信息学院本科生 10--11 学年第 1 学期《概率论与数理统计》课程期末考试试卷（A 卷）

草 稿 区

专业： **年级：** **学号：** **姓名：** **成绩：**

得 分

一 、填空（共 20 分，每小题 4 分）：

1、设两个相互独立的事件 A 和 B 都不发生的概率为 1/9，A 发生 B 不发生的概率与 A 不发生 B 发生的概率相等，则 P(A)= ________________

2、已知 (X,Y) 的联合分布率为

$X \backslash Y$	1	2	3
1	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{18}$
2	$\frac{1}{3}$	a	b

且 X 与 Y 相互独立，则

$a=$______， $b=$_________

3、设随机变量 X 的方差 $D(X)=1$,用切比雪夫不等式估计得 $P\{|X-E(X)|\geq 2\}\leq$___________。

4、设总体 X~N(0, σ 2)， X_1， X_2， X_3， X_4 为总体 X 的样本，则 $Y=\frac{(X_1+X_2)^2}{(X_3+X_4)^2}$

服从自由度为____________分布。

5、设总体 $X \sim U[0,\theta],(X_1,X_2,\cdots,X_n)$ 是来自 X 的样本，则 θ 的最大似然估计量是___________________。

得 分

二 、单项选择题（共 15 分，每小题 3 分）：

草 稿 区

1、设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=0.3\phi(x)+0.7\phi(\frac{x-1}{2})$，其中 $\phi(x)$ 为标准正态分布函数，则 $E(X)=$______

（A）0 （B）0.3 （C）0.7 （D）1

2、常数 b=________时，$p_k=\frac{b}{k(k+1)}$, k=1, 2, 3, ⋯ 为离散型随机变量的概率分布。

（A）2 （B）1 （C）1/2 （D）3

3、设两个相互独立的随机变量 X 和 Y 的方差分别是 6 和 3，则随机变量 2X-3Y 的方差是________

（A）51 （B）21 （C）-3 （D）36

4、设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$， $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是取自总体 X 的一个简单样本，$S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$ 则________

（A）$E(\overline{X}^2-S^2)=\mu^2-\sigma^2$ （B）$E(\overline{X}^2+S^2)=\mu^2+\sigma^2$ （C）$E(\overline{X}-S^2)=\mu-\sigma^2$ （D）$E(\overline{X}-S^2)=\mu+\sigma^2$

5、设 $X_1,X_2,\cdots X_n$ 为来自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 简单随机样本，$\overline{X}$ 是样本均值，记 $S_1^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$，

$S_2^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$，$S_3^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2$，$S_4^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2$，

则服从自由度为 $n-1$ 的 t 分布的随机变量是________

（A） $t=\frac{\overline{X}-\mu}{S_1/\sqrt{n-1}}$ （B） $t=\frac{\overline{X}-\mu}{S_2/\sqrt{n-1}}$ （C） $t=\frac{\overline{X}-\mu}{S_3/\sqrt{n}}$ （D） $t=\frac{\overline{X}-\mu}{S_4/\sqrt{n}}$

得 分

三 、解答题（12 分）：

草 稿 区

某种仪器有甲、乙、丙三个部件组装而成，假定各部件的质量互不影响，且优质品率都是 0.8。如果三个部件全是优质品，那么组装后的仪器一定合格；如果有两个优质品，那么仪器合格概率为 0.9；如果仅有一个优质品，那么仪器合格的概率为 0.5；如果三个全不是优质品，那么仪器合格的概率为 0.2。

（1） 求仪器的不合格率；（8 分）

（2） 已知某台仪器不合格，求它的三个部件中恰有一个不是优质品的概率。（4 分）

得 分

四 、解答题（11 分）：

设二维随机变量(X, Y)的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}2-x-y, & 0<x<1, 0<y<1,\\ 0, & \text{其它}.\end{cases}$$

(1) 求 $P\{X>2Y\}$；（5 分）

(2) 求 Z＝$X+Y$ 的概率密度 $f_Z(z)$． （6 分）

得 分

五 、解答题（共 11 分）:

（1）设 X ~b (n , p)　求 Cov (X, n−X)　　（5 分）

（2）设 (X,Y) 的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{4}[1+xy(x^2-y^2)], & |x|<1, |y|<1\\ 0, & 其它\end{cases}$

问 X 与 Y 是否独立？，是否相关？（6 分）

草 稿 区

草 稿 区

得 分

六、解答题（共 12 分）：

设 0.5, 1.25, 0.8, 2 是来自总体 X 的样本，已知 $Y = \ln X \sim N(\mu, 1)$

（1）求 X 的数学期望 E(X)=b （4 分）

（2）求 μ 的置信度为 0.95 的置信区间 （4 分）

（3）利用上述结果，求 b 的置信度为 0.95 的置信区间 （4 分）

(查表 $Z_{0.025} = 1.96$)

得 分

七 、解答题（9 分）：

某元件的寿命 X（以小时计）服从正态分布 N(μ , σ ²)， μ 与 σ ² 均未知，现测得 16 只元件的寿命样本均值 $\bar{x}$= 241.5，样本方差 S^2=98.73²， 问在显著性水平 α =0.05 下，是否有理由认为元件的平均寿命大于 225。（$H_0: \mu \le \mu_0 = 225; H_1: \mu > \mu_0 = 225$）

（ $t_{0.05}(15)$=1.7531 $t_{0.025}(15)$=2.1315 $t_{0.05}(16)$=1.7459 $t_{0.025}(16)$=2.1199 ）

草 稿 区

得 分

八、解答题（10 分）：

设 A，B 是相互独立的两个随机变量， 且 $A \sim N(0,1)$，$B \sim U(0,2)$ ，

试求随机过程$\{X(t)=At+B, t\in(-\infty,+\infty)\}$ 的均值函数和自相关函数。