

随机变量的定义

例 设在三次独立试验中，事件 A 在每次试验中出现的概率都是 $p (> 0)$ ，求事件 A 出现两次的概率。

设事件 A 出现的次数为 X ， X 的可能取值为 $0, 1, 2, 3$

$$P(A \text{ 出现两次}) = P(X = 2)$$

随机变量的定义

例 假设一厂家生产的每台仪器，以概率0.70可以直接出厂，以概率0.30需要进一步调试，经调试后以概率0.80可以出厂，以概率0.20定为不合格不能出厂。现该厂新生产了 n ($n \geq 2$)台仪器(假设各台仪器的生产过程相互独立)，求至少有两件不能出厂的概率。

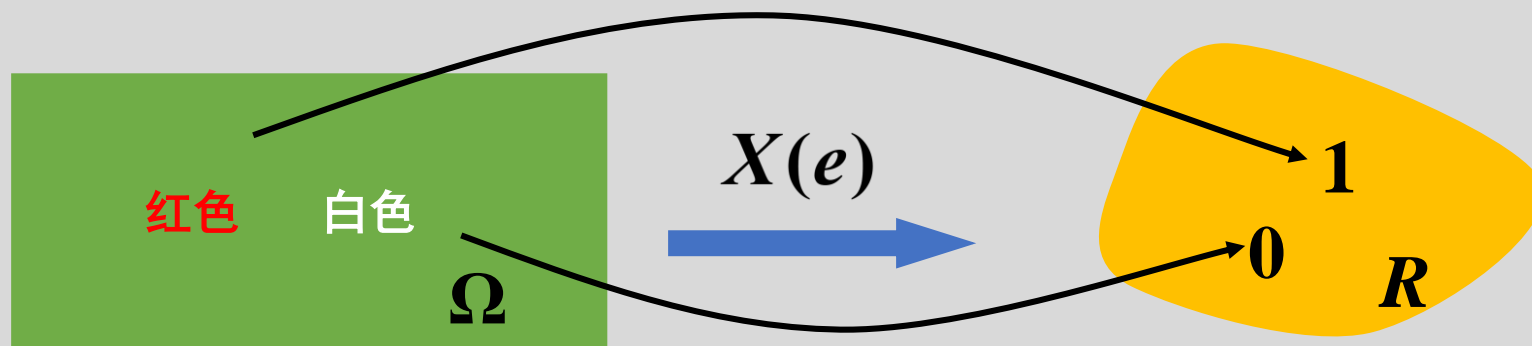
设不能出厂的仪器数为 Y ， Y 的可能取值为 $0, 1, \dots, n$

$$P(\text{至少有两件不能出厂}) = P(Y \geq 2)$$

随机变量的定义

在一装有红球、白球的袋中任摸一个球, 观察摸出球的颜色.

$$\Omega = \{\text{红色}, \text{白色}\} \implies X(e) = \begin{cases} 1, & e = \text{红色}, \\ 0, & e = \text{白色}. \end{cases}$$



随机变量的定义

例 设在三次独立试验中，事件 A 在每次试验中出现的概率都是 $p (> 0)$ ，求事件 A 出现两次的概率。

设事件 A 出现的次数为 X ， X 的可能取值为 $0, 1, 2, 3$

$$\Omega = \{0, 1, 2, 3\} \implies X(\omega) = \begin{cases} 0 & \omega = 0 \\ 1 & \omega = 1 \\ 2 & \omega = 2 \\ 3 & \omega = 3 \end{cases}$$

随机变量与分布函数

主要内容

随机变量的概念

分布函数的概念

随机变量的定义

设 (Ω, \mathcal{F}, P) 为概率空间, X 是定义在 Ω 上的实值函数.

如果对于任意的实数 x , $\{\omega: X(\omega) \leq x\} \in \mathcal{F}$,

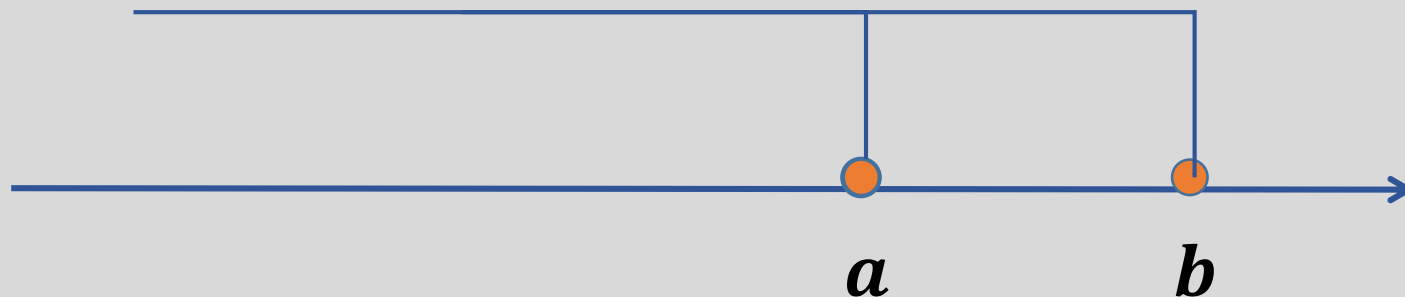
即 $\{X \leq x\}$ 是随机事件, 则称 X 为随机变量(r. v.).

随机变量

X 为随机变量 \iff 对于任意的实数 x , $\{\omega: X(\omega) \leq x\} \in \mathcal{F}$,

$$\{a < X \leq b\} = \{X \leq b\} - \{X \leq a\} \in \mathcal{F}$$

$$\{X > a\} = \Omega - \{X \leq a\} \in \mathcal{F}$$

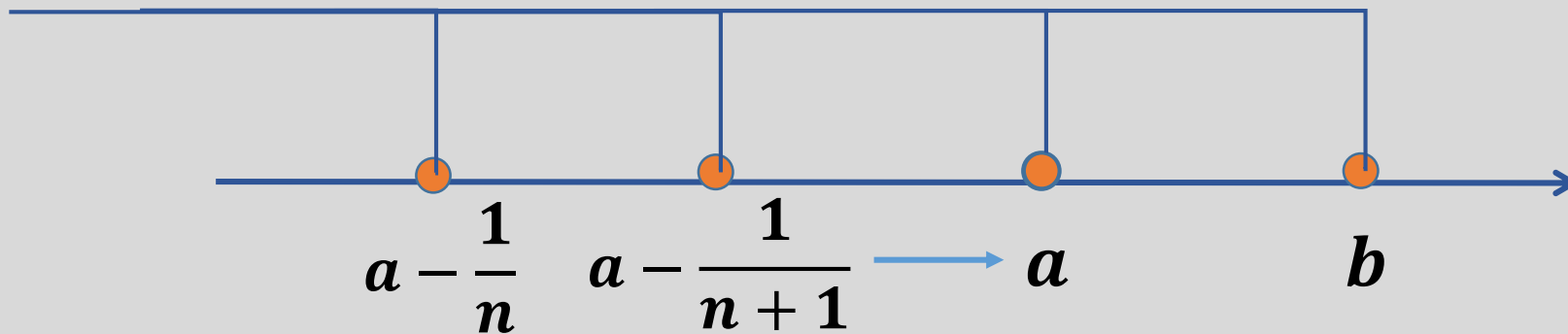


随机变量

X 为随机变量 \iff 对于任意的实数 x , $\{\omega: X(\omega) \leq x\} \in \mathcal{F}$,

$$\{X < a\} = \sum_{n=1}^{\infty} \{X \leq a - \frac{1}{n}\} \in \mathcal{F}$$

$$\{X \geq a\} = \Omega - \{X < a\} \in \mathcal{F} \quad \{X = a\} = \{X \leq a\} - \{X < a\} \in \mathcal{F}$$



分布函数

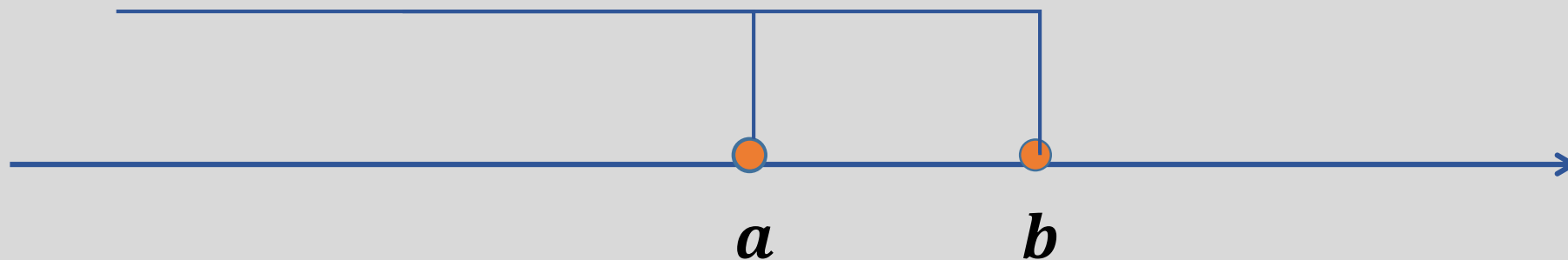
$$F(x) = P(X \leq x) \longrightarrow \text{分布函数}$$

$$\{a < X \leq b\} = \{X \leq b\} - \{X \leq a\}$$

$$P(a < X \leq b) = P(X \leq b) - P(X \leq a)$$

$F(b)$

$F(a)$

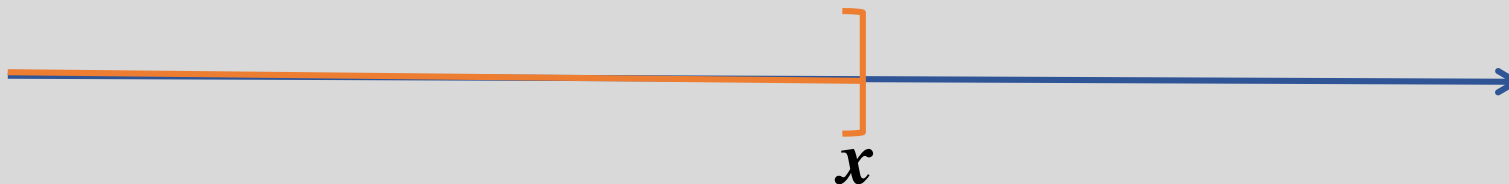


分布函数的定义

设 X 是一个随机变量， x 是任意实数，函数

$$F(x) = P(X \leq x) \implies 0 \leq F(x) \leq 1$$

称为 X 的分布函数.



分布函数

$$F(x) = P(X \leq x), x \in \mathbb{R}$$

分布函数是定义在实数集上的实值函数

随机变量落入任何区间的概率都可以用分布函数表示

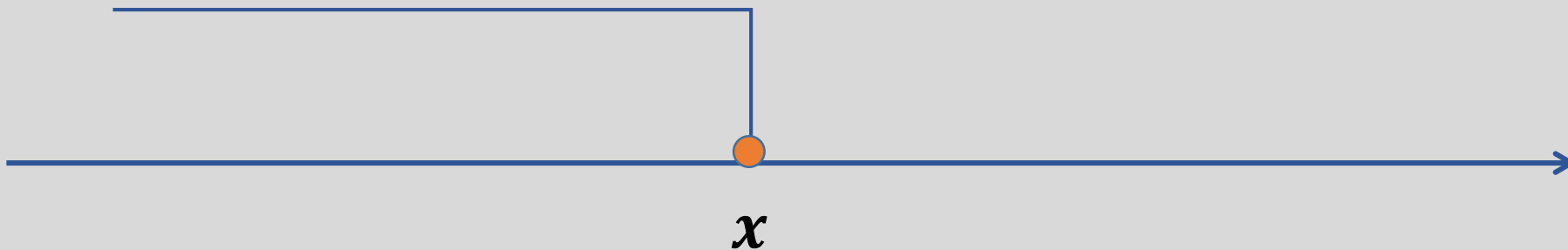
分布函数的性质

$$F(x) = P(X \leq x), x \in \mathbb{R}$$

$F(x)$ 关于 x 单调递增 $a \leq b \implies F(a) \leq F(b)$

$F(x)$ 关于 x 右连续 $\lim_{x \rightarrow x_0^+} F(x) = F(x_0), x_0 \in \mathbb{R}$

$$F(\infty) := \lim_{x \rightarrow \infty} F(x) = 1 \quad F(-\infty) := \lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0$$



分布函数

$$P(a < X \leq b) = F(b) - F(a)$$

$$P(X > a) = 1 - P(X \leq a) = 1 - F(a)$$

$$P(X < a) = \lim_{n \rightarrow \infty} P(X \leq a - \frac{1}{n}) = \lim_{n \rightarrow \infty} F(a - \frac{1}{n}) = F(a - 0)$$

$$P(X = a) = F(a) - F(a - 0)$$

$$\{X < a\} = \sum_{n=1}^{\infty} \{X \leq a - \frac{1}{n}\}$$

小 结

主要内容

随机变量的概念

分布函数的概念