

练习

一. 填空题:

1. 已知随机变量 X 的密度为

$$f(x) = \begin{cases} ax + b, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}, \text{ 且 } P\{X > 0.5\} = 5/8, \text{ 则}$$

$$a = \underline{\hspace{2cm}} \quad b = \underline{\hspace{2cm}}$$

2. 已知 X 、 Y 的分布律为

$Y \backslash X$	0	1
0	$1/3$	b
1	a	$1/6$

且 $\{X = 0\}$ 与 $\{X + Y = 1\}$ 独立, 则 $a = \underline{\hspace{1cm}}$, $b = \underline{\hspace{1cm}}$.

3. 设 $X \sim N(10, 0.6)$, $Y \sim N(1, 2)$, 且 X 与 Y 相互独立, 则 $D(3X - Y) = \underline{\quad}$.

4. 设 X_1, X_2, X_3, X_4 是来自正态总体 $N(0, 2^2)$ 的样本, 令 $Y = (X_1 + X_2)^2 + (X_3 - X_4)^2$ 则当 $C = \underline{\hspace{2cm}}$ 时 $CY \sim \chi^2(2)$.

5. 设总体 $X \sim U[0, \theta]$, (X_1, X_2, \dots, X_n) 是来自 X 的样本, 则 θ 的极大似然估计量是_____

6. 设总体 $X \sim N(\mu, 0.9^2)$ 容量为9的简单随机变量, 均值 $\bar{x} = 5$, 则未知参数 μ 的置信度为0.95的置信区间是_____

二、选择题

1. 设 X_1, X_2, X_3 相互独立服从参数 $\lambda = 3$ 的泊松分布,

令 $Y = \frac{1}{3}(X_1 + X_2 + X_3)$, 则 $E(Y^2) = \underline{\quad}$

- (A) 1 (B) 9 (C) 10 (D) 6

2. 已知 $X \sim t(n)$ 那么 $X^2 \sim$ _____

A) $F(1, n)$ B) $F(n, 1)$ C) $\chi^2(n)$ D) $t(n)$

3. 设 $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$, $Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$, 那么 X 和 Y 的联合分布为_____.

- A. 二维正态分布, 且 $\rho = 0$
- B. 二维正态分布, 且 ρ 不定
- C. 未必是二维正态分布
- D. 以上都不对

4. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 容量为 n 的简单随机样本, \bar{X} 为样本均值, 记

$$S_1^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2, \quad S_2^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2,$$

$$S_3^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2, \quad S_4^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2,$$

则服从自由度为 $n-1$ 的 t 分布的随机变量是 ()

$$(A) \ t = \frac{\bar{X} - \mu}{S_1 / \sqrt{n-1}}, \quad (B) \ t = \frac{\bar{X} - \mu}{S_2 / \sqrt{n-1}}, \quad (C) \ t = \frac{\bar{X} - \mu}{S_3 / \sqrt{n}}, \quad (D) \ t = \frac{\bar{X} - \mu}{S_4 / \sqrt{n}},$$

5. 设随机变量 X_1, X_2, \dots, X_n ($n > 1$) 独立同分布, 且其方差为 $\sigma^2 > 0$

令 $Y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$, 则

(A) $\text{cov}(X, Y) = \frac{\sigma^2}{n}$ (B) $\text{cov}(X_1, Y) = \sigma^2$

(C) $D(X_1 + Y) = (n+2)\sigma^2/n$ (D) $D(X_1 - Y) = (n+1)\sigma^2/n$

6. 设随机过程 $X(t) = e^{-At}$, $t > 0$, 其中 A 是在区间 $(0, a)$ 上服从均匀分布的随机变量, 那么 $X(t)$ 的均值函数为 ()

(A) $\frac{1}{at} (1 - e^{-at})$, $t > 0$

(B) $1 - e^{-at}$

(C) $\frac{1}{at} (1 + e^{at})$, $t > 0$

(D) $\frac{1}{at} (1 + e^{at})$

三、解答题

1. 3架飞机中有1架长机及2架僚机，一同飞往某目标执行轰炸任务。要飞到目的地一定要有无无线电导航，但只有长机有此设备。一旦到达目的地，各飞机将独立轰炸，且每架飞机轰炸目标时炸毁目标的概率为0.3。到达目的地前，要经过敌方高射炮阵地，此时任一架飞机被击落的概率为0.2，求目标被炸毁的概率。

2. 设二维连续型随机变量 (X, Y) 的联合分布函数为

$$F(x, y) = A(B + \arctan \frac{x}{2})(C + \arctan \frac{y}{3})$$

- (1) 求 A 、 B 、 C 的值，
- (2) 求 (X, Y) 的联合密度，
- (3) 判断 X 、 Y 的独立性。

3. 设 (X,Y) 的概率密度是

$$f(x,y) = \begin{cases} Ay(1-x), & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

(1) X 与 Y 是否相互独立?

(2) 求 $f(y|x)$ 和 $f(x|y)$;

(3) 求 $Z = X + Y$ 概率密度.

4. 某单位设置一台电话总机，共有200架分机。设每个电话分机是否使用外线通话是相互独立的。设每时刻每个分机有5%的概率要使用外线通话，问总机需要多少外线才能以不低于90%的概率保证每个分机要使用外线时可供使用？

5. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为总体 X 的一个样本, X 的密度函数 $f(x) = \begin{cases} \beta x^{\beta-1}, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}, \beta > 0$ 求参数 β 的矩估计量和极大似然估计量。

7.某台机器加工某种零件，规定零件长度为 100cm，标准差不超过 2cm，每天定时检查机器运行情况，某日抽取 10 个零件，测得平均长度 $\bar{X} = 101$ cm，样本标准差 $S = 2$ cm，设加工的零件长度服从正态分布，问该日机器工作是否正常（ $\alpha = 0.05$ ）？

结束