08--09 学年第 1 学期《概率论与数理统计》期末考试 B 卷答案

一，填空

1.

Z	0	1
P	1/4	3/4

2. 2
3. $y^{-1/4}$
4. 2/5
5. 无偏性，有效性，一致性
6. $(2e^{-2})(\frac{e^{-8}8^4}{4!})=0.0155$
7. $\left(\bar{X}\pm\frac{\sigma}{\sqrt{n}}z_{\alpha/2}\right)$
8. $\sigma^2 cos\omega(t_2-t_1)$
9. 0.3
10. ③

二，解答题

解：$E(X)=0.1\times1+0.6\times2=1.3$

$E(Y)=0.3\times1+0.4\times2=1.1$

$\mathrm{cov}(X,Y)=E\left\{\left[x-E(x)\right]\cdot\left[y-E(y)\right]\right\}=1.3\times1.1\times0.1-0.7\times1.1\times0.2$

$+0.3\times0.1\times0.1-0.9\times0.3\times0.2-0.9\times1.3\times0.2+0.7\times0.9\times0.2$

=-0.269

三.解答题

解：$E(X)=\int_0^\theta x\frac{2x}{\theta^2}dx=\frac{2}{3}\theta=\bar{X}$

故 θ 的矩估计量为 $\hat{\theta}=\frac{3}{2}\bar{X}$

似然函数 $L(\theta)=\prod_{i=1}^{n}f(x_i;\theta)=\begin{cases}(\theta)^{-2n}2^n\prod_{i=1}^{n}x_i, 0\le x_i\le\theta \\ 0, 其它\end{cases}$,

故 $\frac{d\ln L(\theta)}{d\theta}=\frac{d}{d\theta}(-2n\ln\theta+n\ln2+\ln\prod_{i=1}^{n}x_i)=\frac{-2n}{\theta}=0$ ，无解，

则直接由 $L(\theta)$ 表达式可看出 θ 越小， $L(\theta)$ 越大，同时 $\theta\ge x_i$，i=1,2,…,n,

故 θ 的极大似然估计量为 $\hat{\theta}=\max_{1\le i\le n}\left\{X_i\right\}=X_{(n)}$

四.解答题

解：设 $X_i=\begin{cases}1,\ \text{i号盒中有球}\\0,\text{i号盒中无球}\end{cases}$

$X=X_1+X_2+\ldots\ldots+X_m$

$P\{X_i=0\}=\frac{(M-1)^n}{M^n}$

$P\{X_i=1\}=1-\frac{(M-1)^n}{M^n}$

$E[X_i]=1-\frac{(M-1)^n}{M^n}$

$E[X]=\sum_{i=1}^{M}E[X_i]=M$【$1-\frac{(M-1)^n}{M^n}$】

五.解答题

解：$f_X(x)=\begin{cases}1/2,0\le \mathrm{x}\le 2\\0,\text{其它}\end{cases}$

$f_Y(y)=\begin{cases}1,0\le \mathrm{y}\le 1\\0,\text{其它}\end{cases}$

$\therefore f_Z(x,y)=f_X(x)\cdot f_Y(y)=\begin{cases}1/2,0\le \mathrm{x}\le 2,0\le y\le 1\\0,\text{其它}\end{cases}$

六.解答题

解：$E(x)=10^6\times\frac{1}{1000}\times\frac{1}{100}=10$

$D(x)=10^6\times\frac{1}{10^5}\times\frac{99999}{10^5}=10$

$\therefore P\left\{\frac{\sum_{i=1}^{10^6}X_i-E(x)}{\sqrt{99999}}\le\frac{15-10}{\sqrt{99999}}\right\}=\Phi($0.016）=0.5080

七.解答题

解：成绩 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$， μ 和 σ^2 均为未知参数.

需检验的假设为

$$H_0:\mu=70;H_1:\mu\neq 70$$

σ^2 未知，用 t 检验法. 在 H_0 成立的条件下，统计量 $T=\dfrac{\overline{X}-70}{S/\sqrt{n}}\sim t(n-1)$，

将 $n=36$， $\overline{X}=66.5$ ， $S^2=15^2$，代入计算得 $\mathrm{T}=-1.4$.

$\alpha=0.05$，查表得 $t_{0.025}(35)=2.0301$，

因为 $\left|T\right|=1.4<t_{0.025}(35)$，

故接受原假设 H_0，即可以认为这次考试考生的平均成绩为 70 分.