

# 作業

武國寧

## 1 解答題

設  $a_n = \frac{1 + (-1)^n}{n}$ ,  $n = 1, 2, \dots$ ,  $a = 0$ .

- (1) 對下列  $\epsilon$  分別求出極限定義中的  $N$  :

$$\epsilon_1 = 0.1, \epsilon_2 = 0.01, \epsilon_3 = 0.001$$

- (2) 對  $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$  , 可找到響應的  $N$  , 這是否說明  $a_n$  趨於 0 ? 應該怎樣做才對 ?

- (3) 對於任意給定的  $\epsilon$  是否可以找到一個  $N$  ?

## 2 證明題

按  $\epsilon - N$  定義證明 :

(1)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n+1} = 1$

(2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + n}{2n^2 - 1} = \frac{3}{2}$

(3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{n^n} = 0$

(4)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{a^n} = 0 (a > 1)$

(5)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{10} = 1$

## 3 證明題

證明 : 若  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  , 則對於任意的  $k$  , 有  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_{n+k} = a$

## 4 解答題

下面那些數列是有界數列、無界數列以及無窮大量：

(1)  $\{[1 + (-1)^n] \sqrt{n}\}$

(2)  $\{\sin n\}$

(3)  $\left\{\frac{n^2}{n - \sqrt{5}}\right\}$

(4)  $\{2^{(-1)^n n}\}$