

信息学院本科生 08--09 学年第 1 学期《概率论与数理统计》课程期末考试试卷（A 卷）

专业： 年级： 学号： 姓名： 成绩：

草 稿 区

得 分

一、填空（共 30 分，每小题 3 分）：

- 1、 一种零件的加工由两组工序组成，两组工序的生产是独立的。第一组工序的废品率为 P，第二组工序的废品率为 Q，则该零件加工的成品率为_____。
- 2、 设 A、B 为两独立事件，且 $P(A \cup B)=0.6$ ， $P(A)=0.4$ ，则 $P(B)=$ _____。
- 3、 设随机变量 X 具有以下分布律，且 $Y=(X-1)^2$ ，则 Y 的分布律为_____。

X	-1	0	1	2
P	0.2	0.3	0.1	0.4

- 4、 设随机过程 $\{X(t)=e^{-Yt}, t>0\}$ ，其中 Y 是服从标准正态分布的随机变量，则 X(t) 的自相关函数为_____。
- 5、 设随机变量 X 和 Y 的数学期望均为 2，方差分别为 1 和 4，而相关系数为 0.5，则根据契比雪夫不等式 $P\{|X-Y|\geq 6\}\leq$ _____。
- 6、 设 $(X,Y)\sim N(1,-2,2,3,\rho)$ ，当 $\rho=$ _____时，X 与 Y 不相关，此时 X+Y 服从_____分布。
- 7、 设随机变量 $X\sim t(n)$ ，其中 $n>1$ ，令 $Y=X^2$ ，则_____。
- ① $Y\sim \chi^2(n-1)$ ② $Y\sim \chi^2(n)$ ③ $Y\sim F(1, n)$ ④ $Y\sim F(n, 1)$
8. 设总体 $X\sim N(\mu, \sigma^2)$ ， σ^2 已知，样本容量 n 和置信度 $1-\alpha$ 固定，对不同的样本观察值， μ 的置信度为 $1-\alpha$ 的置信区间的长度（_____）。
- ①变长 ②变短 ③ 保持不变 ④不确定

9. 设总体 X 服从 $N(2, 144)$, X_1, X_2, \dots, X_9 为 X 的样本, \bar{X} 为样本均值, 则下面()服从 $N(0,1)$ 分布。

- ① $\frac{\bar{X}-2}{4}$ ② $\frac{\bar{X}-2}{16}$ ③ $\frac{\bar{X}-2}{2}$ ④ $\frac{\bar{X}-2}{16/3}$

10、在 H_0 为原假设, H_1 为备择假设的假设检验中, 若显著性水平为 α , 则以下正确的是_____。

- (1) $P(\text{接受}H_0 | H_0\text{成立}) = \alpha$; (2) $P(\text{接受}H_1 | H_1\text{成立}) = \alpha$;
(3) $P(\text{接受}H_1 | H_0\text{成立}) = \alpha$; (4) $P(\text{接受}H_0 | H_1\text{成立}) = \alpha$.

得分

二、解答题 (10 分):

以往数据分析结果表明, 当机器调整得良好时, 产品的合格率为 98%; 当机器发生某种故障时, 其合格率为 55%。每天早上机器开动时, 机器调整良好的概率为 95%。试求已知某日早上第一件产品是合格时, 机器调整得良好的概率是多少?

得分

三、解答题（11 分）：

游客乘电梯到电视塔顶层观光。电梯于每个整点的 5 分钟，25 分钟和 55 分钟从底层起行，假设一游客在早 8 点的第 X 分钟到底层候梯处，且 X 服从 $(0, 60)$ 内的均匀分布，求该游客等候时间的数学期望。

得分

四、解答题（共 15 分）：

设二维随机变量 (X, Y) 的联合密度函数 $f(x, y) = \begin{cases} 6x, & 0 < x < y < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ ，求

（1） X, Y 的边缘密度函数；（6 分）

（2）当 $X = 1/3$ 时， Y 的条件密度函数 $f_{Y|X}(y|x=1/3)$ ；（4 分）

（3） $P(X+Y \leq 1)$ 。（5 分）

得分

五、解答题（共 12 分，每小题 6 分）：

设 X_1, X_2, X_3, X_4 是来自均值为 θ 的指数分布总体的样本，其中 θ 未知，设有估计量

$$T_1 = (X_1 + X_2)/6 + (X_3 + X_4)/3, \quad T_2 = (X_1 + 2X_2 + 3X_3 + 4X_4)/5, \quad T_3 = (X_1 + X_2 + X_3 + X_4)/4,$$

(1) 指出 T_1 、 T_2 、 T_3 中哪几个是 θ 的无偏估计量；

(2) 在上述 θ 的无偏估计中，指出哪一个较为有效。

得分

六、解答题（14 分）：

已知随机变量 X 的密度函数为
$$f(x) = \begin{cases} (\theta + 1)(x - 5)^\theta, & 5 < x < 6 \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (\theta > 0),$$

其中 θ 为未知参数， X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体的样本， x_1, x_2, \dots, x_n 为对应的样本值，

求 θ 的矩估计量与极大似然估计量。

得 分

七、解答题（8分）：

某药厂生产一种新的止痛药，厂方希望验证服用新药片后至开始起作用的时间间隔较原有止痛片至少缩短一半，因此厂方提出需检验假设 $H_0: \mu_1 = 2\mu_2$ ； $H_1: \mu_1 > 2\mu_2$

此处 μ_1 ， μ_2 分别是服用原有止痛片和服用新止痛片后至起作用的时间间隔的总体的均值。设两总体均为正态分布，且方差分别为已知值 σ_1^2 ， σ_2^2 。现分别在两总体中取一样本 X_1, X_2, \dots, X_{n_1} 和 Y_1, Y_2, \dots, Y_{n_2} ，设两个样本独立。试给出上述假设检验的拒绝域，取显著性水平为 α 。