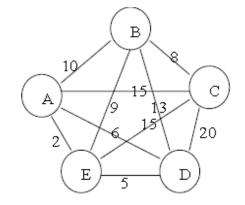
```
情况1: 禁忌对象为简单的解变化
第5步——
x^{now}=(AECBD), f(x^{now})=44, H=\{(ACBDE;43), (ACBED;43), (ABCED;44), (AECBD;44)\}
Can_N(x^{now})=\{(AEDBC;43), (ABCED;44), (AECBD;44), (AECBD;44), (AECBD;44), (AECBD;44), (AECDB;44), (AEBCD;45)\}.
```

#### 8.3.2 禁忌表

#### 禁忌对象的选取

情况2: 禁忌对象为分量变化

$$D = (d_y) = \begin{bmatrix} 0 & 10 & 15 & 6 & 2 \\ 10 & 0 & 8 & 13 & 9 \\ 15 & 8 & 0 & 20 & 15 \\ 6 & 13 & 20 & 0 & 5 \\ 2 & 9 & 15 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$



禁忌长度为3,从2-opt邻域中选出最佳的5个解组成候选集Can\_ $N(x^{now})$ ,初始解 $x^{now}=x^0=(ABCDE)$ , $f(x^0)=45$ 。

#### 8.3.2 禁忌表

• 禁忌对象的选取

```
情况2: 禁忌对象为分量变化
第1步——x^{now}=(ABCDE), f(x^{now})=45, H=\Phi
Can_N(x^{now})=\{(ACBDE;43), (ADCBE;45), (AECDB;60), (ABEDC;59), (ABCED;44)\}。
<math>x^{next}=(ACBDE)
```

#### 8.3.2 禁忌表

#### • 禁忌对象的选取

```
情况2: 禁忌对象为分量变化
第2步——x^{now}=(ACBDE), f(x^{now})=43, H=\{(B,C)\}
Can_N(x^{now})=\{(ACBED;43), (ADBCE;44), (ABCDE;45), (ACEDB;58), (AEBDC;59)\}。<math>x^{next}=(ACBED)
```

#### 8.3.2 禁忌表

#### ◆ 禁忌对象的选取

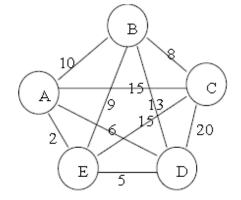
```
情况2: 禁忌对象为分量变化
第3步——x^{now}=(ACBED), f(x^{now})=43, H=\{(B,C), (D,E)\}
\operatorname{Can}_N(x^{now})=\{(ACBDE;43), (ABCED;44), (AEBCD;45), (ADBEC;58), (ACEBD;58)\}.
```

#### 8.3.2 禁忌表

#### 禁忌对象的选取

情况3: 禁忌对象为目标值变化

$$D = (d_y) = \begin{bmatrix} 0 & 10 & 15 & 6 & 2 \\ 10 & 0 & 8 & 13 & 9 \\ 15 & 8 & 0 & 20 & 15 \\ 6 & 13 & 20 & 0 & 5 \\ 2 & 9 & 15 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$



禁忌长度为3,从2-opt邻域中选出最佳的5个解组成候选集Can\_ $N(x^{now})$ ,初始解 $x^{now}=x^0=(ABCDE)$ , $f(x^0)=45$ 。

#### 8.3.2 禁忌表

禁忌对象的选取

```
情况3: 禁忌对象为目标值变化
第1步——x^{now}=(ABCDE), f(x^{now})=45, H=\{45\}
Can_N(x^{now})=\{(ABCDE;45), (ACBDE;43), (ADCBE;45), (ABEDC;59), (ABCED;44)\}.
x^{next}=(ACBDE)
```

#### 8.3.2 禁忌表

#### 禁忌对象的选取

```
情况3: 禁忌对象为目标值变化
第2步——
x^{now}=(ACBDE), f(x^{now})=43, H=\{45, 43\}
Can_N(x^{now})=\{(ACBDE;43), (ACBED;43), (ADBCE;44), (ABCDE;45), (ACEDB;58)\}.
x^{next}=(ADBCE)
```

#### 8.3.2 禁忌表

#### 禁忌对象的选取

解的简单变化比解的分量变化和目标值变化的受禁范围要小,可能造成计算时间的增加,但也给予了较大的搜索范围;

解分量的变化和目标值变化的禁忌范围大,减少了计算时间,可能导致陷在局部最优点。

### 8.3.2 禁忌表

- 禁忌长度的选取
  - (1) t可以为常数,易于实现;
  - (2)  $t \in [t_{\min}, t_{\max}]$ , t是可以变化的数,  $t_{\min}$ 和  $t_{\max}$ 是确定的。  $t_{\min}$ 和  $t_{\max}$ 根据问题的规模确定, t的大小主要依据实际问题、实验和设计者的经验。
    - (3)  $t_{min}$ 和 $t_{max}$ 的动态选择。

#### 8.3.2 禁忌表

#### • 禁忌长度的选取

禁忌长度过短,一旦陷入局部最优点,出现循环无法跳出; 禁忌长度过长,造成计算时间较大,也可能造成计算无法继续下去。

#### 8.3.2 禁忌表

#### 特赦(藐视)原则

- (1)基于评价值的规则,若出现一个解的目标值好于前面任何一个最佳候选解,可特赦;
- (2)基于最小错误的规则, 若所有对象都被禁忌, 特赦一个评价值最小的解;
- (3) 基于影响力的规则,可以特赦对目标值影响大的对象。

### 8.3.3 其他

- 候选集合的确定
- (1) 从邻域中选择若干目标值最佳的邻居入选;
  - (2) 在邻域中的一部分邻居中选择若干目标值最佳的状态入选;
  - (3) 随机选取。

#### 目前广泛采用的策略:

- (1) 最优解优先策略
- (2) 优先改进解策略

### 8.3.3 其他

#### • 评价函数

- (1)直接评价函数,通过目标函数的运算得到评价函数;
- (2)间接评价函数,构造其他评价函数替代目标函数,应反映目标函数的特性,减少计算复杂性。

#### 8.3.3 其他

记忆频率信息

可记录的信息:

- (1) 静态频率信息:解、对换或目标值在计算中出现的频率;
- (2) 动态频率信息:从一个解、对换或目标值到另一个解、对换或目标值的变化趋势。

#### 8.3.3 其他

#### • 记忆频率信息

根据记忆的频率信息(禁忌次数等)来控制禁忌参数(禁忌长度等)。例如:

如果一个元素或序列重复出现或目标值变化很小,可增加禁忌长度以 避开循环;

如果一个最佳目标值出现频率很高,则可以终止计算认为已达到最优值。

#### 8.3.3 其他

#### ◆ 终止规则

- (1)确定步数终止,无法保证解的效果,应记录当前最优解;
- (2) 频率控制原则,当某一个解、目标值或元素 序列的频率超过一个给定值时,终止计算;
- (3)目标控制原则,如果在一个给定步数内,当前最优值没有变化,可终止计算。

### 8.3.3 其他

#### • 记忆表

将短期记忆与长期记忆相结合使用,以保持局部的强化和全局多样化之间的平衡。

#### 8.4.1 30城市TSP问题

◆ TSP Benchmark 问题

41 94;37 84;54 67;25 62;

7 64;2 99;68 58;71 44;54

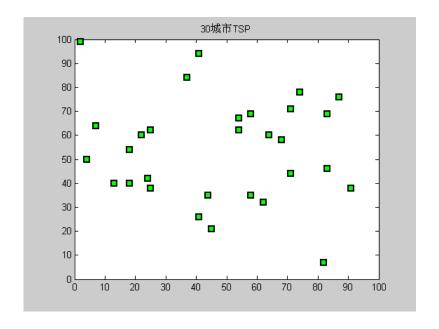
62;83 69;64 60;18 54;22

60;83 46;91 38;25 38;24

42;58 69;71 71;74 78;87

76;18 40;13 40;82 7;62 32;

58 35;45 21;41 26;44 35;4 50



### 8.4.1 30城市TSP问题

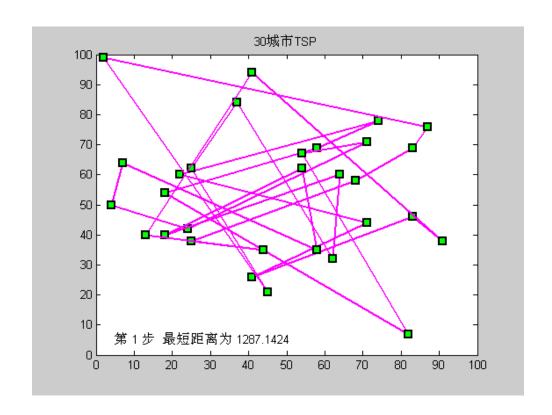
• 初始条件

禁忌长度为50

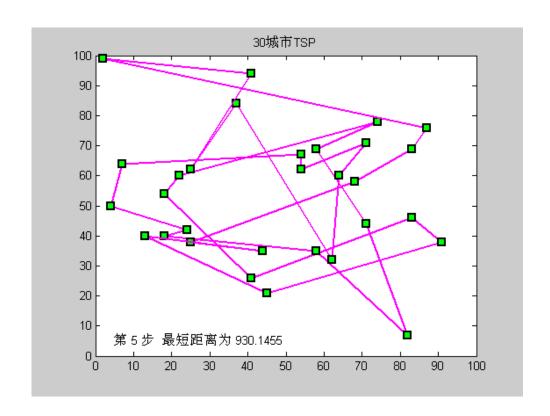
从2一opt邻域中随机选择200个邻域解,选出其中100个最佳解组成候选集

终止步数2000

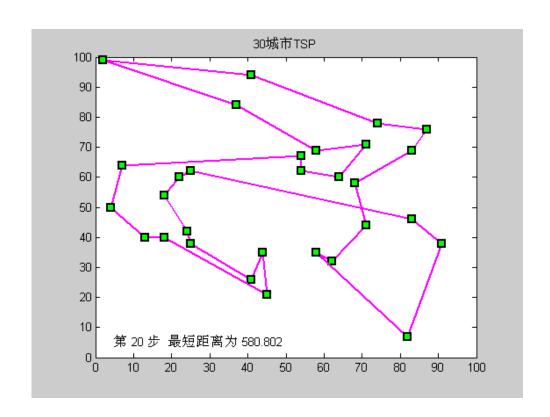
### 8.4.1 30城市TSP问题



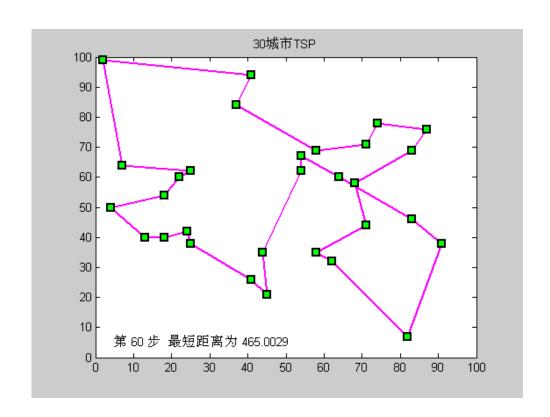
### 8.4.1 30城市TSP问题



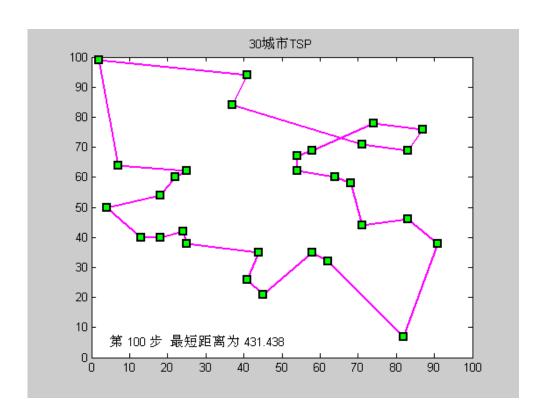
## 8.4.1 30城市TSP问题



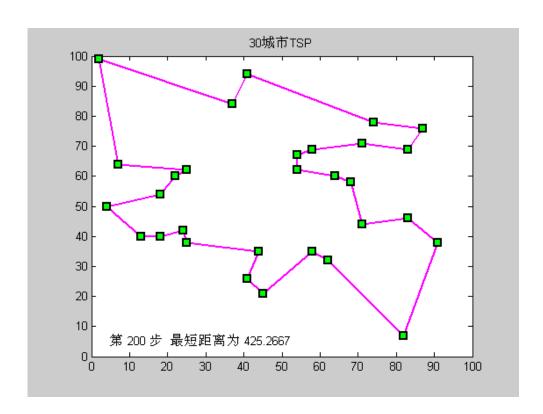
## 8.4.1 30城市TSP问题



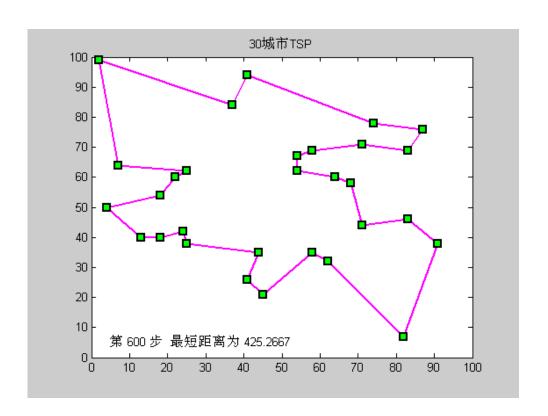
## 8.4.1 30城市TSP问题



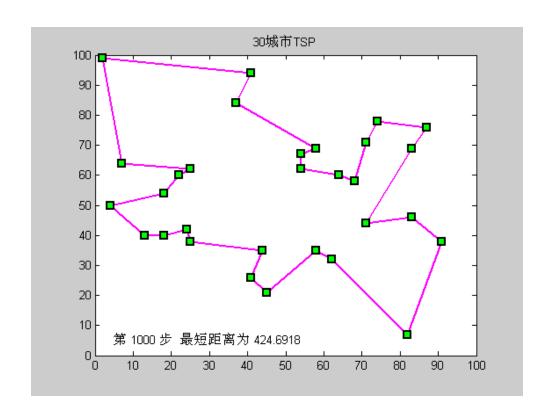
## 8.4.1 30城市TSP问题



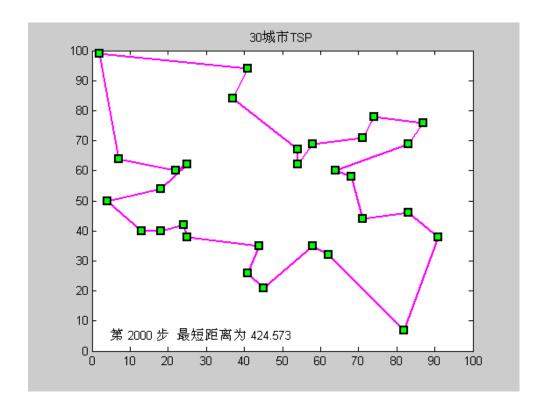
## 8.4.1 30城市TSP问题



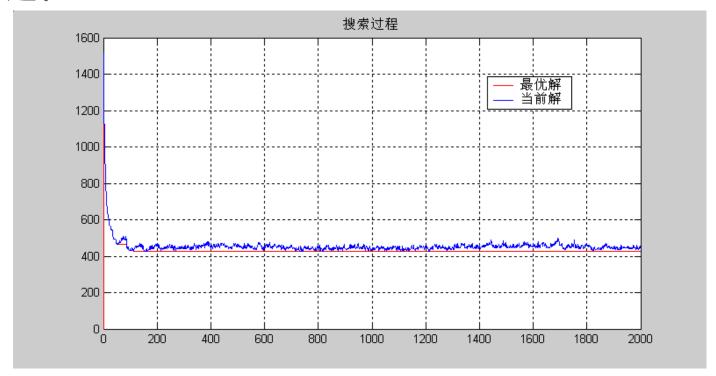
## 8.4.1 30城市TSP问题



### 8.4.1 30城市TSP问题



### 8.4.1 30城市TSP问题



### 8.4.1 30城市TSP问题

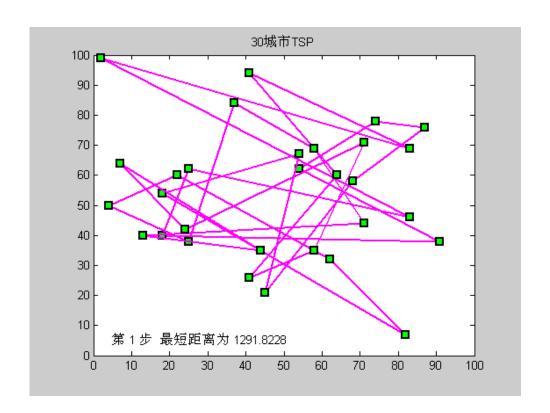
• 初始条件

禁忌长度为10

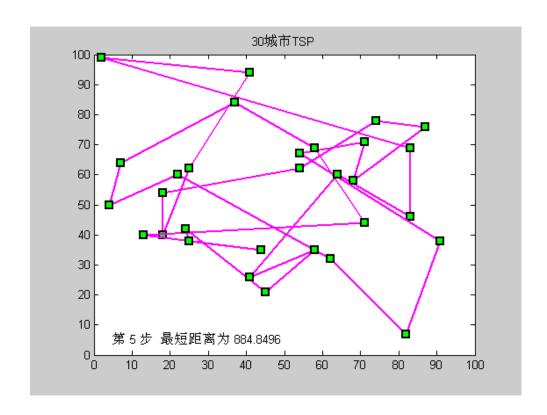
从2-opt邻域中随机选择200个邻域解,选出其中100个最佳解组成候选集

终止步数2000

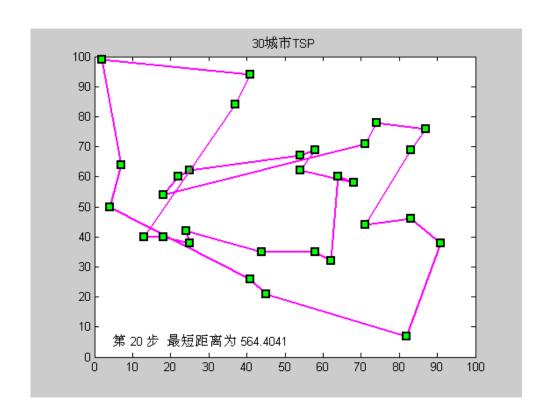
### 8.4.1 30城市TSP问题



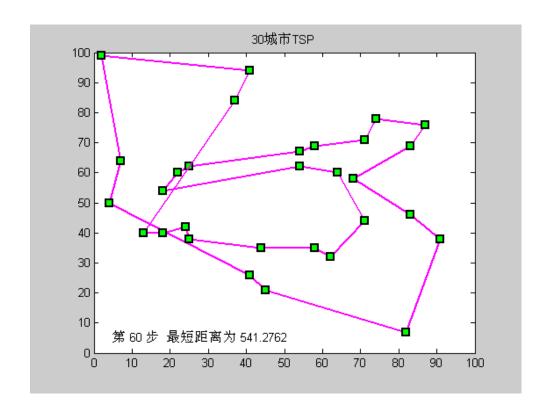
### 8.4.1 30城市TSP问题



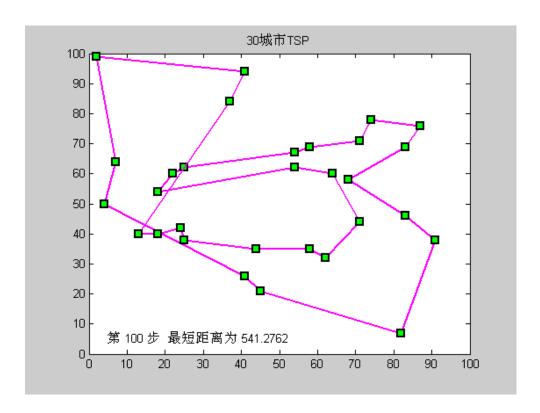
### 8.4.1 30城市TSP问题



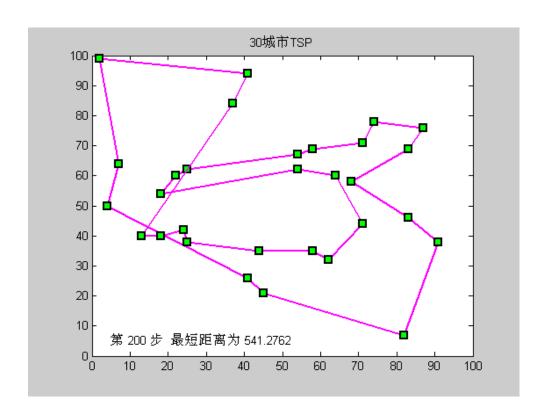
## 8.4.1 30城市TSP问题



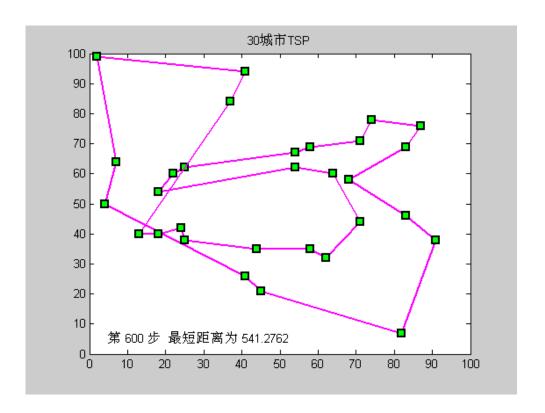
## 8.4.1 30城市TSP问题



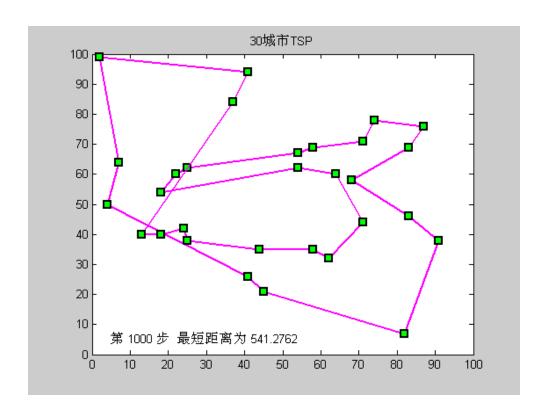
## 8.4.1 30城市TSP问题



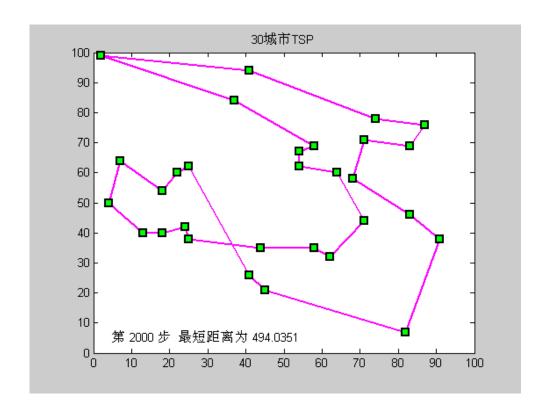
## 8.4.1 30城市TSP问题



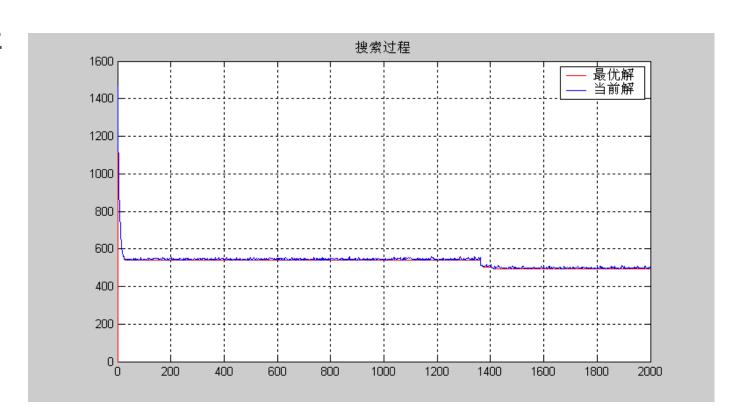
## 8.4.1 30城市TSP问题



## 8.4.1 30城市TSP问题



### 8.4.1 30城市TSP问题



### 8.4.1 30城市TSP问题

• 运行过程比较

