信息学院本科生2012--2013学年第 1 学期《概率论与数理统计》课程期末考试试卷（A卷）

草 稿 区

任课老师：　　专业：　　年级：　　学号：　　姓名：　　成绩：

得 分

一 、填空（共24分，每小题4分）：

1、设随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu,2^2)$，且二次方程 $y^2+4y+X=0$ 无实根的概率为 $\Phi(3)$，

$\Phi(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x}e^{-\frac{t^2}{2}}dt \quad (-\infty<x<+\infty)$，则 $\mu=$____________。

2、设随机变量 X 的密度函数为：$f(x)=\dfrac{1}{2a}e^{-|x|/a}$，其中 $a>0$，已知 $E(|X|)=1$，则 $P(|X|<\ln 2)=$ ____________。

3、设有正态总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，样本容量为 n，统计量样本二阶中心矩 $B_2=\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$ 为 σ^2 的相合估计，

其中 $D(B_2)=$____________。

4、设随机变量 X_{ij} 独立同分布，$E(X_{ij})=3$, (i, j=1, 2)，则行列式 $\boldsymbol{Y}=\begin{vmatrix}\boldsymbol{X}_{11} & \boldsymbol{X}_{12}\\ \boldsymbol{X}_{21} & \boldsymbol{X}_{22}\end{vmatrix}$ 的数学期望 $E(Y)=$________。

5、设由来自正态总体 $X\sim N(\mu,0.9^2)$ 容量为9的简单随机样本，得样本均值 $\bar{X}=5$，则未知参数 μ 的置信度为0.95的置信区间是___________。

6、定义一随机过程 $X(t)=\begin{cases}\cos\pi t, & \text{出现}H,\\ 2t, & \text{出现}T,\end{cases} \quad -\infty<t<+\infty$，

且 $P(H)=P(T)=\dfrac{1}{2}$，则一维分布函数 $F(x;\dfrac{1}{2})=$___________。

得 分

二 、单项选择题（共24分，每小题4分）：

1、将一枚硬币独立地掷两次，引进事件：A_1={掷第一次出现正面}，A_2={掷第二次出现正面}，A_3={正、反面各出现一次}，A_4={正面出现两次}，则事件（　　）

(A) A_1, A_2, A_3 相互独立.　　(B) A_2, A_3, A_4 相互独立.

(C) A_1, A_2, A_3 两两独立.　　(D) A_2, A_3, A_4 两两独立.

2、设θ_1,θ_2 为某分布中参数θ的两个相互独立的无偏估计，则以下估计量中最有效的是（　　　　）

草　稿　区

（A）$\theta_1-\theta_2$；　　（B）$\theta_1+\theta_2$；

（C）$\frac{1}{3}\theta_1+\frac{2}{3}\theta_2$；　　（D）$\frac{1}{2}\theta_1+\frac{1}{2}\theta_2$；

3、设$X_1,X_2,X_3,...,X_n(n>2)$为来自总体$N(0,1)$的简单随机样本，$\bar{X}$为样本均值，S^2为样本方差，则（　　）。

（A）$n\bar{X}\sim N(0,1)$　（B）$nS^2\sim\chi^2(n)$　（C）$\frac{(n-1)\bar{X}}{S}\sim t(n-1)$　（D）$\frac{(n-1)X_1^2}{\sum_{i=2}^{n}X_i^2}\sim F(1,n-1)$

4、已知$X_1,...,X_n$为独立同分布随机变量，X_i服从均值为 0.5 的指数分布，$\Phi(x)$为标准正态分布函数，以下正确的是（　　）。

(A) $\lim\limits_{n\to\infty}P(\frac{\sum_{i=1}^{n}X_i-n}{\sqrt{n}}\le x)=\Phi(x)$　　(B) $\lim\limits_{n\to\infty}P(\frac{2\sum_{i=1}^{n}X_i-n}{\sqrt{n}}\le x)=\Phi(x)$

(C) $\lim\limits_{n\to\infty}P(\frac{\sum_{i=1}^{n}X_i-2n}{\sqrt{n}}\le x)=\Phi(x)$　　(D) $\lim\limits_{n\to\infty}P(\frac{\sum_{i=1}^{n}X_i-2}{\sqrt{2n}}\le x)=\Phi(x)$

5、设两随机变量X，Y独立同分布，记 U=X+Y，V=X−Y，则随机变量U、V必（　　）。

(A) 相互独立　(B) 不相互独立　(C) 相关　(D) 不相关

6、已知随机变量X_1与X_2相互独立，且分别服从参数为λ_1，λ_2的泊松分布。如果$E((X_1+X_2)^2)-2E(X_1+X_2)=0$，则概率$P\{X_1+X_2>0\}=$（　　）

（A）e^{-2}　（B）$1-e^{-2}$　（C）e^{-1}　(D) $1-e^{-1}$

得 分

三 、解答题（10 分）：

某公司的邮件通过E_1、E_2和E_3三个快递公司发送，其中E_1、E_2、E_3三家快递分别发送 40%、50%和 10%的邮件，发生延迟的概率依次是 2%、1%和 5%。

（1）求邮件发生延迟的概率？（4 分）

（2）求邮件由E_1发送并发送延迟的概率？（3 分）

（3）如果邮件发生延迟，求它是由E_3发送的概率？（3 分）

草 稿 区

得 分

四 、解答题（12 分）：

设二维随机变量$(X,Y) \sim f(x,y)=\begin{cases}1, & |y|<x, 0<x<1 \\ 0, & 其他\end{cases}$，

求:（1）X、Y 是否相互独立？（4 分）

（2）$P(X>\frac{1}{2}\,|\,Y>0)$；（4 分）

（3）$Z=X+Y$ 的概率密度函数 $f_Z(z)$。（4 分）

草　稿　区

得 分

五 、解答题（共 10 分）：

据统计，65 岁的人在 30 年内正常死亡的概率为 0.98；因事故死亡概率为 0.02。某保险公司开办老人事故死亡保险，参加者需缴纳保险费 100 元，若其 30 年内因事故死亡，公司赔偿 a 元。问：

（1）应如何确定 a 的值，才能使公司可期望获益？（6 分）

（2）若投保人因事故死亡时，保险公司赔付 3000 元，现有 1000 人投保，公司期望总收益为多少?（4 分）

得 分

六 、解答题（8 分）：

设 $X_1, X_2, \cdots, X_{100}$ 是来自总体 X 的一个样本，总体 X 服从参数为 λ 的泊松分布。此样本的一组观察值为

$1, 2, \cdots, 100$，试求未知参数 λ 的极大似然估计值.

得 分

七、解答题（12 分）：

市级地标建筑国际俱乐部为了要大修而重新测量。天大建筑学院的 6 名同学对该大厦的高度进行测量，结果如下（单位：米） 87.4 87.0 86.9 86.8 87.5 87.0

据记载该大厦的高度为 87.4。设大厦的高度服从正态分布，问在检验水平 $\alpha=0.01$ 下

（1）你认为该大厦的高度是否要修改？（要写出计算过程）（6 分）

（2）若测量的方差不得超过 0.04，那么你是否认为这次测量的方差偏大？（要写出计算过程）（6 分）

[$t_{0.005}(5)=4.0322, t_{0.005}(6)=3.7074, t_{0.01}(5)=3.3649, t_{0.01}(6)=3.1427,$]

[$\chi^2_{0.005}(5)=16.750, \chi^2_{0.005}(6)=18.548, \chi^2_{0.01}(5)=15.086, \chi^2_{0.01}(6)=16.812$]

附表 1：

$$\begin{Bmatrix} t_{0.025}(8)=2.306, t_{0.025}(9)=2.262 & \chi_{0.025}{}^2(8)=17.535, \chi_{0.025}{}^2(9)=19.023 \\ t_{0.05}(8)=1.8595, t_{0.05}(9)=1.8331 & \chi_{0.05}{}^2(8)=15.507, \chi_{0.05}{}^2(9)=16.919 \end{Bmatrix}$$

附表 2：

$\Phi(1.96)=0.975$ ； $\Phi(1.65)=0.95$