

Jméno a příjmení: Zdeněk Tomis

Vzhledem ke skalárnímu součinu na \mathbb{C}^2 danému předpisem $\langle \mathbf{x} | \mathbf{y} \rangle = \mathbf{y}^H \begin{pmatrix} 2 & i \\ -i & 1 \end{pmatrix} \mathbf{x}$ určete u vektorů $\mathbf{x} = (2 + i, 1)^T$, $\mathbf{y} = (-1, 2 - i)^T$:

- a) • skalární součin vektorů \mathbf{x} a \mathbf{y}
 b) • normu \mathbf{x}
 c) • zdali jsou vektory \mathbf{x} a \mathbf{y} navzájem kolmé.

$$\begin{aligned} \text{a) } \langle \mathbf{x} | \mathbf{y} \rangle &= (-1; 2+i) \begin{pmatrix} 2 & i \\ -i & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2+i \\ 1 \end{pmatrix} = (-1; 2+i) \begin{pmatrix} 4+3i \\ -2i+1+1 \end{pmatrix} = \\ &= -4-3i + (2-2i)(2+i) = -4-3i + 4-4i+2i+2 = \underline{\underline{2-5i}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \|\mathbf{x}\| &= \sqrt{\langle \mathbf{x} | \mathbf{x} \rangle} = \left((2-i; 1) \begin{pmatrix} 4+3i \\ 2-2i \end{pmatrix} \right)^{\frac{1}{2}} = \left((2-i)(4+3i) + 2-2i \right)^{\frac{1}{2}} = \\ &= (8-4i+6i+3+2-2i)^{\frac{1}{2}} = \underline{\underline{\sqrt{13}}} \end{aligned}$$

c) vektory \mathbf{x} a \mathbf{y} nejsou kolmé, jelikož $\langle \mathbf{x} | \mathbf{y} \rangle \neq 0$

moc pěkně