

已知 $a > 0, a \neq 1$, 函数 $f(x) = \frac{x^a}{a^x} (x > 0)$.

- (1) 当 $a = 2$ 时, 求 $f(x)$ 的单调区间;
- (2) 若曲线 $y = f(x)$ 与直线 $y = 1$ 有且仅有两个交点, 求 a 的取值范围.