

实验二 用三线摆测刚体转动惯量

描述刚体本身相对于转轴的特征的物理量叫做刚体对于转轴的转动惯量，简称转动惯量。转动惯量与刚体的质量大小、质量分布和转轴的位置三个因素有关。转动惯量表述的是刚体转动惯性的大小，是研究和描述刚体转动定律的一个重要物理量，类似于做平动的物体的质量。在科研和生产中会遇到很多转动问题，飞轮、叶片、电机的转子、钻机等所有转动的物体都会涉及转动惯量，因此转动惯量的测量和研究具有重要意义。对于形状简单、质量分布均匀的刚体，可以通过尺寸、质量的测量利用相应的数学公式计算出转动惯量。但对于形状复杂或者质量分布不均匀的刚体，用公式计算就非常困难甚至不可能，一般要用实验方法来测定。测定刚体转动惯量的方法很多，本实验中用的是三线摆法。

一、实验目的

- 1、学会用三线摆测定物体的转动惯量；
- 2、学会用毫秒仪测量周期；
- 3、验证转动惯量的平行轴定理。

二、实验原理

1、 测量圆盘绕中心轴的转动惯量 J_0

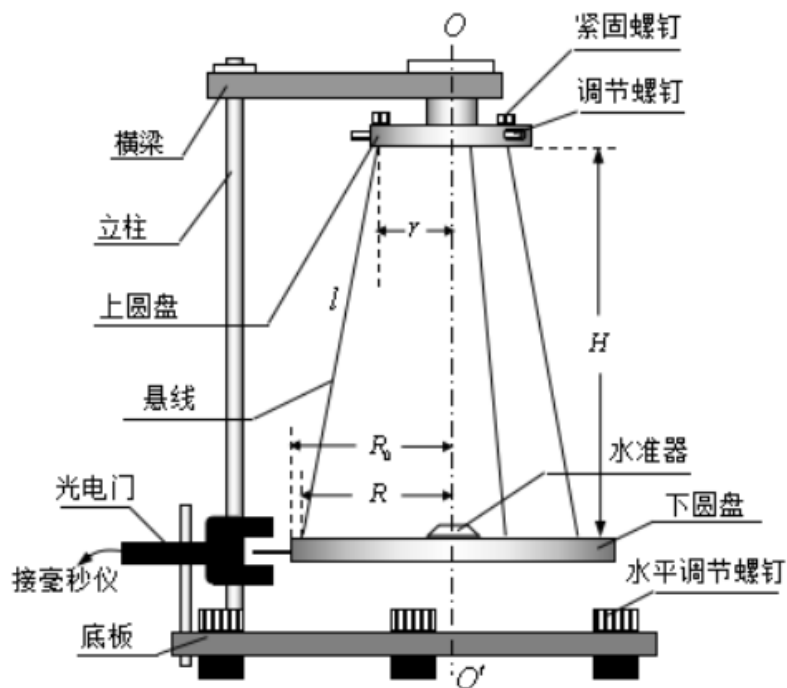


图 1 转动惯量测定仪

图 1 是三线摆实验装置的示意图。上、下圆盘均处于水平，悬挂在横梁上。三个悬点均匀分布的等长悬线将两圆盘相连。上圆盘可以固定转动，用手拧动上圆盘可以带动下圆盘绕中心轴作扭摆运动。由于下圆盘的摆动周期与其转动惯量大小有关，所以当圆盘及其上面放的刚体的转动惯量不同时，相应的扭摆周期也不同。

当下盘转动角度很小，且略去空气阻力时，扭摆的运动可近似看作简谐运动，其运动方程为：

$$\theta = \theta_0 \cdot \sin \frac{2\pi}{T_0} t \quad (1)$$

当摆离开平衡位置最远时，其重心升高，根据机械能守恒定律有：

$$\frac{1}{2} J \omega_0^2 = m_0 g h \quad (2)$$

即

$$Hh - \frac{h^2}{2} = Rr(1 - \cos\theta_0)$$

因为 θ_0 很小，因此 h^2 是一个二阶小量，略去 $\frac{h^2}{2}$ ，且取 $1 - \cos\theta_0 \approx \frac{\theta_0^2}{2}$ ，则有：

$$h = \frac{Rr\theta_0^2}{2H} \quad (7)$$

(7) 代入 (6) 式得

$$J_0 = \frac{m_0 g R r}{4\pi^2 H} T_0^2 \quad (8)$$

式中各物理量的意义如下： m_0 为下盘的质量； r 、 R 分别为上下悬点离各自圆盘中心的距离； H 为平衡时上下盘间的垂直距离； T_0 为下盘作简谐运动的周期， g 为重力加速度，不同地区的取值请查阅有关资料或由实验室给定。

2、测量圆环的转动惯量 J

将质量为 m 的待测物体放在下盘上，并使待测刚体的转轴与 OO' 轴重合。测出此时摆运动周期 T_1 和上下圆盘间的垂直距离 H_1 。同理可求得待测刚体和下圆盘对中心转轴 OO' 转动惯量为：

$$J_1 = \frac{(m_0 + m) g R r}{4\pi^2 H_1} T_1^2 \quad (9)$$

如不计因重量变化而引起悬线伸长，则有 $H \approx H_1$ 。那么，待测物体绕中心轴的转动惯量为：

$$J = J_1 - J_0 = \frac{g R r}{4\pi^2 H} [(m + m_0) T_1^2 - m_0 T_0^2] \quad (10)$$

因此，通过长度、质量和时间的测量，便可求出刚体绕某轴的转动惯量。

3、测量圆柱体绕圆盘中心轴的转动惯量并验证平行轴定理

若质量为 m 的物体绕通过其质心轴的转动惯量为 J_C ，当转轴平行

移动距离 x 时（如图 3 所示），则此物体对新轴 OO' 的转动惯量为 $J_{OO'} = J_C + m'x^2$ 。这一结论称为**转动惯量的平行轴定理**。

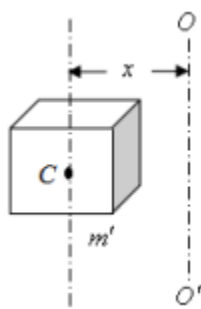


图 3 平行轴定理

实验时将质量均为 m' ，形状和质量分布完全相同的两个圆柱体对称地放置在下圆盘上。按同样的方法，测出两小圆柱体和下盘绕中心轴 OO' 的转动周期 T_x ，则可求出每个柱体对中心转轴 OO' 的转动惯量：

$$J_x = \frac{(m_0 + 2m')gRr}{8\pi^2H} T_x^2 - \frac{J_0}{2} \quad (11)$$

如果测出小圆柱中心与下圆盘中心之间的距离 x 以及小圆柱体的半径 R_x ，则由平行轴定理可求得

$$J'_x = \frac{1}{2}m'R_x^2 + m'x^2 \quad (12)$$

比较 J_x 与 J'_x 的大小，可验证平行轴定理。

三、实验仪器

三线摆转动惯量实验仪（附待测圆环和圆柱），数显计数计时毫秒仪，游标卡尺，激光测距仪，水准仪，电子天平。

三线摆转动惯量实验仪见图 1；数显计数计时毫秒仪控制面板如图 4 所示，使用简易流程图如图 5 所示，其它实验仪器略。



图 4 数显计数计时毫秒仪

面板功能按钮介绍：

(1) “复位”：任何状态按下该按钮，“复位”灯亮起，擦除仪器存储的数据，并重置测量次数为 20 次。

(2) “设置”：“复位”灯亮时按下该按钮，进入设置状态，同时“设置”指示灯亮起。该状态下，按下“查询”和“开始”按钮分别增加和减小测量次数，设置完毕后再次按下“设置”按钮可保存测量次数设定并退出设置状态，同时“复位”指示灯亮起。

(3) “查询”：“复位”灯亮时按下该按钮，进入查询数据状态，同时“查询”指示灯亮起。该状态下，按下“设置”和“开始”按钮分别向下和向上翻页，以查看仪器记录的数据，再次按下“查询”按钮退出查询状态，同时“复位”指示灯亮起。

(4) “开始”：“复位”灯亮时按下该按钮，进入数据记录状态，仪器开始计数计时，同时“工作”指示灯亮起。该状态下不要触碰任何按钮直至此次测量结束。

次按下“设置”按钮保存（注意：点按“复位”按钮会使计数重置为20次）。

2、测量周期 T_0 、 T_1 和 T_x

（1）在下圆盘处于静止状态下，轻轻转动上圆盘（注意不是圆盘上方的紧固旋钮），将上圆盘转过一个小角度（ $5^\circ \sim 15^\circ$ 左右），带动下圆盘绕中心轴 OO' 作微小扭摆运动（不应伴有晃动，转动角度以 10° 以内为宜）。摆动若干次后达到平稳扭摆状态，按下“开始”按钮开始计时，待计时停止后按下“查询”按钮，并使用“设置”按钮向下翻页，使用“开始”按钮向上翻页，依次记录各数据（01 和 02 分别对应第一个周期的两个半周期，03 和 04 分别对应第二个周期的两个半周期，以此类推）。

重新使圆盘静止，重复上述方法测量每次 5 个周期共 3 次，将数据记录到表 1 中，即可算出

$$T_0 = \frac{1}{15} \sum_{i=1, j=1}^{i=3, j=10} T_{ij}$$

（2）将圆环放在下圆盘上，使两者的中心轴线相重叠（圆环的外缘恰好与下圆盘上标记的的某一圆周重合），按步骤 1 的方法测定摆动周期 T_1 。

（3）将两个小圆柱体对称放置在下圆盘的一对孔中，用上述同样方法测定摆动周期 T_x 。

3、长度的测量和质量的记录

(1) 用游标卡尺分别测出上、下圆盘三个悬点两两之间的距离 a 和 b ，各测量 5 次，然后算出悬点到中心的距离 r 和 R （等边三角形外接圆半径）；用游标卡尺量出待测圆环的外、内径 $2R_1$ 、 $2R_2$ ，小圆柱体的直径 $2R_x$ 和放置两小圆柱体圆槽外圆直径 $2R_3$ 各 5 次；算出以上各量的间接测量量填入表 2。

用激光测距仪测出上下两圆盘之间的垂直距离 H （单次），填入表 3；由于下圆盘悬点到中心的距离不等于下圆盘的半径（见图 6），所以计算理论值用的下圆盘半径 R_0 要用游标卡尺单次测量直径 $2R_0$ 然后算得，填入表 3。

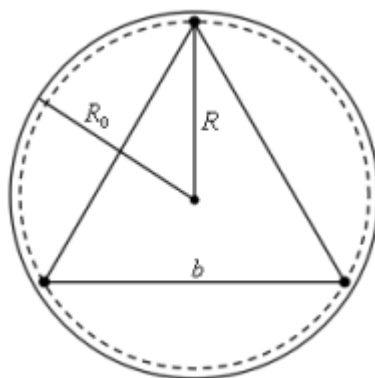


图 6 下圆盘平面图

(2) 使用电子天平测量各刚体的质量（单次），记入表 3。其中圆柱体质量 m' 取两圆柱体质量的平均值。

注意事项：

1、严禁仪器发生碰撞，挡光杆不得接触光电门，下圆盘不得遮挡光电门；

- 2、调节悬线长度时，注意托住下圆盘，避免砸向仪器底座；
- 3、在圆盘转动时，挡光杆要通过光电门并完全遮光，否则将产生错误的周期计数；
- 4、圆盘转动角度不可太大，不得晃动；
- 5、注意周围环境不得有强光照射在光电门上，否则毫秒仪将无法正常工作。

五、数据记录与处理

1、实验数据记录

表 1 周期测量数据记录 单位：ms

半周期 T_{ij}	下圆盘			下盘加圆环			下盘加两圆柱		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
01									
02									
03									
04									
05									
06									
07									
08									
09									
10									
周期	T_0			T_1			T_x		

表 2 长度测量数据记录表 单位: mm

	上盘悬孔 间距 a	下盘悬孔 间距 b	待测圆环		小圆柱 体直径 $2R_x$	放置小圆柱 体的圆槽直 径 $2R_3$
			外直径 $2R_1$	内直径 $2R_2$		
1						
2						
3						
4						
5						
平均						
计算结果	$r = \frac{\sqrt{3}}{3}a$	$R = \frac{\sqrt{3}}{3}b$	R_1	R_2	R_x	R_3
	圆柱体质心到转轴的距离			$x = R_3 - R_x$		

表 3 单次长度测量与质量记录表

物理量	上、下 圆盘间 距 H/m	下圆盘半径 R_0/mm	下圆盘质量 m_0/g	待测圆环质量 m/g	圆柱体质量 m'/g
测量值					

2、圆盘转动惯量的计算

(1) 用式(8)计算下圆盘的转动惯量 $J_0 =$ _____

(2) 理论值 $J'_0 = \frac{1}{2}m_0R_0^2 =$ _____

(3) 相对误差 $E(J_0) =$ _____

3、圆环转动惯量的计算

(1) 用式(10)计算待测圆环测量结果 $J =$ _____

(2) 理论值 $J' = \frac{m}{2}(R_1^2 + R_2^2) =$ _____

(3) 相对误差 $E(J') =$ _____

4、验证平行轴定理

(1) 用式 (11) 求出圆柱体绕中心转轴 OO' 的转动惯量 $J_x =$ _____

(2) 理论值 $J'_x = \frac{1}{2}m'R_x^2 + m'x^2 =$ _____

(3) 相对误差 $E(J_x) =$ _____

六、研究与讨论

1、在测量过程中，如下盘出现晃动，对周期有测量有影响吗？如有影响，应如何避免之？

2、三线摆放上待测物后，其摆动周期是否一定比空盘的转动周期大？为什么？