Matematika 4 – Logika pre informatikov: Sada úloh 3

Riešenie teoretickej časti tejto sady úloh **odovzdajte** najneskôr v pondelok **12. marca 2018 o 11:30** na prednáške.

Z tejto sady **budeme hodnotiť**: úlohu 2, praktickú úlohu 7 a jednu ďalšiu úlohu, ktorú vyžrebujeme na prednáške po termíne odovzdania.

Odovzdané riešenia musia byť **čitateľné** a mať primerane **malý** rozsah. Ohodnotené riešenia poskytneme k nahliadnutiu, ale **nevrátime** vám ich, uchovajte si kópiu. Na riešenia všetkých sád úloh sa vzťahujú všeobecné **pravidlá** zverejnené na adrese `https://dai.fmph.uniba.sk/w/Course:Mathematics_4/sk#pravidla-uloh`.

Čísla úloh v zátvorkách pochádzajú zo zbierky, v ktorej nájdete ďalšie úlohy na precvičovanie a vzorové riešenia: `https://github.com/FMFI-UK-1-AIN-412/lpi/blob/master/ulohy/zbierka.pdf`.

Úloha 1 (2.4.3). Je daná teória T nad $\mathcal{V} = \{a, b, \ldots, z\}^+$:

$$T = \left\{ \begin{array}{c} (p \to (q \land r)), \\ ((q \to p) \lor (s \to r)), \\ (\neg p \to (\neg r \land s)) \end{array} \right\}$$

Zistite, či z T vyplývajú nasledovné formuly:

a) p,

b) $((p \land q) \to r)$,

c) $((s \land r) \to \neg p)$,

d) $((\neg p \land s) \to (\neg r \land \neg q))$.

Úloha 2 (2.4.4, hodnotená). V prípade bankovej lúpeže inšpektor Nick Fishtrawn zaistil štyroch podozrivých Browna, Smitha, Taylora, a McDonnalda, pričom zistil nasledujúce skutočnosti:

(A_1) Brown a Smith sú súčasne vinní, iba ak je Taylor ich spolupáchateľom.

(A_2) Ak je Brown vinný, tak aspoň jeden z Smith, Taylor je jeho spolupáchateľom.

(A_3) Taylor nikdy nepracuje bez McDonnalda.

(A_4) McDonnald je vinný, ak je Brown nevinný.

Pomôžte inšpektorovi Fishtrawnovi zistiť, kto z podozrivých je určite vinný a má ho obviniť, kto je naopak určite nevinný a má ho oslobodiť, a o koho vine či nevine nemožno rozhodnúť. Svoje odpovede dokážte.

Úloha 3 (2.4.6). Nech X a Y sú ľubovoľné výrokové formuly, nech T je ľubovoľná výroková teória.

Dokážte alebo vyvráťte:

c) Ak $T \models \neg X$, tak $T \not\models X$.

d) Ak $T \not\models X$, tak $T \models \neg X$.

e) $T \models (X \to Y)$ vtt $T \cup \{X\} \models Y$.

Úloha 4 (2.5.1). Dokážte, že nasledujúce formuly, ktoré sa zvyčajne používajú na ekvivalentné úpravy formúl, sú (sémanticky) ekvivalentné:

b) distributívnosť $\lor$ cez $\land$:
$(p \lor (q \land r))$ a $((p \lor q) \land (p \lor r))$;

k) nahradenie $\to$:
$(p \to r)$ a $(\neg p \lor r)$.

Úloha 5 (2.5.2). Nájdite k nasledujúcim formulám ekvivalentné formuly v CNF:

a) $(\neg(q \lor r) \lor (\neg p \to s))$,

b) $((q \land \neg s) \to (p \land r))$,

c) $((p \lor q) \to (\neg q \land r))$.

Úloha 6 (2.5.3). Určte počet klauzúl v CNF formulách z úlohy 5.

Úloha 7 (praktická, hodnotená, 2.3.5). Vyriešte a odovzdajte podľa pokynov praktické cvičenie `cv03`

`https://github.com/FMFI-UK-1-AIN-412/lpi/tree/master/cvicenia/cv03`.

Sformalizujte vo výrokovej logike a naprogramujte riešenie využívajúce SAT solver a vašu formalizáciu pre každý vstupný hlavolam Sudoku popísaný maticou 9×9 čísel $0, 1, \ldots, 9$, pričom 0 predstavuje prázdne políčko.

Riešenie hlavolamu doplní čísla $1, \ldots, 9$ do prázdnych políčok tak, aby sa všetky tieto čísla vyskytovali v každom riadku, v každom stĺpci a vo všetkých 9 vzájomne sa neprekrývajúcich podmaticiach 3×3.