

信息技术科学学院本科生 2007——2008 学年第一学期

《概率论与数理统计》课程期末考试试卷 (A 卷)

专业:                      年级:                      学号:                      姓名:                      成绩:

得 分

、一、填空题 (本题共 32 分, 每小题 4 分, 共 8 题)

1. 假如每个人血清中含有肝炎病毒的概率为  $p$ , 混合  $n$  个人的血清 (设每个人的血清中是否含有肝炎病毒是相互独立的), 则此血清中含有肝炎病毒的概率为\_\_\_\_\_

2. 设二维随机变量  $(X, Y)$  的联合密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} cx^2y & x^2 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

则常数  $c =$ \_\_\_\_\_

3. 设  $D(X) = D(Y) \neq 0$ , 记  $U = X - Y$ ,  $V = X + Y$ , 则  $U$  与  $V$  必然 ( )。

A. 不独立      B. 独立      C. 相关      D. 不相关

4. 设随机变量  $X$  的概率密度为  $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2}, & 0 < x < 2, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ , 则  $X$  的上  $\alpha$

分位点 ( $\alpha = 1/2$ ), 为\_\_\_\_\_

5. 设 $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 是来自正态总体  $N(0,1)$  的样本, 那么统计量

$$Y = \frac{1}{m} \left( \sum_{i=1}^m X_i \right)^2 + \frac{1}{n-m} \left( \sum_{i=m+1}^n X_i \right)^2 \text{ 服从的分布是 } \underline{\hspace{2cm}}$$

6. 设某种药品中有效成分的含量服从正态总体  $N(\mu, \sigma^2)$ , 原工艺生产的产品中有效成分的平均含量为  $a$ , 现在用新工艺试制了一批产品, 测其有效成份的含量, 以检验新工艺是否真的提高了有效成份的含量, 要求当新工艺没有提高有效成分含量时, 误认为新工艺提高了有效成分的含量的概率不超过 0.05, 那么在假设检验中, 应取原假设  $H_0$  和显著性水平  $\alpha$  分别为

\_\_\_\_\_

7. 某种零件尺寸偏差  $X$  服从正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$ ,  $\mu, \sigma^2$  未知, 今随机抽取  $n$  个零件, 测得样本均值为  $\bar{X}$ , 样本方差为  $S^2$ , 则总体数学期望  $\mu$  的置信度为  $1-\alpha$  的双侧置信区间为 \_\_\_\_\_

8. 设随机过程  $X(t) = e^{-At}, t > 0$ , 其中  $A$  是在  $(0, a)$  上服从均匀分布的随机变量, 则  $X(t)$  的自相关函数为 \_\_\_\_\_

得 分

、二、甲、乙两人同时向同一飞行目标射击，击中的概率分别为 0.4, 0.5，如果只有一个人击中，则目标被击落的概率为 0.2；如果有两个人击中，则目标被击落的概率为 0.6。求目标被击落的概率。（注：每人只射击一次）（本题 10 分）

得 分

、三、设二维随机变量  $(X,Y)$  的联合密度函数

$$f(x,y) = \begin{cases} 2e^{-2x-y}, & x > 0, y > 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases},$$

求 (1)  $X,Y$  的边缘概率密度函数。

(2)  $X,Y$  是否相互独立

(3)  $Z = \max\{X,Y\}$  的分布函数。

(4)  $Z = \max\{X,Y\}$  的概率密度函数。（本题 20 分）

得 分

、四、一工厂生产的某种设备的寿命  $X$ （以年计）服从指数分布，概率密度为：

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{5} e^{-x/5} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$

工厂规定，出售的设备若在一年内损坏可予以调换。若工厂售出一台设备可赢利 150 元，调换一台设备厂方需花费 260 元。试求厂方出售一台设备净赢利的数学期望。（本题 13 分）

得 分

、五、某人作独立重复射击，每次击中目标的概率均为  $p$ ，它在第  $X$  次射击时，首次击中目标，

（1）试写出  $X$  的分布律

（2）以此  $X$  为总体，从中抽取简单随机样本，得到样本观察值  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ，试求未知参数  $p$  的最大似然估计量

（本题 15 分）

得 分

、六、某彩电公司每月生产 20 万台背投彩电，次品率为 0.0005. 检验时每台次品未被查出的概率为 0.01. 试用中心极限定理求每月检验后出厂的彩电中次品数超过 3 台的概率. (本题 10 分)

附表：标准正态分布数值表     $\chi^2$  分布数值表    t 分布数值表

$\Phi(0.28) = 0.6103$	$\chi^2_{0.05}(4) = 9.488$	$t_{0.025}(15) = 2.1315$
$\Phi(1.96) = 0.975$	$\chi^2_{0.95}(4) = 0.711$	$t_{0.05}(15) = 1.7531$
$\Phi(2.0) = 0.9772$	$\chi^2_{0.05}(5) = 11.071$	$t_{0.025}(16) = 2.1199$
$\Phi(2.5) = 0.9938$	$\chi^2_{0.95}(5) = 1.145$	$t_{0.05}(16) = 1.7459$