离散数学第一次期中考试

**一．填空题(直接写出答案即可，每题5分)**

1. 的前束范式为 。
2. 设映射，满足，则是 ，是 。（选填“满射”、“入射”或“双射”，双射时只填满射或入射不得分）
3. 公式的成真赋值为 。
4. 假设在的棋盘上放车，如果车所在的行和列没有其他的车，则称此车为非攻击型车。那么在棋盘上放8个非攻击型车，共有 种放法。
5. 用列举法表示下列上的二元关系 。

，，

1. 一只袋子里装了100个苹果、100个香蕉、100个橘子和100个梨，如果每分钟从袋子里取出一个水果，那么需要多长时间就能保证至少已拿出了1打（12个）相同种类的水果？ 。
2. **解答题(要求写出关键步骤，只有最终答案的不给分)**
3. （10分）设为区间上具有一阶连续导数的函数所构成的集合，定义映射为



证明：是入射而不是满射。

1. （10分）证明：有理系数多项式的全体是可数集。
2. （10分）正实数集上的二元运算定义为，则是否为可结合的、可交换的？是否满足消去律？是否存在关于的幺元、零元？如果有，把它们找出来。运算是否满足等幂律？如果存在幺元，哪些元素有逆元？并找出其逆元。
3. （10分）一位国际象棋大师有11周的时间备战一场锦标赛，他决定每天至少下一盘棋，但为了不使自己过去疲劳，他还决定每周不能下超过12盘棋。证明存在连续若干天，期间这位大师恰好下了21盘棋。
4. （10分）证明。
5. （10分）方程的整数解的个数是多少？其中

，，，

1. （10分）在平面上画出下述关系的图，并确定此关系是否自反，是否反自反，是否对称，是否反对称，是否可传递。



**参考答案**

1. 
2. 单射，满射
3. 01,10
4. 8！
5. 
6. 45
7. 证明：

，若有，则有



等式两边同时对求导得



从而有，故 是单射。

对于，若是满射，则，使得



两边同时求导得，但这是不可能的，否则上述积分为0，故不是满射。

1. 证明：

设为有理系数多项式的全体所构成的集合，



则，故只需证明是可数集。由于可以与维有理坐标向量建立起一一对应的关系，故，而有限个可数集的直积是可数集，从而 也是可数的。

1. 不满足结合律；满足交换律；不满足消去律；不满足等幂律；不存在幺元，不存在零元。证明较简单，略。
2. 设是在第一天所下的盘数，是在第一天和第二天所下的总盘数，是在第一天、第二天和第三天所下的总盘数，以此类推。因为每天至少要下一盘棋，故序列是一个严格递增的序列。此外，，而且因为在任意一周下棋最多12盘，所以。因此，我们有



序列，，…，也是一个严格单调递增的序列



于是这154个数



中的每一个数都是1到153之间的整数。由此可知，它们中有两个是相等的。又因为没有相等的数，并且，，…，中也没有相等的数，因此必然存在一个和一个使得。从而，这位国际象棋大师在第天总共下了21盘棋。

1. 证明：设是真，则是真，是真，因而是真，是真，所以是真。
2. 引入新变量

，，，

此时方程变为



变量的要求等价于非负，新方程的非负整数解的个数从而也是原来方程解的个数，等于



13.图略，不是自反，不是反自反，不是对称，也不是反对称，是可传递的。