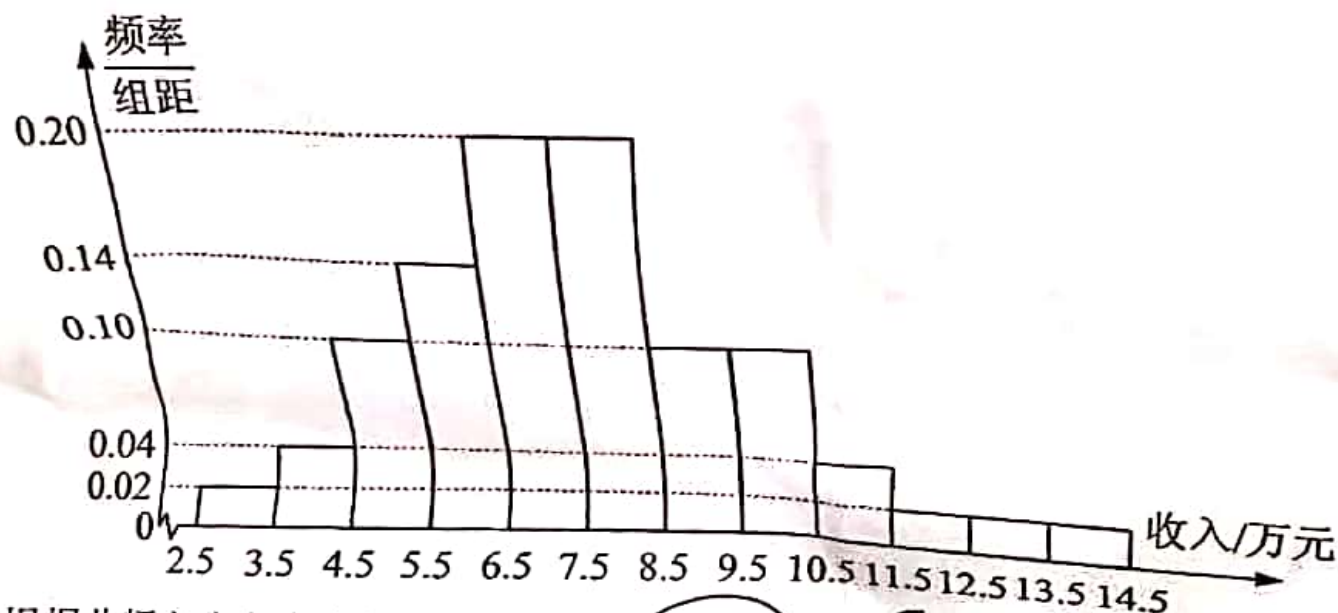


有一项是符合题目要求的。

1. 设集合  $M = \{x | 0 < x < 4\}$ ,  $N = \{x | \frac{1}{3} \leq x \leq 5\}$ , 则  $M \cap N =$  **B**

A.  $\{x | 0 < x \leq \frac{1}{3}\}$     B.  $\{x | \frac{1}{3} \leq x < 4\}$     C.  $\{x | 4 \leq x < 5\}$     D.  $\{x | 0 < x \leq 5\}$

2. 为了解某地农村经济情况, 对该地农户家庭年收入进行抽样调查, 将农户家庭年收入的调查数据整理得到如下频率分布直方图:



根据此频率分布直方图, 下面结论中不正确的是 **C**

- A. 该地农户家庭年收入低于4.5万元的农户比率估计为6%
- B. 该地农户家庭年收入不低于10.5万元的农户比率估计为10%
- C. 估计该地农户家庭年收入的平均值不超过6.5万元
- D. 估计该地有一半以上的农户, 其家庭年收入介于4.5万元至8.5万元之间



3. 已知  $(1-i)^2 z = 3+2i$ , 则  $z =$  **B**

A.  $-1-\frac{3}{2}i$

B.  $-1+\frac{3}{2}i$

C.  $-\frac{3}{2}+i$

D.  $-\frac{3}{2}-i$

4. 青少年视力是社会普遍关注的问题, 视力情况可借助视力表测量. 通常用五分记录法和小数记录法记录视力数据, 五分记录法的数据  $L$  和小数记录法的数据  $V$  满足  $L=5+\lg V$ . 已知某同学视力的五分记录法的数据为 4.9, 则其视力的小数记录法的数据约为 ( $\sqrt[5]{10} \approx 1.259$ ) **B**

A. 1.5

B. 1.2

C. 0.8

D. 0.6

5. 已知  $F_1, F_2$  是双曲线  $C$  的两个焦点,  $P$  为  $C$  上一点, 且  $\angle F_1 P F_2 = 60^\circ$ ,  $|P F_1| = 3|P F_2|$ , 则  $C$  的离心率为 **A**

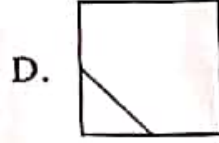
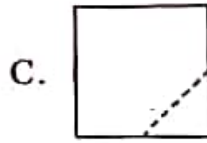
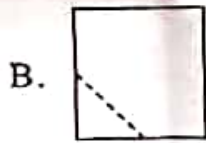
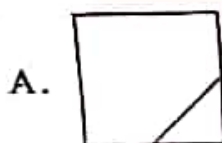
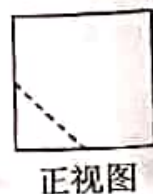
A.  $\frac{\sqrt{7}}{2}$

B.  $\frac{\sqrt{13}}{2}$

C.  $\sqrt{7}$

D.  $\sqrt{13}$

6. 在一个正方体中, 过顶点  $A$  的三条棱的中点分别为  $E, F, G$ . 该正方体截去三棱锥  $A-EFG$  后, 所得多面体的三视图中, 正视图如右图所示, 则相应的侧视图是 **C**



7. 等比数列  $\{a_n\}$  的公比为  $q$ , 前  $n$  项和为  $S_n$ . 设甲:  $q > 0$ , 乙:  $\{S_n\}$  是递增数列, 则 **B**

A. 甲是乙的充分条件但不是必要条件  $\times$

B. 甲是乙的必要条件但不是充分条件

C. 甲是乙的充要条件  $\times$

D. 甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

8. 2020 年 12 月 8 日, 中国和尼泊尔联合公布珠穆朗玛峰最新高程为 8848.86 (单位: m), 三角高程测量法是

珠峰高程测量方法之一. 右图是三角高程测量法的一个示意图, 现有  $A, B, C$  三点, 且  $A, B, C$  在同

一水平面上的投影  $A', B', C'$  满足  $\angle A' C' B' = 45^\circ$ ,

$\angle A' B' C' = 60^\circ$ . 由  $C$  点测得  $B$  点的仰角为  $15^\circ$ ,  $BB'$  与

$CC'$  的差为 100; 由  $B$  点测得  $A$  点的仰角为  $45^\circ$ , 则  $A,$

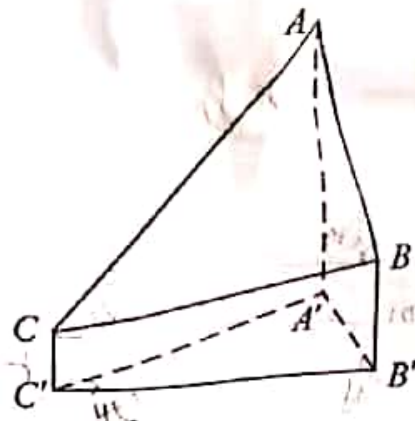
$C$  两点到水平面  $A' B' C'$  的高度差  $AA' - CC'$  约为 ( $\sqrt{3} \approx 1.732$ )

A. 346

B. 373

C. 446

D. 473



9. 若  $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$ ,  $\tan 2\alpha = \frac{\cos \alpha}{2 - \sin \alpha}$ , 则  $\tan \alpha =$  A

A.  $\frac{\sqrt{15}}{15}$

B.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$

C.  $\frac{\sqrt{5}}{3}$

D.  $\frac{\sqrt{15}}{3}$

10. 将 4 个 1 和 2 个 0 随机排成一行, 则 2 个 0 不相邻的概率为 C

A.  $\frac{1}{3}$

B.  $\frac{2}{5}$

C.  $\frac{2}{3}$

D.  $\frac{4}{5}$

11. 已知  $A, B, C$  是半径为 1 的球  $O$  的球面上的三个点, 且  $AC \perp BC$ ,  $AC = BC = 1$ ,

则三棱锥  $O-ABC$  的体积为 A

A.  $\frac{\sqrt{2}}{12}$

B.  $\frac{\sqrt{3}}{12}$

C.  $\frac{\sqrt{2}}{4}$

D.  $\frac{\sqrt{3}}{4}$

12. 设函数  $f(x)$  的定义域为  $\mathbf{R}$ ,  $f(x+1)$  为奇函数,  $f(x+2)$  为偶函数, 当  $x \in [1, 2]$  时,

$f(3) = f(1) = a + b$

$f(x) = ax^2 + b$ . 若  $f(0) + f(3) = 6$ , 则  $f(\frac{9}{2}) =$

$b = b \quad a = -b$

$\frac{9}{2} = f(1\frac{1}{2})$

A.  $-\frac{9}{4}$

B.  $-\frac{3}{2}$

C.  $\frac{7}{4}$

D.  $\frac{5}{2}$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 曲线  $y = \frac{2x-1}{x+2}$  在点  $(-1, -3)$  处的切线方程为  $y = 3x$ .

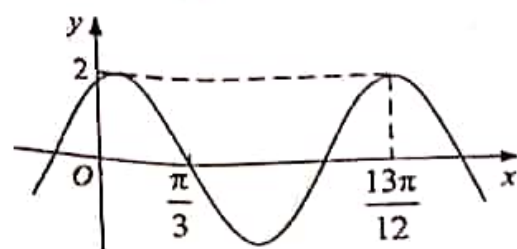
14. 已知向量  $a = (3, 1)$ ,  $b = (1, 0)$ ,  $c = a + kb$ . 若  $a \perp c$ , 则  $k =$   $-\frac{10}{3}$ .

15. 已知  $F_1, F_2$  为椭圆  $C: \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$  的两个焦点,  $P, Q$  为  $C$  上关于坐标原点对称的两点, 且  $|PQ| = |F_1F_2|$ , 则四边形  $PF_1QF_2$  的面积为 8.

16. 已知函数  $f(x) = 2\cos(\omega x + \varphi)$  的部分图像如图所

示, 则满足条件  $(f(x) - f(-\frac{7\pi}{4}))(f(x) - f(\frac{4\pi}{3})) > 0$

的最小正整数  $x$  为         .





三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17. (12 分)

甲、乙两台机床生产同种产品，产品按质量分为一级品和二级品，为了比较两台机床产品的质量，分别用两台机床各生产了 200 件产品，产品的质量情况统计如下表：

	一级品	二级品	合计
甲机床	150	50	200
乙机床	120	80	200
合计	270	130	400

(1) 甲机床、乙机床生产的产品中一级品的频率分别是多少？

(2) 能否有 99% 的把握认为甲机床的产品质量与乙机床的产品质量有差异？

$$\text{附： } K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}, \quad \begin{array}{c|ccc} P(K^2 \geq k) & 0.050 & 0.010 & 0.001 \\ \hline k & 3.841 & 6.635 & 10.828 \end{array}$$

18. (12 分)

已知数列  $\{a_n\}$  的各项均为正数，记  $S_n$  为  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和，从下面①②③中选取两个作为条件，证明另外一个成立。

①数列  $\{a_n\}$  是等差数列；②数列  $\{\sqrt{S_n}\}$  是等差数列；③  $a_2 = 3a_1$ 。

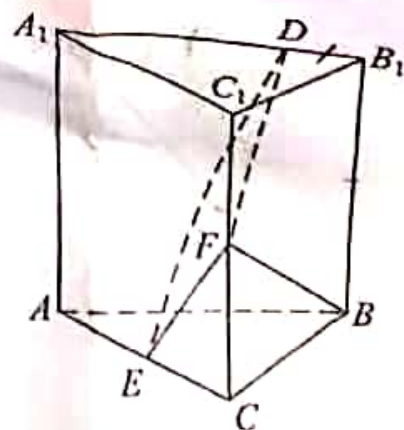
注：若选择不同的组合分别解答，则按第一个解答计分。

19. (12 分)

已知直三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中，侧面  $AA_1B_1B$  为正方形， $AB=BC=2$ ， $E$ ， $F$  分别为  $AC$  和  $CC_1$  的中点， $D$  为棱  $A_1B_1$  上的点， $BF \perp A_1B_1$ 。

(1) 证明：  $BF \perp DE$ ；

(2) 当  $B_1D$  为何值时，面  $BB_1C_1C$  与面  $DFE$  所成的二面角的正弦值最小？



20. (12分)

抛物线 $C$ 的顶点为坐标原点 $O$ , 焦点在 $x$ 轴上, 直线 $l: x=1$ 交 $C$ 于 $P, Q$ 两点, 且 $OP \perp OQ$ . 已知点 $M(2,0)$ , 且 $\odot M$ 与 $l$ 相切.

(1) 求 $C, \odot M$ 的方程;

(2) 设 $A_1, A_2, A_3$ 是 $C$ 上的三个点, 直线 $A_1A_2, A_1A_3$ 均与 $\odot M$ 相切. 判断直线 $A_2A_3$ 与 $\odot M$ 的位置关系, 并说明理由.

21. (12分)

已知 $a > 0$ 且 $a \neq 1$ , 函数 $f(x) = \frac{x^a}{a^x} (x > 0)$ .

(1) 当 $a=2$ 时, 求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 若曲线 $y=f(x)$ 与直线 $y=1$ 有且仅有两个交点, 求 $a$ 的取值范围.

(二) 选考题: 共10分. 请考生在第22、23题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

在直角坐标系 $xOy$ 中, 以坐标原点为极点,  $x$ 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 $C$ 的极坐标方程为 $\rho = 2\sqrt{2}\cos\theta$ .

(1) 将 $C$ 的极坐标方程化为直角坐标方程;

(2) 设点 $A$ 的直角坐标为 $(1,0)$ ,  $M$ 为 $C$ 上的动点, 点 $P$ 满足 $\overline{AP} = \sqrt{2}\overline{AM}$ , 写出 $P$ 的轨迹 $C_1$ 的参数方程, 并判断 $C$ 与 $C_1$ 是否有公共点.

23. [选修4-5: 不等式选讲] (10分)

已知函数 $f(x) = |x-2|$ ,  $g(x) = |2x+3| - |2x-1|$ .

(1) 画出 $y=f(x)$ 和 $y=g(x)$ 的图像;

(2) 若 $f(x+a) \geq g(x)$ , 求 $a$ 的取值范围.

