

**Q1.**

If use MSE as loss function :

$$J(\theta) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (\hat{y}_i(x) - y_i)^2$$

$$\nabla_{\theta} J = \nabla_{\theta} \left( \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (\hat{y}_i - y_i)^2 \right)$$

$$= \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \nabla_{\theta} (\hat{y}_i - y_i)^2$$

$$= \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m 2(\hat{y}_i - y_i) \nabla_{\theta} (\hat{y}_i - y_i) \quad \dots \text{常係數可忽略, 放在 learning rate } \alpha$$

$$\propto \nabla_{\theta} (\hat{y}_i - y_i) = \nabla_{\theta} \hat{y}_i$$

$$= \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{\theta_i^0}(x_i)}{\sum_{l=1}^M \left( \prod_{i=1}^n \mu_{\theta_i^l}(x_i) \right)} \begin{bmatrix} \theta^1 \\ \theta^2 \\ \theta^3 \\ \vdots \\ \theta^M \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \theta_t \leftarrow \theta_{t-1} - \alpha \cdot 2(\hat{y} - y) \cdot \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{\theta_i^0}(x_i)}{\sum_{l=1}^M \left( \prod_{i=1}^n \mu_{\theta_i^l}(x_i) \right)} \cdot \theta_{t-1}$$

**Q2.(d):**

根據 Q2(b) and Q2(c)的結果，我們可以很明顯地看到，在使用單一特徵時做 Linear Regression 之 RMSE 的排序與各個特徵對於 Label 的相關係數排序順序相似度非常高，甚至在前段 RMSE 較小的區段幾乎完全一模一樣。表示用單一 feature 的 Linear Regression 之 RMSE 在一定程度上可以表示出該 feature 對於

label 的影響程度(或相關性)。