Domácí úlohy — sada č. 4

Jméno a příjmení: Zdeněk Tomis

Potřebný čas: 70 minut.

$$\textcircled{2}\ \begin{pmatrix}-5&-3&3&-4\\5&3&-3&4\\-3&-3&1&-4\\-3&-3&0&-3\end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix}5&3&-3&4\\-3&-3&0&-3\\0&0&-1&1\end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix}5&3&-3&4\\0&-6&-9&-3\\0&0&-1&1\end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix}5&3&-3&4\\0&2&3&1\\0&0&1&-1\end{pmatrix}$$

$u_4 = u_4$, $u_3 = u_4$, $u_2 = -2u_3$, $u_1 = u_4$

$u_2 = c\cdot(1,-2,1,$

4b.

1b. 1. Nad tělesem $\mathbb{C}$ nalezněte vlastní čísla a odpovídající vlastní vektory následující matice:

$$\begin{pmatrix}-4&-3&3&-4\\5&4&-3&4\\-3&-3&2&-4\\-3&-3&0&-2\end{pmatrix}$$

Omlouvám se za prostorovou organizaci, asi píšu velkým, nebo neefektivně. Výsledky jsou podtrženy červeně.

$$\begin{vmatrix}-4-t&-3&3&-4\\5&4-t&-3&4\\-3&-3&2-t&-4\\-3&-3&0&-2-t\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}-4-t&-3&3&-4\\5&4-t&-3&4\\-3&-3&2-t&-4\\0&0&t-2&2-t\end{vmatrix} =$$

rozvoj podle 4. řádku

$$(2-t)\begin{vmatrix}-4-t&-3&-4\\5&4-t&4\\-3&-3&-4\end{vmatrix} + (2-t)\begin{vmatrix}-4-t&-3&3\\5&4-t&-3\\-3&-3&2-t\end{vmatrix} =$$

Sarrusovo pravidlo..

$$= (2-t)\left[\begin{vmatrix}-1-t&0&0\\2&1-t&0\\-3&-3&-4\end{vmatrix} + \big(-(4+t)(4-t)(2-t)-27-45+9(4+t)+9(4-t)+15(2-t)\right.$$

$$= (2-t)\big(4(1+t)(1-t) + (2t^2-32 - t^3+16t-27-45+36+9t+36-9t+30-15t$$

$$= (2-t)(-t^3-4t^2+2t^2+16t-15t+4-32-27-45+36+36+30)$$

$$= (2-t)(-t^3-2t^2+t+2)$$

$$(t^3+2t^2-t-2):(t-1) = t^2+3t+2 = (t+2)(t+1)$$

$t^3 - t^2$

$3t^2 - t - 2$

$3t^2 - 3t$

$2t - 2$

$\lambda_1 = 2$ $\lambda_3 = -1$ $\lambda_4 = -2$ $\lambda_2^* = 1$ 02

$$\textcircled{1}\ \begin{pmatrix}-6&-3&3&-4\\5&2&-3&4\\-3&-3&0&-4\\-3&-3&0&-4\end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix}0&3&3&4\\5&2&-3&4\\-3&-3&0&-4\\0&0&0&0\end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix}-3&0&0&0\\2&-1&0&0\\-3&-3&0&-4\end{pmatrix}$$

$u_1 = 0$

$u_2 = -3u_3$

$u_3 = u_3$

$u_4 = -\frac{3}{4}u_2 = \frac{9}{4}u_3$

$u_1 = c\cdot\left(0,-3,1,\frac{9}{4}\right)$ ×

4 pok

pokračování na 2. straně

$v_1 = v_1$

$v_2 = -u_1$

$v_3 = -5u_1$

$u_4 = 2u_1$

$u_4 = c\cdot(1,-1,-5,2)$ ×

$$\textcircled{3}\ \begin{pmatrix}-3&-3&3&-4\\5&5&-3&4\\-3&-3&3&-4\\-3&-3&0&-1\end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix}5&5&-3&4\\2&2&0&0\\-3&-3&0&-1\end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix}-3&-3&0&-1\\2&2&0&0\\-7&-7&-3&0\end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix}-3&-3&0&-1\\-7&-7&-3&0\\2&3&0&0\end{pmatrix}$$

$u_1 = -\frac{3}{2}u_2$

$u_2 = u_2$

$u_3 = \frac{1}{3}(-7v_1 - 7u_2)$

$= \frac{7}{2}v_2 - \frac{7}{3}v_2 = \frac{7}{6}v_2$

$u_4 = -3v_1 - 3v_2 =$

$= \frac{9}{2}v_2 - 3v_2 = \frac{3}{2}v_2$

$v_2 = c\cdot\left(-\frac{3}{2}; 1; \frac{7}{6}; \frac{3}{2}\right)$ ×

$$\textcircled{4}\ \begin{pmatrix}-2&-3&3&4\\5&6&-3&4\\-3&-3&4&-4\\-3&-3&0&0\end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix}5&6&-3&4\\-3&-3&4&-4\\-3&-3&0&0\end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix}5&6&-3&4\\2&3&1&0\\1&1&0&0\end{pmatrix}$$

3ᵗ.

2. Cestovní kancelář „Naše národní památky“ se chystá pořídit 1095 elektromobilů a 219 dobíjecích stanic, aby je mohla pronajímat turistům prahnoucím po českých památkách UNESCO. Důkladným průzkumem trhu bylo zjištěno, že

– z elektromobilů vypůjčených u Jizerskohorských bučin se jich pravděpodobně 70 % vrátí zpět u Jizerskohorských bučin, 10 % v Kroměříži a 20 % v Litomyšli.
– z elektromobilů vypůjčených v Kroměříži se jich 50 % vrátí zpět nejspíš v Kroměříži a 50 % v Litomyšli,
– z elektromobilů vypůjčených v Litomyšli se jich 10 % vrátí u Jizerskohorských bučin, 40 % v Kroměříži, 30 % zpět v Litomyšli a 20 % v Telči,
– z elektromobilů vypůjčených v Telči se jich 50 % překvapivě vrátí na druhém konci republiky u Jizerskohorských bučin, 30 % v Kroměříži a 20 % v Litomyšli.

Jak má nejlépe rozmístit dobíjecí stanice do půjčoven plánovaných v oněch čtyřech místech, aby byly dlouhodobě pokud možno co nejrovnoměrněji vytíženy? Úlohu si zjednodušte předpoklady, že zápůjčky jsou jen jednodenní, všechny elektromobily budou zapůjčeny, že se elektromobily nabíjejí jen přes noc lacinějším nočním proudem, a že za tu dobu každá stanice zvládne dobít pět elektromobilů.

(Ve skutečnosti jich objednávají 1100 a 220, ale jedna ze stanic bude v Kutné Hoře na ředitelství a po jednom elektromobilu si rozeberou ředitel a vedoucí poboček.)

~~MVF~~ Nahlédneme, jestli se rozložení aut v lokalitách ustálí.

Nechť $S_i = (J, K, L, T)$

Pak $S_{i+1} = M \cdot S_i$, kde

$$M = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} J & K & L & T \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0{,}7 & 0 & 0{,}1 & 0{,}5 \\ 0{,}1 & 0{,}5 & 0{,}4 & 0{,}3 \\ 0{,}2 & 0{,}5 & 0{,}3 & 0{,}2 \\ 0 & 0 & 0{,}2 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

$$\lambda = 1 \quad \begin{pmatrix} -3 & 0 & 1 & 5 \\ 1 & -5 & 4 & 3 \\ 2 & 5 & -7 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & -10 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -3 & 0 & 1 & 5 \\ 1 & -5 & 4 & 3 \\ 3 & 0 & -3 & 5 \\ 0 & 0 & 2 & -10 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -3 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & -15 & 13 & 14 \\ 0 & 0 & -2 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow$ $T = T$

$L = 5T$

$15K = \cancel{\ldots} = 13L + 14T = 79T$

$K = \frac{79}{15} T$

$3J = L + 5T = 10T \Rightarrow J = \frac{10}{3} T$

$S_s = \left(\frac{10}{3}, \frac{79}{15}; 5; 1\right) \cdot p$

219 x 5 = 1095

$\frac{\overbrace{50 + 79 + 75 + 15}^{219 \times 5 = 1095}}{15} p = 1095$

~~1095 auty by existoval celostátní limitní stav~~

$p = 15 \cdot 5 = 75$ OPRAVA

počet stanic $= S_s \cdot 15$

J	... 5·50 aut	= 250 aut	... 50 stanic
K	5·79 aut	= 395 aut	79 stanic
L		375 aut	75 stanic
T		... 75 aut	15 stanic

Celkem přesně 219 stanic, což je vzhledem k tomu, že stav je stabilní „nejspíš“ a „pravděpodobně“ velmi těsné. Ale přinejhorším asi auta nevyjedou. Mohlo by to vést k jinému S_s.