《离散数学》期末试卷

学号:_______ 姓名：______ 班级：______ 专业：______

一、判断题。在对的后面括号中填“√”，错的后面括号中填“×”。

1. 命题公式 $p \vee \neg q$ 既是合取范式，也是析取范式。

( )

2. 若集合A、B满足$P(A) \subseteq P(B)$，则必有$A \subseteq B$。

( )

3. 整数集$\mathbb{Z}$上的二元运算$\circ$定义为$x \circ y = x + y - 2$，则$\mathbb{Z}$关于运算$\circ$不构成群。

( )

4. 元素个数不少于2的有界格中不存在以自身元素为补元的元素。

( )

5. 若无向简单图$\boldsymbol{G}$具有一条欧拉回路，则其结点数v和边数e的奇偶性可以相反。

( )

6. 若无向简单图$\boldsymbol{G}$中存在一条汉密尔顿回路，则其任一对结点度数之和必不小于结点数。

( )

二、填空题。在横线处写上你的答案。

1. 一棵树有两个结点度数为2，三个结点度数为3，四个结点度数为4，其余均为度数为1的结点，则树叶有_____个。

2. 自然数集$\mathbb{N}$上的关系$R=\{\langle x,y\rangle | x\in\wedge y\in\wedge x>y\}$，则$R$满足括号中的哪几个性质(自反、反自反、对称、反对称、传递)：________________________。

3. 设$F(x)$:“x是实数”，$G(x)$:“x是有理数”，则在谓词逻辑中命题“实数不都是有理数”可符号化为____。

4. 设$A=\{1,2,3,4,5\}$，$\langle P(A),\bigoplus\rangle$构成群，$\bigoplus$为对称差运算，则群方程$\{1,2\}\bigoplus \boldsymbol{X}\bigoplus\{4,5\}=\{3,4,5\}$的解为__________________。

5. 具有7个结点的连通简单平面图，其每个面的次数至少为4，则它的边数最大可为_____。

三、将下列命题用谓词逻辑符号化，写清楚前提和结论，并证明推理正确。

每个科学工作者都是刻苦钻研的；每个刻苦钻研而又聪明的人在他的事业中都将获得成功；王强是科学工作者；王强是聪明的。所以，王强在他的事业中将获得成功。（个体域为人类集合）

四、求$((p \vee q) \to r) \to p$的主析取范式和主合取范式。

五、求与下列公式等值的前束范式。

(1) $\exists y\, F(x,y) \quad \wedge \quad \forall x\, G(x,y,z)$

(2) $\forall x\, F(x) \to \exists y\, (G(x,y) \wedge H(x,y))$

六、设$\boldsymbol{F},\boldsymbol{G},\boldsymbol{H}$为集合$\boldsymbol{X}$上的二元关系，证明：$\boldsymbol{F} \circ (\boldsymbol{G} \cap \boldsymbol{H}) \subseteq (\boldsymbol{F} \circ \boldsymbol{G}) \cap (\boldsymbol{F} \circ \boldsymbol{H})$

七、设$\langle \boldsymbol{A}, R\rangle$为偏序集，其中$\boldsymbol{A} = \{1, 2, 4, 6, 8, 12\}$，$R$为$\boldsymbol{A}$上的整除关系。

(1) 用列元素法表示关系R.

(2) 画出$\langle \boldsymbol{A}, R\rangle$的哈斯图.

(3) 写出$\boldsymbol{A}$的最大元、最小元、极大元、极小元.

(4) 写出$\boldsymbol{A}$的子集$\boldsymbol{B} = \{4, 6, 8, 12\}$的上界、下界、最小上界、最大下界.

八、$\langle S,*\rangle$为半群，对S中任意元a,b，若$a\neq b$，则必有$a*b\neq b*a$。证明：

(1) 对S中的任意元a，有$a*a=a$.

(2) 对S中的任意元a,b，有$a*b*a=a$.

(3) 对S中的任意元a,b,c，有$a*b*c=a*c$.

九、请给出**3**个**6**元格，使得其中一个是分配格，一个是模格但不是分配格，一个不是模格。简要说明理由。

十、证明：当每个顶点的度数大于等于3时，不存在恰有7条边的连通平面简单图。

十一、利用图论的知识证明下述问题。

某工厂生产有$2k$种不同颜色的纱织成的双色布，$k \geq 3$。已知在生产的一批双色布中，每种颜色至少与其它k种颜色相搭配。证明：可以从这批双色布中挑出k种，它们由全部$2k$种不同颜色的纱织成。