

线性代数

刘忠信

自动化与智能科学系

Izhx@nankai.edu.cn

课程性质

《线性代数》是高等院校理工(非数学)类各专业的一门公共基础课,是大学生培养计划中非常有效的一门素质教育课程。

本院学数学一。

数学素质

日本数学教育家米山国藏指出: "无论对于科学工作者、技术人员,还是数学教育工作者,最重要的就是**数学的精神、思想和方法**,而数学则只是第二位的。"

课程的任务

主要内容: 研究代数学中线性关系的经典理论。

学生应该具备本课程的基本理论知识,并能熟练地掌握和运用。

通过这门课程的学习:

- ①获得线性代数方面的基本知识和必要运算技能;
- ②继续培养严密的逻辑思维能力和数学的思想方法;
- ③运用数学方法分析问题和解决问题的能力,为学习 有关专业课程和扩大数学知识方面提供必要的数学基础。

教材和学习内容

《高等数学》(第三册)(第三版)四川大学数学学院高等数学教研室编,北京:高等教育出版社2010

教学内容:课本第一部分线性代数全部1-7章,主要内容包括

矩阵、行列式、向量、线性方程组、二次型、线性空间和线性变换以及欧氏空间。

(以矩阵为主线)

主要研究三种对象:矩阵、方程组和向量。

参考书

一般6章7章的较合适。(理工科适用)

各种辅导、解题分析、例题精解、解题方法等均可。

注意: 初期不要看太多综合题目, 因涉及诸多综合知识, 包括高等数学方面的一些知识。

- 同济大学《线性代数》(第三/四/五/六版)相关参考书
- 线性代数要点与解题,魏战线编,西安:西安交通大学出版社 2006
- 线性代数典型题精讲 (第三版),许甫华编, 大连:大连理工大学出版社 2006
- 线性代数复习指导,版本众多,如:马杰主编,北京:机械工业出版社
- 线性代数学习指导,版本众多,如:高等数学教学与命题组编,北京:中国林业出版社

课程特点

- 课时少,概念多,定理多,内容抽象而实例少。
- · 入门后简单:概念、引理、定理多,故开始觉得有一定难度。但入门后学习较简单,故一定要尽快入门。

怎样学好《线性代数》

- 1. 认真听讲、做作业,有时间复习,做到温故而知新——幼儿园、小学的要求。
- 2. 理解记忆——掌握好每一个定义、定理和引理。 注意相关概念之间的联系和区别;搞清公 式、定理成立的条件,不能张冠李戴;同时注 意语言叙述表达应准确、简明。

3. 多做题,做到举一反三——自小学开始的要求。

著名数学家、教育家乔治·波利亚(G·Polya): "解题可以认为是人最富有特征的活动。……解题 是一种本领,就像旅游、滑雪、弹钢琴一样,你只 能靠模仿和实践才能学会。......你想从解题中得到 最大的收获, 就应该在新做的题目中找出它的特征, 那些特征在求解其他问题时,能起到指导作用。一 种解题方法,若是经过你自己的努力得到的,那么 对你来讲,它就是一种楷模,碰上类似的问题时, 就成为供你仿照的模型。"

4. 掌握并会使用课本中出现的各种思想方法,如初等变换、等价分类的思想等。

线性代数中有诸多思想方法,其核心是<mark>等价分类求标准形的思想方法</mark>以及贯穿全书始终的<u>初等变换的方法</u>。这种方法的实质是:将问题化繁为简,化多为少,化大为小,并且保证事物的某些根本性质不变。

5. 掌握常见的解决问题的方法。如从特殊到一般、 反证法、归纳法、分情况讨论等。

考核

- 闭卷,目前是学院统一命题和考试。
- · 平时成绩(上课考勤、作业、测验等)20%,期末考试80%。



预备知识

一、关于连加号"∑"

在数学中常碰到若干个数连加的式子,如:

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n \tag{1}$$

为简单起见,我们把(1)记成

$$\sum_{i=1}^{n} a_i \quad \vec{\mathbf{g}} \quad \sum_{i=1}^{n} a_i$$

 a_i 表示一般项,连加号上下的写法表示i的取值从1到n。

例如:
$$1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \sum_{i=1}^n i^2$$

$$(x+y)^n = \sum_{i=0}^n C_n^i x^{n-i} y^i$$

式中的 i 称为求和指标,它只起一个辅助作用。

只要不与连加符号中出现的其它指标相混,用什么字母作为求和指标是任意的。如:

$$a_{i1} + a_{i2} + \dots + a_{in} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} = \sum_{t=1}^{n} a_{it}$$

多重连加号:

$$\sum_{i=1}^{s} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} = \sum_{i=1}^{s} (a_{i1} + a_{i2} + \dots + a_{in}) = \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{s} a_{ij}$$

即在双重连加号中, 连加号的次序可以颠倒。

有时,在连加号下写出指标适合的条件,如:

$$\sum_{i+j=t}^{n} a_i b_j, \qquad \sum_{i=2}^{n} \sum_{j < i} a_{ij}$$

二、关于连乘号"Ⅱ"

同样,用连乘符号也可以简化式子,如:

$$\prod_{i=1}^{n} a_i = a_1 a_2 \cdots a_n$$

$$\prod_{1 \le j < i \le n} (x_i - x_j) = (x_2 - x_1)(x_3 - x_1) \cdots (x_n - x_1)$$

$$\times (x_3 - x_2) \cdots (x_n - x_2)$$

$$\times \cdots$$

$$\times (x_n - x_{n-1})$$