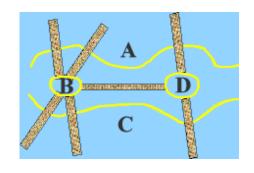
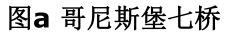
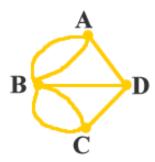
第三章 电阻电路的一般分析

- **§ 3-1** 电路的图
- § 3 一 2 KCL和KVL的独立方程数
- **§ 3 3** 支路电流法
- **§ 3 4** 网孔电流法
- **§ 3 5** 回路电流法
- **§ 3 6** 结点电压法
- **§ 3 7** 本章小结

一、网络图论



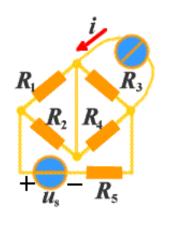


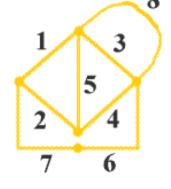


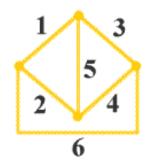
b对应的图

电路的图 § 3-1

二、电路的图







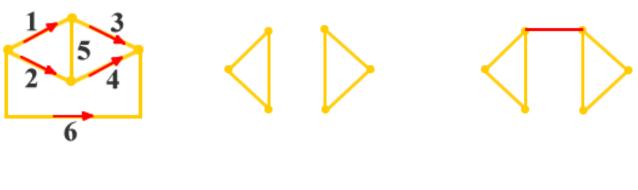
a 电路图

b电路的图 (一个元件作为一条支路) (采用复合支路)

c电路的图

1、有向图:标定了支路方向(电流的方向)的图为有向图。

2、连通图: 图**G**的任意两节点间至少有一条路经时称为连通图,非连通图至少存在两个分离部分。



有向图

非连通图

连通图

3、子图:若图G1中所有支路和结点都是图G中的支路和结点,则称G1是图G的子图。



4、树(T):树(T)是连通图G的一个子图,且满足下列条件:

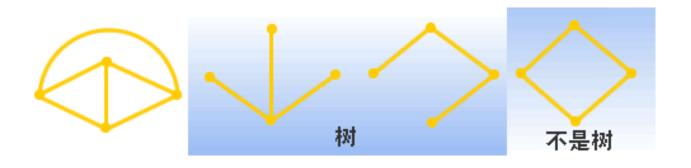
(1) 连通

(2)包含图G中所有结点

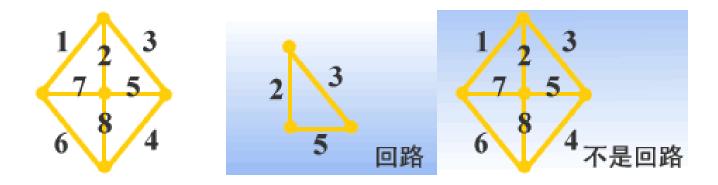
(3)不含闭合路径

树支:成树的支路称树支;

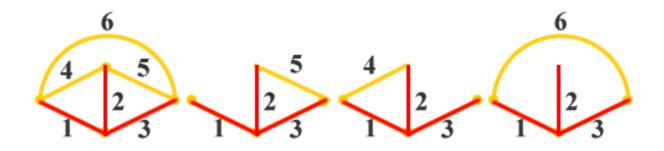
连支:属于图G而不属于树(T)的支路称连支



- 5、回路:回路L是连通图G的一个子图,构成一条闭合路径,并满足条件:
 - (1)连通;
 - (2)每个节点关联2条支路。



6、基本回路(单连支回路):基本回路具有独占的一条连支,即基本回路具有别的回路所没有的一条支路。

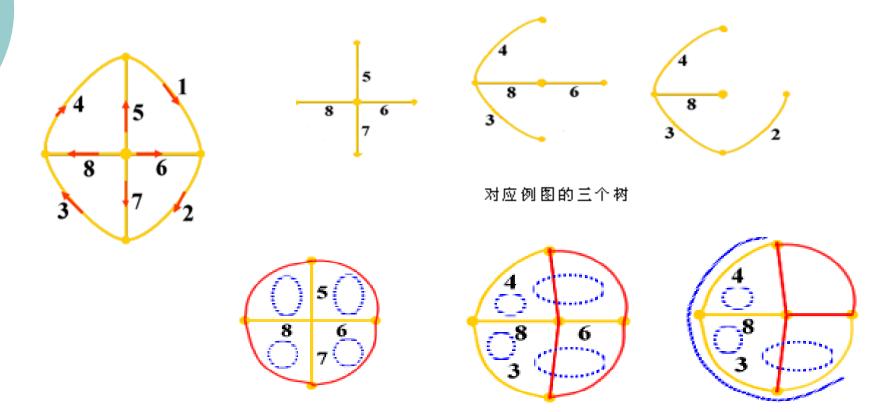


结论: 电路中结点、支路和基本回路关系为:

支路数=树支数+连支数=结点数-1+基本回路数

$$b=n-1+l$$

例、 图示为电路的图,画出三种可能的树及其对应的基本回路。



对应三个树的基本回路

§ 3-2 KCL和KVL的独立方程数

一、KCL的独立方程数

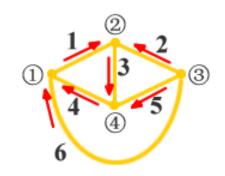
对图中所示电路的图列出4个结点上的KCL方程(设流出结点的电流为正,流入为负):

结点①
$$i_1 - i_4 - i_6 = 0$$

结点②
$$-i_1 - i_2 + i_3 = 0$$

结点③
$$i_2 + i_5 + i_6 = 0$$

结点④
$$-i_3 + i_4 - i_5 = 0$$



把以上4个方程相加,满足: 1+2+3+4=0

结论: n个结点的电路, 独立的KCL方程为n-1个, 即在求解电路问题时, 只需选取n-1个结点来列出KCL方程。

§ 3-2 KCL和KVL的独立方程数

二、KVL的独立方程数

根据基本回路的概念,可以证明KVL的独立方程数=基本回路数=b-(n-1)

结论:

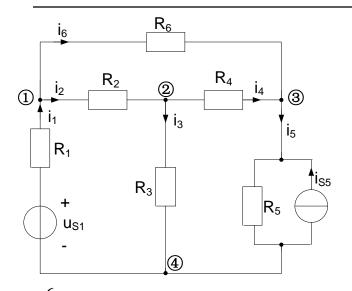
n个结点、b条支路的电路,独立的KCL和KVL方程数为:

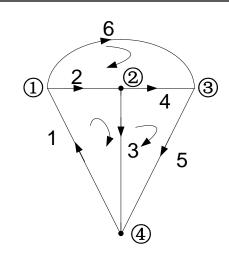
$$(n-1) + b-(n-1)=b$$

一、支路电流法

$$\begin{cases} kd: n-1 \\ kd: b-n+1 & \longrightarrow \mathbf{2b} \land 方程 \\ kr: b \end{cases}$$

支路电流法





$$\begin{array}{l} \textbf{VCR} \\ \begin{cases} u_1 = -u_{S1} + R_1 i_1 \\ u_2 = R_2 i_2 \\ u_3 = R_3 i_3 \\ u_4 = R_4 i_4 \\ u_5 = R_5 i_5 + R_5 i_{S5} \\ u_6 = R_6 i_6 \\ \end{cases} \\ \begin{array}{l} \textbf{KVL} \\ \{u_1 + u_2 + u_3 = 0 \\ -u_3 + u_4 + u_5 = 0 \\ -u_2 - u_4 + u_6 = 0 \\ \end{cases} \\ \begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 0 \\ -u_3 + u_4 + u_5 = 0 \\ -u_2 - u_4 + u_6 = 0 \\ \end{cases} \\ \begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 0 \\ -u_3 + u_4 + u_5 = 0 \\ -u_2 - u_4 + u_6 = 0 \\ \end{cases} \\ \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 0 \\ -u_3 + u_4 + u_5 = 0 \\ -u_2 - u_4 + u_6 = 0 \end{cases}$$

将VCR方程代入KVL方程得:

$$\begin{cases} -u_{S1} + R_1 i_1 + R_2 i_2 + R_3 i_3 = 0 \\ -R_3 i_3 + R_4 i_4 + R_5 i_5 + R_5 i_{S5} = 0 \\ -R_2 i_2 - R_4 i_4 + R_6 i_6 = 0 \end{cases}$$

将上式中的电源项移到方程的右边,与在独立结点①、②、③处 列出的KCL方程联立,就组成了支路电流法的全部方程。

$$\begin{cases} -i_1 + i_2 + i_6 = 0 \\ -i_2 + i_3 + i_4 = 0 \\ -i_4 + i_5 - i_6 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_1 i_1 + R_2 i_2 + R_3 i_3 = u_{S1} \\ -R_3 i_3 + R_4 i_4 + R_5 i_5 = -R_5 i_{S5} \\ -R_2 i_2 - R_4 i_4 + R_6 i_6 = 0 \end{cases}$$

上式中KVL方程可归纳为

$$\sum R_k i_k = \sum u_{Sk}$$

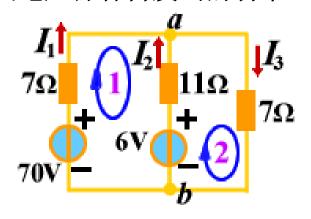
式中**R**_k**i**_k是回路中第**k**个支路中电阻上的电压,当**i**_k的参考方向与回路的参考方向一致时,该项在和式中取"+"号;不一致时则取"-"号;式中右方**u**_{Sk}是回路中第**k**个支路上的电源电压,<u>电源电压包括电压源的激励电压,也包括由电流源引起的电压</u>。在取代数和时,当**u**_{Sk}与回路方向一致时前面取"-"号(移到等号另一侧),反之取"+"号。

- 二、支路电流方程的列写步骤
- (1) 标定各支路电流(电压)的参考方向;
- (2) 从电路的n个结点中任意选择n-1个结点列写KCL方程
- (3) 选择基本回路,结合元件的特性方程列写b-(n-1)个KVL方程
- (4) 求解上述方程,得到b个支路电流;
- (5) 进一步计算支路电压和进行其它分析。

例1、求图示电路的各支路电流及电压源各自发出的功率。

$$-I_1 - I_2 + I_3 = 0$$

 $7I_1 - 11I_2 = 70 - 6$
 $11I_2 + 7I_3 = 6$



$$I_1 = 6A$$
 $I_2 = -2A$ $I_3 = 4A$

$$P_{70} = 6 \times 70 = 420W$$

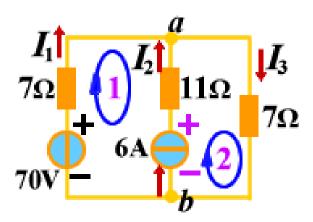
$$P_6 = -2 \times 6 = -12W$$

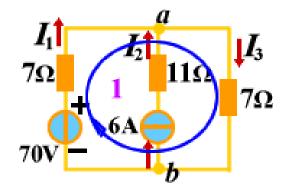
例2、列写图示电路的支路电流方程(电路中含有理想电流源)

$$-I_1$$
- I_2 + I_3 =0
 $7I_1$ - $11I_2$ = 70 - U
 $11I_2$ + $7I_3$ = U

 $I_2 = 6A$

$$-I_1$$
-6+ I_3 =0
 $7I_1$ +7 I_3 =70



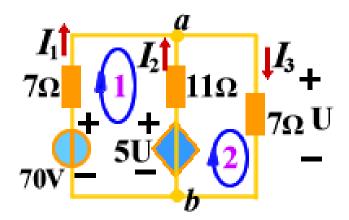


例3、列写图示电路的支路电流方程(电路中含有受控源)

$$-I_1-I_2+I_3=0$$

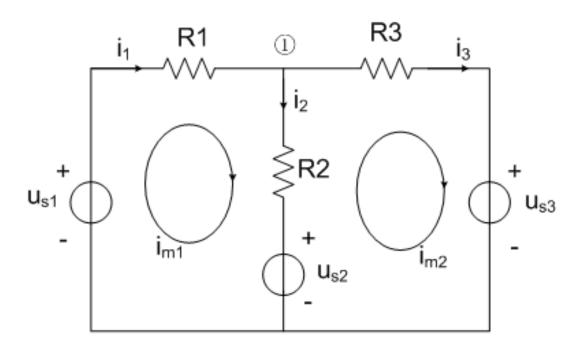
$$7I_1$$
- $11I_2$ = 70 - $5U$
 $11I_2$ + $7I_3$ = $5U$

$$U = 7I_3$$



§3-4 网孔电流法

<u>网孔电流法只适用于平面电路</u>,是以网孔电流作为电路的独立变量,列**KVL**方程。



$$-i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

$$i_2 = i_1 - i_3$$

$-i_1 + i_2 + i_3 = 0$ $i_2 = i_1 - i_3$ $i_2 = i_{m1} - i_{m2} = i_1 - i_3$

$$\begin{cases} u_1 + u_2 = 0 \\ -u_2 + u_3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_1 = -u_{s1} + R_1 i_1 = -u_{s1} + R_1 i_{m1} \\ u_2 = R_2 i_2 + u_{s2} = R_2 (i_{m1} - i_{m2}) + u_{s2} \\ u_3 = R_3 i_3 + u_{s3} = R_3 i_{m2} + u_{s3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (R_1 + R_2)i_{m1} - R_2i_{m2} = u_{s1} - u_{s2} \\ -R_2i_{m1} + (R_2 + R_3)i_{m2} = u_{s2} - u_{s3} \end{cases}$$

自阻
$$\begin{pmatrix} R_{11} = R_1 + R_2 \\ R_{22} = R_2 + R_3 \end{pmatrix}$$

互阻
$$R_{12}=R_{21}=-R_2$$

$$\begin{cases} R_{11}i_{m1} + R_{12}i_{m2} = u_{s11} \\ R_{21}i_{m1} + R_{22}i_{m2} = u_{s22} \end{cases}$$

§ 3-4 网孔电流法

对具有m个网孔的平面电路,网孔电流方程的一般形式为:

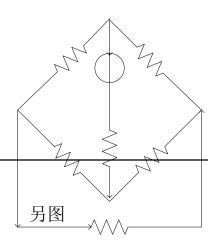
$$\begin{cases} R_{11}i_{m1} + R_{12}i_{m2} + R_{13}i_{m3} + \cdots + R_{1m}i_{mm} = u_{s11} \\ R_{21}i_{m1} + R_{22}i_{m2} + R_{23}i_{m3} + \cdots + R_{2m}i_{mm} = u_{s22} \\ \vdots \\ R_{m1}i_{m1} + R_{m2}i_{m2} + R_{m3}i_{m3} + \cdots + R_{mm}i_{mm} = u_{smm} \end{cases}$$

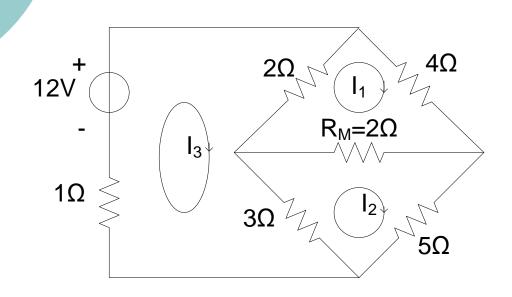
相同下标电阻 R_{11} 、 R_{22} 、 R_{33} 等是各网孔的自阻;——总为正不同下标电阻 R_{12} 、 R_{13} 、 R_{23} 等是网孔间的互阻;——正负视网孔电流在共有支路上参考方向是否相同而定

 \mathbf{u}_{s11} 、 \mathbf{u}_{s22} 、 \mathbf{u}_{s33} 等是各网孔电压源电压的代数和;——与网孔电流方向一致时取"—",

§ 3-4 网孔电流法

例:求图中所示电路的 I_{RM} =?





$$\begin{cases} 8I_1 - 2I_2 - 2I_3 = 0 \\ -2I_1 + 10I_2 - 3I_3 = 0 \\ -2I_1 - 3I_2 + 6I_3 = 12 \end{cases}$$

$$I_{RM} = I_2 - I_1 = \frac{3}{40}$$

对于具有l=b-(n-1) 个基本回路的电路,回路(网孔)电流方程的标准形式:

$$\begin{cases} R_{11}i_{l1} + R_{12}i_{l2} + R_{13}i_{l3} + \cdots + R_{1l}i_{ll} = u_{s11} \\ R_{21}i_{l1} + R_{22}i_{l2} + R_{23}i_{l3} + \cdots + R_{2l}i_{ll} = u_{s22} \\ \vdots \\ R_{l1}i_{l1} + R_{l2}i_{l2} + R_{l3}i_{l3} + \cdots + R_{ll}i_{ll} = u_{sll} \end{cases}$$

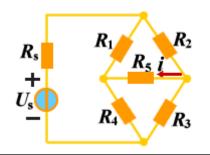
其中:自电阻 R_{kk} 为正;

互电阻 $R_{jk} = R_{kj}$ 可正可负,当流过互电阻的两回路电流方向相同时为正,反之为负;

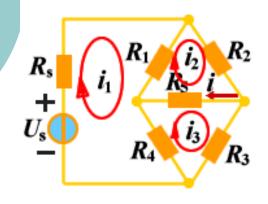
等效电压源**uS_{kk}**分别为各回路中所有电压源的代数和,电压源电压方向与该回路电流方向一致时,取负号;反之取正号。

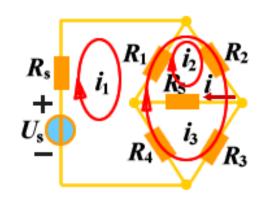
回路法的一般步骤:

- (1) 选定l=b-(n-1)个基本回路,并确定其绕行方向;
- (2) 对I个基本回路,以回路电流为未知量,列写 KVL 方程;
- (3) 求解上述方程,得到1个回路电流;
- (4) 求各支路电流(用回路电流表示);
- (5) 其它分析。



例1、列写如下电路的回路电流方程,说明如何求解电流i。





$$(R_s+R_1+R_4)i_1-R_1i_2-R_4i_3=U_s$$
- $R_1 i_1+(R_2+R_1+R_5)i_2-R_5 i_3=0$
- $R_4 i_1-R_5 i_2+(R_3+R_4+R_5)i_3=0$

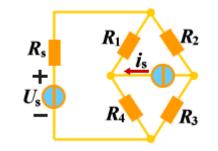
$$i=i_2$$

$$i = i_2 - i_3$$

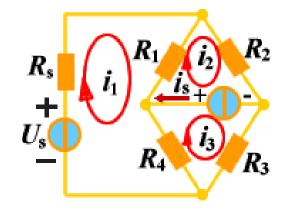
$$(R_s + R_1 + R_4) i_1 - R_1 i_2 - (R_1 + R_4) i_3 = U_s$$

$$-R_1 i_1 + (R_2 + R_1 + R_5) i_2 + (R_1 + R_2) i_3 = 0$$

$$-(R_1 + R_4) i_1 + (R_1 + R_2) i_2 + (R_2 + R_1 + R_3 + R_4) i_3 = 0$$

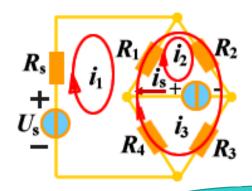


例2、列写图中所示电路的回路电流方程(电路中含有无伴理想电流源)。



$$(R_s + R_1 + R_4) i_1$$
- $R_1 i_2$ - $R_4 i_3$ = U_s
- $R_1 i_1$ +(R_2 + R_1) i_2 = U
- $R_4 i_1$ +(R_3 + R_4) i_3 = - U

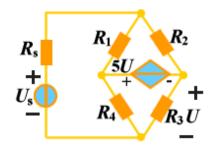
增补一个方程
 i_s = i_2 - i_3



$$(R_{s}+R_{1}+R_{4}) i_{1}-R_{1} i_{2}-(R_{1}+R_{4}) i_{3}=U_{s}$$

$$i_{s}=i_{2}$$

$$-(R_{1}+R_{4}) i_{1}+(R_{1}+R_{2}) i_{2}+(R_{1}+R_{2}+R_{3}+R_{4}) i_{3}=0$$



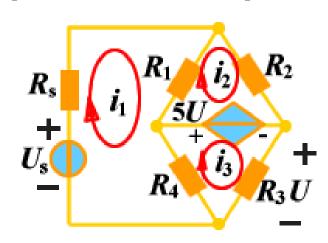
例3、列写图示电路的回路电流方程(电路中含有受控源)。

$$(R_s + R_1 + R_4) i_1 - R_1 i_2 - R_4 i_3 = U_s$$

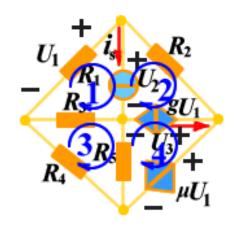
$$-R_1 i_1 + (R_2 + R_1) i_2 = 5U$$

$$-R_4 i_1 + (R_3 + R_4) i_3 = -5U$$

$$U = R_3 i_3$$



例4、列写图示电路的回路电流方程



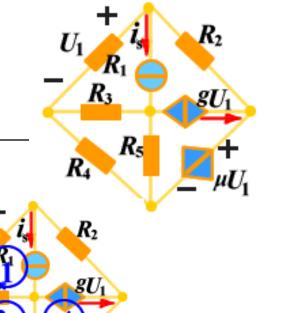
$$(R_1 + R_3) i_1 - R_3 i_3 = -U_2$$

$$R_2 i_2 = U_2 - U_3$$

-
$$R_3 i_1 + (R_3 + R_4 + R_5) i_3 - R_5 i_4 = 0$$

$$-R_5 i_3 + R_5 i_4 = U_3 - \mu U_1$$

$$i_s = i_1 - i_2 - R_1 i_1 = U_1 i_4 - i_2 = gU_1$$



$$i_{\rm s} = i_1$$

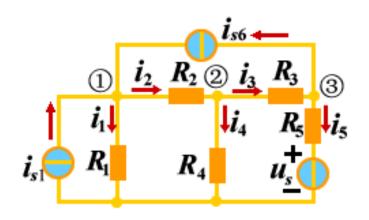
$$R_1 i_1 + (R_1 + R_4 + R_2) i_2 + R_4 i_3 = -\mu U_1$$

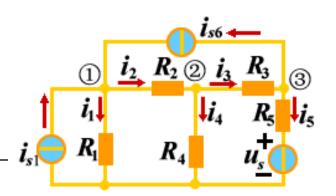
$$-R_3i_1+R_4i_2+(R_3+R_4+R_5)i_2-R_5i_4=0$$

$$i_4 = gU_1$$

增补方程:
$$-R_1(i_1+i_2)=U_1$$

在电路中任选一结点作参考点,其余各结点与参考点之间的电压差称为相应各结点的电压(位),方向为从独立结点指向参考结点。如下图所示电路,选下部结点为参考结点,设结点1、2、3的电位分别为un1, un2, un3。则支路1的电压为结点1的电压un1,支路2的电压为结点1和结点2的电压差,依此类推,任一支路电压都可以用结点电压表示。





各支路电压:

$$\mathbf{u_1} = \mathbf{u_{n1}}$$

$$u_2 = u_{n1} - u_{n2}$$

$$u_3 = u_{n2} - u_{n3}$$

$$\mathbf{u_4} = \mathbf{u_{n2}}$$

$$u_5 = u_{n3}$$

$$u_6 = u_{n3} - u_{n1}$$

支路电流:

$$i_1 = \frac{u_{n1}}{R_1} = G_1 u_{n1}$$

$$i_2 = \frac{u_{n1} - u_{n2}}{R_2} = G_2(u_{n1} - u_{n2})$$

KVL自动满足: $-u_{n1} + (u_{n1} - u_{n2}) + u_{n2} = 0$

KCL:

结点①
$$i_1+i_2=i_{s1}+i_{s6}$$

$$\frac{u_{n1}}{R_1} + \frac{u_{n1} - u_{n2}}{R_2} = i_{S1} + i_{S6}$$

$$-\frac{u_{\rm n1}-u_{\rm n2}}{R_2} + \frac{u_{\rm n2}-u_{\rm n3}}{R_3} + \frac{u_{\rm n2}}{R_4} = 0$$

$$-\frac{u_{n2} - u_{n3}}{R_3} + \frac{u_{n3} - u_S}{R_5} = -i_{S6}$$

$$(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2})u_{n1} - (\frac{1}{R_2})u_{n2} = i_{S1} + i_{S6}$$

$$-\frac{1}{R_2}u_{n1} + (\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4})u_{n2} - \frac{1}{R_3}u_{n3} = 0$$

$$-(\frac{1}{R_3})u_{n2} + (\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5})u_{n3} = -i_{S6} + \frac{u_S}{R_5}$$

结论:对于具有n个结点的电路,结点电压方程的标准形式:

$$G_{11} u_{n1} + G_{12} u_{n2} + G_{13} u_{n3} + \dots + G_{1(n-1)} u_{n(n-1)} = i_{S11}$$

$$G_{21} u_{n1} + G_{22} u_{n2} + G_{23} u_{n3} + \dots + G_{2(n-1)} u_{n(n-1)} = i_{S22}$$

 $G_{(n-1)1} u_{n1} + G_{(n-1)2} u_{n2} + G_{(n-1)3} u_{n3} + \dots + G_{(n-1)(n-1)} u_{n(n-1)} = i_{S(n-1)(n-1)}$ $\sharp \mathbf{p}:$

 G_{ii} —自电导,等于接在结点i上所有支路电导之和(包括电压源与电阻串联支路)。 总为正。

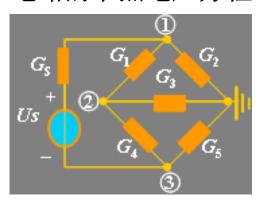
 $G_{ij} = G_{ji}$ —互电导,等于接在结点i与结点j之间的所支路的电导之和,总为负。

iS_{ii}—<u>流入</u>结点*i*的电流源电流的代数和(包括由电压源与电阻串联支路等效的电流源)

结点法的一般步骤:

- (1) 选定参考结点,标定其余n-1个独立结点;
- (2) 对n-1个独立结点,以结点电压为未知量,列写其KCL方程;
- (3) 求解上述方程,得到n-1个结点电压;
- (4) 求各支路电流(用结点电压表示);
- (5) 其它分析。

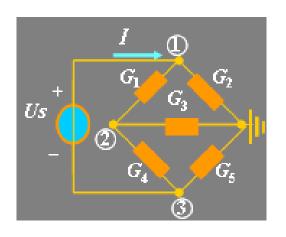
例1、列写图示电路的节点电压方程。



结点1
$$(G_1 + G_2 + G_S)U_{n1} - G_1U_{n2} - G_SU_{n3} = G_SU_S$$

结点2 $-G_1U_{n1} + (G_1 + G_3 + G_4)U_{n2} - G_4U_{n3} = 0$
结点3 $-G_SU_{n1} - G_4U_{n2} + (G_4 + G_5 + G_S)U_{n3} = -G_SU_S$

例2、试列写图示电路的节点电压方程(图中含有无伴电压源支路)

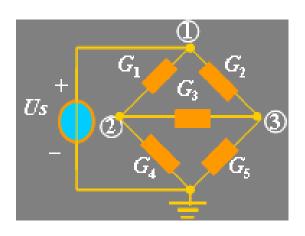


$$(G_1 + G_2)Un1 - G_1Un2 = I$$

$$-G_1Un1+(G_1+G_3+G_4)Un2-G_4Un3=0$$

-
$$G_4Un2+(G_4+G_5)Un3=-I$$

$$U$$
n1- U n3= U S

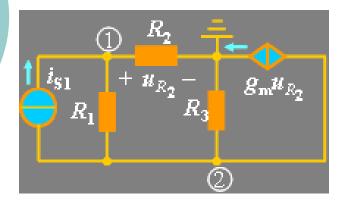


$$U$$
n1 = U S

$$-G_1Un1 + (G_1 + G_3 + G_4)Un2 - G_3Un3 = 0$$

$$-G_2U$$
n1- G_3U n2+ $(G_2+G_5+G_3)U$ n3= 0

例3、列写图示电路的结点电压方程(图中含有受控源)。



$$(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2})u_{n1} - \frac{1}{R_1}u_{n2} = i_{S1}$$

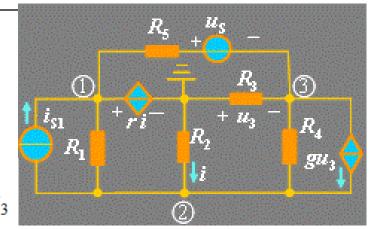
$$-\frac{1}{R_1}u_{n1} + (\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3})u_{n2} = -i_{S1} - g_m u_{R_2}$$

$$u_{\rm R2} = u_{\rm n1}$$

例4、列写图示电路的结点电压方程。

$$u_{\rm n1}=ri$$

$$-\frac{1}{R_1}u_{n1} + (\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4})u_{n2} - \frac{1}{R_4}u_{n3} = -i_{S1} + gu_3$$

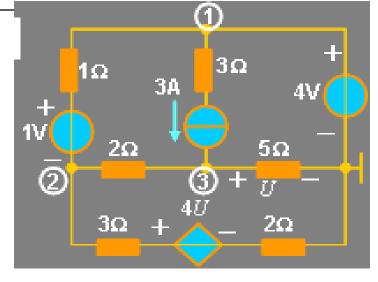


$$-\frac{1}{R_5}u_{n1} - \frac{1}{R_4}u_{n2} + (\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5})u_{n3} = -gu_3 - \frac{u_s}{R_5}$$

$$u_3 = -u_{\rm n3}$$

$$i = -u_{\rm n2}/R_2$$

例5、列写图示电路的结点电压方程。

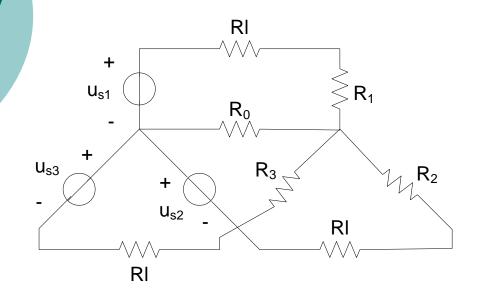


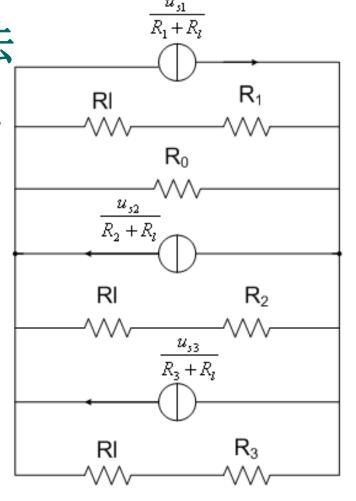
$$u_{\rm n1} = 4V$$

$$-u_{n1} + \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2+3}\right)u_{n2} - \frac{1}{2}u_{n3} = -1 + \frac{4U}{5}$$
$$-\frac{1}{2}u_{n2} + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{5}\right)u_{n3} = 3$$

$$U = u_{\rm n3}$$

例6、列写图示电路的结点电压方程。





$$\left(\frac{1}{R_l + R_1} + \frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_l + R_2} + \frac{1}{R_l + R_3}\right)u_{n1} = \frac{-u_{s1}}{R_l + R_1} + \frac{u_{s2}}{R_l + R_2} + \frac{u_{s3}}{R_l + R_3}$$

一、方程法分析

2b法: 以支路电流和支路电压为变量, 共2b个方程

- 1. 支路电流法:以支路电流为主要变量,共b个方程
- 2. 网孔分析法: 以网孔电流为主要变量, 共b-n+1个方程
- 3. 回路分析法:以回路电流为主要变量,共b-n+1个方程
- 3. 节点电压法:以节点电压为主要变量,共n-1个方程

二、方程通式

1. 网孔方程通式

$$\begin{cases} R_{11}i_{m1} + R_{12}i_{m2} + R_{13}i_{m3} = u_{s11} \\ R_{21}i_{m1} + R_{22}i_{m2} + R_{23}i_{m3} = u_{s22} \\ R_{31}i_{m1} + R_{32}i_{m2} + R_{33}i_{m3} = u_{s33} \end{cases}$$

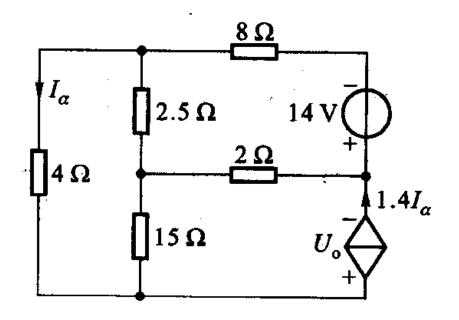
2. 回路方程通式

$$\begin{cases} R_{11}i_{l1} + R_{12}i_{l2} + R_{13}i_{l3} = u_{s11} \\ R_{21}i_{l1} + R_{22}i_{l2} + R_{23}i_{l3} = u_{s22} \\ R_{31}i_{l1} + R_{32}i_{l2} + R_{33}i_{l3} = u_{s33} \end{cases}$$

3. 节点方程通式

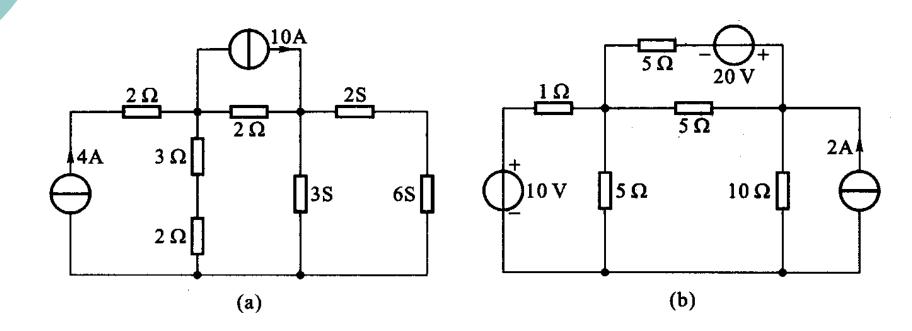
$$\begin{cases} G_{11}u_{n1} + G_{12}u_{n2} + G_{13}u_{n3} = i_{s11} \\ G_{21}u_{n1} + G_{22}u_{n2} + G_{23}u_{n3} = i_{s22} \\ G_{31}u_{n1} + G_{32}u_{n2} + G_{33}u_{n3} = i_{s33} \end{cases}$$

 $B = \mathbb{R}^2$ 用回路电流法求解题 3-12 图所示电路中电流 I_a 及电压 U_o .



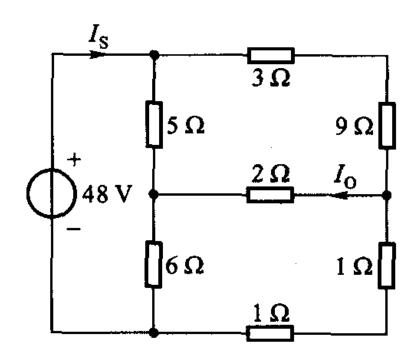
题 3-12 图

3 16 列出题 3-16 图(a)、(b)所示电路的结点电压方程。



3-20

题 3-20 图所示电路中电源为无伴电压源,用结点电压法求解电流 $I_{\rm s}$ 和 $I_{\rm o}$ 。



题 3-20 图