(1)

$a = 2$ 时, $f(x) = \frac{x^2}{2^x}$

$$f'(x) = \frac{2x \cdot 2^x - 2^x \cdot \ln 2 \cdot x^2}{2^{2x}}$$

$$= \frac{2 - x \ln 2}{2^x}$$

则 $f'(x)$ 与 $2 - xln2$ 同号，即：

$x < \frac{2}{ln2}$ 时, $f'(x) > 0$

$x > \frac{2}{ln2}$ 时, $f'(x) < 0$

$x = \frac{2}{ln2}$ 时, $f'(x) = 0$

故, $x \in (0, \frac{2}{ln2}]$ 时, $f(x)$ 单调递增

$x \in [\frac{2}{ln2}, +\infty)$ 时, $f(x)$ 单调递减

(2)

$$f'(x) = ax^{a-1}a^{-x} + x^a(-\ln a)a^{-x}$$

$$= x^{a-1}a^{-x}(a - x\ln a)$$

类似 (1), 我们有:

$x \in (0, \frac{a}{\ln a}]$ 时, $f(x)$ 单调递增

$x \in [\frac{a}{\ln a}, +\infty)$ 时, $f(x)$ 单调递减

考察函数得到：$f(a) = 1$ 若 $f(X)$ 与 $y = 1$ 有且仅有两个交点，则 $x = a$ 必然不是极值点

即 $a \ln a \neq a \Rightarrow a \neq e$ 且

$a \ln a > 0 \Rightarrow a > 0$