

九年级试卷

数 学

2024.5

注意事项:

1. 本试卷共6页,全卷满分120分.考试时间为120分钟.考生答题全部答在答题卡上,答在本试卷上无效.

2. 请认真核对监考教师在答题卡上所粘贴条形码的姓名、考试证号是否与本人相符合,再将自己的姓名、准考证号用0.5毫米黑色墨水签字笔填写在答题卡及本试卷上.

3. 答选择题必须用2B铅笔将答题卡上对应的答案标号涂黑.如需改动,请用橡皮擦干净后,再涂其他答案.答非选择题必须用0.5毫米黑色墨水签字笔写在答题卡上的指定位置,在其他位置答题一律无效.

4. 作图必须用2B铅笔作答,并请加黑加粗,描写清楚.

一、选择题(本大题共6小题,每小题2分,共12分.在每小题所给出的四个选项中,恰有一项是符合题目要求的,请将正确选项的序号填涂在答题卡相应位置上)

1. 下列四个数中,最小的数是

A. -3

B. 0

C. 2

D. $-\sqrt{5}$

2. 如图,一辆汽车的轮胎因为漏气瘪掉了,将轮胎外轮廓看作一个圆,则这个圆和它在同一平面内的地面(看作一条直线)的位置关系是

A. 相交

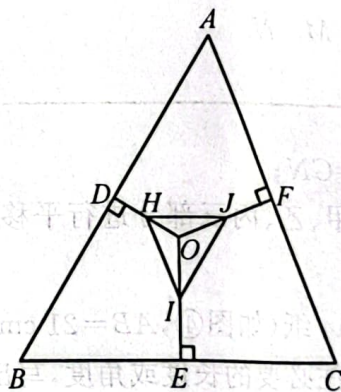
B. 相切

C. 相离

D. 包含



(第2题)



(第6题)

3. 刚刚过去的“五一”假期,南京全市景区景点、文博场馆、乡村旅游等监测点接待游客量约为108 250 000人次.用科学记数法表示108 250 000是

A. 1.0825×10^7

B. 1.0825×10^8

C. 1082.5×10^8

D. 0.10825×10^8

4. 计算 $(-a)^3 \cdot a^2$ 的结果是

A. a^6

B. $-a^6$

C. a^5

D. $-a^5$

5. 若一个正多边形的内角和为 720° ,则它的每个外角度数是

A. 36°

B. 45°

C. 60°

D. 72°

6. 如图, O 是 $\triangle ABC$ 的外心, $OD \perp AB$, $OE \perp BC$, $OF \perp AC$,垂足分别为 D, E, F ,连接 OD, OE, OF 的中点 H, I, J ,则 $\triangle HIJ$ 与 $\triangle ABC$ 的面积之比是

A. 1:2

B. 1:4

C. 1:8

D. 1:16

二、填空题(本大题共10小题,每小题2分,共20分.请把答案直接填写在答题卡相应位置上)

7. 16的平方根是 ± 4 , 27的立方根是 3 .

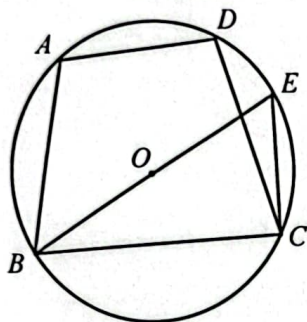
8. 如果式子 $\sqrt{x-3}$ 在实数范围内有意义,那么 x 的取值范围是 $x \geq 3$.

9. 分解因式 a^3b-ab^3 的结果是 $ab(a-b)(a+b)$.

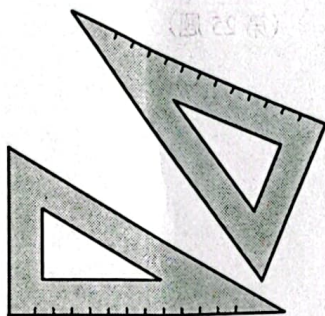
10. 计算 $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{20}}$ 的结果是 $\frac{1}{3}$.

11. 无人机正在飞行,某时刻控制界面显示“H:14 m,D:48 m”(H代表无人机离起飞点的垂直距离,D代表无人机离起飞点的水平距离),则此时无人机到起飞点的距离为 50 m.

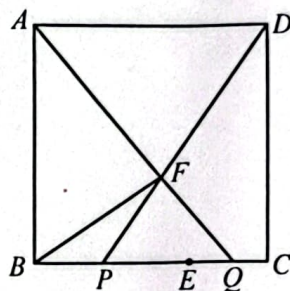
12. 如图,四边形 $ABCD$ 是 $\odot O$ 的内接四边形, BE 是 $\odot O$ 的直径,连接 CE ,若 $\angle BAD=105^\circ$,则 $\angle DCE=75^\circ$.



(第12题)



(第13题)



(第16题)

13. 用图中两块相同的含 30° 的三角板拼成一个四边形,在所有拼成的四边形中,两条对角线的所有比值的最大值为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

14. 在平面直角坐标系中,直线 $y=kx(k \neq 0)$ 与双曲线 $y=\frac{6}{x}$ 交于 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 两点,则 $x_1y_2+x_2y_1$ 的值为 -6 .

15. 一次函数 $y=\frac{3}{4}x+3$ 的图象沿直线 l 翻折后与 x 轴重合,则直线 l 的函数表达式是 $y=-\frac{3}{4}x-3$.

16. 如图,正方形 $ABCD$ 边长为12, E 为 BC 上一点, $CE=4$. 动点 P, Q 从 E 出发,分别向点 B, C 运动,且 $PE=2QE$. 若 PD 和 AQ 交于点 F ,连接 BF ,则 BF 的最小值为 $2\sqrt{5}$.

三、解答题(本大题共11小题,共88分.请在答题卡指定区域内作答,解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (7分)计算 $(1-\frac{1}{m-2}) \div \frac{m^2-6m+9}{2m-4}$.

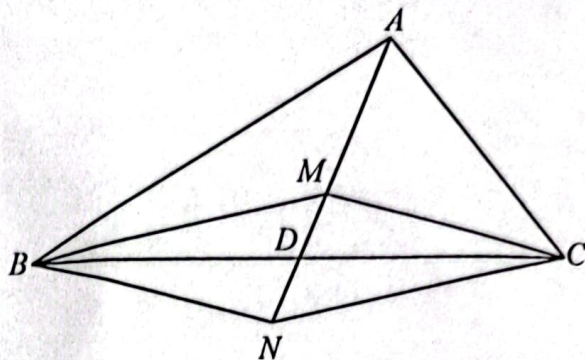
18. (8分)(1)解方程 $x^2-4x+1=0$;

(2)解不等式组 $\begin{cases} x-1 < 3x-2, \\ 2x-1 \leq 5. \end{cases}$

19. (8分)如图,在 $\triangle ABC$ 中, D 是边 BC 的中点, M,N 分别在 AD 及其延长线上, $CM \parallel BN$,连接 BM,CN .

(1)求证:四边形 $BMCN$ 是平行四边形.

(2)当 $\triangle ABC$ 满足什么条件时,四边形 $BMCN$ 是菱形?判断并说明理由.



(第19题)

20. (8分)某年A,B两座城市四季的平均气温(单位: $^{\circ}\text{C}$)如下表.

城市	春	夏	秋	冬
A	-4	19	11	-10
B	15	30	24	11

(1)分别计算A,B两城市的年平均气温;

(2)通过计算方差,比较哪座城市四季的平均气温较为接近.

21. (8分)桌上放着4张纸牌,全部正面朝下,背面完全相同,其中有2张是“大王”.

(1)随机翻开1张纸牌,翻开的牌是“大王”的概率为 .

(2)随机翻开2张纸牌,求翻开的2张牌中至少有1张是“大王”的概率.

22. (6分) \sqrt{n} (n 为正整数)的近似值可以这样估算: $\sqrt{n} \approx \frac{n+m}{2\sqrt{m}}$,其中 m 是最接近 n 的完全

平方数.例如: $\sqrt{24} \approx \frac{24+25}{2\sqrt{25}} = 4.9$,这与科学计算器计算 $\sqrt{24}$ 的结果4.8989...很接近.

(1)按照以上方法,估计 $\sqrt{43}$ 的近似值(精确到0.1);

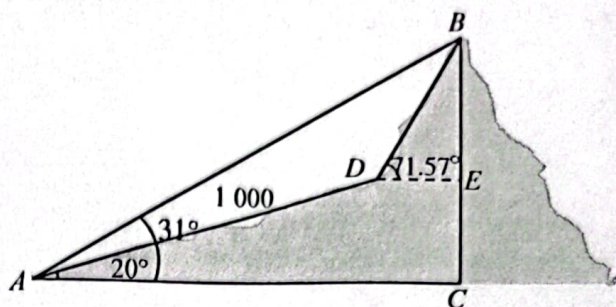
(2)结合图中思路,解释该方法的合理性.

不妨假设 $\sqrt{n} = \sqrt{m} + a$ 哦,
其中 $|a| < 1$.



23. (8分)如图,某登山队在山脚 A 处测得山顶 B 的仰角为 31° ,沿倾斜角为 20° 的斜坡前进 $1\,000\text{ m}$ 后到达 D 处,又测得山顶 B 的仰角为 71.57° ,求山的高度 BC .

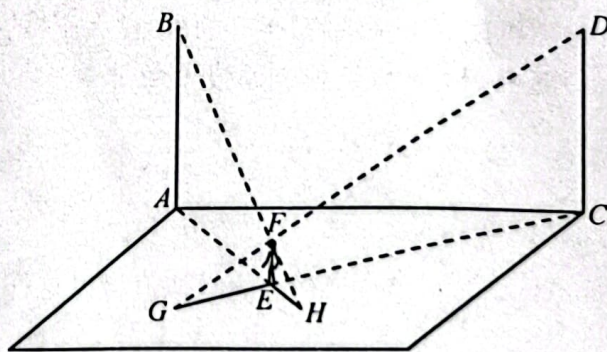
(参考数据: $\tan 31^\circ \approx 0.60$, $\sin 20^\circ \approx 0.34$, $\cos 20^\circ \approx 0.94$, $\tan 71.57^\circ \approx 3.00$.)



(第23题)

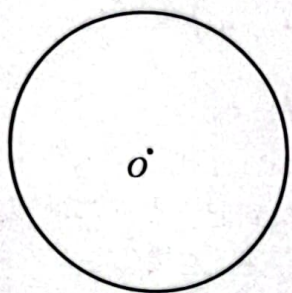
24. (8分)晚上小凯在广场上散步,如图,在广场两盏路灯 AB, CD 的照射下,地面上形成了他的两个影子 EH, EG . 已知光源 B, D 的高均为 10 m ,小凯的身高 EF 为 1.5 m ,两盏路灯相距 40 m , A, C, E, G, H 在同一平面内.

- (1)当影子 EG 长为 6 m 时,求此时小凯到路灯 CD 的距离 EC ;
- (2)连接 GH ,判断 GH 与 AC 的位置关系,并说明理由;
- (3)小凯向上跳起再落下,该过程中 GH 最长达到 9 m ,直接写出小凯跳起的最大高度.

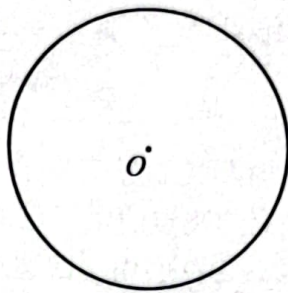


(第24题)

25. (8分) 已知 $\odot O$. 设过点 P 所画的 $\odot O$ 的两条切线分别为 PA, PB , 切点为 A, B . 尺规作图: 用两种不同的方法作一点 P , 使 $\angle APB = 45^\circ$. (保留作图痕迹, 写出必要的文字说明)



方法①



方法②

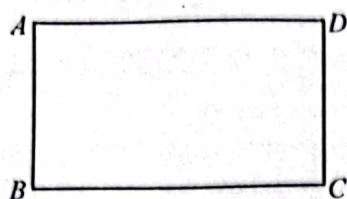
(第 25 题)

26. (8分) 已知二次函数 $y = mx^2 + 2x - 4m - 2$ (m 为常数, $m \neq 0$).

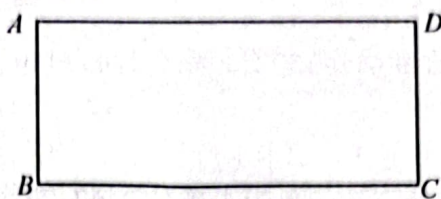
- (1) 当 $m = 1$ 时, 求该函数的图象的顶点坐标;
- (2) 当 m 取不同的值时, 该函数的图象总经过一个或几个定点, 求出所有定点的坐标;
- (3) 已知 $A(m, 2), B(5, 2)$. 若该函数的图象与线段 AB 恰有 1 个公共点, 直接写出 m 的取值范围.

27. (11分) 用矩形纸片可以折叠出等边三角形, 但折叠会损耗矩形纸片的面积. 能否将整张矩形纸片无损耗地剪拼成一个等边三角形呢?

(1) 有些矩形纸片很容易剪拼成等边三角形. 下面两个矩形纸片只需剪1~2刀就可以拼成等边三角形, 请画出分割线, 并做必要标注.



① $AB:BC=1:\sqrt{3}$

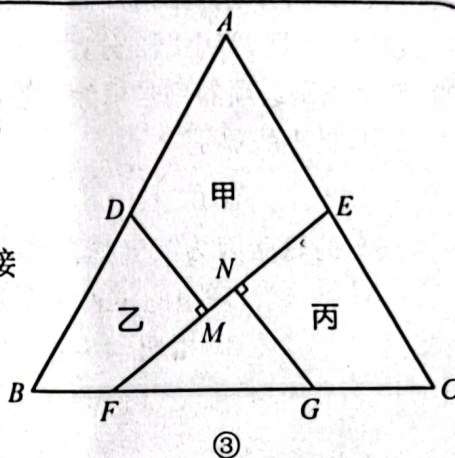


② $AB:BC=\sqrt{3}:4$

(2) 任意矩形要剪拼成等边三角形很难想到, 不妨倒过来考虑, 即研究将等边三角形纸片剪拼成矩形. 图③是一种可行的分割方案:

分割方案

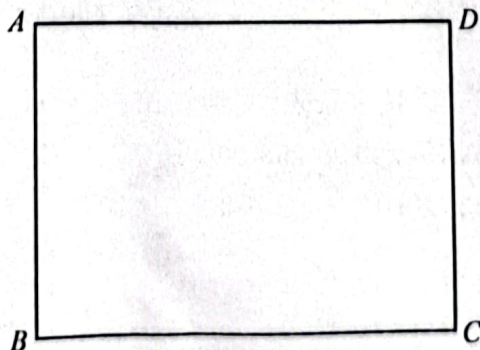
对等边三角形纸片 ABC , 分别取 AB , AC 的中点 D , E , 在 BC 上取点 F ($BF < CF$), 在 BC 上取点 G , 使 $FG = \frac{1}{2}BC$, 连接 EF , 过 D 作 $DM \perp EF$, 过 G 作 $GN \perp EF$, 垂足分别为 M , N .



① 求证 $DM=GN$;

② 将图③中甲、乙、丙三部分进行平移或旋转可以拼出矩形, 在原图中画出拼接矩形的示意图.

(3) 如何将一张A4纸(如图④, $AB=21\text{ cm}$, $BC=21\sqrt{2}\text{ cm}$)剪拼成等边三角形? 在图中画出分割线(标注必要的长度或角度, 写出必要的文字说明).



④

九年级数学试卷

2024.5.30

数学试卷参考答案及评分标准

说明：本评分标准每题给出了一种或几种解法供参考。如果考生的解法与本解答不同，参照本评分标准的精神给分。

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 2 分，共 12 分）

题号	1	2	3	4	5	6
答案	A	A	B	D	C	D

二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分）

7. ± 4 , 3

12. 15

8. $x \geq 3$

13. $\sqrt{13}$

9. $ab(a+b)(a-b)$

14. -12

10. $\frac{1}{3}$

15. $y = -3x - 12$ 或 $y = \frac{x+4}{3}$

11. 50

16. $\frac{12\sqrt{10}}{5}$

三、解答题（本大题共 11 小题，共 88 分）

17.（本题 7 分）

解： $\left[1 - \frac{1}{m-2}\right] \div \frac{m^2-6m+9}{2m-4}$
 $= \frac{m-3}{m-2} \cdot \frac{2(m-2)}{(m-3)^2}$
 $= \frac{2}{m-3}$ 7 分

18.（本题 8 分）

(1) 解： $x^2 - 4x + 4 = 4 - 1$.

$(x-2)^2 = 3$2 分

$x-2 = \pm\sqrt{3}$.

$x_1 = 2 + \sqrt{3}$, $x_2 = 2 - \sqrt{3}$4 分

(2) 解：由①得 $x > \frac{1}{2}$;

由②得 $x \leq 3$.

\therefore 该不等式组的解集为 $\frac{1}{2} < x \leq 3$8 分

19.（本题 8 分）

(1) 证明： $\because CM \parallel BN$,

$\therefore \angle DMC = \angle DNB$, $\angle DCM = \angle DBN$.

$\because D$ 为 BC 的中点,
 $\therefore BD=CD$.
 $\therefore \triangle DMC \cong \triangle DNB$.
 $\therefore DM=DN$.
 \therefore 四边形 $BMCN$ 是平行四边形.4 分
 (2) 解: 当 $AB=AC$ 时, 四边形 $BMCN$ 是菱形.6 分
 理由: $\because AB=AC$, D 为 BC 的中点,
 $\therefore AD \perp BC$.
 又 四边形 $BMCN$ 是平行四边形,
 \therefore 四边形 $BMCN$ 是菱形.8 分

20. (本题 8 分)

(1) 解: $\bar{x}_A = \frac{1}{4}(-4+19+11-10) = 4^\circ\text{C}$1 分
 $\bar{x}_B = \frac{1}{4}(15+30+24+11) = 20^\circ\text{C}$3 分
 (2) 解: $S_A^2 = \frac{1}{4}(64+225+49+196) = 133.5$5 分
 $S_B^2 = \frac{1}{4}(25+100+16+81) = 55.5$7 分
 $\because S_A^2 > S_B^2$,
 \therefore 城市 B 四季的平均气温较为接近.8 分

21. (本题 8 分)

(1) $\frac{1}{2}$;2 分
 (2) 解: 记这 4 张纸片为 A, a, B, b (设 B, b 为大王).
 随机翻开 2 张纸牌, 共有 6 种可能出现的结果, 即 (A, a) 、 (A, B) 、 (A, b) 、 (a, B) 、 (a, b) 、 (B, b) , 这些结果出现的可能性相同. 所有的结果中, 满足抽到的 2 张牌中至少有 1 张是大王的结果有 5 种, 所以 $P(\text{至少 1 张是大王}) = \frac{5}{6}$8 分

22. (本题 6 分)

(1) $\sqrt{43} \approx \frac{43+49}{2\sqrt{49}} = \frac{46}{7} \approx 6.6$3 分
 (2) 解: 设 $\sqrt{n} = \sqrt{m} + a$, 其中 $|a| < 1$.
 则 $\sqrt{n} - \sqrt{m} = a$.
 将两边平方, 得 $n - 2\sqrt{mn} + m = a^2$4 分
 $\because |a| < 1$,
 $\therefore a^2$ 的值会更接近于 0, 不妨近似为 0.
 $\therefore n - 2\sqrt{mn} + m \approx 0$5 分

$$\therefore 2\sqrt{mn} \approx m+n, \text{ 即 } \sqrt{n} \approx \frac{n+m}{2\sqrt{m}}. \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

23. (本题 8 分)

解: 过 D 作 $DF \perp AC$, 垂足为 F , 设 $FC = x$.

在 $\text{Rt}\triangle ADF$ 中,

$$\therefore \sin 20^\circ = \frac{DF}{AD}, \cos 20^\circ = \frac{AF}{AD},$$

$$\therefore DF = AD \cdot \sin 20^\circ \approx 340, AF = AD \cdot \cos 20^\circ \approx 940. \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

在 $\text{Rt}\triangle BDE$ 中,

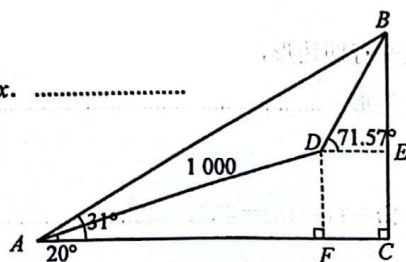
$$\therefore \tan 71.57^\circ = \frac{BE}{DE},$$

$$\therefore BE = DE \cdot \tan 71.57^\circ \approx 3x. \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中,

$$\therefore \tan 31^\circ = \frac{BC}{AC},$$

$$\therefore 0.6 \approx \frac{3x+340}{940+x}. \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$



(第 23 题)

$$\text{解得 } x = \frac{280}{3}.$$

$$\therefore BC = 3x + 340 = 620.$$

答: 山的高度为 620 m. $\dots\dots\dots 8 \text{ 分}$

24. (本题 8 分)

(1) 解: $\because EF \parallel CD$,

$$\therefore \triangle EFG \sim \triangle CDG.$$

$$\therefore \frac{EF}{CD} = \frac{EG}{CG},$$

$$\text{即 } \frac{1.5}{10} = \frac{6}{6+EC}.$$

$$\text{解得 } EC = 34 \text{ m}. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

(2) 解: $GH \parallel AC$.

$$\text{理由: 由 (1) 得 } \frac{EG}{CG} = \frac{EF}{CD} = \frac{3}{20}.$$

$$\therefore \frac{EG}{EC} = \frac{3}{17}.$$

$$\text{同理 } \frac{EH}{EA} = \frac{3}{17}.$$

$$\therefore \frac{EG}{EC} = \frac{EH}{EA}.$$

$$\text{又 } \angle HEG = \angle AEC,$$

$$\therefore \triangle HEG \sim \triangle AEC.$$

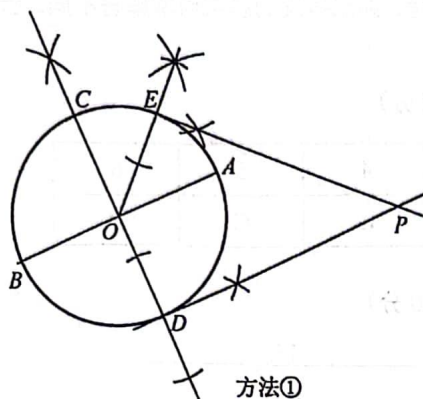
$$\therefore \angle GHE = \angle CAE.$$

$$\therefore GH \parallel AC. \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

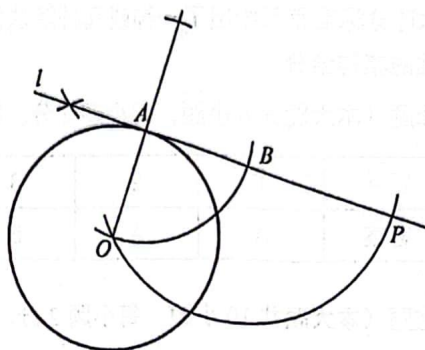
(3) $\frac{90}{49}$ m. 8 分

25. (本题 8 分)

如图, 点 P 即为所求.



方法①



方法②

方法①: 作直径 AB , CD , 且 $CD \perp AB$; 作半径 OE 平分 $\angle AOC$; 过 D , E 分别作 OD , OE 的垂线, 两条垂线的交点即为点 P 4 分

方法②: 作半径 OA , 过 A 作直线 $l \perp OA$, 在 l 上取点 B , 使 $AB = AO$, 在 AB 的延长线上取点 P , 使 $BP = BO$, 点 P 即为所求. 8 分

26. (本题 8 分)

(1) 解: 当 $m=1$ 时, $y=x^2+2x-6$.

整理得 $y=(x+1)^2-7$.

\therefore 该函数的图象的顶点坐标为 $(-1, -7)$ 2 分

(2) 解法 1: $y=mx^2+2x-4m-2$

$$=mx^2-4m+2x-2$$

$$=m(x^2-4)+2x-2$$

$$=m(x+2)(x-2)+2x-2.$$

\therefore 当 $x=2$ 或 -2 时, y 的值与 m 无关.

当 $x=2$ 时, $y=2$; 当 $x=-2$ 时, $y=-6$.

即所求定点坐标为 $(2, 2)$ $(-2, -6)$ 5 分

解法 2: 当 $m=1$ 时, $y=x^2+2x-6$.

当 $m=-1$ 时, $y=-x^2+2x+2$.

$$\text{解} \begin{cases} y=x^2+2x-6, \\ y=-x^2+2x+2 \end{cases} \text{得 } x=\pm 2.$$

当 $x=2$ 时, $y=2$; 当 $x=-2$ 时, $y=-6$.

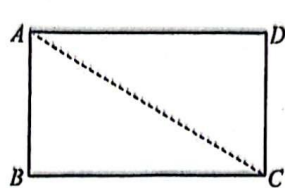
即所求定点坐标为 $(2, 2)$ $(-2, -6)$ 5 分

(3) $m=-\frac{1}{2}$ 或 $-\frac{2}{7} < m < 0$ 或 $0 < m \leq 2$ 8 分

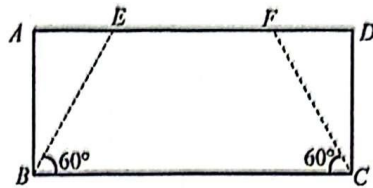
27. (本题 11 分)

(1) 如图①, AC 即为满足题意的分割线; 1 分

如图②, BE, CF 即为满足题意的分割线. 3 分



① $AB : BC = 1 : \sqrt{3}$



② $AB : BC = \sqrt{3} : 4$

(2) ①证明: 连接 DE .

$\because D, E$ 分别为 AB, AC 的中点,

$\therefore DE$ 为 $\triangle ABC$ 的中位线.

$\therefore DE \parallel BC, DE = \frac{1}{2}BC$.

$\therefore \angle DEM = \angle GFN$.

$\because FG = \frac{1}{2}BC$,

$\therefore DE = FG$ 4 分

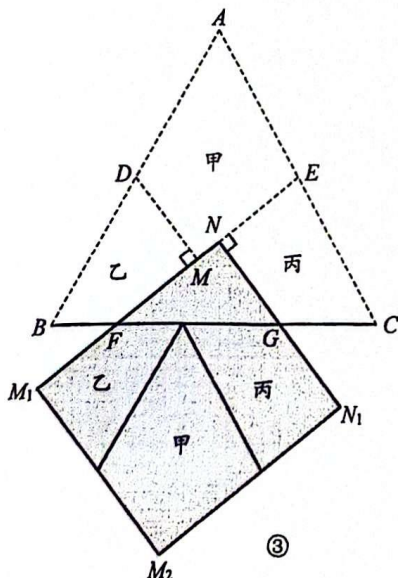
$\because DM \perp EF, GN \perp EF$,

$\therefore \angle DME = \angle GNF = 90^\circ$.

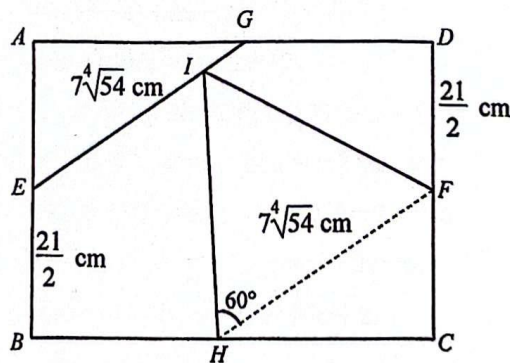
$\therefore \triangle DEM \cong \triangle GFN$.

$\therefore DM = GN$ 6 分

②如图所示, 矩形 $M_1M_2N_1N$ 即为所求. 8 分



③



④

(3) 如图, 取边 AB, CD 的中点 E, F , 在边 AD, BC 上分别取点 G, H , 使 $EG = FH =$

$7\sqrt{54}$ cm; 在 EG 上取点 I , 使 $\angle IHF = 60^\circ$, 连接 FI , 则 EG, HI, FI 即为满足题意

的分割线. 11 分