(1)

$a=2$ 时, $f(x)=\frac{x^2}{2^x}$

$$f'(x)=\frac{2x\cdot 2^x-2^x\cdot\ln 2\cdot x^2}{2^{2x}}$$
$$=\frac{2-x\ln 2}{2^x}$$

则 $f'(x)$ 与 $2-xln2$ 同号，即：

$x<\frac{2}{ln2}$ 时, $f'(x)>0$

$x>\frac{2}{ln2}$ 时, $f'(x)<0$

$x=\frac{2}{ln2}$ 时, $f'(x)=0$

故, $x\in(0,\frac{2}{ln2}]$ 时, $f(x)$ 单调递增

$x\in[\frac{2}{ln2},+\infty)$ 时, $f(x)$ 单调递减

(2)

显然 $a>0$ $f'(x)=ax^{a-1}a^{-x}+x^a(-\ln a)a^{-x}$

$$=x^{a-1}a^{-x}(a-x\ln a)$$

考察函数得到：$f(a)=1$ $a\ln a>0$ 即 $a>1$ 时，类似 (1), 我们有:

$x\in(0,\frac{a}{\ln a}]$ 时, $f(x)$ 单调递增

$x\in[\frac{a}{\ln a},+\infty)$ 时, $f(x)$ 单调递减

若 $f(X)$ 与 $y=1$ 有且仅有两个交点，则 $x=a$ 必然不是极值点

即 $a\ln a\neq a\Rightarrow a\neq e$

$a\ln a\leqslant 0\Rightarrow a\leqslant 1$ 时, $f(x)$ 单调递减, 与题设不符

故 a 的取值范围为 $(1,e)\cup(e,+\infty)$