

一、填空题 (本题共 32 分, 每小题 4 分, 共 8 题)

1. 假如每个人血清中含有肝炎病毒的概率为 p , 混合 n 个人的血清 (设每个人的血清中是否含有肝炎病毒是相互独立的), 则此混合血清中含有肝炎病毒的概率为_____

2. 设二维随机变量 (X, Y) 的联合密度函数为 $f(x, y) = \begin{cases} cx^2y & x^2 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$ 则常数 $c =$ _____

3. 设 $D(X) = D(Y) \neq 0$, 记 $U = X - Y$, $V = X + Y$, 则 U 与 V 必然 ()。

A. 不独立 B. 独立 C. 相关 D. 不相关

4. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2}, & 0 < x < 2, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 则 X 的上 α 分位点 ($\alpha = 1/2$),

为_____

带格式的: 无下划线

5. 设 (X_1, X_2, \dots, X_n) 是来自正态总体 $N(0, 1)$ 的样本, 那么统计量

$Y = \frac{1}{m} (\sum_{i=1}^m X_i)^2 + \frac{1}{n-m} (\sum_{i=m+1}^n X_i)^2$ 服从的分布是_____

带格式的: 缩进: 首行缩进: 0.04 字符, 右 0.29 字符

6. 设某种药品中有效成分的含量服从正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$, 原工艺生产的产品中有效成分的平均含量为 a , 现在用新工艺试制了一批产品, 测其有效成份的含量, 以检验新工艺是否真的提高了有效成份的含量, 要求当新工艺没有提高有效成分含量时, 误认为新工艺提高了有效成分的含量的概率不超过 0.05, 那么在假设检验中, 应取原假设 H_0 和显著性水平 α 分别为_____

7. 某种零件尺寸偏差 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, μ, σ^2 未知, 今随机抽取 n 个零件, 测得样本均值为 \bar{X} , 样本方差为 S^2 , 则总体数学期望 μ 的置信度为 $1-\alpha$ 的双侧置信区间为_____

8. 设随机过程 $X(t) = e^{-At}$, $t > 0$, 其中 A 是在 $(0, a)$ 上服从均匀分布的随机变量, 则 $X(t)$ 的自相关函数为_____

2007—2008 学年《概率论与数理统计》A 卷

二、甲、乙两人同时向同一飞行目标射击，击中的概率分别为 0.4, 0.5, 如果只有一个人击中，则目标被击落的概率为 0.2; 如果有两个人击中，则目标被击落的概率为 0.6。求目标被击落的概率。(注：每人只射击一次) (本题 10 分)

三、设二维随机变量 (X,Y) 的联合密度函数 $f(x,y) = \begin{cases} 2e^{-2x-y}, & x > 0, y > 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$,

求 (1) X,Y 的边缘概率密度函数。

(2) X,Y 是否相互独立

(3) $Z = \max\{X,Y\}$ 的分布函数。

(4) $Z = \max\{X,Y\}$ 的概率密度函数. (本题 20 分)

四、一工厂生产的某种设备的寿命 X (以年计) 服从指数分布，概率密度为：

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{5}e^{-x/5} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$

工厂规定，出售的设备若在一年的损坏可予以调换。若工厂售

出一台设备可赢利 150 元，调换一台设备厂方需花费 260 元。试求厂方出售一台设备净赢利的数学期望。(本题 13 分)

五、某人作独立重复射击，每次击中目标的概率均为 p ，它在第 X 次射击时，首次击中目标，

(1) 试写出 X 的分布律

(2) 以此 X 为总体，从中抽取简单随机样本，得到样本观察

值 (x_1, x_2, \dots, x_n) ，试求未知参数 p 的最大似然估计量 (本题 15 分)

六、某彩电公司每月生产 20 万台背投彩电，次品率为 0.0005. 检验时每台次品未被查出的概率为 0.01. 试用中心极限定理求每月检验后出厂的彩电中次品数超过 3 台的概率. (本题 10 分) (注：可根据附表找近似的分位点)

带格式的：缩进：首行缩进： 0 字符，右 0.29 字符

附表：标准正态分布数值表 χ^2 分布数值表 t 分布数值表

$\Phi(0.28) = 0.6103$	$\chi^2_{0.05}(4) = 9.488$	$t_{0.025}(15) = 2.1315$
$\Phi(1.96) = 0.975$	$\chi^2_{0.95}(4) = 0.711$	$t_{0.05}(15) = 1.7531$
$\Phi(2.0) = 0.9772$	$\chi^2_{0.05}(5) = 11.071$	$t_{0.025}(16) = 2.1199$
$\Phi(2.5) = 0.9938$	$\chi^2_{0.95}(5) = 1.145$	$t_{0.05}(16) = 1.7459$