信息学院本科生 2011--2012 学年第 1 学期《概率论与数理统计》课程期末考试试卷（A 卷）

草 稿 区

任课老师：　　　　专业：　　　　年级：　　　　学号：　　　　姓名：　　　　成绩:

得 分

一 、填空（共 24 分，每小题 4 分）：

1、小王参加“智力大冲浪”游戏，他能答出甲、乙二类问题的概率分别为 0.7 和 0.2,两类问题都能答出的概率为 0.1。小王两类问题都答不出的概率为____________。

2、设 X 和 Y 为两个随机变量，且 $P\{X \geq 0, Y \geq 0\} = \frac{3}{7}, P\{X \geq 0\} = P\{Y \geq 0\} = \frac{4}{7}$，

则 $P\{\max(X,Y) \geq 0\} =$____________。

3、设 $D(X)$＝4， $D(Y)$＝9， ρ_{XY}＝0.5,则 $D(X-Y)$＝____________。

4、设随机变量 X 的数学期望 $E(X)=75$,方差 $D(X)=5$,用切比雪夫不等式估计得 $P\{|X-75| \geq k\} \leq 0.05$，则 $K =$____________。

5、设离散型随机变量 X 分布律为 $P\{X=k\}=5A(1/2)^k \quad (k=1,2,\cdots)$，则 $A=$____________。

6、设总体 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$， μ,σ^2 均为未知参数，设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自正态总体 X 的样本，关于 μ 的置信度为 1-α 的置信区间长度 L 的平方的数学期望为____________。

得 分

二 、单项选择题（共 24 分，每小题 4 分）：

1、某人向同一目标独立重复射击,每次射击命中目标的概率为 p(0<p<1), 则此人第 4 次射击恰好第 2 次命中目标的概率为______

(A) $3p(1-p)^2$.　　(B) $6p(1-p)^2$.　　(C) $3p^2(1-p)^2$.　　(D) $6p^2(1-p)^2$

草 稿 区

2、已知 X_1,X_2 相互独立, X_1,X_2 的分布律如下表，则下面结论正确的是______

X_1	0	1
P	0.5	0.5

X_2	0	1
P	0.5	0.5

(A） $X_1 = X_2$　　(B） $P\{X_1 = X_2\} = 1$　　(C） $P\{X_1 = X_2\} = 1/2$　　(D）以上答案都不正确

3、设随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu_1,\sigma_1^2)$，随机变量 Y 服从正态分布 $N(\mu_2,\sigma_2^2)$，且 $P(|X-\mu_1|<1) > P(|Y-\mu_2|<1)$，则必有______

(A） $\sigma_1 < \sigma_2$　　(B） $\sigma_1 > \sigma_2$　　(C） $\mu_1 < \mu_2$　　(D） $\mu_1 > \mu_2$

4、设随机变量的分布函数 $F(x)=\begin{cases} 0 & x<0 \\ \dfrac{1}{2} & 0 \le x < 1 \\ 1-e^{-x} & x \ge 1 \end{cases}$，则 $P\{X=1\}=$______

（A）0　　（B）$\dfrac{1}{2}$　　（C）$\dfrac{1}{2}-e^{-1}$　　（D）$1-e^{-1}$

5、设 X_1,X_2,X_3,X_4 为来自正态总体 $X \sim N(0,1)$ 的简单随即样本，则统计量 $\dfrac{X_1+X_2}{\sqrt{X_3^2+X_4^2}}$ 服从的分布为

（A） $t(2)$　　（B） $t(3)$　　（C） $F(1,2)$　　（D） $F(2,2)$

6、设 X_1,X_2,X_3 相互独立同服从参数 λ=3 的泊松分布，令 $Y=\dfrac{1}{3}(X_1+X_2+X_3)$,则 E($Y^2$)=_________

(A）1　　(B）8　　(C）10　　(D）6

得 分

三 、解答题（12 分）:

甲,乙,丙三人同时对飞机进行射击, 甲,乙,丙击中的概率分别为 0.4,0.5, 0.7, 飞机被一人击中而被击落的概率为 0.2 ,被两人击中而被击落的概率为 0.6 , 若三人都击中飞机必定被击落。甲,乙,丙三人的射击相互独立。

（1） 求有且仅有一人击中飞机的概率 P(A_1);（4 分）

（2） 求飞机被击落的概率;（4 分）

（3） 若飞机被击落，求被有且仅有两人击中的概率;（4 分）

草 稿 区

得 分

四 、解答题（10 分）：

设二维随机变量(X,Y)的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}1, 0<x<1, 0<y<2x,\\ 0, \quad\quad 其他.\end{cases}$$

求：（I）(X,Y)的边缘概率密度 $f_X(x), f_Y(y)$；（4 分）

（II）$Z=2X-Y$ 的概率密度;（4 分）

（III）$P\{Y\le\frac{1}{2}\mid X\le\frac{1}{2}\}$；（4 分）

得 分

五 、解答题（共 10 分）：

设 $X_1,X_2,\ldots X_n$ 是取自总体 X 的一个样本， $X \sim f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{\theta}e^{-(x-\mu)/\theta}, & x \ge \mu \\ 0, & \text{其它}\end{cases}$ θ,μ为未知参数

其中θ>0,求θ,μ的最大似然估计.

草 稿 区

得 分

六 、解答题（10 分）：

某台机器加工某种零件，规定零件长度为 100cm，标准差不超过 2cm，每天定时检查机器运行情况，某日抽取 10 个零件，测得平均长度 $\bar{x}=101\,\text{cm}$，样本标准差 $s=2\text{ cm}$，设加工的零件长度服从正态分布，问该日机器工作是否正常（ $\alpha=0.05$）？

得 分

七、解答题（10 分）：

设随机过程 $X(t)=e^{-At}$，$t>0$,其中 A 是在区间$(0,a)$上服从均匀分布的随机变量，试求 $X(t)$的均值函数和自相关函数。

草 稿 区

附表 1：

$$\begin{cases} t_{0.025}(8)=2.306, t_{0.025}(9)=2.262 \quad \chi_{0.025}{}^2(8)=17.535, \chi_{0.025}{}^2(9)=19.023 \\ t_{0.05}(8)=1.8595, t_{0.05}(9)=1.8331 \quad \chi_{0.05}{}^2(8)=15.507, \chi_{0.05}{}^2(9)=16.919 \end{cases}$$

附表 2：

$\Phi(1.96)=0.975$ ； $\Phi(1.65)=0.95$