

# 一种基于模糊集的灰度图像阈值分割算法

陆 懿, 陈光梦, 程 松

LU Yi, CHEN Guang-meng, CHENG Song

复旦大学 电子工程系, 上海 200433

Fudan University, Shanghai 200433, China

LU Yi, CHEN Guang-meng, CHENG Song. Novel algorithm for image segmentation based on fuzzy set theory. Computer Engineering and Applications 2007 43 (20): 75-77.

**Abstract:** In this paper a novel method for gray-level image segmentation based on fuzzy set theory has been proposed and verified. Before thresholding, the histogram of the image is divided into three non-overlapping regions: object reference region, background reference region and fuzzy region. The gray levels in the fuzzy region are compared one by one with both object reference region and background reference region and decisions whether the gray level belongs to object or background can be made according to the result. Experiment shows that the proposed method is efficient and more flexible than traditional methods.

**Key words:** image segmentation; fuzzy set membership function; fuzziness factor; threshold

**摘 要:** 提出了一种新的基于模糊集理论的图像直方图阈值分割算法。该算法首先把图像的直方图预分成目标参考区、背景参考区和模糊区。然后对位于模糊区的灰度级, 逐一比较其与目标和背景区的相似度, 以决定该灰度级的归属, 并最终确定灰度阈值。仿真结果表明, 此方法不但能不有效地对灰度图像进行分割, 且与传统方法相比更具灵活性。

**关键词:** 图像分割; 模糊集; 成员函数; 模糊度影响因子; 阈值

文章编号: 1002-8331 (2007) 20-0075-03 文献标识码: A 中图分类号: TP391

## 1 引言

图像分割广泛应用于图像分析、运动物体跟踪等众多图像处理应用领域中。图像分割就是将图像中人们所感兴趣的区域(称为目标)从背景中提取出来。在众多图像分割方法中, 直方图阈值法是最简单和最常用的。所谓直方图阈值分割法, 即在某待分割图像的直方图上通过某种算法确定一个灰度阈值, 以此作为分割的依据, 把图像上任何灰度值小于该阈值的像素点划分为目标(背景), 其余的灰度值大于该阈值的像素点划分为背景(目标)。分割后得到的二值图像应能较好地体现出来。本文所论述的方法即是利用模糊集理论, 对图像直方图阈值进行选取, 从而实现图像的分割。

自 1965 年 Zadeh 提出模糊集理论以来, 因其更符合自然界事物不确定性和随机性的规律而获得了广泛的应用。在图像分割领域, 大量的文献阐述了如何利用模糊理论实现灰度图像的阈值分割。但这些算法大多通过求解某个代价函数的极值实现阈值的确定。例如, 在文献[2]中, Euclidean 模糊度函数被使用作代价函数, 而使得这一函数值达到最小的灰度即被作为直方图的阈值。同样的例子还包括[3]和[4]中的最小空间熵函数和模糊测度函数等等。这些算法存在的局限性在于: (1) 这些代价函数所求的最值实际上是局部最值, 而不是全局最值。因此在考虑了直方图边界后这些算法可能会失效; (2) 由于这些算法只关注于直方图而对图像本身不关心, 而图像分割又是一个主观性很强的任务, 因此上述的算法可能在实际的操作中会遇到

“误分割”的问题。

本文提出了一种新的基于模糊集理论的图像分割算法, 但本算法不再求解任何代价函数在灰度域上的极值。而是根据观察, 在确定直方图上的两个参考区和一个模糊区之后, 通过逐一比较模糊区内的灰度与两个参考区之间的相似程度, 来确定位于模糊区内的灰度应属于目标还是背景。

## 2 模糊集、隶属函数及模糊度测量函数

### 2.1 模糊集和隶属函数

设  $X$  是一个有限离散集  $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ , 则  $X$  上的模糊集  $A$  定义为:  $\forall x_i \in X, \exists \mu_A(x_i) \in [0, 1]$ , 称函数  $\mu_A(x)$  为成员函数, 反映了集合中元素  $x$  与这一模糊集  $A$  的相关程度, 其值域为  $0 \leq \mu_A(x) \leq 1$ 。本文用传统的 S 函数作为成员函数模型, S 函数表达式参见式(1), 其函数图像如图 1(a)所示。

$$S(x; a, b, c) = \begin{cases} 0 & x < a \\ 2[(x-a)/(c-a)]^2 & a \leq x < b \\ 1-2[(x-a)/(c-a)]^2 & b \leq x < c \\ 1 & x \geq c \end{cases} \quad (1)$$

其中  $b = \frac{a+c}{2}$ , 且  $S(b) = 0.5$ 。

成员函数  $\mu_A(x)$  的对偶函数定义为  $\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x)$ , 故 S 函数的对偶函数为  $\bar{S}(x) = 1 - S(x)$ ,  $\bar{S}$  函数图像如图 1(b)所示。

**作者简介:** 陆懿, 男, 硕士研究生, 研究方向: 图像处理、动态纹理识别; 陈光梦, 男, 副教授, 研究方向: 图像与视频处理、软件无线电、嵌入式系统等; 程松, 男, 硕士研究生, 研究方向: 图像处理与传输。

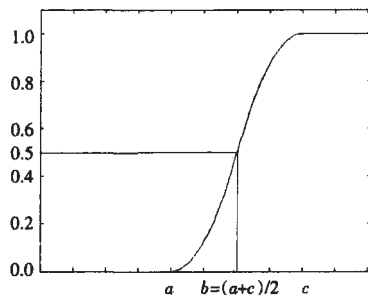


图 1(a) S 函数图像

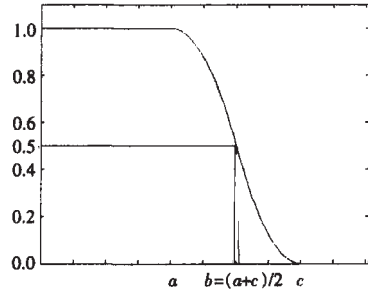


图 1(b) S 函数图像

## 2.2 模糊度测量函数

为了定量描述一个模糊集的不确定度,很多文献中给出了不同的指标函数,其中比较著名的有 DeLuca & Termini 的模糊熵 (Fuzzy Entropy) 函数 Kaufmann 的模糊指数函数 (Index of Fuzziness) 等。Ebanks 在 [6] 中证明了一个合理的模糊度函数必须满足的 5 个条件。本文给出了一个形式简单,但符合 Ebanks 条件的函数作为模糊度测量函数,其形式如式 (2) 所示:

$$H(A) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N [1 - 2\mu_A(x_i)]^2 \quad (2)$$

$\mu_h(\mu)$  函数曲线如图 2 所示:

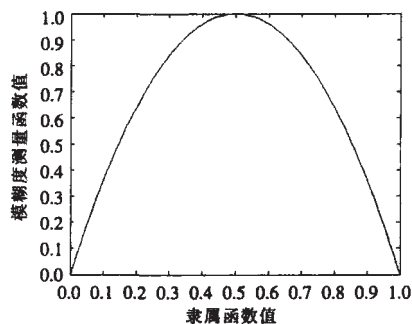


图 2 本文使用的模糊度函数图像

$H(A)$  越大,表示该模糊集不确定性越大。

## 3 基于模糊集的图像直方图阈值分割算法

设一幅  $M \times N$  的灰度图像共有  $L$  个灰阶  $0 \sim L-1$ ,但对于某一具体的图像来说灰度范围可能并不会覆盖全部的  $L$  个灰阶。设图像中的最大和最小灰阶分别为  $g_{\max}$  和  $g_{\min}$  ( $0 \leq g_{\min} \leq g_{\max} \leq L-1$ )。得到某一具体的图像后,首先根据实际情况,随机选取几个目标和背景的像素点,分别记为  $x_1, x_2, \dots, x_p$  和  $b_1, b_2, \dots, b_q$ ,并计算它们在直方图上的灰度均值,分别为  $\bar{g}_0$  和  $\bar{g}_b$ ,其中:

$$\bar{g}_0 = \frac{\sum_{i=1}^p g(\phi_i) \cdot h[g(\phi_i)]}{\sum_{i=1}^p g(\phi_i)}, \quad \bar{g}_b = \frac{\sum_{i=1}^q g(\phi_i) \cdot h[g(\phi_i)]}{\sum_{i=1}^q g(\phi_i)}$$

上式中  $g(x)$  表示  $x$  像素的灰度,  $h(g)$  表示灰度  $g$  在图像直方图上的值 (下同)。为方便起见,假设图像目标区域位于低灰度区域,背景位于高灰度区域 (暗目标,亮背景)。得到  $\bar{g}_0$  和  $\bar{g}_b$  后,图像直方图可被分为 3 个互不交叠的区域,即:目标参考区 ORR,灰度值范围  $[g_{\min}, \bar{g}_0]$ ,背景参考区 BRR,灰度值范围  $[\bar{g}_b, g_{\max}]$ ,以及模糊区 FR,灰度值范围  $[\bar{g}_0, \bar{g}_b]$ 。必须指出:目标参考区和背景参考区最终是被划分为目标和背景的,而模糊区内的灰度属于目标还是背景则要通过进一步处理才能作出判断。

将 ORR 和 BRR 视为灰度集  $[0, 1, \dots, L-1]$  的两个模糊子集,分别用  $\bar{S}$  函数和  $S$  函数作为其成员函数来建模这两个模糊子集。 $S$  函数和  $\bar{S}$  函数的参数  $a, b, c$  可通过下式确定:

$$b = \frac{\sum_{g=\min(G)}^{\max(G)} gh(g)}{\sum_{g=\min(G)}^{\max(G)} h(g)} \quad \begin{cases} \Delta b_1 = \max(G) - b \\ \Delta b_2 = b - \min(G) \end{cases} \quad (3)$$

其中  $\max(G), \min(G)$  分别表示模糊子集中灰度值的最大值和最小值。显然,参数  $b$  是灰度集由直方图加权后的算术平均量。而  $a, c$  两个参数则是通过  $b$  与最大最小灰度值之间的最小距离确定的。

由式 (2) 计算出 ORR 和 BRR 的模糊度,此时的  $\mu_A$  (灰度值)  $\rightarrow S$  (灰度值  $a, b, c$ ) 或  $\bar{S}$  (灰度值  $a, b, c$ )。算得的模糊度分别记为  $H_{ORR}$  和  $H_{BRR}$ 。

对模糊区内  $\forall g_{FR} \in [\bar{g}_0, \bar{g}_b]$  将其分别加入到 ORR 和 BRR 中,得到两个新的模糊子集,记为 ORR' 和 BRR', 即:

$$ORR' = ORR \cup \{g_{FR} \in [\bar{g}_0, \bar{g}_b]\}$$

$$BRR' = BRR \cup \{g_{FR} \in [\bar{g}_0, \bar{g}_b]\}$$

由式 (3) 重新计算  $\bar{S}$  函数和  $S$  函数的模型参数和相应的新模糊子集的模糊度  $H_{ORR'}$  和  $H_{BRR'}$ 。通常情况下,加入了新元素后的模糊子集相比于原来的模糊子集,其模糊度函数值会变大,且新加入的灰度值距离 ORR 或 BRR 越远,得到的模糊度越大 (但在局部也有例外)。得到  $H_{ORR'}$  和  $H_{BRR'}$  后,将其分别  $H_{ORR'}$  与  $H_{BRR'}$  和做归一化,得到两个模糊度影响因子,不妨记为:

$$\eta_1(g_{FR}) = \frac{H_{ORR'}(g_{FR})}{H_{ORR}}, \quad \eta_2(g_{FR}) = \frac{H_{BRR'}(g_{FR})}{H_{BRR}}$$

比较  $\eta_1$  和  $\eta_2$  的大小,若  $\eta_1 > \eta_2$ ,说明  $g_{FR}$  的加入对背景这个模糊子集的模糊度影响较小,也就是说  $g_{FR}$  与背景模糊集的相似程度更大 (即  $g_{FR}$  更接近于背景),故应将  $g_{FR}$  划为背景,反之则应将  $g_{FR}$  划为目标。

对位于模糊区的所有灰度都做同样的处理,在这一过程中会出现某一个灰度值  $g_h$ ,满足  $\eta_1(g_h) = \eta_2(g_h)$ ,则  $g_h$  即为直方图的分割阈值。以 Lenna 图像为例,图 3 显示了模糊区为  $[87, 182]$ ,且  $g_{FR}=147$  时的  $\bar{S}_{ORR}$  和  $S_{BRR}$  曲线及其与  $\bar{S}_{ORR}$  和  $S_{BRR}$  的对比。

## 4 仿真结果和结论

为了验证本算法的有效性,我们选取了两幅测试图像:首先对 IEEE 推荐的 Lenna 图像进行分割,以验证本算法的正确

性。然后通过自选的飞机图像,与文[2,3]中的算法结果进行比较,说明了本算法的优点。

对 Lenna 图像进行分割得到的二值图像如图 4 (b)所示,图 4 (a)是 Lenna 图像的原图,图 4 (c)、(d)分别是用文[2,3]中所述的方法得到的结果,4 (e)是本算法中两条曲线。

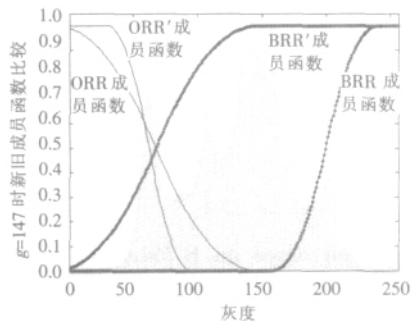
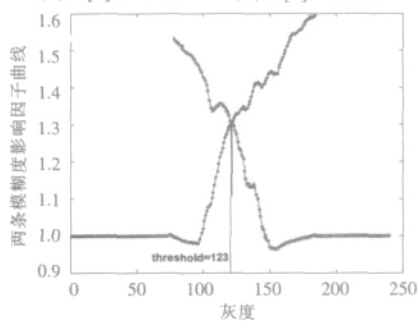


图 3  $g_m=147$  时新旧成员函数的对比



(e)本算法两条模糊度影响因子曲线,交点横坐标即为阈值  
图 4 lena 图像实验结果

从图 4 的效果来看,3 种不同的方法得到的结果差不多。确实,对 lena 图像而言,本算法得到的阈值  $\theta=123$ ,文[2,3]中的算法得到的阈值分别为 117 和 128。

第二个仿真是对图 5 (a)所示的飞机图像进行分割,图 5 (b)所示的是本算法的分割结果,图 5 (c)是用文[3]的算法得到的结果,图 5 (d)~(f)分别是用文[2]的算法取  $\Delta b=40, 60, 80$  的结果,图 5 (g)为本算法的两条  $\eta$  曲线。

在图 5 各图中,用本算法分割的效果是最理想的,不仅将机身从背景中分离出来,而且机身上的“F-3”和同心圆的字样也被区分出来。相比之下,用文[3]的方法得到的图像在细节上不如本方法,且飞机的影子没有分出来,最差的分割效果来自文[2]中的方法,在该方法中窗宽  $\Delta b$  分别取 40、60 和 80,但前面两者显然失效了,原因在于最小熵函数的最值出现在灰度值

的边缘 ( $\eta=1$ ),而不是某一局部极值点,当  $\Delta b$  改为 80 以后可以正确分割了,但细节方面仍然逊色于本算法(阈值比本算法大一些)。

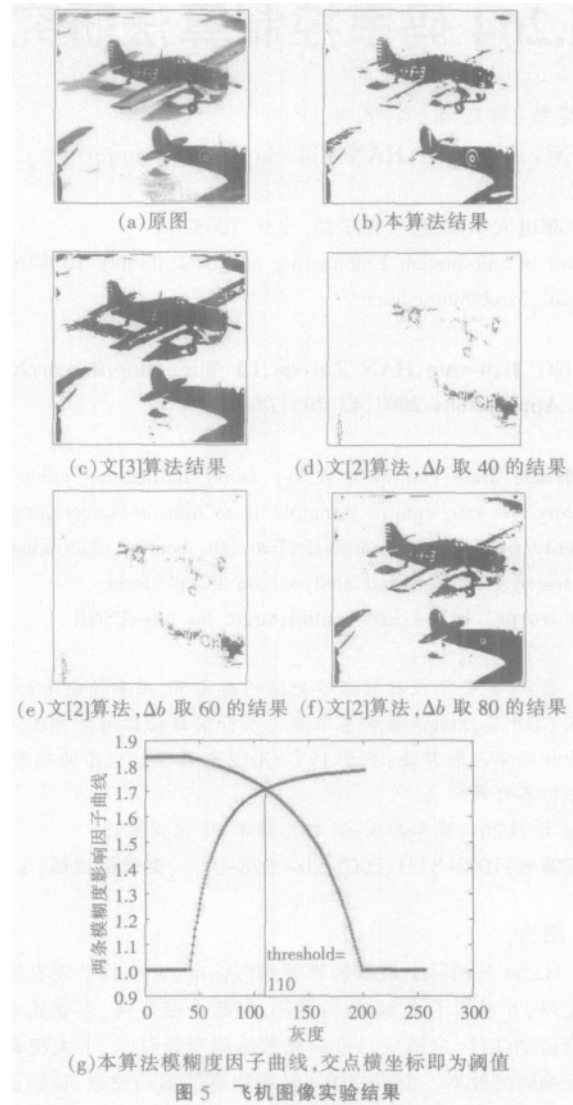


图 5 飞机图像实验结果

用上述 3 种不同算法得到的图像分割阈值如表 1 所示:

表 1 不同算法下阈值对比

	Lenna	飞机
本算法	123	110
最小熵 <sup>[2]</sup> $\Delta b=80$	117	153
最小模糊测度 <sup>[3]</sup>	128	186

将本算法推广到处理多阈值分割问题中。以双阈值分割问题为例,图 6 (a)所示为一张熊猫的灰度图像,应用本文的方法进行类似的操作,与前两个实验的唯一不同点在于:对图像进行预处理时要确定 3 个边界点  $\bar{g}_L, \bar{g}_M, \bar{g}_R$ 。分割后的 3 值图像如图 6 (b)所示。

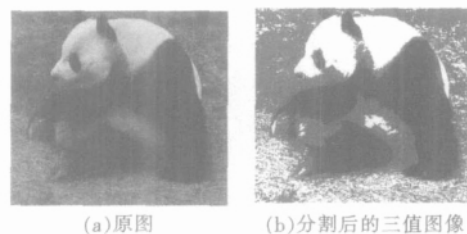


图 6 熊猫图像实验结果

(下转 148 页)



一个 500 个节点的 P2P 网络。设节点和节点间的开销为 1, 每个节点上放 8 个文档资源, 2 个用户, 每个用户随机生成 10 个资源搜索请求, 各个节点使用一样的时钟周期, 实验所用参数如表 1 所示。

表 1 仿真实验的参数设置

名称	说明	值
	挥发系数	0.05
$\alpha$	信息素中文档数和路径开销权重比	0.55
	路径开销在转移参数中的权重	1.00
$TTL_{MAX}$	蚂蚁的最大生存时间	24.00
$C_{MAX}$	满足查询条件的文档资源数的期望值	10.00

仿真结果如图 3、图 4 所示。

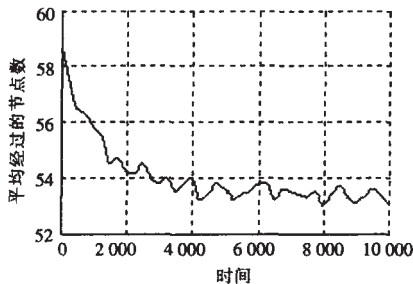


图 3 资源搜索开销随时间变化图

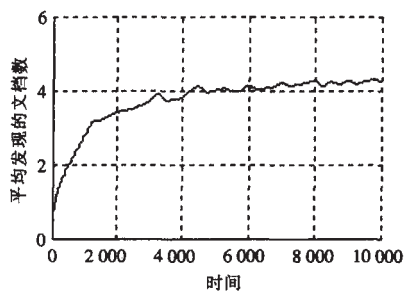


图 4 平均发现文档数随时间变化图

从图 3 可以看出, 经过一段时间的运算, 每次查询返回搜索结果所经过的节点数明显减少, 资源搜索的时间缩短。由图 4 可以看出, 一次搜索可以找到的资源数 (即命中次数) 经过一段时间也有明显提高。其主要原因在于信息素的不断更新实现了资源路由信息的正反馈, 从而提高了搜索效率。

实验结果还表明, 实验中所设置的参数, 尤其是信息素修改权重  $\alpha$ 、信息素挥发系数对系统性能的影响较大, 而且当蚂蚁数目较多时, 会带来较大的系统开销。

#### 4 结论

本文研究了一种基于蚁群优化算法和多代理技术的 P2P 共享文件系统, 详细介绍了将蚁群算法应用到 P2P 共享文件系统中, 进行文档资源的管理及查找的基本原理、系统结构以及实现文档资源查询及路由的算法。系统经过了在 P2P 网络仿真器上的测试, 结果表明经过一段时间运行, 文档资源搜索的效率有明显提高, 资源开销明显减少。但是在信息素动态调整以及系统开销控制方面, 还需做进一步研究。

(收稿日期 2006 年 11 月)

#### 参考文献:

- [1] Oram A. Peer-to-Peer harnessing the power of disruptive technologies[M]. New York: O'Reilly & Associates, Inc, 2001.
- [2] Bonabeau E, Dorigo M, Theraulaz G. Inspiration for optimization from social insect behaviour[J]. Nature, 2000, 406: 39-42.
- [3] Hackwood S, Beni G. Self-organization of sensors for swarm intelligence[C]//IEEE International conference on Robotics and Automation. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1992: 819-829.
- [4] Gianni Di Caro Marco, Dorigo. AntNet distributed stigmergy control for communications networks[J]. Journal of Artificial Intelligence Research (JAIR), 1998, 9: 317-365.
- [5] Rowstron A, Pastry P. D. Scalable, decentralized object location and routing for large-scale peer-to-peer systems[C]//18th IFIP/ACM International Conference on Distributed Systems Platforms (Middleware). Heidelberg, Germany, 2001: 329-350.
- [6] Dorigo M, Gambardella L. M. Ant colony system: a cooperative learning approach to the traveling salesman problem [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 1997, 1 (3): 53-66.
- [7] Rajkumar Buyya, Manzur Murshed. GridSim: a toolkit for the modeling and simulation of distributed resource management and scheduling for grid computing[J]. The Journal of Concurrency and Computation: Practice and Experience, 2002, 14: 13-15.

(上接 77 页)

#### 5 小结

实验结果说明本算法不但能高效可靠地对图像进行直方图阈值分割, 而且可以克服传统方法中出现的诸如边缘最值等误分割问题。关键在于对图像直方图进行了人为的预分解, 这一主观的工作是重要的, 但产生的代价是整个过程花费在人工的时间和误差。在算法本身的复杂度方面, 本算法同样优于文献 [2, 3] 中的算法, 但优势并不明显。(收稿日期 2006 年 11 月)

#### 参考文献:

- [1] Castleman K. R. Digital image processing [M]. [S.l.]: Prentice Hall, 2003.

- [2] 曾国辉, 张秀彬, 胡朝晖, 等. 基于模糊度的图像阈值分割法[J]. 微型电脑应用, 2003, 2: 10-12.
- [3] Huang Liang-kai, Mao-Jiun, Wang J. Image thresholding by minimizing the measure of fuzziness[J]. Pattern Recognition, 1995, 28 (1): 41-51.
- [4] 耿国茵, 蔡安妮, 孙景鳌. 自动图像阈值分割算法[J]. 计算机工程与应用, 2002, 38 (17): 119-122.
- [5] Brink A. D. Minimum spatial entropy threshold selection [J]. IEEE Proc Vis-Image Signal Processing, 1995, 142 (3): 128-132.
- [6] Ebanks B. R. On measure of fuzziness and their representations[J]. Math Anal and Appl, 1983, 94: 27-34.
- [7] Pal N. R., Bezdek J. C. Measuring fuzzy uncertainty[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 1994, 2 (2): 107-118.