长郡高一测试卷选讲

一．选择题（共9小题）

1．若三直线 $2x+3y+8=0$，$x-y-1=0$ 和 $x+ky=0$ 相交于一点，则 $k=$（　　）

A．-2　　B．$-\frac{1}{2}$　　C．2　D．$\frac{1}{2}$

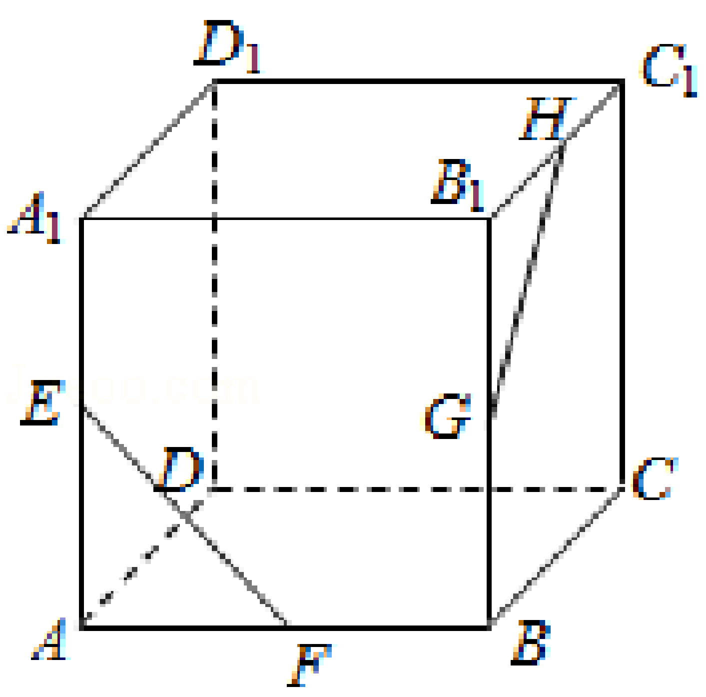
2．直线 $y-2=mx+m$ 经过一定点，则该点的坐标是（　　）

A．$(-2，2)$　B．$(2，-1)$　C．$(-1，2)$　D．$(2，1)$

3．直线 l：$\sqrt{3}x+y+3=0$ 的倾斜角 α 为（　　）

A．$30°$　　B．$60°$　　C．$120°$　　D．$150°$

4．如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E、F、G、H 分别为 AA_1、AB、BB_1、B_1C_1 的中点，则异面直线 EF 与 GH 所成的角等于（　　）



A．$45°$　　B．$60°$　　C．$90°$　　D．$120°$

5．过点 $(2，1)$ 的直线中，被圆 $x^2+y^2-2x+4y=0$ 截得的最长弦所在直线的方程是（　　）

A．$3x-y-5=0$　B．$3x+y-7=0$　C．$x+3y-5=0$　D．$x-3y+1=0$

6．已知点 $M(a，b)$ 在圆 O：$x^2+y^2=1$ 外，则直线 $ax+by=1$ 与圆 O 的位置关系是（　　）

A．相切　　B．相交　　C．相离　　D．不确定

7．与圆 $x^2+y^2+4x-4y+7=0$ 和 $x^2+y^2-4x-10y+13=0$ 都相切的直线共有（　　）

A．1 条 B．2 条 C．3 条 D．4 条

8．直线 $x+(1+m)y=2-m$ 和直线 $mx+2y+8=0$ 平行，则 m 的值为（　　）

A．1　B．﹣2　C．1 或﹣2　D．$-\frac{2}{3}$

9．在空间坐标中，点 B 是 A（1，2，3）在 yOz 坐标平面内的射影，O 为坐标原点，则 $|OB|$ 等于（　　）

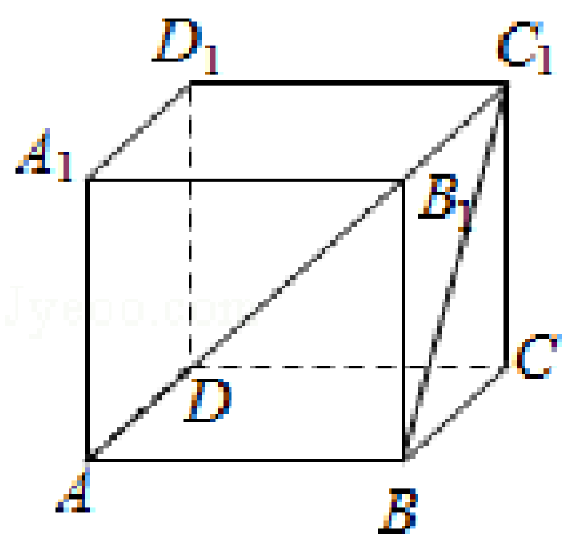
A．$\sqrt{14}$　B．$\sqrt{13}$　C．$2\sqrt{3}$　D．$\sqrt{11}$

二．填空题（共 5 小题）

10．$11001101_{(2)}=$_______$_{(10)}$．

11．直线 $x+2ay-1=0$ 与直线 $(a-1)x-ay-1=0$ 平行，则 a 的值是_______．

12．如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，直线 AB_1 与 BC_1 所成角为_______．



13．已知直线 L 经过点 P（﹣4，﹣3），且被圆 $(x+1)^2+(y+2)^2=25$ 截得的弦长为 8，则直线 L 的方程是_______．

14．若圆 $x^2+y^2-4x-4y-10=0$ 上至少有三个不同点到直线 l：$ax+by=0$ 的距离为 $2\sqrt{2}$．则直线 l 的倾斜角的取值范围是_______．

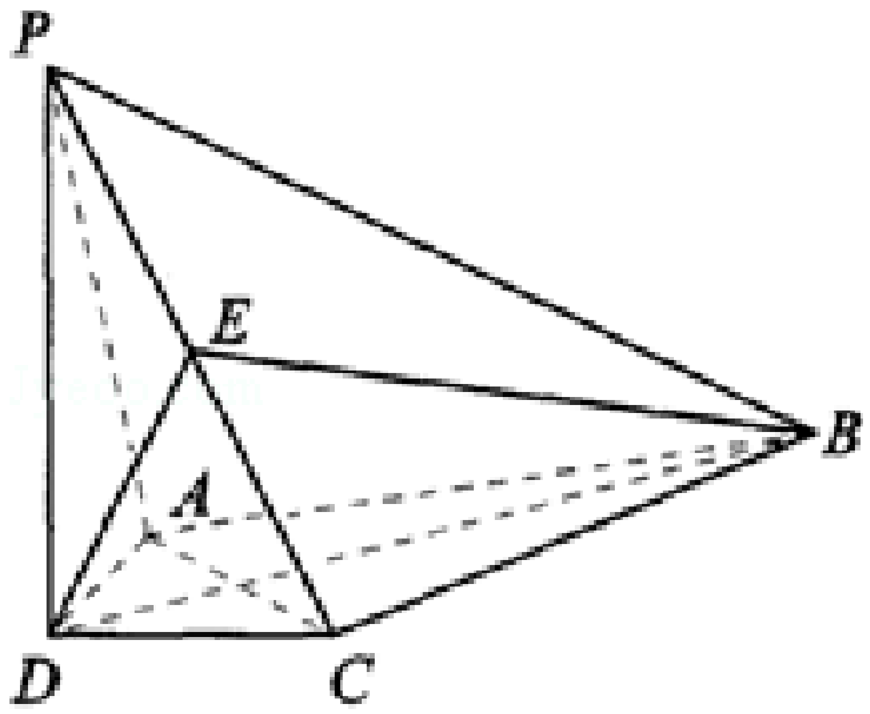
三．解答题（共 7 小题）

15．如图，在四棱锥 P－ABCD 中，PD⊥平面 ABCD，AD⊥CD，DB 平分∠ADC，E 是 PC 的中点，AD=CD=1，$DB=2\sqrt{2}$

（Ⅰ）求证：PA∥平面 BDE；

（Ⅱ）求证：AC⊥平面 PBD；

（Ⅲ）求直线 BC 与平面 PBD 所成的角的正弦值．



16．已知矩形 ABCD 的对角线交于点 P（2，0），边 AB 所在直线的方程为 $x-3y-6=0$，点（－1，1）在边 AD 所在的直线上，

（1）求矩形 ABCD 的外接圆的方程；

（2）已知直线 l：$(1-2k)x+(1+k)y-5+4k=0$（$k\in R$），求证：直线 l 与矩形 ABCD 的外接圆恒相交，并求出相交的弦长最短时的直线 l 的方程．

17．已知直线经过两条直线 l_1：$3x+4y-5=0$ 和 l_2：$2x-3y+8=0$ 的交点 M．

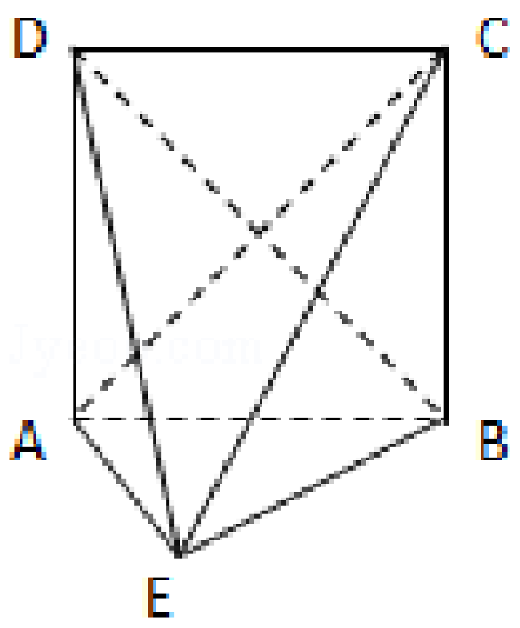
（1）若直线 l 与直线 $2x+y+2=0$ 垂直，求直线 l 的方程；

（2）若直线 l′与直线 l_1 关于点（1，－1）对称，求直线 l′的方程．

18．在如图所示的几何体中，四边形ABCD为正方形，△ABE为等腰直角三角形，∠BAE=90°，且AD⊥AE．

（Ⅰ）证明：平面AEC⊥平面BED．

（Ⅱ）求直线EC与平面BED所成角的正弦值．

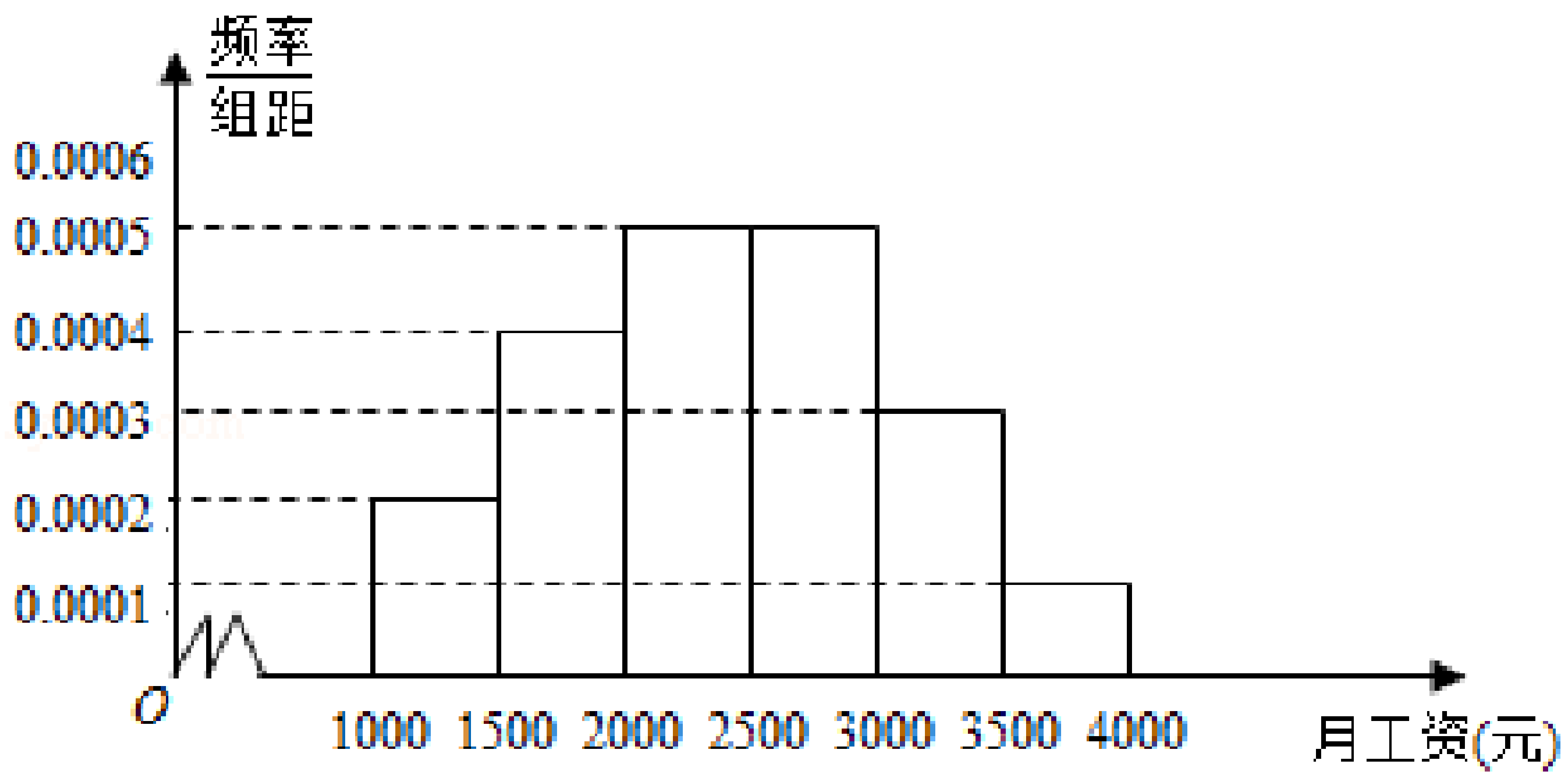


19．某市统计局就某地居民的月收入调查了10000人，并根据所得数据画出样本的频率分布直方图（每个分组包括左端点．不包括右端点．如第一组表示收入在[1000，1500）

（1）求居民收入在[3000，3500）的频率；

（2）根据频率分布直方图算出样本数据的中位数及样本数据的平均数；

（3）为了分析居民的收入与年龄、职业等方面的关系，必须按月收入再从这10000人中按分层抽样方法抽出100人作进一步分析，则月收入在[2500，3000）的这段应抽取多少人？



20．已知圆 $x^2+y^2-6x-8y+21=0$ 和直线 $kx-y-4k+3=0$.

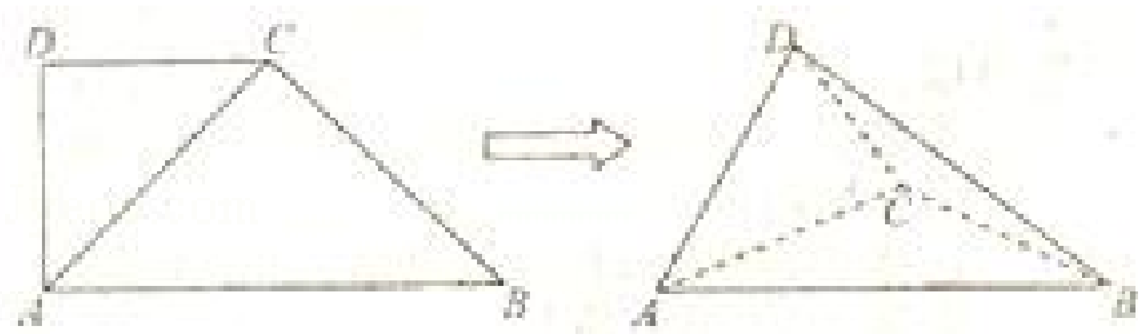
（1）求证：不论 k 取什么值，直线和圆总有两个不同的公共点；

（2）求当 k 取何值时，直线被圆截得的弦最短，并求这最短弦的长.

21．如图，在直角梯形 ABCD 中，$\angle ADC=90°$，$CD \parallel AB$，$AB=4$，$AD=CD=2$，将△ADC 沿 AC 折起，使平面 ADC⊥平面 ABC，得到几何体 D﹣ABC，如图所示.

（1）求证：BC⊥平面 ACD；

（2）求 BD 与平面 ABC 所成角 θ 的正弦值.



长郡高一测试卷选讲

参考答案与试题解析

一．选择题（共9小题）

1．若三直线 $2x+3y+8=0$，$x-y-1=0$ 和 $x+ky=0$ 相交于一点，则 $k=$（　　）

A． -2 B． $-\frac{1}{2}$ C． 2　 D． $\frac{1}{2}$

【解答】解：因为三直线 $2x+3y+8=0$，$x-y-1=0$ 和 $x+ky=0$ 相交于一点，

所以解 $\begin{cases}2x+3y+8=0\\x-y-1=0\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x=-1\\y=-2\end{cases}$，即交点为（$-1$，$-2$），

所以 $-1+(-2)k=0$，解得 $k=-\frac{1}{2}$；

故选：B．

2．直线 $y-2=mx+m$ 经过一定点，则该点的坐标是（　　）

A．（-2，2）　B．（2，-1）　C．（-1，2）　D．（2，1）

【解答】解：直线 $y-2=mx+m$ 的方程可化为 $m(x+1)-y+2=0$

当 $x=-1$，$y=2$ 时方程恒成立

故直线 $y-2=mx+m$ 恒过定点（-1，2），

故选：C．

3．直线 l：$\sqrt{3}x+y+3=0$ 的倾斜角 α 为（　　）

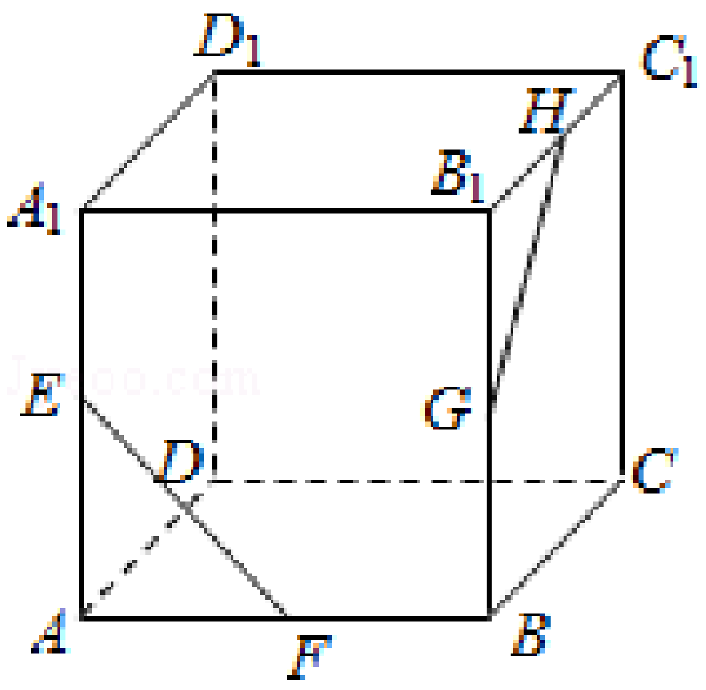
A．30°　B．60°　C．120° D．150°

【解答】解：由于直线 l：$\sqrt{3}x+y+3=0$ 的倾斜角为 α，则直线的斜率 $\tan\alpha=-\sqrt{3}$，

再由 $0°\leqslant\alpha<180°$，可得 $\alpha=120°$，

故选：C．

4．如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E、F、G、H 分别为 AA_1、AB、BB_1、B_1C_1 的中点，则异面直线 EF 与 GH 所成的角等于（　　）



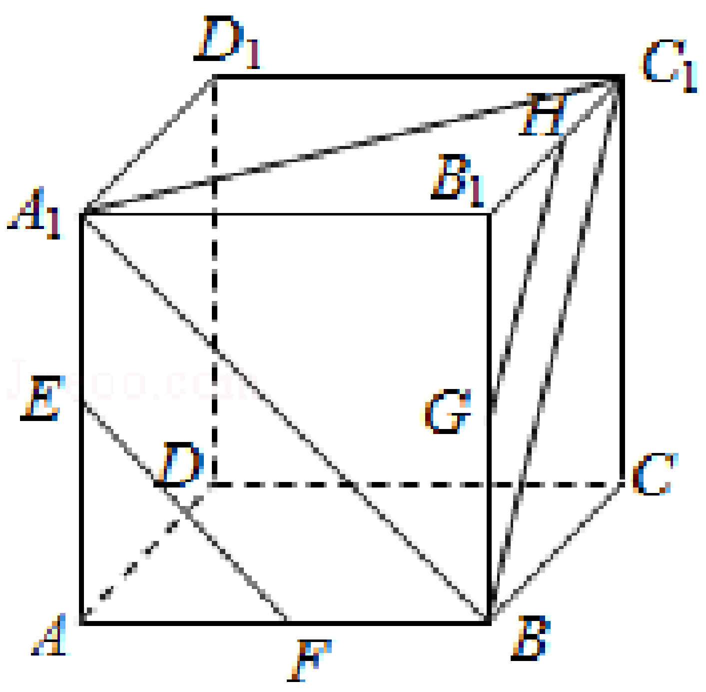
A．45° B．60° C．90° D．120°

【解答】解：如图，连 A_1B、BC_1、A_1C_1，则 $A_1B=BC_1=A_1C_1$，

且 EF∥A_1B、GH∥BC_1，

所以异面直线 EF 与 GH 所成的角等于 60°，

故选：B．



5．过点 （2，1）的直线中，被圆 $x^2+y^2-2x+4y=0$ 截得的最长弦所在直线的方程是（　　）

A．$3x-y-5=0$ B．$3x+y-7=0$　C．$x+3y-5=0$　D．$x-3y+1=0$

【解答】解：$xx^2+y^2-2x+4y=0$ 的圆心坐标为（1，－2）

故过（2，1）的直径的斜率为 k=3，

因此被圆 $x^2+y^2-2x+4y=0$ 截得的最长弦所在直线的方程是 $y-1=3(x-2)$，即为 $3x-y-5=0$．

故选：A．

6．已知点 M（a，b）在圆 O：$x^2+y^2=1$ 外，则直线 ax+by=1 与圆 O 的位置关系是（　　）

A．相切　 B．相交　 C．相离　 D．不确定

【解答】解：∵M（a，b）在圆 $x^2+y^2=1$ 外，

∴$a^2+b^2>1$，

∴圆 O（0，0）到直线 ax+by=1 的距离 $d=\frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}}<1=r$，

则直线与圆的位置关系是相交．

故选：B．

7．与圆 $x^2+y^2+4x-4y+7=0$ 和 $x^2+y^2-4x-10y+13=0$ 都相切的直线共有（　　）

A．1 条 B．2 条 C．3 条 D．4 条

【解答】解：圆 $x^2+y^2+4x-4y+7=0$ 的圆心为（﹣2，2），半径为 1，$x^2+y^2-4x-10y+13=0$ 圆心是（2，5），半径为 4

故两圆相外切

∴与圆 $x^2+y^2+4x-4y+7=0$ 和 $x^2+y^2-4x-10y+13=0$ 都相切的直线共有 3 条．

故选：C．

8．直线 x+（1+m）y=2﹣m 和直线 mx+2y+8=0 平行，则 m 的值为（　　）

A．1　B．﹣2 C．1 或﹣2 D．$-\frac{2}{3}$

【解答】解：∵直线 x+（1+m）y=2﹣m 和直线 mx+2y+8=0 平行，

∴1×2﹣（1+m）m=0，解得 m=1 或﹣2，

当 m=﹣2 时，两直线重合．

故选：A．

9．在空间坐标中，点 B 是 A（1，2，3）在 yOz 坐标平面内的射影，O 为坐标原点，则|OB|等于（　　）

A．$\sqrt{14}$B．$\sqrt{13}$C．$2\sqrt{3}$D．$\sqrt{11}$

【解答】解：∵点 B 是 A（1，2，3）在 yOz 坐标平面内的射影

∴B 点的坐标是（0，2，3）

∴|OB|等于$\sqrt{13}$，

故选：B．

二．填空题（共 5 小题）

10．$11001101_{(2)}$=<u>　205　</u>$_{(10)}$．

【解答】解：$11001101_{(2)}=1\times2^7+1\times2^6+0\times2^5+0\times2^4+1\times2^3+1\times2^2+0\times2+1\times2^0$

=128+64+8+4+1

=205．

故答案为：205．

11．直线 $x+2ay-1=0$ 与直线（$a-1$）$x-ay-1=0$ 平行，则 a 的值是__0 或$\frac{1}{2}$__．

【解答】解：若 $a=0$，则两直线方程为 $x-1=0$，$-x-1=0$，

满足两直线平行，

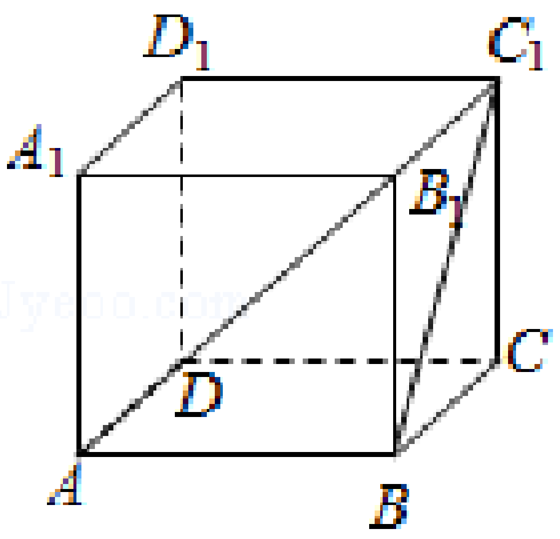
当 $a\neq0$ 时，若两直线平行，

则$\frac{a-1}{1}=\frac{-a}{2a}\neq\frac{-1}{-1}$，

得 $a=\frac{1}{2}$，

故答案为：0 或$\frac{1}{2}$．

12．如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，直线 AB_1 与 BC_1 所成角为__60°__．



【解答】解：连结 AD_1，∵$ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 为正方体，∴$AB\parallel D_1C_1$ 且 $AB=D_1C_1$，

∴四边形 ABC_1D_1 为平行四边形，∴$AD_1\parallel BC_1$，则$\angle D_1AB_1$ 为两异面直线 AB_1 与 BC_1 所成角．

连结 B_1D_1，∵正方体的所有面对角线相等，∴$\triangle D_1AB_1$ 为正三角形，所以$\angle D_1AB_1=60°$．

故答案为 60°．

13．已知直线 L 经过点 P（-4，-3），且被圆（$x+1$）^{2}+（$y+2$）$^2=25$ 截得的弦长为 8，则直线 L 的方程是__$x=-4$ 和 $4x+3y+25=0$__．

【解答】解：圆心（-1，-2），半径 $r=5$，弦长 $m=8$，

设弦心距是 d，

则由勾股定理，

$r^2=d^2+\left(\frac{m}{2}\right)^2$

$d=3$，

若 l 斜率不存在，直线是 $x=-4$，

圆心和它的距离是 -3，符合题意，

若 l 斜率存在，设直线方程 $y+3=k(x+4)$，

即 $kx-y+4k-3=0$，

则 $d=\frac{|-k+2+4k-3|}{\sqrt{k^2+1}}=3$，

即 $9k^2-6k+1=9k^2+9$，

解得 $k=-\frac{4}{3}$，所以所求直线方程为 $x+4=0$ 和 $4x+3y+25=0$，

故答案为：$x=-4$ 和 $4x+3y+25=0$．

14．若圆 $x^2+y^2-4x-4y-10=0$ 上至少有三个不同点到直线 l：$ax+by=0$ 的距离为 $2\sqrt{2}$．则直线 l 的倾斜角的取值范围是___$[\frac{\pi}{12}，\frac{5\pi}{12}]$___．

【解答】解：圆 $x^2+y^2-4x-4y-10=0$ 化简为标准方程，可得 $(x-2)^2+(y-2)^2=18$，

∴圆心坐标为 C（2，2），半径 $r=3\sqrt{2}$，

∵在圆上至少有三个不同的点到直线 l：$ax+by=0$ 的距离为 $2\sqrt{2}$，

∴圆心到直线的距离应小于或等于 $r-2\sqrt{2}=\sqrt{2}$，

由点到直线的距离公式，得 $\frac{|2a+2b|}{\sqrt{a^2+b^2}}\leqslant\sqrt{2}$，

∴ $(2a+2b)^2\leqslant 2(a^2+b^2)$，整理得 $(-\frac{a}{b})^2-4(-\frac{a}{b})+1\leqslant 0$，

解之得 $2-\sqrt{3}\leqslant-\frac{b}{a}\leqslant 2+\sqrt{3}$，

∵直线 l：$ax+by=0$ 的斜率 $k=-\frac{a}{b}\in[2-\sqrt{3}，2+\sqrt{3}]$

∴设直线 l 的倾斜角为 α，则 $\tan\alpha\in[2-\sqrt{3}，2+\sqrt{3}]$，即 $\tan\frac{\pi}{12}\leqslant\tan\alpha\leqslant\tan\frac{5\pi}{12}$．

由此可得直线 l 的倾斜角的取值范围是 $[\frac{\pi}{12}，\frac{5\pi}{12}]$．

故答案为：$[\frac{\pi}{12}，\frac{5\pi}{12}]$

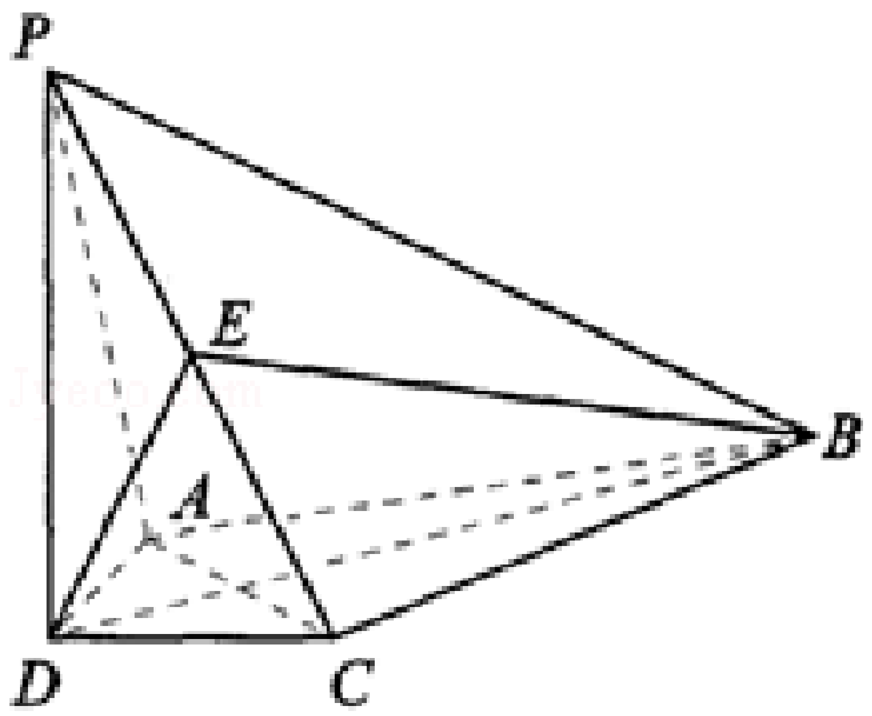
三．解答题（共 7 小题）

15．如图，在四棱锥 P﹣ABCD 中，PD⊥平面 ABCD，AD⊥CD，DB 平分∠ADC，E 是 PC 的中点，AD=CD=1，$DB=2\sqrt{2}$

（Ⅰ）求证：PA∥平面 BDE；

（Ⅱ）求证：AC⊥平面 PBD；

（Ⅲ）求直线 BC 与平面 PBD 所成的角的正弦值．



【解答】（I）证明：设 AC∩BD=H，连结 EH．

在△ADC 中，因为 AD=CD，且 DB 平分∠ADC，

所以 H 为 AC 的中点．又由题设，E 为 PC 的中点，

故 EH∥PA．又 EH⊂平面 BDE，PA 不包含于平面 BDE，

所以 PA∥平面 BDE．

（II）证明：因为 PD⊥平面 ABCD，

AC⊂平面 ABCD，所以 PD⊥AC．

由（I）得，DB⊥AC．

又 PD∩DB=D，故 AC⊥平面 PBD．

（Ⅲ）解：由 AC⊥平面 PBD 知，

BH 为 BC 在平面 PBD 内的射影，

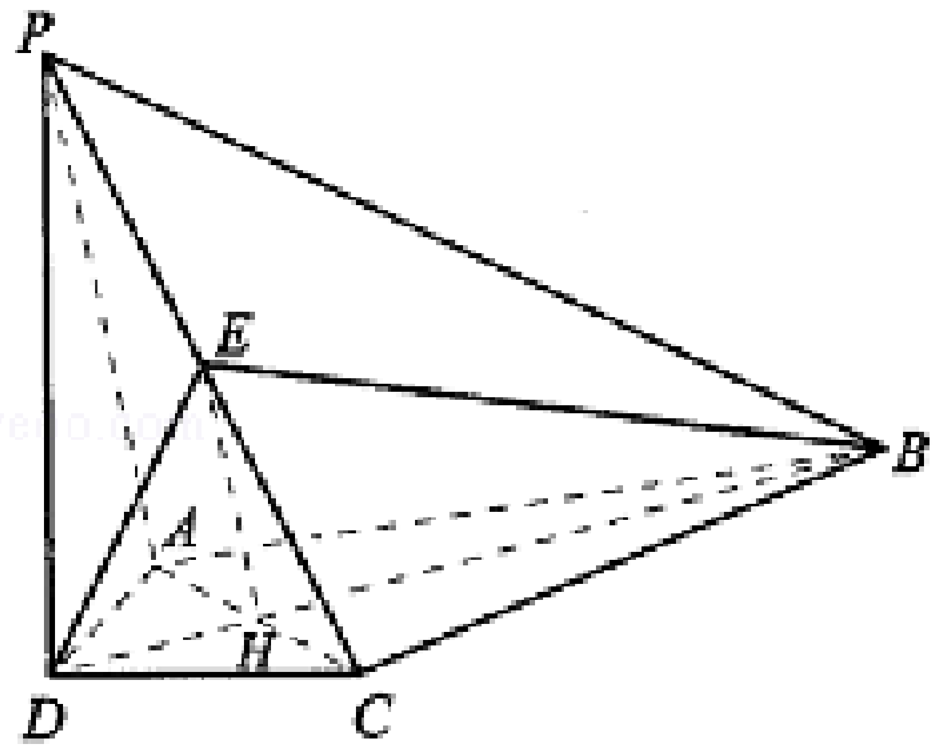
所以∠CBH 为直线 BC 与平面 PBD 所成的角．

由 AD⊥CD，AD=CD=1，DB=$2\sqrt{2}$，

得 DH=CH=$\frac{\sqrt{2}}{2}$，BH=$\frac{3\sqrt{2}}{2}$，BC=$\sqrt{5}$，

在 Rt△BHC 中，$\sin\angle CBH=\frac{CH}{BC}=\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{10}}{10}$，

所以直线 BC 与平面 PBD 所成的角的正弦值为$\frac{\sqrt{10}}{10}$．



16．已知矩形 ABCD 的对角线交于点 P（2，0），边 AB 所在直线的方程为 x﹣3y﹣6=0，点（﹣1，1）在边 AD 所在的直线上，

（1）求矩形 ABCD 的外接圆的方程；

（2）已知直线 l：（1﹣2k）x+（1+k）y﹣5+4k=0（k∈R），求证：直线 l 与矩形 ABCD 的外接圆恒相交，并求出相交的弦长最短时的直线 l 的方程．

【解答】解：（1）由 l_{AB}：x﹣3y﹣6=0 且 AD⊥AB，点（﹣1，1）在边 AD 所在的直线上

∴AD 所在直线的方程是：y﹣1=﹣3（x+1）即 3x+y+2=0

由$\begin{cases}x-3y-6=0\\3x+y+2=0\end{cases}$得 A（0，﹣2）…（3 分）

∴$|AP|=\sqrt{4+4}=2\sqrt{2}$

∴矩形 ABCD 的外接圆的方程是：$(x-2)^2+y^2=8$…（6 分）

（2）直线 l 的方程可化为：k（﹣2x+y+4）+x+y﹣5=0l 可看作是过直线﹣2x+y+4=0 和 x+y﹣5=0 的交点（3，2）的直线系，即 l 恒过定点 Q（3，2）

由于$(3-2)^2+2^2=5<8$知点在圆内，

∴直线与圆恒有交点，

设 PQ 与 l 的夹角为 θ，则 $d=|PQ|\sin\theta=\sqrt{5}\sin\theta$

当 θ=90°时，d 最大，|MN|最短，

此时 l 的斜率为 PQ 斜率的负倒数$-\frac{1}{2}$，

∴l：$y-2=-\frac{1}{2}(x-3)$

即 x+2y﹣7=0

17．已知直线经过两条直线 l_1：3x+4y﹣5=0 和 l_2：2x﹣3y+8=0 的交点 M．

（1）若直线 l 与直线 2x+y+2=0 垂直，求直线 l 的方程；

（2）若直线 l' 与直线 l_1 关于点（1，﹣1）对称，求直线 l' 的方程．

【解答】解：（1）联立$\begin{cases}3x+4y-5=0\\2x-3y+8=0\end{cases}$，解得 M（﹣1，2）．

∵直线 l 与直线 2x+y+2=0 垂直，∴可设直线 l 的方程为：x﹣2y+m=0，把 M 代入可得：﹣1﹣4+m=0，解得 m=5．

∴直线 l 的方程为 x﹣2y+5=0．

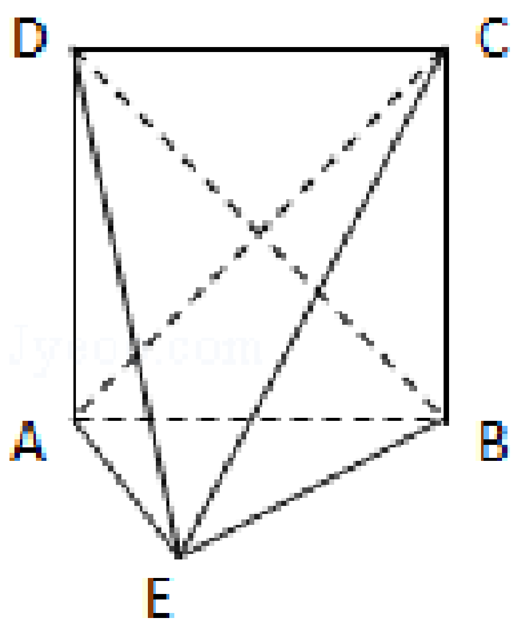
（2）设直线 l' 上的任意一点 P（x，y），点 P 关于点（1，﹣1）的对称点 Q（2﹣x，﹣2﹣y）在直线 l_1 上，

∴3（2﹣x）+4（﹣2﹣y）﹣5=0，化为：3x+4y+7=0．

18．在如图所示的几何体中，四边形 ABCD 为正方形，△ABE 为等腰直角三角形，∠BAE=90°，且 AD⊥AE．

（Ⅰ）证明：平面 AEC⊥平面 BED．

（Ⅱ）求直线 EC 与平面 BED 所成角的正弦值．



【解答】（Ⅰ）证明：以 A 为原点，AE、AB、AD 分别为 x，y，z 轴建立空间直角坐标系．…（1 分）

设正方形边长为 2，则 E（2，0，0），B（0，2，0），C（0，2，2），D（0，0，2）…（2 分）

$\overrightarrow{AC}$=（0，2，2），$\overrightarrow{BD}$=（0，﹣2，2），$\overrightarrow{AE}$=（2，0，0），$\overrightarrow{ED}$=（﹣2，0，2），

从而有$\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{AC}$=0，$\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{AE}$=0，

即 BD⊥AC，BD⊥AE，

因为 AC∩AE=A，

所以 BD⊥平面 AEC，

因为 BD⊂平面 BED，

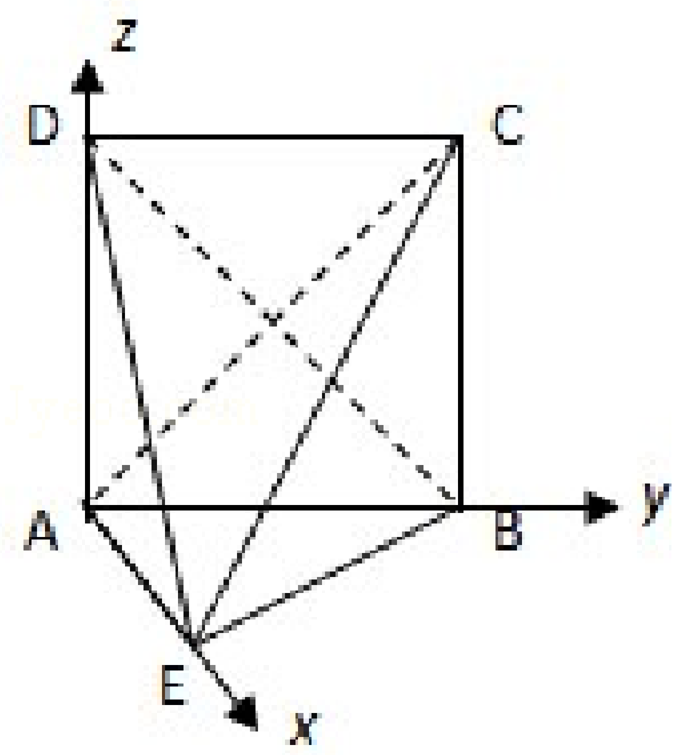
所以平面 BED⊥平面 AEC．…（6 分）

（Ⅱ）解：设平面 BED 的法向量为$\overrightarrow{n}$=（x，y，z），

则$\begin{cases} z=x \\ y=z \end{cases}$，故取$\vec{n}$=（1，1，1）…（8 分）

而$\overrightarrow{EC}$=（﹣2，2，2），设直线 EC 与平面 BED 所成的角为θ，

则有 $\sin\theta=|\cos<\vec{n},\overrightarrow{EC}>|=\frac{|\vec{n}\cdot\overrightarrow{EC}|}{|\vec{n}||\overrightarrow{EC}|}=\frac{1}{3}$ …（12 分）

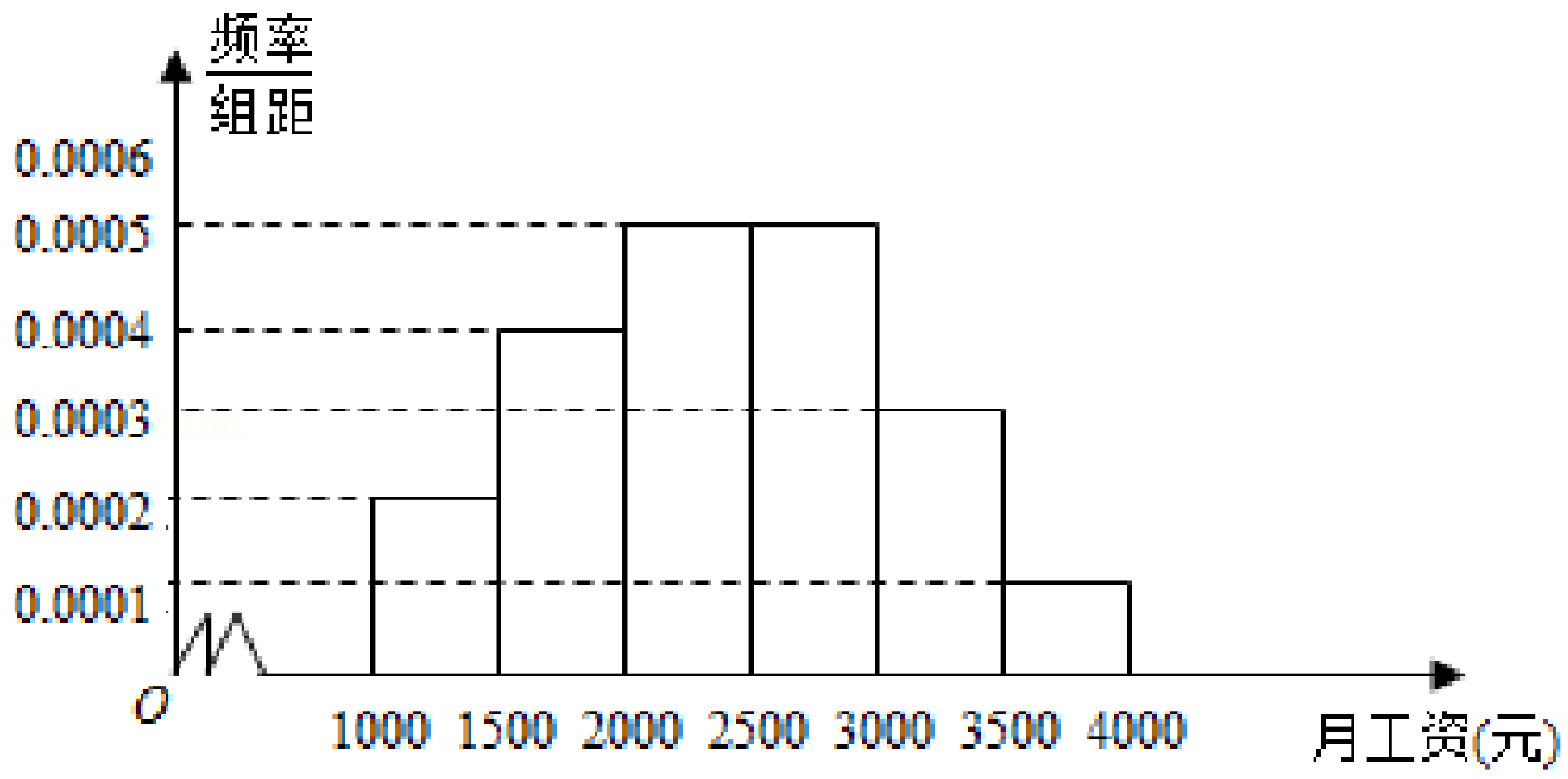


19．某市统计局就某地居民的月收入调查了 10000 人，并根据所得数据画出样本的频率分布直方图(每个分组包括左端点．不包括右端点．如第一组表示收入在[1000，1500）

（1）求居民收入在[3000，3500）的频率；

（2）根据频率分布直方图算出样本数据的中位数及样本数据的平均数；

（3）为了分析居民的收入与年龄、职业等方面的关系，必须按月收入再从这 10000 人中按分层抽样方法抽出 100 人作进一步分析，则月收入在[2500，3000）的这段应抽取多少人？



【解答】解：（1）月收入在[3000，3500）的频率为 0.0003×500=0.15；

（2）从左数第一组的频率为 0.0002×500=0.1；

第二组的频率为 0.0004×500=0.2；

第三组的频率为 0.0005×500=0.25；

∴中位数位于第三组，设中位数为 2000+x，则 x×0.0005=0.5﹣0.1﹣0.2=0.2⇒x=400．

∴中位数为 2400（元）

由 1250×0.1+1750×0.2+2250×0.25+2750×0.25+3250×0.15+3750×0.05=2400，

样本数据的平均数为 2400（元）；

（3）月收入在[2500，3000）的频数为 $0.25\times 10000=2500$（人），

∵抽取的样本容量为 100．∴抽取比例为$\frac{100}{10000}=\frac{1}{100}$，

∴月收入在[2500，3000）的这段应抽取 $2500\times\frac{1}{100}=25$（人）．

20．已知圆 $x^2+y^2-6x-8y+21=0$ 和直线 $kx-y-4k+3=0$．

（1）求证：不论 k 取什么值，直线和圆总有两个不同的公共点；

（2）求当 k 取何值时，直线被圆截得的弦最短，并求这最短弦的长．

【解答】解：（1）证明：将圆的方程化为标准方程得：$(x-3)^2+(y-4)^2=4$，

∴圆心坐标为（3，4），半径 r=2，

圆心到直线 $kx-y-4=0$ 的距离 $d=\frac{|3k-4-4k+3|}{\sqrt{1+k^2}}=\frac{|k+1|}{\sqrt{1+k^2}}$，

∵$3k^2-2k+3=3\left(k-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{8}{3}>0$，

∴$(k+1)^2<4(1+k^2)$，即$\frac{|k+1|}{\sqrt{1+k^2}}<2=r$，

则直线与圆相交，即直线与圆总有两个不同的公共点；

（2）由于当圆心到直线的距离最大时，直线被圆截得的弦最短，

而 $d=\frac{|k+1|}{\sqrt{1+k^2}}=\sqrt{\frac{(k+1)^2}{k^2+1}}=\sqrt{1+\frac{2k}{k^2+1}}\leqslant\sqrt{1+\frac{k^2+1}{k^2+1}}=\sqrt{2}$，

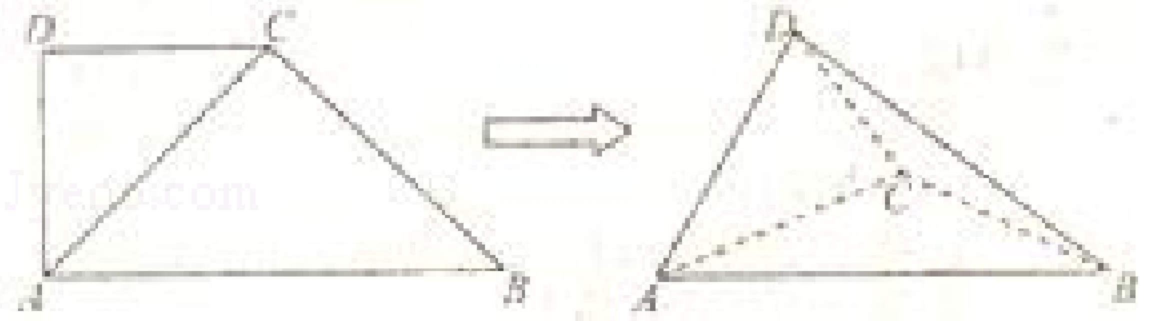
当且仅当 k=1 时取等号，即 k=1 时，$d_{max}=\sqrt{2}$，

则当 k=1 时，直线被圆截得的弦最短，最短弦长为 $2\sqrt{2^2-(\sqrt{2})^2}=2\sqrt{2}$．

21．如图，在直角梯形 ABCD 中，∠ADC=90°，CD∥AB，AB=4，AD=CD=2，将△ADC 沿 AC 折起，使平面 ADC⊥平面 ABC，得到几何体 D﹣ABC，如图所示．

（1）求证：BC⊥平面 ACD；

（2）求 BD 与平面 ABC 所成角 θ 的正弦值．



【解答】解：（1）法一：由于 $AC=BC=2\sqrt{2}$，从而 $AC^2+BC^2=AB^2$ 故 $AC\perp BC$，

取 AC 中点 O，连接 DO，则 $DO\perp AC$，

又平面 ADC⊥平面 ABC，平面 ADC∩平面 ABC=AC，DO⊂平面 ACD，从而 DO⊥平面 ABC，

∴$DO\perp BC$，又 $DO\cap AC=O$，

∴BC⊥平面 ACD

法二：由于 $AC=BC=2\sqrt{2}$，从而 $AC^2+BC^2=AB^2$ 故 $AC\perp BC$，

∵平面 ADC⊥平面 ABC，平面 ADC∩平面 ABC=AC，BC⊂平面 ABC，从而得 BC⊥平面 ACD

（2）作 $DH\perp AC$ 于 H，连接 HB，∵平面 ADC⊥平面 ABC，且 DH⊂平面 ACD，

∴DH⊥平面 ABC，

∴$\angle DBH$ 即为 BD 与平面 ABC 所成角 θ

∴$\sin\theta=\sin\angle DBH=\frac{DH}{DB}=\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{6}$