

设函数 $f(x) = e^x \cos x$, $g(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数

(I) 求 $f(x)$ 的单调区间

(II) 当 $x \in [\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$ 时, 证明 $f(x) + g(x)(\frac{\pi}{2} - x) \geq 0$

(III) 设 x_n 为函数 $u(x) = f(x) - 1$ 在区间 $(2n\pi + \frac{\pi}{4}, 2n\pi + \frac{\pi}{2})$ 内的零点其中 $n \in N$, 证明 $2n\pi + \frac{\pi}{2} - x_n < \frac{e^{-2n\pi}}{\sin x_0 - \cos x_0}$.