## Homework

## 武國寧

1 求下列幂級數的收斂半徑與收斂區域

(1) 
$$\sum nx^n$$

$$(2) \sum \frac{x^n}{n^2 2^n}$$

(3) 
$$\sum \frac{(n!)^2}{(2n)!} x^n$$

(4) 
$$\sum \frac{(x-2)^{2n-1}}{(2n-1)!}$$

$$(5) \sum \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}\right) x^n$$

$$(6) \sum \frac{x^{n^2}}{2^n}$$

2 應用逐項求導或者積分的方法求下列幂級數的 和函數,同時指出它們的定義域。

(1) 
$$x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \dots + \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + \dots$$

(2) 
$$\sum 1 \cdot 2x + 2 \cdot 3x^2 + \dots + n(n+1)x^n + \dots$$

$$(3) \sum n^2 x^n$$