

武汉大学计算机学院 2018-2019 学年第 1 学期

算法设计与分析 试卷 (A 卷)

(本试卷一共八大题, 满分 100 分)

一 (总分 15 分) 简答题

(1) (6 分) 请用大 " $\Theta(\cdot)$ " 记号求下列函数的渐进表达式:

$100n + n^{10} + n \log n$; $n \log n^4 + \sqrt{n} + \log \log n$; $n! + \sqrt{n^{5n}}$

(2) (4 分) 判断 $100n^2 \lfloor \log n \rfloor = O(n^3)$ 是否正确, 请证明;

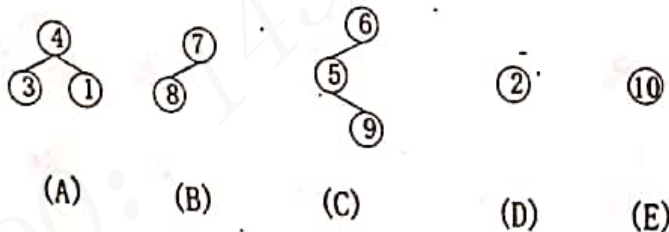
(3) (5 分) 下面是某算法时间函数的递归关系式, 请求该算法的时间复杂度。

$$T(n) = \begin{cases} b & n \leq 2 \\ 7T(n/2) + an^2 & n > 2 \end{cases} \quad \text{其中 } a \text{ 和 } b \text{ 是常数。}$$

二 (总分 10 分) 现有 A, B, C, D, E 棵子数如下, 并做如下操作:

UNION (2, 5), UNION (3, 8), UNION (8, 9), FIND (5), FIND (3),

请画出每一步操作完成后的树表示。



注: (1) 假设每棵子树的根节点具有相同的秩。(2) 进行按秩的 UNION 操作, 如果秩相同, 则算法默认第二个参数的根节点秩加 1; (3) 所有 FIND 操作均进行路径压缩;

三、(总分 15 分) 在 n 个人中, 一个被所有人知道但却不知道别人的
人, 被定义为社会名流。现在的问题是: 如果存在, 试找出该社会名
流。你可以使用的唯一方式是询问: “请问你知道那个人吗? ”。你只
能通过提问找到社会名流。请设计归纳策略的算法在线性时间复杂度
内求解。(提示: 当你问 A 是否认识 B 时, 如果 A 认识 B , 则 A 不
可能是社会名流; 如果 A 不认识 B , 则 B 不是社会名流)。

(1) 请写出归纳法的主要思想 (5 分); 假设用 $K[i][j]$ 邻接矩阵来表
示 i 与 j 之间的认识关系, $K[i][j]=1$ 表示 i 认识 j ; $K[i][j]=0$ 表示 i
不认识 j , 请写出算法的伪代码 (6 分)。

(2) 最少需要提问多少次? (2 分) 时间复杂度如何表示? (2 分)

四、(总分 10 分) 试采用分治算法求解下列问题

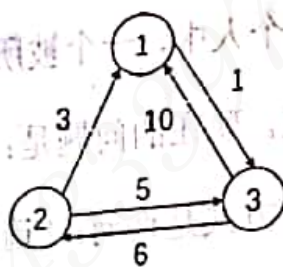
(1) (5 分) 求二叉树 T_1 的高度 (设根结点为第一层), 首选描述算
法主要思想, 然后再写出算法伪代码;

(2) (5 分) 判定二叉树 T_1 和 T_2 是否相同, 首先描述算法主要思想,
然后写出算法伪代码。

五、(总分 15 分) 改进 Floyd 算法, 求图中所有点对之间的最短路径
及其长度。

(1) (5 分) 给出 Floyd 改进算法的伪代码。

(2) (5 分) 针对下图, 分别计算矩阵 D_0 , D_1 , D_2 和 D_3 , 其中矩阵单
元 $D_k[i][j]$ 表示从顶点 i 到顶点 j 的不经过编号大于 k 的顶点的最短路
径长度。



要求(3)(5分)分别给出(2)中节点对之间的最短路径。

不A图,在图A果成,图B图否是A同构图(示数)。雅宋内

六、(总分 15 分) 某体育馆有一羽毛球场出租,现在总共有 10 位客户申请租用此羽毛球场,每个客户所租用的时间单元如下表所示, $s(i)$ 表示开始租用时刻, $f(i)$ 表示结束租用时刻, 10 个客户的申请如下表

所示:

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$s(i)$	0	3	1	5	3	5	11	8	8	6
$f(i)$	6	5	4	9	8	7	13	12	11	10

同一时刻,该羽毛球场只能租借给一位客户。

(1) (5 分) 使用贪心算法安排方案,使得体育馆能尽可能安排最多的客户。请描述贪心策略;

(2) (5 分) 给出贪心算法的伪代码;

(2) (5 分) 针对上表的 10 个客户申请,最多可以安排几位客户使用? 请写出你的安排,并讨论该安排确实能够保证最多客户使用。

七、(总分 10 分) 已知 0/1 背包问题是 NP 完全问题,但求 0/1 背包问题的动态规划算法的时间复杂度为 $\Theta(nC)$, n 是物品的项数, C 是背包的容量。这个算法的多项式时间复杂度和该问题是 NP 完全问题

是不是矛盾的?请解释理由。

(卷 A) 卷为 试卷

八、(总分 10 分) 假设 n 个物品的价值和大小分别是 $p[1..n], w[1..n]$, 背包容量为 C , 请用分支限界思想求解 0/1 背包问题。

(1) (5 分) 写出该算法思想。分别给出解的表示形式, 算法需要优化的目标函数的定义及约束条件, 目标函数的估计函数的定义;

(2) (5 分) 请设计限界函数, 帮助在搜索过程中减少盲目性, 尽

快找到最优解。设上界函数名为 $UBOUND$, 下界函数名为

$LBOUND$, 请给出函数的具体求法。

其 中 n 为 常 量

$$\begin{aligned} & n \geq 1 \\ & n < 2 \end{aligned}$$

$$T(n) = (n)T(1) + O(n)$$

二、(总分 10 分) 设有 A, B, C, D, E 五个数, 其大小关系如下:

(1) $A < B$, (2) $A < C$, (3) $A < D$, (4) $A < E$, (5) $B < C$, (6) $B < D$, (7) $B < E$, (8) $C < D$, (9) $C < E$, (10) $D < E$

画出这五个数的哈夫曼树。



画出这五个数的哈夫曼树。

画出这五个数的哈夫曼树。

画出这五个数的哈夫曼树。