



Chpt.8 Statistical Inference: Hypothesis Testing

第八章 假设检验

pp. 1



8.3 正态总体方差的假设检验

- (一) 单个正态总体方差的假设检验
- (二) 两个正态总体方差比的假设检验



χ^2 分布

$$\frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2 \sim \chi^2(n)$$

$$\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$$

忽略均值 μ 是否已知，关于方差 σ^2 检验的统计量选此

F 分布

$$\frac{S_1^2 / S_2^2}{\sigma_1^2 / \sigma_2^2} \sim F(n_1 - 1, n_2 - 1)$$

8.3 正态总体方差的假设检验



(一) 单个正态总体方差的假设检验

设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, X_1, X_2, \dots, X_n 是来自 X 的样本, 要求对 σ 做出各种检验。

$$\text{假设 } H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2 \quad H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$$

按照前面的步骤, 选择蕴含假设, 但是不包含未知参数的统计量。



假设 $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$ $H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$

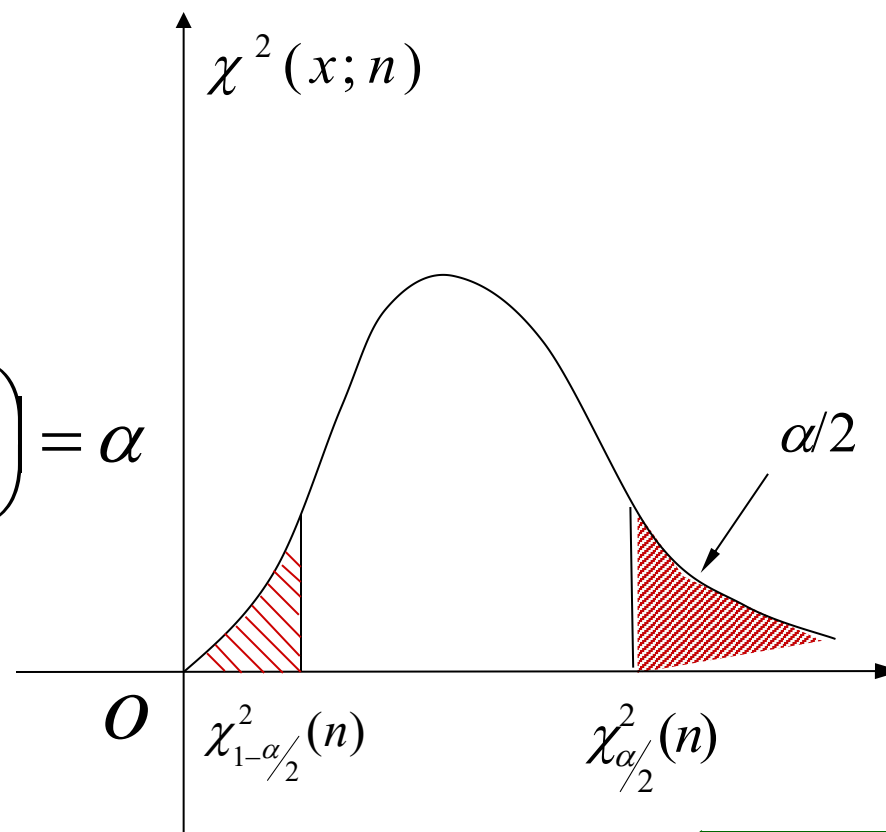
如果承认 H_0 , 那么 $\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \sim \chi^2(n-1)$, 其对应的小概率事件可以考虑为接近原点及远离原点时的区间。

对于给定的显著水平 α , 取两个临界点 $\chi_{1-\alpha/2}^2$, $\chi_{\alpha/2}^2$

$$P\left(\chi^2 < \chi_{1-\alpha/2}^2\right) + P\left(\chi^2 > \chi_{\alpha/2}^2\right) = \alpha$$

拒绝域为:

$$\chi^2 < \chi_{1-\alpha/2}^2 \text{ 或 } \chi^2 > \chi_{\alpha/2}^2$$



$$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$$



原假设 H_0	备择假设 H_1	在显著水平 α 下关于原假设 H_0 的拒绝域
$\sigma^2 = \sigma_0^2$	$\sigma^2 \neq \sigma_0^2$	$\chi^2 \leq \chi_{1-\alpha/2}^2(n-1) \cup \chi^2 \geq \chi_{\alpha/2}^2(n-1)$
$\sigma^2 \leq \sigma_0^2$	$\sigma^2 > \sigma_0^2$	$\chi^2 \geq \chi_{\alpha}^2(n-1)$
$\sigma^2 \geq \sigma_0^2$	$\sigma^2 < \sigma_0^2$	$\chi^2 \leq \chi_{1-\alpha}^2(n-1)$



例1：自动车床加工的某种零件的直径(单位：mm) 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$

原来的加工精度 $\sigma^2 \leq 0.09$ ，经过一段时间后，要检验是否保持原来的加工精度，为此，从该车床加工的零件中抽取 30 个，测得数据如下：

零件直径	9.2	9.4	9.6	9.8	10.0	10.2	10.4	10.6	10.8
频 数	1	1	3	6	7	5	4	2	1

问：现在的加工精度是否显著变差 (取显著水平 $\alpha=0.05$) ?

解：要检验的假设是： $H_0: \sigma \leq \sigma_0 = 0.3$; $H_1: \sigma > \sigma_0 = 0.3$



因未知 μ ，考虑统计量 $\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$ 。

已知 $\sigma_0^2 = 0.09$ ， $n=30$ ，且样本方差 $s^2 \approx 0.1344$

由此得统计量 χ^2 的观测值 $\chi^2 = \frac{(30-1) \times 0.1344}{0.09} \approx 43.3$

查表得 $\chi_{\alpha}^2(n-1) = \chi_{0.05}^2(29) = 42.6$

因 $\chi^2 = 43.3 > \chi_{0.05}^2(29) = 42.6$

所以拒绝原假设 $H_0: \sigma \leq \sigma_0 = 0.3$ ，接受备择假设 $H_1: \sigma > \sigma_0 = 0.3$

即在显著水平 $\alpha=0.05$ 下，认为该车床的加工精度变差了。

(二) 两个正态总体方差比的假设检验



总体 $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ ，从中抽取 n_1 个样本 X_1, X_2, \dots, X_{n_1}

总体 $Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ ，从中抽取 n_2 个样本 Y_1, Y_2, \dots, Y_{n_2}

X, Y 的样本均值及样本方差分别为 $\bar{X}, S_1^2; \bar{Y}, S_2^2$

问题：考虑对于方差的假设检验：

$$H_0: \sigma_1^2 \leq \sigma_2^2 \quad H_1: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$$

要体现 σ_1 与 σ_2 关系，用

$$\frac{S_1^2 / S_2^2}{\sigma_1^2 / \sigma_2^2} \sim F(n_1 - 1, n_2 - 1)$$

(二) 两个正态总体标准差的假设检验-- F 检验法



假设 H_0 成立，寻求一个小概率事件，进一步根据抽样值进行判断。这是一个比较特殊的，取上述分布的 α 分位点 F_α

注意到 S_1^2, S_2^2 是 σ_1^2, σ_2^2 的无偏估计，当 H_0 为真时 $\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} \geq 1$

$$\left\{ \frac{S_1^2}{S_2^2} \geq F_\alpha \right\} \subset \left\{ \frac{S_1^2}{S_2^2} \times \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} \geq F_\alpha \right\}$$

判断 $\frac{S_1^2}{S_2^2} \geq F_\alpha$ 成立否，如成立，那必然有 $\frac{S_1^2 / \sigma_1^2}{S_2^2 / \sigma_2^2} \geq F_\alpha$

$$P \left\{ \frac{S_1^2}{S_2^2} \geq F_\alpha \right\} < P \left\{ \frac{S_1^2 / \sigma_1^2}{S_2^2 / \sigma_2^2} \geq F_\alpha \right\} = \alpha$$

即小概率事件发生了，就可以否定 $H_0: \sigma_1^2 \leq \sigma_2^2$



原假设 H_0	备择假设 H_1	在显著水平 α 下关于原假设 H_0 的拒绝域
$\sigma_1^2 = \sigma_2^2$	$\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$	$\frac{S_1^2}{S_2^2} \geq F_{\alpha/2}(n_1 - 1, n_2 - 1)$ $\cup \frac{S_1^2}{S_2^2} \leq F_{1-\alpha/2}(n_1 - 1, n_2 - 1)$
$\sigma_1^2 \leq \sigma_2^2$	$\sigma_1^2 > \sigma_2^2$	$\frac{S_1^2}{S_2^2} \geq F_{\alpha}(n_1 - 1, n_2 - 1)$
$\sigma_1^2 \geq \sigma_2^2$	$\sigma_1^2 < \sigma_2^2$	$\frac{S_1^2}{S_2^2} \leq F_{1-\alpha}(n_1 - 1, n_2 - 1)$



例2：测得两批电子器材的样本的电阻为（单位： Ω ）

第一批：0.140 0.138 0.143 0.142 0.144 0.137

第二批：0.135 0.140 0.142 0.136 0.138 0.140

设这两批器材的电阻均服从正态分布

问：这两批电子器件电阻的方差是否存在显著差异（显著度
 $\alpha=0.05$ ）



例2：测得两批电子器材的样本的电阻为（单位： Ω ）

第一批：0.140 0.138 0.143 0.142 0.144 0.137

第二批：0.135 0.140 0.142 0.136 0.138 0.140

设这两批器材的电阻均服从正态分布

问：这两批电子器件电阻的方差是否存在显著差异（显著度
 $\alpha=0.05$ ）

解 这是一个两正态总体的方差检验问题，用 **F 检验法**

假设 $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$; $H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ 由样本观测数据得

$$S_1^2 = 0.0028^2; S_2^2 = 0.0027^2 \quad F = 1.108 \quad \text{而} \quad F_{\alpha/2}(5, 5) = 7.15$$

$$F_{1-\alpha/2}(5, 5) = \frac{1}{7.15} \approx 0.14 \quad \text{得} \quad F_{1-\alpha/2}(5, 5) < F < F_{\alpha/2}(5, 5)$$

所以，接受原假设，即可认为两批电子器材的方差相等



例3：对甲、乙两种玉米进行评比试验，得如下产量资料：

甲：951 966 1008 1082 983

乙：730 864 742 774 990

问：这两种玉米的产量差异有没有统计意义？($\alpha = 0.05$)



例3：对甲、乙两种玉米进行评比试验，得如下产量资料：

甲：951 966 1008 1082 983

乙：730 864 742 774 990

问：这两种玉米的产量差异有没有统计意义？（ $\alpha = 0.05$ ）

解：理解这个问题，就是要检验两种玉米的产量均值是否有差异

此处，可以假设玉米产量服从正态分布

$$\text{甲： } X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$$

$$\text{已： } Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$$



检验玉米产量的差异方法：

[1] 先看看二者的方差是否相等 $\sigma_1 = \sigma_2$

[2] 再检验均值是否相等 $\mu_1 = \mu_2$

解： 先对方差作检验： $H_{10} : \sigma_1 = \sigma_2$, $H_{11} : \sigma_1 \neq \sigma_2$

$$\bar{x} = 998.0, \quad s_1^2 = 51.5^2; \quad \bar{y} = 820.0, \quad s_2^2 = 108.6^2$$

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2} = \frac{51.5^2}{108.6^2} \approx 0.225$$

$$F_{\alpha/2}(4, 4) = 9.60$$

$$F_{1-\alpha/2}(4, 4) = \frac{1}{9.60}$$

因为 $F_{1-\alpha/2}(4, 4) < F < F_{\alpha/2}(4, 4)$ ，所以可认为甲、乙两种玉米的方差没有显著差异，即可认为 $\sigma_1 = \sigma_2$ 。



解：再对均值作检验：

$$H_{20} : \mu_1 = \mu_2, \quad H_{21} : \mu_1 \neq \mu_2$$

前面已检验方差相等，故用 T 检验，自由度为 $5+5-2=8$

$$\frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - (\mu_1 - \mu_2)}{S_w \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \sim t(n_1 + n_2 - 2)$$

$$\bar{x} = 998.0, \quad s_1^2 = 51.5^2; \quad \bar{y} = 820.0, \quad s_2^2 = 108.6^2$$

$$|T| = \frac{|998 - 820|}{\sqrt{\frac{51.5^2 \times 4 + 108.6^2 \times 4}{8}} \sqrt{\frac{1}{5} + \frac{1}{5}}} \approx 3.31 > 2.306 = t_{0.025}(8)$$

所以拒绝原假设 H_0 。即认为两种玉米的产量差异有统计意义。



例4: 药厂生产一种新的止痛药，厂方希望验证服用新药品后至开始起作用的时间间隔较原来的止痛药至少缩短一半，因此厂方提出需要检验的假设为

$$H_0: \mu_1 \leq 2\mu_2, H_1: \mu_1 > 2\mu_2$$

此处 μ_1 和 μ_2 分别是服用原有止痛药和服用新止痛药后至起作用的时间间隔的总体均值。设两总体均为正态分布且方差分别为 σ_1^2 和 σ_2^2 ，且是已知的。先分别在两总体中抽取样本容量为 n_1 和 n_2 的样本，设两个样本独立。试给出以上假设 H_0 的拒绝域的形式。设显著水平为 α 。



8.4* 非正态总体参数的假设检验

8.4 非正态总体参数的假设检验



检验假设 $H_0: \theta = \theta_0$; $H_1: \theta \neq \theta_0$

对给定的显著水平 α , 确定 $z_{\alpha/2}$ 使

$$P\left\{|Z| \geq z_{\alpha/2}\right\} = P\left\{\left|\frac{\bar{X} - \mu(\theta_0)}{\sigma(\theta_0)/\sqrt{n}}\right| \geq z_{\alpha/2}\right\} \approx \alpha$$

若由样本观测值 x_1, x_2, \dots, x_n 算得 Z 的观测值的绝对值大于 $z_{\alpha/2}$,

则拒绝原假设 $H_0: \theta = \theta_0$, 接受备择假设 $H_1: \theta \neq \theta_0$ 。

否则, 接受 $H_0: \theta = \theta_0$,

即在显著水平下 α , 原假设的拒绝域为 $(-\infty, -z_{\alpha/2})$ 或 $(z_{\alpha/2}, \infty)$ 。



例5：一枚硬币掷495次，结果为：出现正面220次；出现反面275次.

问：这枚硬币是否均匀（显著水平 $\alpha=0.05$ 下）



例5 一枚硬币掷495次，结果为：出现正面220次；出现反面275次.

问：这枚硬币是否均匀（显著水平 $\alpha=0.05$ 下）

解：设 $X = \begin{cases} 1, & \text{出现正面} \\ 0, & \text{出现反面} \end{cases}$ ， $X_i = \begin{cases} 1, & \text{第}i\text{次出现正面} \\ 0, & \text{第}i\text{次出现反面} \end{cases} \quad i = 1, \dots, 495$

则 X_1, X_2, \dots, X_{495} 是总体 X 的样本， $X \sim B(1, p)$ ，其中 p 为未知参数，且

$$P\{X = x\} = \begin{cases} 1-p & x=0 \\ p & x=1 \end{cases} \quad E(X) = p, \quad D(X) = p(1-p)$$

检验这枚硬币的均匀性，即检验假设

$$H_0: p = p_0 = 0.5, \quad H_1: p \neq p_0$$



由于样本容量 $n=495$ **足够大**，因此在原假设 H_0 成立的条件下，统计量 $Z = \frac{\bar{X} - \mu(\theta_0)}{\sigma(\theta_0)/\sqrt{n}} = \frac{\bar{X} - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)/n}}$ 近似地服从标准正态分布 $N(0, 1)$ 。

抽样检查的结果表明，在495个样本观测值中恰有220个为1，

其余为0，所以样本均值为 $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{220}{495} = 0.4444$

$$\text{而 } |z| = \frac{|0.4444 - 0.5|}{\sqrt{0.5 \times 0.5 / 495}} = 2.427 \quad z_{\alpha/2} = z_{0.025} = 1.96$$

所以得知 $|z| = 2.427 > 1.96$ ，小概率事件发生了。

因此，在显著水平 $\alpha=0.05$ 下拒绝原假设。

8.6 分布拟合检验



背景：关于总体参数的假设检验是以**总体分布形式已知**为前提的。

但实际问题，有时不能预先知道总体分布的形式。

解决之道：用假设检验的方法，根据样本的观察值判断总体是否具有某种分布

这类对总体分布形式的检验问题称为**分布拟合检验**。



例如，从1500到1931年的432年间，每年爆发战争的次数可以看作一个随机变量，据统计，这432年间共爆发了299次战争，具体数据如下：

战争次数 X	0	1	2	3	4
发生 X 次战争的年数	223	142	48	15	4

通常假设每年爆发战争的次数服从泊松分布。那么上面的数据是否有充分的理由推翻每年爆发战争的次数服从泊松分布假设？



8.6 分布拟合检验

利用总体 X 的样本观测值可以求出其统计分布，若选用某一理论分布去拟合，则无论理论分布如何选取，它与样本观测值算出来的统计分布之间总存在某些差异。

问题：

这些差异仅仅是试验次数有限导致的随机性的差异，还是所选择的理论分布与统计分布之间存在的实质性的差异呢？

为解决这个问题，数理统计中有几种不同的拟合检验法，在此仅讨论最常用的皮尔逊 χ^2 准则。



8.6 分布拟合检验

设总体 X 的分布未知，从总体中抽取一个容量为 n 的样本 X_1, X_2, \dots, X_n ，观察值 x_1, x_2, \dots, x_n ，检验总体分布是否等于某确定的分布 $F_0(x)$ 时的 χ^2 检验分下面四个步骤进行。

(1) 建立分布假设

$$H_0 : F(x) = F_0(x); \quad H_1 : F(x) \neq F_0(x).$$

$F_0(x)$ 中往往含有某些未知参数。

这时，需要先用参数估计法（如矩估计法，极大似然估计法）来**求出参数的估计**，即先做 $F_0(x; \theta)$ 中 θ 的估计 $\hat{\theta}$ 。



(2) 由样本构造相应的统计量

根据样本数据，在实数轴上选取 $k-1$ 个分点 t_1, t_2, \dots, t_{k-1} ，将数轴分成 k 个互不相交的区间 $S_i = (t_{i-1}, t_i]$ ， $i = 1, 2, \dots, k$ ，其中 $t_0 = -\infty$ ， $t_k = +\infty$

当 H_0 为真时，记 p_i 为总体 X 落在 $S_i = (t_{i-1}, t_i]$ 内的概率：

$$p_1 = P(X \leq t_1) = F_0(t_1)$$

$$p_2 = P(t_1 < X \leq t_2) = F_0(t_2) - F_0(t_1)$$

\vdots

$$p_i = P(t_{i-1} < X \leq t_i) = F_0(t_i) - F_0(t_{i-1})$$

$$p_k = P(t_{k-1} < X \leq +\infty) = 1 - F_0(t_{k-1})$$

注意当 θ 已知时， p_i 可以直接得到；否则需要通过估计量 $\hat{\theta}$ 得到的 $F_0(x; \hat{\theta})$ 计算 $p_i(\hat{\theta})$



(2) 由样本构造相应的统计量

记 m_i 为 n 个样本值中落入 $S_i = (t_{i-1}, t_i]$ 的个数，即组频数。

显然有 $\sum_{i=1}^k m_i = n$ 。

以上的目的是把X分布区间划分成多个小区间，而后判断一下样本落入此区间的频率与此区间概率的差异。

由频率的稳定性可知，在 H_0 为真的条件下， $\left| \frac{m_i}{n} - p_i \right|$ 的值很小，约趋于0。



统计量 $\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(m_i - np_i)^2}{np_i}$ ，称为 χ^2 统计量。

皮尔逊证明了：当 $n \rightarrow \infty$ 时，不论总体属于什么分布，统计量 χ^2 的分布趋于自由度为 $k - r - 1$ 的 χ^2 分布

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(m_i - np_i)^2}{np_i} \sim \chi^2(k - r - 1)$$

其中

k 为所分区间的个数

r 为被估计参数的个数

区间↵	频数↵	频率↵	概率↵
$(t_0, t_1]$ ↵	m_1 ↵	f_1 ↵	p_1 ↵
$(t_1, t_2]$ ↵	m_2 ↵	f_2 ↵	p_2 ↵
\vdots ↵	\vdots ↵	\vdots ↵	\vdots ↵
$(t_{k-1}, t_k]$ ↵	m_k ↵	f_k ↵	p_k ↵
总计↵	n ↵	1 ↵	1 ↵



(3) 对于给定的显著水平 α ，构造小概率事件

$$P(\chi^2 \geq \chi_\alpha^2) = \alpha$$

(4) 由样本观察值计算出 χ^2 的值。

若由样本观测值计算得差异度 χ^2 的值大于 χ_α^2 ，则拒绝原假设 H_0 ，否则接受 H_0 。



Remark 1: 利用皮尔逊 χ^2 准则检验总体分布的假设时, 要求样本容量 n 及观测值落在各个区间内的频数 m_i 都相当大, 一般要求

$$n \geq 50, \quad m_i \geq 5, \quad (i=1,2,\dots,l)$$

若某些区间内的频数太小, 则应把相邻的若干个区间合并, 使合并后的区间内的频数足够大(之所以如此要求: 大样本才可能成立大数定律; m_i 足够大时, m_i/n 才有意义)

Remark 2: 当假设的理论分布中含有未知参数时, 一般应利用极大似然估计法求这些参数的估计值



例6： 纺织厂检查某种布匹每 100 m² 内的疵点数，下表为检验 75 块布 (每块100 m²) 所得的疵点数样本记录：

疵点数 x_i	0	1	2	3	4	5	≥ 6
频数 m_i	20	30	15	7	2	1	0

问： 每块布的疵点数 X 是否服从泊松分布 $\pi(\lambda)$ ($\lambda > 0$) (取显著水平 $\alpha=0.05$)?

解： 检验假设 $H_0: X \sim \pi(\lambda)$; $H_1: X$ 不服从泊松分布 $\pi(\lambda)$

先求出原假设 H_0 成立时 λ 的极大似然估计值

$$\hat{\lambda} = \bar{x} = \frac{1}{75} (0 \times 20 + 1 \times 30 + 2 \times 15 + 3 \times 7 + 4 \times 2 + 5 \times 1) = 1.25$$



再按 $X \sim \pi(1.25)$ 计算概率

$$P_i = P\{i \leq X < i+1\} = P\{X = i\} = \frac{1.25^i}{i!} e^{-1.25}, \quad i = 0, \dots, 4$$

$$P_5 = P\{5 \leq X < +\infty\} = \sum_{i=5}^{+\infty} \frac{1.25^i}{i!} e^{-1.25} = 1 - \sum_{i=0}^4 \frac{1.25^i}{i!} e^{-1.25}$$

然后计算出 $(m_i - np_i)^2 / np_i$, $i = 0, \dots, 5$.

列表如下



x_i	频数 m_i	p_i	np_i	$(m_i - np_i)^2 / np_i$
0	20	0.287	21.5	0.10
1	30	0.358	26.9	0.36
2	15	0.224	16.8	0.19
3	$\left. \begin{matrix} 7 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{matrix} \right\} 10$	0.094	7.1	0.01
4		0.029	2.1	
5		0.008	0.6	
≥ 6		0	0	

得差异度 $\chi^2=0.66$ ，合并后区间数 $k = 4$ ， $\pi(\lambda)$ 未知参数个数 $r = 1$ ，

χ^2 自由度 $l = k - r - 1 = 2$ ，查表得 $\chi_{0.05}^2(2) = 5.99$

因 $\chi^2 = 0.66 < \chi_{0.05}^2(2) = 5.99$

接受原假设 H_0 ，即认为 $X \sim \pi(1.25)$ 。



例7 测量100个某种机械零件的质量(单位: g), 统计如下表

零件质量区间	频数	零件质量区间	频数
236.5~239.5	1	251.5~254.5	22
239.5~242.5	5	254.5~257.5	11
242.5~245.5	9	257.5~260.5	6
245.5~248.5	19	260.5~263.5	1
248.5~251.5	24	263.5~266.5	2

问: 这种机械零件的质量是否服从正态分布 (取显著水平 $\alpha=0.05$)?

解: 依题意, 检验假设

$H_0: X \sim N(\mu, \sigma^2)$, $H_1: X$ 不服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$.



解：已知 $n=100$ ，把各个区间的中点值取作 x_i ，分别计算参数 μ ， σ^2 的极大似然估计值：

$$\hat{\mu} = \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = 250.6 \quad \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = 26.82$$

$\hat{\sigma} = 5.18$ ，计算 $X \sim N(250.6, 5.18^2)$ 时， X 落在各个区间的概率

$$p_i = P\{\alpha_{i-1} < X < \alpha_i\} = \Phi\left(\frac{\alpha_i - 250.6}{5.18}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha_{i-1} - 250.6}{5.18}\right)$$
$$i = 1, 2, \dots, 10$$

其中 $\Phi(X)$ 为标准正态分布的分布函数，随机变量的取值为区间 $(-\infty, +\infty)$ 应把第一个区间扩大为 $(-\infty, 239.5)$ ，把最后一个区间扩大为 $(263.4, +\infty)$ 把检验所需数据整理并列表如下：



零件质量区间	m_i	p_i	np_i	$(m_i - np_i)^2 / np_i$
$(-\infty, 239.5)$	$\left. \begin{matrix} 1 \\ 5 \end{matrix} \right\}^6$	0.0594	5.94	0.001
239.5~242.5				
242.5~245.5	9	0.1041	10.41	0.191
245.5~248.5	19	0.1774	17.74	0.089
248.5~251.5	24	0.2266	22.66	0.079
251.5~254.5	22	0.2059	20.59	0.097
254.5~257.5	11	0.1348	13.48	0.456
257.5~260.5	$\left. \begin{matrix} 6 \\ 1 \\ 2 \end{matrix} \right\}^9$	0.0918	9.18	0.004
260.5~263.5				
$(263.5, +\infty)$				
总计	100	1	100	0.917



由此得差异度 $\chi^2 = 0.917$

因为合并后区间数为 $k=7$ ，需要估计的参数个数 $r=2$ ，即 χ^2

自由度 $l = k - r - 1 = 4$

查表得 $\chi_{0.05}^2(4) = 9.49$

因为 $\chi^2 = 0.917 < \chi_{0.05}^2(4) = 9.49$ ，所以接受原假设 H_0

即在显著水平 $\alpha=0.05$ 下，可以认为这种机械零件的质量服从正态分布 $X \sim N(250.6, 5.18^2)$.

习 题



从1500到1931年的432年间，每年爆发战争的次数可以看作一个随机变量，据统计，这432年间共爆发了299次战争，具体数据如下：

战争次数 X	0	1	2	3	4
发生 X 次战争的 年数	223	142	48	15	4

通常假设每年爆发战争的次数服从泊松分布。那么上面的数据是否有充分的理由推翻每年爆发战争的次数服从泊松分布假设？