第一章绪论

- 几个基本概念

1 数值分析

是研究各种数学问题求解的数值计算方法

实际问题→数学模型→数值计算方法→程序设计

→上机计算求出结果

2 数学模型

对被描述的实际问题进行抽象 、简化而得到的反映实际问题有关量之间关系的计算公式。数学模型通常是近似的，不精确的

四种误差

1 模型误差

数学模型的解与实际问题的解之间的误差

2 观测误差

数学模型中包含的某些参数（如时间、长度、电压、温度等）往往通过观测而获得，由观测得到的数据与实际的数据之间的误差称为观测误差

四种误差

3 截断误差

当数学模型不能得到精确解时，通常要用数值方法求它的近似解，近似解与精确解之间的误差称为截断误差，或叫方法误差

4 舍入误差

由于计算机的字长有限，参加运算的数据以及运算结果在计算机中保存时会产生误差，称为舍入误差或计算误差

误差及其估计

- 误差估计

  讨论计算结果的误差是否满足精度要求

- 绝对误差

  设x为准确值，x^*为x的一个近似值，称$e^*=x^*-x$为近似值的绝对误差，简称误差

  当$e^*>0$时，称为强近似值

  当$e^*<0$时，称为弱近似值

-

误差及其估计

- 误差限

如果 $|e^*|$ 的一个上界已知，记为 ε^*，即 $|e^*| \leqslant \varepsilon^*$，则 ε^* 称为近似值的误差限

- 关系

由定义可知，$|x^*-x| \leqslant \varepsilon^*$，从而得到：

$-\varepsilon^* \leqslant x^*-x \leqslant \varepsilon^*$

$x^*-\varepsilon^* \leqslant x \leqslant x^*+\varepsilon^*$

用绝对误差来刻画近似数的精确程度是有局限性的，因为它没有反映出绝对误差在原数中所占的比例

误差及其估计

- 相对误差

把近似值的误差e^*与准确值x的比值

$$\frac{e^*}{x} = \frac{x^* - x}{x}$$

称为近似值x^*的相对误差，记作e^*_r

$$\frac{e^*}{x}-\frac{e^*}{x^*}=\frac{e^*（x^*-x）}{xx^*}=\frac{（e^*）^2}{x^*(x^*-e^*)}=\frac{（e^*/x^*）^2}{1-e^*/x^*}$$

当e^*/x^*很小时，$\frac{e^*}{x}$与$\frac{e^*}{x^*}$相差很小，因此实际中通常取e^*/x^*作为x^*的相对误差，即$e_r^*=\frac{x^*-x}{x^*}$

- 相对误差限

相对误差绝对值的上界叫做相对误差限，记作 ε^*_r，即

$$\varepsilon_r^* = \frac{\varepsilon^*}{|x^*|}$$