

Homework

武國寧

1 求下列冪級數的收斂半徑與收斂區域

$$(1) \sum nx^n$$

$$(2) \sum \frac{x^n}{n^2 2^n}$$

$$(3) \sum \frac{(n!)^2}{(2n)!} x^n$$

$$(4) \sum \frac{(x-2)^{2n-1}}{(2n-1)!}$$

$$(5) \sum \left(1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}\right) x^n$$

$$(6) \sum \frac{x^{n^2}}{2^n}$$

2 應用逐項求導或者積分的方法求下列冪級數的和函數，同時指出它們的定義域。

$$(1) x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \cdots + \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + \cdots$$

$$(2) \sum 1 \cdot 2x + 2 \cdot 3x^2 + \cdots + n(n+1)x^n + \cdots$$

$$(3) \sum n^2 x^n$$