第一章 质点运动学

§1.2 描述质点运动的物理量

运动学方程 $\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$

速度$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ 速率 $v = |\vec{v}| = \frac{ds}{dt}$

加速度$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

§1.4 圆周运动

角量：角位置θ 角位移$\Delta\theta$ 角速度$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\theta}}{dt}$ 角加速度$\vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$

角量与线量的关系：

$ds = rd\theta$ $v = r\omega$

$\vec{a} = \vec{a}n + \vec{a}t$ 法向加速度$an = \frac{v^2}{r} = r\omega^2$ 切向加速度$a_t = \frac{dv}{dt} = r\alpha$

匀加速圆周运动规律：

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

$$\theta - \theta_0 = \frac{1}{2}\alpha t^2 + \omega_0 t$$

$$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha(\theta - \theta_0)$$

习题：

1、一质点在Oxy平面内做曲线运动，其运算表达式为$x = 2t^2, y = 2t + t^3 (SI)$，试求: (1)质点在第 2s 内的位移和平均速度；(2)质点在任意时刻的速度和加速度。

2、一质点沿x轴作直线运动，其加速度 为$a = 4 - t^2$ (SI 单位)，已知 t=3s 时，质点位于 x=9m 处，速度为=2m · s^{-1}。求其位置和时间的关系式。

3、质点沿 x 轴运动，其加速度 a 与位置坐标 x 的关系为:$a = 2 + 6x^2$ (SI)。如果质点在坐标原点处的速度为零，试求该点在任意位置 x 处的速度。

4、一艘正在沿直线行驶的摩托艇，在发动机关闭后，由于受到水面阻力的缘故作减速运动，其加速度的大小与速度平方成正比，方向相反，即$a=-kv^2$，式中 k 为常量，负号表示加速度的方向与速度方向相反。试证明：摩托艇在关闭发动机后又行驶 x 距离时的速度为

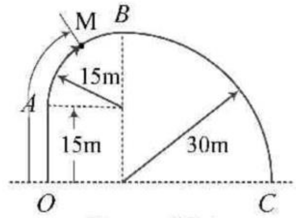
$$v=v_0e^{-kx}$$

其中v_0是发动机刚关闭时的速度。

5、一质点沿半径为 R 的圆周运动。质点所经过的弧长与时间的关系为$s=bt+\frac{1}{2}ct^2$，其中 b、c 都是大于零的常量。试求:从 t=0 开始到切向加速度与法向加速度大小相等时所经历的时间。

6、质点 M 在水平面内的运动轨迹如图所示，其中 OA 段为直线，AB、BC 段分别为不同半径的两个 1/4 圆周。设 t=0 时，质点 M 在 O 点，已知质点的运动学方程为$s=30t+5t^2$ (SI)

试求:在 t=2s 时刻，质点 M 的切向加速度和法向加速度的大小。



7、一质点在 Oxy 平面内作曲线运动，其速度随时间的函数关系为$v=(2t\vec{i}+t^2\vec{j})m\cdot s^{-1}$，在 t=0 时刻，质点的位置矢量为:$r_0=(3\vec{i}+2\vec{j})m$。试求：

(1)质点在任意时刻的加速度矢量和切向加速度的大小；

(2)两点在任意时刻的位置矢量。

8、有人从楼房窗口以水平初速度v_0向外抛出一个小球，以抛出时刻为计时起点，抛出点为坐标原点，初速度v_0的方向为 x 轴正方向，竖直向下为 y 轴正方向。已知重力加速度 g 为常量，且不计空气阻力。试求：

(1)在任意时刻，小球的位置矢量及其轨迹方程；

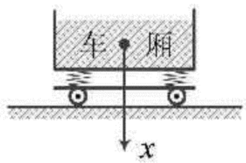
(2)在任意时刻 t，小球的速度矢量；

(3)在任意时刻 t，小球的切向加速度和法向加速度的大小。

第二章 牛顿运动定律

习题：

1、如图所示，一质量为 m 的汽车车厢在车架弹簧上作上下振动，以竖直向下为 x 轴的正方向，车厢的平衡位置作为坐标原点 O，其运动规律为$x = A\sin\omega t$，式中 A、ω为常量。试求:弹簧对车厢的支撑力。



2、质量为 m 的物体，由地面以初速v_0竖直向上发射，物体受到的空气阻力的大小为$F_r = kv$。试求：

(1)物体发射到最大高度所需要的时间；

(2)物体能到达的最大高度。

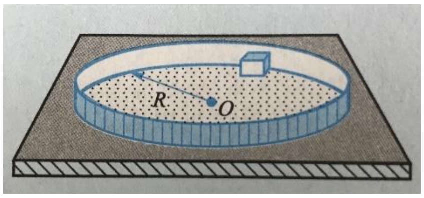
3、已知一质量为 m 的质点在 x 轴上运动，质点只受到指向原点的引力的作用，引力大小与质点离原点的距离 x 的平方成反比，即$F=-\frac{k}{x^2}$，k 是比例常量。设质点在 x=A 时的速度为零，求质点在 x=A/4 处的速度的大小。

4、质量为 m 的小球，在水中受的浮力为恒力 F，当它从水面由静止开始沉降时，受到水的黏性阻力大小为$F_f=kv$ (k 为常量)。试求:小球在水中沉降的深度与沉降速度 v 的函数关系。

5、如图所示，一质量为 m 的小滑块，在固定于光滑水平桌面上、半径为为 R 的圆形轨道的内侧，以速率v_0从某点开始作圆周运动，滑块与轨道内侧的动摩擦因数为μ。试求:

(1)t 时刻滑块的速率及轨道内侧对滑块的正压力；

(2)当滑块的速率由v_0减小到$v_0/2$时，滑块滑过的距离。



第三章 运动的守恒定律

§3.1 功 质点的动能定理

功$A=\int_{a(L)}^{b}\vec{F}\cdot d\vec{r}=\int_{a(L)}^{b}F_x dx+F_y dy+F_z dz$ 合力的功$A=\sum_{i=1}^{n}A_i$

质点的动能定理 $A_{合外力}=E_{kb}-E_{ka}=\frac{1}{2}mv_b-\frac{1}{2}mv_a=\Delta E_k$

§3.2 保守力 势能

$\oint_L \vec{F}_{保}\cdot d\vec{r}=0$ 常见保守力：重力、引力、弹性力……

常见耗散力（非保守力）：摩擦力、爆炸力、黏性阻力……

势能：

重力势能 $E_p=mgh$ 万有引力势能 $E_p=-G\frac{Mm}{r}$ 弹性势能 $E_p=\frac{1}{2}kx^2$

$$A_{保}=-\Delta E_p=E_{pa}-E_{pb}$$

§3.3 功能原理 机械能守恒定律

质点系的动能定理 $A_{外力}+A_{内力}=\Delta E_k=E_{kb}-E_{ka}$

系统的功能原理 $A_{外}+A_{非保}=\Delta E=E-E_0$

机械能守恒定律 $A_{外}+A_{非保}=0\Rightarrow E=E_0$

§3.4 动量 动量定理 动量守恒定律

质点的动量定理 $\vec{F}(t)dt=d\vec{p}$ $\vec{I}=\int_{t_1}^{t_2}\vec{F}(t)dt=\int d\vec{p}=\vec{p}_2-\vec{p}_1$

质点系的动量定理 $\vec{F}_{合外力}dt=d\vec{p}$ $\int_{t_1}^{t_2}\vec{F}_{合外力}dt=\int d\vec{p}=\vec{p}_2-\vec{p}_1$

动量守恒定律（对质点系） $\vec{F}_{合外力}=0\Rightarrow\vec{p}_2=\vec{p}_1$

§3.5 碰撞

恢复系数 $e=\frac{v_2-v_1}{v_{10}-v_{20}}$ 弹性碰撞$e=1$ 完全非弹性碰撞$e=0$ 非弹性碰撞$0<e<1$

完全弹性碰撞 $v_1=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}v_{10}+\frac{2m_2}{m_1+m_2}v_{20}$

$v_1=\frac{2m_1}{m_1+m_2}v_{10}+\frac{m_2-m_1}{m_1+m_2}v_{20}$ $v_2-v_1=v_{10}-v_{20}$

§3.6 角动量 角动量定理 角动量守恒定律

质点的角动量定理 $\vec{M}dt=d\vec{L}$ $\int_{t_0}^{t_1}\vec{M}dt=\int d\vec{L}=\vec{L}-\vec{L}_0$

质点的角动量守恒定律$\vec{M}=0 \Rightarrow \vec{L}=\vec{L}_0$　（有心力）

质点系的角动量定理 $\vec{M}_{外}dt=d\vec{L}$　$\int_{t_0}^{t_1}\vec{M}_{外}dt=\int d\vec{L}=\vec{L}-\vec{L}_0$

质点系的角动量守恒定律 $\vec{M}_{外}=0 \Rightarrow \vec{L}=\vec{L}_0$

习题：

1、一物体按规律$x=ct^2$在流体介质中作直线运动，式中 c 为常量，t 为时间。设流体对物体的黏性阻力正比于速度的平方，比例系数为 k，试求物体由$x=0$运动到$x=l$时，阻力所做的功。

2、一质量为m的质点在Oxy平面内运动 其位置矢量随时间的函数关系为$\vec{r}=acos\omega t\vec{i}+bsin\omega t\vec{j}$,式中$a$、$b$、$o$均是正值常量，且$a>b$。

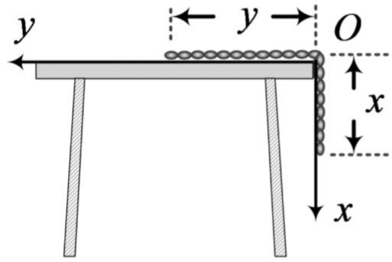
试求:(1)质点在$A(a，0)$和$B(0，b)$两点的动能

(2)质点所受的合外力F以及当质点从 A 运动到 B 点的过程中F的分力F_x和F_y分别做的功。

3、如图所示，一根长为L的链条，质量为m，摊直放在水平桌面上，并使其中一部分下垂，下垂部分的长度为 a，链条与桌面的动摩擦因数为μ。假设下垂部分的重力大于桌面对链条的静摩擦力，能使链条从静止开始向下滑动。试求：

(1)从链条开始滑动到刚离开桌面的过程中，摩擦力做的功；

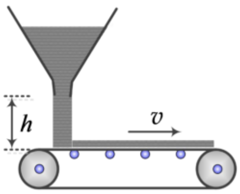
(2)链条刚离开桌面时的速度。



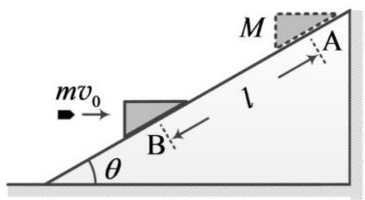
4、陨石在距离地面高度为$2R$时的速度为v_0，已知地球半径为 R，地球质量为m_E，引力常量为 G，并假设陨石在落地过程中不受空气阻力作用。试求陨石坠地时的速度。

5、安全带对高空作业人员是非常重要的。假设一个质量为 50kg 的人，在工作时不慎从高空竖直跌落，由于安全带的保护，最终被悬挂起来。假设此人竖直跌落的距离为 2.0m，安全带弹性缓冲的时间为 0.5s 试求安全带对人的平均冲力。

6、如图所示，用传送带输送煤粉，料斗口在传送带上方高$h = 0.50m$处，煤粉自料斗口自由降落在传送带上，随即与传送带一起运动。设料斗口连续卸煤的流量为$q = 10kg \cdot s^{-1}$，传送带以$v_0 = 1.0m \cdot s^{-1}$的水平速度匀速向右移动。试求料斗口在卸煤过程中，煤粉对传送带的作用力的大小和方向（不计相对传送带静止的煤粉对传送带的压力）。



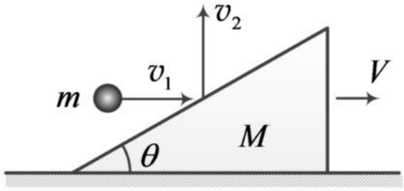
7、质量为M的木块在光滑的固定斜面上，由A点从静止开始下滑，当经过路程l运动到B点时，木块被一颗水平飞来的子弹射中，子弹立即陷入木块内。设子弹的质量为m，速度为v，求子弹射中木块后，子弹与木块的共同速度。



8、如图所示，质量为M的滑块正沿着光滑水平地面向右滑动。一质量为m的小球水平向右飞行，以速度v_1（对地）与滑块斜面相碰，碰后竖直向上弹起，速度为v_2（对地）。若碰撞时间为Δt（Δt很小），试求:

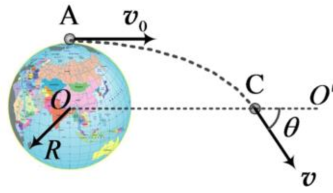
（1）此过程中滑块对地的平均作用力

（2）滑块速度增量的大小。



9、一个具有单位质量的质点在随时间t变化的合外力$\vec{F}=(3t^2-4t)\vec{i}+(12t-6)\vec{j}$ (SI 单位)的作用下运动。设该质点在t_0时位于坐标原点，速度为零。试求：$t=2s$时，该质点受到的外力对坐标原点的力矩和该质点对坐标原点的角动量。

10、小球A，自地球的北极点以速度v_0在质量为M 、半径为R的地球表面沿水平方向向右飞出，如图所示，地心参考系中轴OO'与v_0平行，小球 A 的运动轨道与轴OO'相交于距O为$3R$的 C 点。不考虑空气阻力，试求小球 A 在 C 点的速度v、以及v与v_0之间的夹角θ。



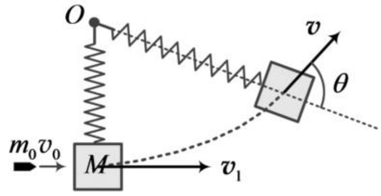
11、A、B 两个滑冰运动员，他们的质量各为 60kg，各以$5.0m\cdot s^{-1}$的速率在相距 6.0 m 的两条平行线上相对滑行。当他们即将交错而过时，同时抓住一根长为 6.0 m 的轻绳的一端， 因而绕他们的对称中心 O 点作圆周运动。若将二人视为一个质点系，并忽略冰面上的摩擦阻力，试求：

（1）两人拉绳前，系统对 O 点总角动量的大小和方向；

（2）开始转圈后，若两人同时用力收绳，使运动半径逐渐减小。当两人转圈的半径减小为 1.5 m 时，他们速率是多少？

（3）在上述过程中，两人的拉力做的总功是多少？

12、如图所示，在光滑的水平桌面上，放着一个质量为M的木块，木块与一个劲度系数为k、原长为l_0的轻弹簧相连，弹簧的另一端固定于桌面上的 O 点，开始时弹簧无伸长。有一质量为m的子弹以速度v_0垂直于弹簧射向木块 M，并嵌入木块中。试求：当弹簧的长度变为l（$l > l_0$）时木块的速度v，以及速度方向与拉伸方向之间的夹角θ。



第四章 刚体力学

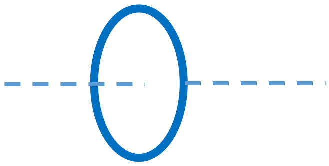
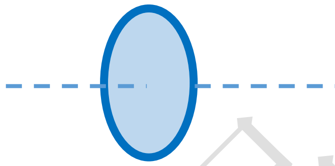
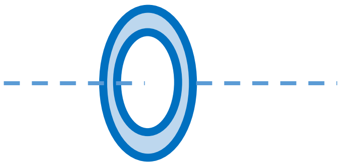
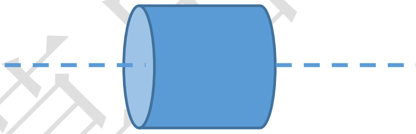
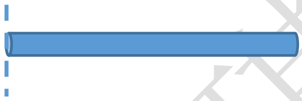
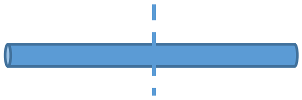
§4.3 力矩 转动定律 转动惯量

转轴的力矩 $M_z = F_{\perp} d$

刚体的定轴转动定律 $M = I\alpha = I\frac{d\omega}{dt}$

转动惯量 $I = \int_m r^2 dm = \int_V r^2 \rho dV$

常见的转动惯量

 圆环 转轴通过圆心且与盘面垂直 $I = mR^2$	 圆盘 转轴通过圆心且与盘面垂直 $I = \frac{1}{2} mR^2$
 粗圆环 $I = \frac{1}{2} m({R_1}^2 + {R_2}^2)$	 圆柱 $I = \frac{1}{2} mR^2$（沿 Z 轴延伸对 I 无影响）
 细棒 轴线通过端点 $I = \frac{1}{3} mL^2$	 细棒 轴线通过中心 $I = \frac{1}{12} mL^2$

平行轴定理 $I = I_c + md^2$ 正交轴定理 $I_z = I_x + I_y$

§4.4 刚体定轴转动的功能关系

力矩的功 $dA = Md\theta$ $A = \int_{\theta_0}^{\theta} M d\theta$

转动动能 $E_k = \frac{1}{2} I\omega^2$

刚体定轴转动的动能定理$A = \int_{\theta_1}^{\theta_2} M_{合外} d\theta = \int_{\omega_1}^{\omega_2} I\omega d\omega = \frac{1}{2} I{\omega_2}^2 - \frac{1}{2} I{\omega_1}^2 = E_{k2} - E_{k1} = \Delta E_k$

（合外力矩做功等于转动动能的增量）

§4.5 刚体的角动量 角动量定理 角动量守恒定律

刚体的角动量 $\vec{L} = I\vec{\omega}$

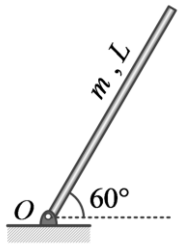
刚体定轴转动的角动量定理（质点系的角动量定理）$Mdt = dL = d(I\omega)$

$\int_{t_1}^{t_2} Mdt = \int_{L_1}^{L_2} dL = L_2 - L_1 = I_2\omega_2 - I_1\omega_1$（初、末状态的$I$不一定相同）

刚体定轴转动的角动量守恒定律（质点系的角动量守恒定律）$\vec{M}_{外} = 0 \Rightarrow \vec{L} = \vec{L}_0 \Rightarrow I\omega = I_0\omega_0$

习题：

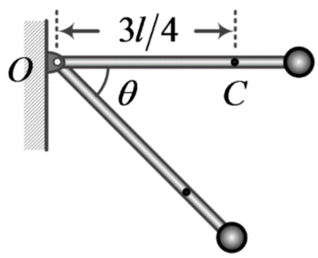
1、一长为L的均匀直棒可绕过其一端且与棒垂直的水平光滑固定轴O转动，如图所示。抬起另一端使棒向上与水平面成 60°，然后无初转速地将棒释放。已知棒对轴的转动惯量为$\frac{1}{3}mL^2$，其中m和L分别为棒的质量和长度。试求棒转到水平位置时的角速度。



2、如图所示，长为l、质量为m的匀质细杆，可绕通过杆的端点并与杆垂直的固定轴 O 转动。杆的另一端连接一质量为m的小球，杆从水平位置由静止开始释放。忽略轴处的摩擦，当杆转至与水平方向成角θ时，试求：

（1）棒的角速度；

（2）距转轴为$\frac{3}{4}l$处 C 点的法向加速度是多少？



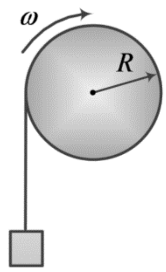
3、一轴承光滑的定滑轮，质量为$M = 2.00kg$，半径$R = 0.100m$，一根不能伸长的轻绳，一端固定在定滑轮上，另一端系有一质量为$m = 5.00kg$的物体，如图所示。已知定滑轮的转动惯量为$I = \frac{1}{2}MR^2$，其初角速度$\omega_0 = 10.0ras/s$,方向垂直纸面向里，绳与轮没有相对滑动。

试求：

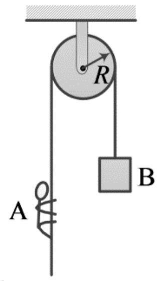
(1) 定滑轮的角加速度的大小和方向；

(2) 绳中的张力；

(3) 定滑轮的角速度变化到$\omega = 0$时，物体上升的高度；

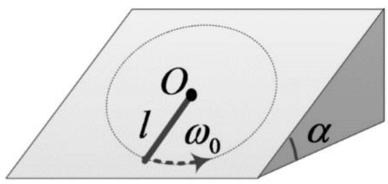


4、一轻绳绕过一个定滑轮，轮轴光滑无摩擦，滑轮的半径为R，质量为$4M$，均匀分布在其边缘上。绳子的 A 端有一质量为M的人抓住了绳端，而在绳的另一端 B 系了一个质量为$M/2$的重物，如图所示。设人相对于绳匀速向上爬时，绳与滑轮间无相对滑动，求 B 端重物上升的加速度？（已知滑轮对通过滑轮中心且垂直于轮面的轴的转动惯量$I=\frac{1}{4}MR^2$）



5、试用刚体定轴转动的动能定理重新求解第 2 题。

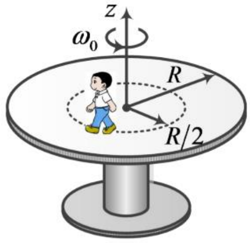
6、质量为m长为l的均匀细杆，如图所示。放在倾角为α的光滑斜面上，可以绕通过杆上端且与斜面垂直的光滑固定轴O在斜面上转动。要使此杆能绕轴转动一周，至少应使杆以多大的初始角速度ω_0转动？



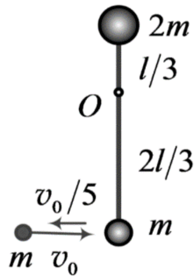
7、在半径为R、质量为M具有光滑竖直固定中心轴的水平圆盘上，有一人静止站立在距转轴为$2R$处，人的质量是圆盘质量的 1/10，开始时载人圆盘对地以角速度ω_0匀速转动。现在此人相对于圆盘以速率v沿与圆盘转动的相反方向绕轴作圆周运动，如图所示。已知圆盘对中心轴的转动惯量为$\frac{1}{2}MR^2$。试求：

（1）圆盘对地的角速度；

（2）欲使圆盘对地静止，人在该圆周上相对于圆盘的速度v的大小及方向？



8、如图所示，长为l的轻杆，两端各固定质量分别为m和$2m$的小球，杆可绕水平光滑固定轴O在竖直面内转动，转轴O距两端分别为$l/3$和$2l/3$。轻杆原来静止在竖直位置。今有一质量也为m的小球，以水平速度v_0与杆下端小球m作对心碰撞，碰后以$v_0/5$的速度返回，试求碰撞后轻杆所获得的角速度，并判断该碰撞是否为完全弹性碰撞。

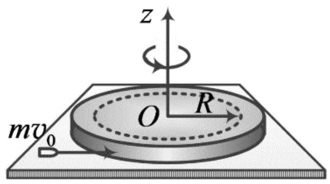


9、一质量均匀分布的圆盘，质量为M ，半径为R，放在一粗糙水平面上（圆盘与水平面之间的摩擦系数为μ），圆盘可绕通过其中心O的竖直固定光滑轴转动。开始时，圆盘静止，一质量为m的子弹以水平速度v_0垂直于圆盘半径打入圆盘边缘并嵌在盘边上，求

(1) 子弹击中圆盘后，盘所获得的角速度；

(2) 经过多少时间后，圆盘停止转动。

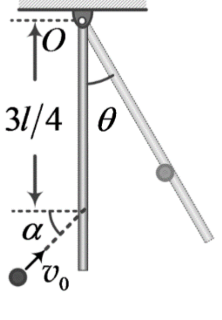
（已知圆盘绕通过 O 的竖直轴的转动惯量为$\frac{1}{2}MR^2$，忽略子弹重力造成的摩擦阻力矩）



10、一质量为M、长为l的均匀细棒，悬在通过其上端O且与棒垂直的水平光滑固定轴上，开始时自由下垂，如图所示。现有一质量为m的小泥团以与水平方向夹角为α的速度v_0击在距离O为$3l/4$处，并粘在其上。求：

(1) 细棒被击中后的瞬时角速度；

(2) 细棒摆到最高点时，细棒与竖直方向间的夹角θ。



第六章 机械振动

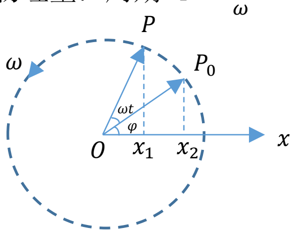
§6.1 简谐振动

简谐振动微分方程 $\frac{d^2x}{dt^2}+\omega^2x=0$ 角频率$\omega=\begin{cases}\sqrt{\frac{k}{m}}(\text{弹簧振子})\\ \sqrt{\frac{g}{l}}(\text{单摆})\\ \sqrt{\frac{mgl}{I}}(\text{复摆})\end{cases}$

振动表达式 $x=Acos(\omega t+\varphi)$ 速度 $v=-A\omega sin(\omega t+\varphi)$ 加速度 $a=A\omega^2cos(\omega t+\varphi)$

描述简谐振动的物理量：周期 $\mathrm{T}=\frac{2\pi}{\omega}$ 频率$\nu=\frac{1}{T}=\frac{\omega}{2\pi}$

旋转矢量法



§6.3 简谐振动的能量(以弹簧振子为例)

动能$E_k=\frac{1}{2}kA^2sin^2(\omega t+\varphi)$

势能$E_p=\frac{1}{2}kA^2cos^2(\omega t+\varphi)$

机械能$E=E_p+E_k=\frac{1}{2}kA^2$

§6.4 简谐振动的合成

Case1：两个同方向、同频率的简谐振动的合成

$$x_1=A_1cos(\omega t+\varphi_1)$$
$$x_2=A_2cos(\omega t+\varphi_2)$$
$$x=x_1+x_2=A_1cos(\omega t+\varphi_1)+A_2cos(\omega t+\varphi_2)=Acos(\omega t+\varphi)$$
$$A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos(\varphi_2-\varphi_1)}$$
$$tan\varphi=\frac{A_1sin\varphi_1+A_2sin\varphi_2}{A_1cos\varphi_1+A_2cos\varphi_2}$$

令$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1$，

$$\Delta\varphi=2k\pi\,,A=A_1+A_2$$
$$\Delta\varphi=(2k+1)\pi\,,A=|A_1-A_2|$$

若$A_1=A_2$，

$$\Delta\varphi=2k\pi\,,A=A_1+A_2=2A$$
$$\Delta\varphi=(2k+1)\pi\,,A=|A_1-A_2|=0$$

Case2：两个同方向、不同频率的简谐振动的合成（假设振幅都是A，初相都是φ）

$$x_1=Acos(\omega_1t+\varphi)=Acos\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t+\varphi+\frac{\omega_1-\omega_2}{2}t\right)$$
$$x_2=Acos(\omega_2t+\varphi)=Acos\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t+\varphi-\frac{\omega_1-\omega_2}{2}t\right)$$

$$x = 2Acos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t\right)\cos(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t + \varphi)$$

（式中，$2Acos\left(\frac{\omega_1-\omega_2}{2}t\right)$看作周期性变化合振动振幅，$\cos(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t+\varphi)$看作角频率为$\frac{\omega_1+\omega_2}{2}$的简谐运动）

习题：

1、一物体放在水平木板上，物体与板面间的静摩擦系数为 0.50。

（1）若此板沿水平方向作简谐振动，频率为 2.0Hz，要使物体在板上不致滑动，振幅最大值为多少？

（2）若令此板改作竖直方向的简谐振动，振幅为 0.50m， 要使物体一直保持与板接触的最大频率是多少?

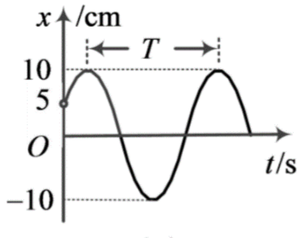
2、一物体沿 x 轴作振幅为 20cm，周期为 1.6s 的简谐振动，物体质量为 0.20kg。当 t=0 时，物体位于 x 轴上-10cm，且向 x 轴负方向运动。试求：

（1）物体的振动表达式；

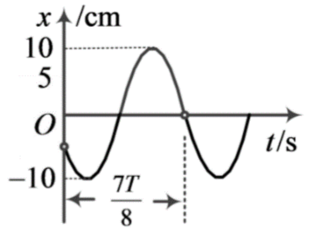
（2）t = 1.0s 时物体所受的合外力的大小和方向；

（3）由起始位置开始第二次运动到平衡位置时所需的时间。

3、物体作简谐振动的振动曲线分别如图（a）和（b） 所示（图中各量用国际单位制），图中 A、T 作为已知值。试分别写出它们的简谐振动表达式。

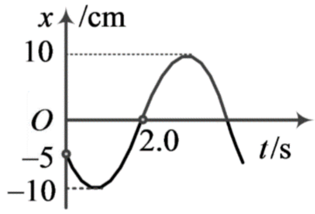


（a）



（b）

4、某质点作间谐振动的振动曲线如图所示，试求：



（1）质点的振动表达式；

（2）质点从初始位置出发，第一次运动到正最大位移时所需的时间。

5、一弹簧振子沿 x 轴作简谐振动，以平衡位置作为坐标原点。已知振动物体的最大位移为 $x_m = 0.40m$ ，最大速度为$v_m = 0.80\pi\ m \cdot s^{-1}$，受到的最大恢复力为$F_m = 0.80N$。假定在$t = 0$时刻，振子的位移为 0.2m，速度沿 x 轴的负方向。试求：

（1）此弹簧振子的振动表达式；

（2）振动系统的总能量；

（3）动能和势能相等时物体的位置。

6、有两个同方向、同频率的简谐振动，它们的振动表达式如下：

$$x_1 = 0.12\cos(10\pi t + \frac{3}{4}\pi)\text{（SI）}$$

$$x_2 = 0.10\cos(10\pi t + \frac{1}{4}\pi)\text{（SI）}$$

（1）求它们合成振动的表达式；

（2）若另有一振动：$x_3 = 0.14\cos(10\pi t + \varphi_3)$（SI）,问$\varphi_3$为何值时，$x_1 + x_3$的合振幅为最大； φ_3为何值时，$x_2 + x_3$的合振幅为最小。

7、已知一质点同时参与两个同方向、同频率的简谐振动：

$$x_1 = 0.20\cos(10\pi t + \frac{5}{6}\pi)\text{（SI）}$$

$$x_1 = 0.20\cos(10\pi t + \frac{1}{2}\pi)\text{（SI）}$$

试求：该质点合振动的表达式。

第七章 机械波

§7.1 机械波的产生与传播

横波：质点振动方向与波的传播方向垂直（只存在于固体中）

纵波：质点振动方向与波的传播方向平行（存在于固、液、气中）

波速：$\sqrt{\frac{\text{模量}}{\text{密度}}}$（模量：切变模量 G，杨氏模量 E，介质的体积模量 K，密度：ρ）

波长 $\lambda = uT = \frac{u}{\nu}$

§7.2 平面简谐波的波动表达式

正向波：$y = Acos\left[\omega\left(t - \frac{x}{u}\right) + \varphi_0\right]$ 负向波：$y = Acos\left[\omega\left(t + \frac{x}{u}\right) + \varphi_0\right]$

其他形式（以正向波为例）：

$$y = Acos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi_0\right)$$

$$y = Acos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi_0\right]$$

物理意义：给定t，得出的函数图像为该时刻的波形图；给定x，得出的表达式是该位置质元的振动表达式

§7.3 平面简谐波的能量

机械能：$\Delta E_k = \Delta E_p \Rightarrow E_k = E_p$

$E_k = E_p = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\rho VA^2\omega^2 sin^2\left[\omega\left(t + \frac{x}{u}\right) + \varphi_0\right]$

$E = E_k + E_p = \rho VA^2\omega^2 sin^2\left[\omega\left(t + \frac{x}{u}\right) + \varphi_0\right]$

能量密度 ：$w = \frac{E}{V} = \rho A^2\omega^2 sin^2\left[\omega\left(t + \frac{x}{u}\right) + \varphi_0\right]$

平均能量密度：$\bar{w} = \frac{1}{2}\rho A^2\omega^2$

能流：$P = wuS = \rho A^2\omega^2 uS sin^2\left[\omega\left(t + \frac{x}{u}\right) + \varphi_0\right]$

能流密度：$wu = \frac{P}{S} = \rho A^2\omega^2 u sin^2\left[\omega\left(t + \frac{x}{u}\right) + \varphi_0\right]$

平均能流密度（波强）：$I = \frac{1}{2}\rho A^2\omega^2 u$

由波强表达式可知：平面波在无吸收的介质中振幅不变，球面波在无吸收的介质中振幅随波源距离反比减小。

§7.4 惠更斯原理

在波的传播过程中，波所到达的每一点都可以看作是发射子波的波源，在其后的任一时刻，这些子波的包络面就是新的波前。

应用：波的衍射

§7.5 波的干涉

条件：振动方向相同、振动频率相同、震动相位差恒定(满足该条件称为相干波源)

某点处两列波叠加

$$y_1 = A_1 cos\left(\omega t - \frac{2\pi r_1}{\lambda} + \varphi_1\right)$$

$$y_2 = A_2 cos\left(\omega t - \frac{2\pi r_2}{\lambda} + \varphi_2\right)$$

则

$$y = y_1 + y_2 = Acos(\omega t + \varphi)$$

由同方向、同频率的振动合成可得，

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\left(\varphi_2 - \varphi_1 - 2\pi\frac{r_2 - r_1}{\lambda}\right)}$$

令$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 - 2\pi\frac{r_2 - r_1}{\lambda}$，

$$\Delta\varphi = 2k\pi\,, A_{max} = A_1 + A_2\text{，相长干涉}$$

$$\Delta\varphi = (2k+1)\pi\,, A_{min} = |A_1 - A_2|\text{，相消干涉}$$

若$\varphi_2 = \varphi_1$，即波源S_1, S_2同相位，

令$\delta = r_2 - r_1$（波程差），上式可化简为

$$\delta = k\lambda\,, A_{max} = A_1 + A_2\text{，相长干涉}$$

$$\delta = \frac{(2k+1)}{2}\lambda\,, A_{min} = |A_1 - A_2|\text{，相消干涉}$$

由振幅合成及波强表达式可知

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}cos\Delta\varphi$$

若$I_1 = I_2 = I_0$，

$$I = 2I_0(1 + cos\Delta\varphi) = 4I_0 cos^2\frac{\Delta\varphi}{2}$$

$$\Delta\varphi = 2k\pi\,, I = 4I_0$$

$$\Delta\varphi = (2k+1)\pi\,, I = 0$$

§7.6 驻波

本质：两列振幅相同的相干波反向干涉产生的波

驻波方程：

$$y_1 = Acos\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi_1\right) = Acos\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} - \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} + \frac{\varphi_2 + \varphi_1}{2}\right)$$

$$y_2 = Acos\left(\omega t + \frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi_2\right) = Acos\left(\omega t + \frac{2\pi x}{\lambda} + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} + \frac{\varphi_2 + \varphi_1}{2}\right)$$

$$y = 2Acos\left(\frac{2\pi x}{\lambda} + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}\right)cos\left(\omega t + \frac{\varphi_2 + \varphi_1}{2}\right)$$

式中，$2Acos\left(\frac{2\pi x}{\lambda} + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}\right)$为振幅分布因子，$cos\left(\omega t + \frac{\varphi_2 + \varphi_1}{2}\right)$为谐振动因子

波腹和波节：

$$A_{合} = \left|2Acos\left(\frac{2\pi x}{\lambda} + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}\right)\right|$$

$$波腹：\frac{2\pi x}{\lambda} + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} = k\pi, \left|cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda} + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}\right)\right| = 1, A_{合} = 2A$$

$$波节：\frac{2\pi x}{\lambda} + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} = \frac{2k+1}{2}\pi, \left|cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda} + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}\right)\right| = 0, A_{合} = 0$$

相邻波节距离

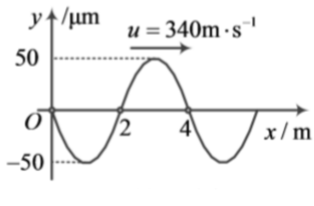
$$\Delta x = \frac{\lambda}{2}$$

相位：相邻两个波节之间，相位相同；一个波节两侧相位相反
能量：无能量传播

半波损失（相位突变Π）
固定端：波节 自由端：波腹
波疏→波密：波节 波密→波疏：波腹

习题：
1、一横波沿绳子传播时的波动表达式为$y(x,t) = 5.0 \times 10^{-2}cos(10\pi t - 4\pi x)$,式 x 以 m 为单位，t 以 s 为单位。试求：
（1）此波的传播方向、波速、频率和波长；
（2）绳子上任一质点的振动速度和加速度的表达式以及速度和加速度的最大值；
（3）x = 0.2m 处的质点在 t = 1s 时的相位。它是坐标原点(x = 0)处的质点在哪一时刻的相位?

2、如图所示为$t = \frac{3}{4}T$时平面简谐波的波形曲线，试求其波动表达式。

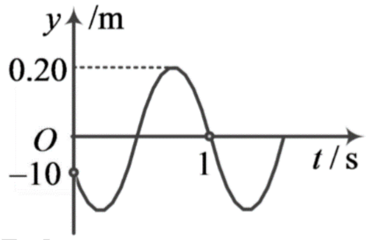


3、一平面简谐波沿 x 轴正方向运动，已知：振幅为 5.0cm，周期为 20ms ，波速为 200m/s。现测得在 t = 30ms 时，x = 3.0m 处的质元恰好运动到负最大位移处。试求该波的波动表达式。

4、一平面简谐波沿 x 轴正向传播,波长$\lambda = 4.0m$。如图所示为波线上$x = 1.0m$处质点的振动曲线。试求：

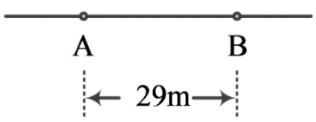
（1）波线上$x = 1.0m$处质点的振动表达式（用余弦函数表示）；

（2）该波的波动表达式。

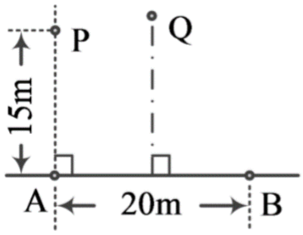


5、一声波的频率为 1000Hz，在空气中的声速为 340m/s ，到达人耳时声波的振幅为 $1.0 \times 10^{-6}m$。已知空气的密度为$1.3\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$。试求此声波在人耳处的平均能量密度和波的强度。

6、同一介质中的两个波源位于 A 、B 两点，其振幅相等，频率都是 100Hz，相位差为 $\varphi_B - \varphi_A = \frac{\pi}{2}$。若 A、B 两点相距为 29m，波在介质中的传播速度为 400m/s ，假设两列波在 A、B 连线上和延长线上传播时振幅相等，且不随传播距离改变。试求 AB 连线上因干涉而静止的各点位置。



7、如图所示，A、B 为同一介质中的两个相干波源，两列波的频率都是 10Hz，当 A 为波峰时，B 为波谷，它们单独在 P 点激起的振幅都是 0.05m。假设介质中的波速为 40m/s，不计振幅随传播距离的变化，试求：从 A、 B 发出的两列波分别在 P 点和 AB 中垂线上的任意一点 Q 干涉时的合振幅。



8、在一根线密度为$\rho = 10^{-2}kg/m$、张力$F = 100N$的弦线上，有一列沿 x 轴正方向传播的简谐波，其频率$\nu = 50Hz$，振幅 A = 4.0 cm。已知弦线上离坐标原点为$x_1 = 5m$处的质点在$t = 0$时刻的位移为 A / 2，且沿 y 轴负方向运动。当传播到固定端$x_2 = 10m$米处时，被全部反射。试写出：

（1）入射波和反射波的表达式；

（2）入射波与反射波叠加形成的驻波方程；

（3）在$0 \le x \le 10m$区间内所有波腹和波节的位置坐标。

9、设入射波的表达式为$y_{\lambda}(x,t) = Acos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right)\right]$。已知此波在$x = 0$处发生反射，且反射点为一固定端。设反射时无能量损失，试求：

（1）反射波的表达式；

（2）合成波的表达式；

（3）波腹和波节的位置。

第八章 气体动理论

§8.2 理想气体的物态方程

等压 $\frac{V}{T}=const$ 等容 $\frac{p}{T}=const$ 等温 $pV=const$

理想气体物态方程 $pV=\frac{m}{M}RT$ 或 $p=nkT$

§8.4 理想气体的压强

理想气体的压强公式 $p=\frac{2}{3}n\overline{\varepsilon_t}$（$\overline{\varepsilon_t}$为平均平动动能 $\overline{\varepsilon_t}=\frac{1}{2}m_0\overline{v^2}$）

§8.5 理想气体的温度公式

理想气体的温度公式 $\overline{\varepsilon_t}=\frac{3}{2}KT$

§8.6 麦克斯韦速率分布律

速率分布函数 $f(v)=\frac{dN}{Ndv}$

归一化条件 $\int_0^{\infty}f(v)dv=1$

最概然速率 v_p $\frac{d\left(f(v)\right)}{dv}=0$

平均速率 $\bar{v}=\int_0^{\infty}vf(v)dv$

方均根速率 $\sqrt{\overline{v^2}}=\sqrt{\int_0^{\infty}v^2f(v)dv}$

对麦克斯韦速率分布函数：$v_p=\sqrt{\frac{2RT}{M}}=\sqrt{\frac{2kT}{m_0}}<\bar{v}=\sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}=\sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}}<\sqrt{\overline{v^2}}=\sqrt{\frac{3RT}{M}}=\sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$

§8.8 能量均分定理 理想气体的内能

分子自由度i：

单原子分子 $i=t=3$ 刚性双原子分子 $i=t+r=5$ 刚性多原子分子$i=t+r=6$

能量按自由度均分定理：

一个分子平均动能 $\overline{\varepsilon_k}=\frac{i}{2}kT$ （注意：分子平均<u>转动</u>动能为$\overline{\varepsilon_t}=\frac{3}{2}KT$）

理想气体内能 $E=\frac{m}{M}\frac{i}{2}RT$ 内能改变量$\Delta E=\frac{m}{M}\frac{i}{2}R\Delta T$（记$C_v=\frac{i}{2}R$，$\Delta E=\frac{m}{M}C_v\Delta T$）

习题：

1、容积为$1.0\times10^{-2}m^3$的瓶中，装有温度为 300K 的氧气。问在温度不变的情况下，当瓶内压强由2.5×10^5Pa降至1.3×10^5Pa时，共用去了多少氧气？

2、某氦氖气体激光管，工作时管内温度是 27℃，压强 是$3.2\times10^{2}Pa$，氦气和氖气的压强比是 7 :1，问管内氦气及氖气的分子数密度各是多少？

3、设有 N 个粒子。其速率分布率如图所示，N、v_0、m为已知量。

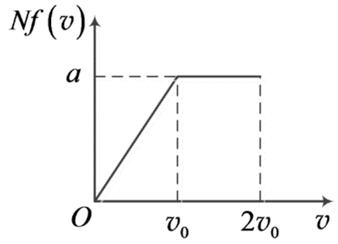
(1) 说明图中纵、横坐标以及曲线与横坐标所包围面积的含义；

(2) 求a的值；

(3) $0.5v_0$~$1.5v_0$间粒子数是多少?

(4) N 个粒子的平均速率是多少?

(5) N 个粒子的平均平动动能是多少?



4、求温度为 27℃时的氢气分子和氧气分子的平均速率、方均根速率及最概然速率。

5、某容器内储有氧气，测得其压强为$1.013\times10^{5}Pa$，温度为 300K。试求：
①分子数密度；②氧气的密度；③氧分子的质量；④分子的平均平动动能。

6、在某封闭容器内装有温度为$T = 300\text{K}$，密度$\rho = 40.0g \cdot L^{-1}$的氧气，容器以$u = 150m \cdot s^{-1}$的速率作匀速直线运动。若容器突然停止运动，且定向运动的动能全部转化为分子热运动的平均动能，试求平衡后氧气的温度T和压强p。

7、在标准状态下，已知氧气和氦气的体积比$\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$，试求其内能之比$\frac{E_1}{E_2}$。

第九章 热力学基本定律

§9.1 热力学第一定律

热力学第一定律 $Q = A + \Delta E$

式中，Q为吸收的热量，A为对外做功，ΔE为内能的增量

§9.2 热力学第一定律对理想气体的应用

	状态方程	A	ΔE	Q
等压	$\frac{V}{T} = const$	$\frac{m}{M} R\Delta T$	$\frac{m}{M} C_v \Delta T$	$\frac{m}{M} C_p \Delta T$
等容	$\frac{p}{T} = const$	0	$\frac{m}{M} C_v \Delta T$	$\frac{m}{M} C_v \Delta T$
等温	$pV = const$	$\frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1}$	0	$\frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1}$
绝热	$pV^{\gamma} = const$ $TV^{\gamma-1} = const$ $p^{\gamma-1} T^{-\gamma} = const$	① $-\frac{m}{M} C_v \Delta T$ ② $\frac{p_1 V_1 - p_2 V_2}{\gamma - 1}$	$\frac{m}{M} C_v \Delta T$	0

Notes: $C_v = \frac{i}{2} R$, $C_p = C_v + R = \frac{i}{2} R + R$, $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{i+2}{i}$

§9.3 循环过程 卡诺循环

热机及其效率 $\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$（$Q_1$为吸热量，$Q_2$为放热量）

制冷剂及其制冷系数 $w = \frac{Q_2}{A} = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2}$

卡诺循环 $\eta = \frac{A}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$ $w = \frac{Q_2}{A} = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$

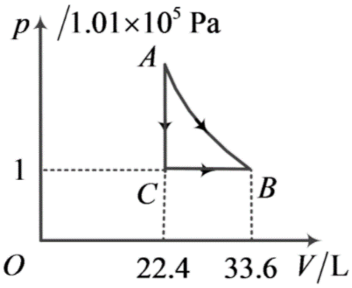
习题：

1、1mol 的单原子理想气体，从 300K 加热到 350K，其过程分别为：⑴容积保持不变；⑵压强保持不变。试求在这两种过程中：各吸取了多少热量；气体的内能增加了多少；对外界做了多少功。

2、如图所示，1mol 的氧气，从状态 A 变化到状态 B。试分别计算以下两种情况下氧气的内能增量、对外所做的功和吸收的热量。

（1）由状态 A 等温地变到状态 B；

（2）由状态 A 等容地变到状态 C，再由状态 C 等压地变到状态 B。



3、在标准状态下，将 1mol 的干燥空气绝热地压缩到原体积的一半，若将空气视为理想气体，且$\gamma = 1.4$。试求

⑴ 压缩后空气的温度和压强；

⑵ 压缩过程中外界对气体所做的功。

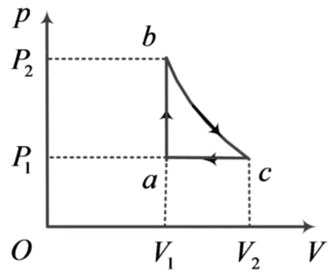
4、质量为 8g 的氧气，体积为$0.41 \times 10^{-3} m^3$，温度为 300K，试求：

⑴ 氧气作等温膨胀后，体积增至$4.10 \times 10^{-3} m^3$，此过程中气体所做的功；

⑵ 氧气作绝热膨胀后，体积增至$4.10 \times 10^{-3} m^3$，此过程中气体所做的功。

5、以理想气体为工作物质的某热机，它的循环过程如图所示（bc 为绝热线），证明其效率为

$$\eta = 1 - \gamma \frac{\left(\frac{V_2}{V_1}\right) - 1}{\left(\frac{p_2}{p_1}\right) - 1}$$

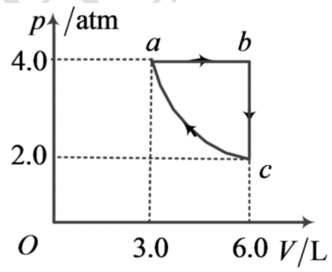


6、质量为 14g 的氮气，作如图所示的循环过程 abca，其中 a→b 是等压过程，b→c 是等容过程，c→a 是等温过程。试求：

⑴ 气体在各个过程中所做的功；

⑵ 在各个过程中传递的热量；

⑶ 循环效率。



7、一卡诺热机从 373K 的高温热源吸热，向 273K 的低温热源放热。若该机从高温热源吸收 1000J 热量，试求该热机所做的功及放出的热量。

8、热源温度为 100 ℃和冷却器温度为 0℃时，设卡诺 热机每经历一个循环对外作净功 800J 。今维持冷却器温度不 变，提高热源温度，使每个循环中对外作的的净功增为 1600J，若此两循环工作于相同的两绝热线之间，工作物质设为理想气体，试问：

⑴ 热源的温度应变为多少；

⑵ 这时循环效率多大。

第十章 静电场

§10.1 库仑定律

库仑定律 $\vec{F}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r^2}\overrightarrow{e_r}$

§10.2 电场 电场强度

点电荷场强 $\vec{E}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0r^3}\vec{r}$

点电荷系的场强 $\vec{E}=\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0r_i^3}\vec{r_i}$

带电体场强 $\vec{E}=\int\frac{dq}{r^3}\vec{r}=E_x\vec{i}+E_y\vec{j}+E_z\vec{k}$

几个特殊场强：

电偶极子 $\vec{p}=q\vec{l}$　　轴线上$\vec{E}=-\frac{\vec{p}}{4\pi\varepsilon_0r^3}$　　两侧$\vec{E}=\frac{2\vec{p}}{4\pi\varepsilon_0r^3}$

无限长均匀带电导线 $E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0r}$

无限大均匀带电板 $E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

§10.3 真空中静电场的高斯定理

高斯定理 $\phi_e=\oiint_s\vec{E}d\vec{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_i$

高斯定理的应用：高度对称性（球对称、无限长的轴对称、无限大的面对称）

§10.4 环路定理 电势

环路定理 $\oint_L\vec{E}\,d\vec{l}=0$

电势 $V_a=\int_a^{V(0)}\vec{E}d\vec{l}$

（一般选取∞处为 V=0，但当电荷延伸到无限远处时不能选∞处为 V=0）

电势差 $U_{ab}=V_a-V_b=\int_a^b\vec{E}d\vec{l}$

计算方法：

Case1：电势叠加法（已知电荷分布）

$$V_a=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_i}{r_{ia}}\quad 或\quad V_a=\int_Q\frac{dq}{4\pi\varepsilon_0r}$$

Case2：电势定义法（已知电场 分布）

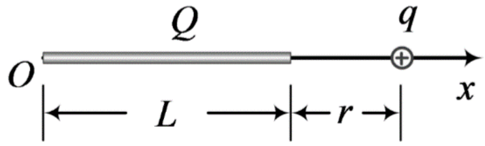
$$V_a=\int_a^{V(0)}\vec{E}d\vec{l}$$

习题：

1、正电荷Q均匀分布在长度为L的细棒上，将正点电荷q放在细棒延长线上距离细棒一端为r处，取细棒另一端为坐标原点O，如图所示。

（1）求均匀带电细棒在点电荷q处产生的电场强度和点电荷q所受的电场力。

（2）如果点电荷q距离细棒很远（$r >> L$），则该点的场强和点电荷所受电场力取何种形式？



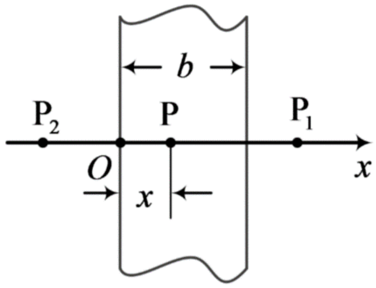
2、负电荷Q均匀分布在一个半径为R的1/4圆弧上，试求圆心处的电场强度。

3、如图所示，厚度为b的“无限大”带电平板，其电荷体密度为$\rho = kx(0 \leq x \leq b)$，式中k为一正的常量。试求：

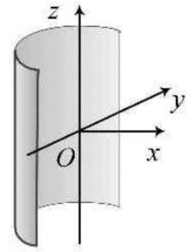
（1）平板外任意点 P1 和 P2 处的电场强度；

（2）平板内任一点 P 处电场强度；

（3） x轴上场强为零的点在何处？



4、真空中有半径为 R 的无限长半圆柱面均匀带正电，电荷面密度为σ，如图所示，试求：半圆柱中部轴线上 O 点的电场强度。



5、在半径分别为R_1和R_2（设$R_1 < R_2$）的两个同心球面上,分别均匀带电Q_1和Q_2，求空间的场强分布，并作出$E-r$关系曲线。

6、有一半径为 R 的带电球体，电荷体密度随半径变化规律为：$\rho = kr$，其中 k 为正的常量，试求此带电球体产生的电场强度分布。

7、如图所示，有一带电球壳，内、外半径分别为 a 和 b，电荷体密度$\rho = \frac{A}{r}$，另外在球心处还有一点电荷 Q。试证明当$A = \frac{Q}{2\pi a^2}$时，球壳区域内的电场强度 E 的大小与半径 r 无关。

8、设气体放电形成的等离子体在圆柱体内的体电荷分布可用下式表示

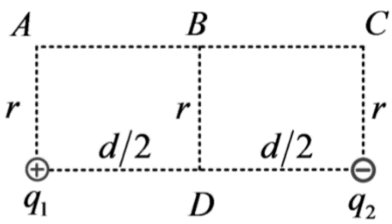
$$\rho(r)=\frac{\rho_0}{\left[1+(\frac{r}{a})^2\right]^2}$$

式中 r 为到中心轴线的距离，ρ_0为轴线上的电荷体密度，a 为常量（它是ρ减小到$\rho_0/4$时到轴线的距离）。试计算其场强分布。

9、如图所示，已知 r = 6cm，d = 8cm，$q_1=3\times10^{-8}C,q_2=-3\times10^{-8}C$。试求：

（1）将电荷量为$2\times10^{-9}C$的点电荷从 A 点移到 B 点时，电场力做的功；

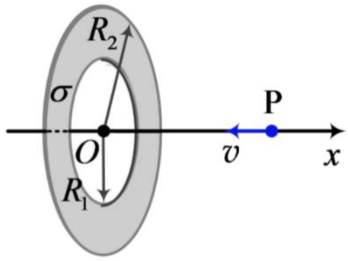
（2）将此点电荷从 C 点移到 D 点时，电场力做的功。



10、如图所示，有一个内外半径分别为R_1和R_2的均匀带电圆环，电荷面密度为$\sigma(\sigma>0)$。

（1）计算通过环心垂直于环面的轴线上任意一点 P 的电势；

（2）若有一质子沿轴线从无限远处射向带正电的圆环，要使质子能穿过圆环，它的初速度至少是多少？



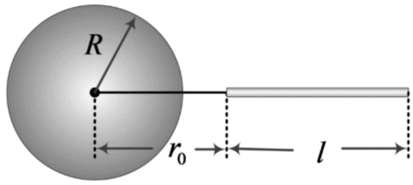
11、两个同心均匀带电球面的半径分别为R_1和R_2（设$R_1 < R_2$），所带电荷量分别为Q_1和为Q_2。试求：

（1）空间各区域的电势分布，并画出 V-r 曲线；

（2）两球面的电势差。

12、一半径为 R 的无限长均匀带电圆柱体，其电荷体密度为ρ。现取圆柱体表面电势为零。试求：圆柱体内外的电势分布并画出电势分布曲线。

13、如图所示，半径为 R 的均匀带电球面，带电荷量为 Q，沿半径方向有一均匀带电细线，线电荷密度为λ，长度为 l，细线近端离球心距离为r_0，设球面和细线上的电荷分布不相互影响。试求细线所受球面电荷的电场力和带电细线在该电场中的电势能（设无限远处的电势为零）。



第十一章 静电场中的导体和电介质

§11.1 静电场中的导体

静电平衡 $E_{内}=0$

静电平衡时导体上的电荷分布：

Case1：实心导体 导体内部处处没有净电荷，电荷只分布在导体的表面上

Case2：空腔导体，腔内无电荷 导体内部、及空腔内表面处处没有净电荷，电荷只能分布在空腔的外表面上

Case3：空腔导体，腔内有带电体 若空腔导体自身带电荷 Q，腔内有电荷 q 的带电体，则静电平衡时，空腔内表面出现感应电荷-q，外表面净电荷 Q+q

导体表面附近场强 $E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

静电屏蔽：

Case1：腔外电场对腔内无影响

Case2：接地的空腔导体腔内电场对腔外无影响

§11.2 电容和电容器

孤立导体的电容 $C=\frac{q}{v}$ 孤立导体球的电容 $C_{球}=4\pi\varepsilon_0 R$

电容器的电容 $C=\frac{q}{U}$

几种常见的电容器：

平行板电容器 $C=\frac{\varepsilon_0 S}{d}$

圆柱形电容器 $C=\frac{\varepsilon_0 S}{d}$（$d\ll R_1$）

球形电容器 $C=\frac{\varepsilon_0 S}{d}$（$d\ll R_1$）

求解电容器电容过程：假设两极板带等量异种电荷±Q，求出场强→由电势定义法求出两板电势差→由电容定义式求出电容

电容串联 $\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\cdots$　　电容并联 $C=C_1+C_2+\cdots$

§11.3 静电场中的电介质

电极化强度矢量 $\vec{P}=\frac{\sum\vec{p_i}}{\Delta V}$　　$P=\sigma'$(极化面密度)

极化后场强 $E=\frac{E_0}{\varepsilon_r}$　极化后电容 $C=\varepsilon_r C_0$

§11.4 有电介质存在时的高斯定理

点位移通量 $D=\varepsilon_0\varepsilon_r E=\varepsilon E$（$\varepsilon_0$真空介电常数，$\varepsilon_r$相对介电常数，$\varepsilon$绝对介电常数）

有电介质的高斯定理 $\oiint_S \vec{D}d\vec{S}=\sum q_{i自由}$

§11.5 静电场的能量

电容器的能量 $W_e=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}=\frac{1}{2}CU^2=\frac{1}{2}QU$

静电场的能量密度 $w_e=\frac{1}{2}DE$

静电场的能量 $W_e=\frac{1}{2}\iiint_V DEdV$

习题：

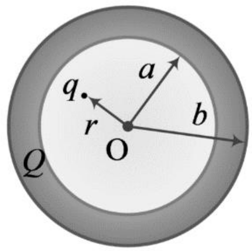
1、如图所示，一内半径为 a、外半径为 b 的金属球壳带有电荷量 Q ＞ 0，在球壳空腔内距离球心为 r（r ＜ a）处有一点电荷 q。设无限远处为电势零点，试求：

（1）球壳内、外表面上的电荷；

（2）球心 O 点处由球壳内表面上电荷产生的电势；

（3）球心 O 点处的总电势；

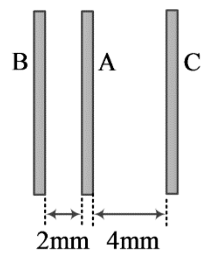
（4）用导线先将球壳接地，然后将接地线撤去。再求球心 O 点处的电势。



2、如图所示，三块平行金属板 A、B、C 面积均为 $200cm^2$，A、B 间相距为 2.0mm，A、C 间相距为 4.0mm，B 和 C 两板都接地。如果使 A 板带正电 $3.0\times10^{-7}C$，试求：

（1） B、C 两板上的感应电荷；

（2） A 板的电势。



3、如图所示，在一半径为 R_1 的金属球 A 外面套有一个 同心的内、外半径分别为 R_2 和 R_3 金属球壳 B。设 A 球带有电荷 Q_A ，球壳 B 带有电荷 Q_B。试求：

（1）球壳 B 内、外表面上所带的电荷以及球 A 和球壳 B 的电势；

（2）若先将球壳 B 接地后再断开，然后将金属球 A 接地，再求球壳 B 的电势。

4、某计算机键盘的每一个键都是一个平板电容器的一极，其下面的金属极板面积为 40mm^2，极板间距为 0.70mm。当按下键时，电容器极板间距减小，电容增大，该电容的变化被计算机的电子电路探测，从而对按键作出响应。

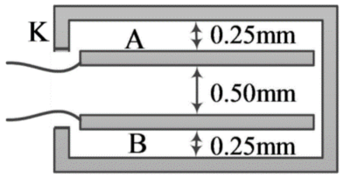
（1）不计电容器中电场的边缘效应，试求按键之前每个键对应的电容；

（2）假设计算机电路可以探测的电容变化是 0.25pF，至少需要按下多大的距离？

5、如图所示，由两块相距为0.50mm 的薄金属板 A、 B 构成的空气平行板电容器，被屏蔽在一个金属盒 K 内，金属盒上、下两壁与 A、B 分别相距 0.25mm，金属板面积为 $30\times40\ \text{mm}^2$。试求

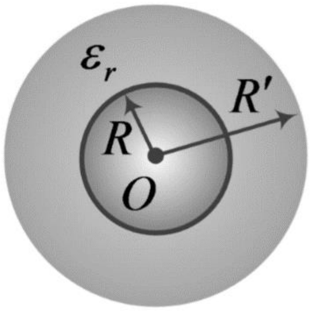
（1）从 A、B 两端测得被屏蔽后电容器的电容变为原来的几倍？

（2）将盒中电容器的一个引线与金属盒连接，问此时从 A、B 两端测得的电容又为原来的几倍？

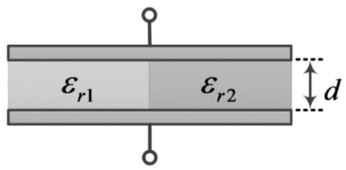


6、如图所示，平板电容器极板面积为 S ，间距为 d，且$d \ll \sqrt{S}$。
（1）如果在两极板之间插入一面积为 S 、厚度为 a（a ＜ d）的金属板，试求该电容器的电容；
（2）若以同样尺寸的电介质板代替金属板，已知电介质的相对电容率为ε_r，试求其电容。该电容是否与电介质板的位置有关？

7、如图所示，在半径为 R 的金属球之外包有一层均匀电介质层，外半径为R'（即电介质厚度为$R-R'$）。设电介质的相对电容率为ε_r,金属球的电荷量为 Q，试求：
（1）介质层内、外的场强分布；
（2）介质层内、外的电势分布；
（3）金属球的电势。



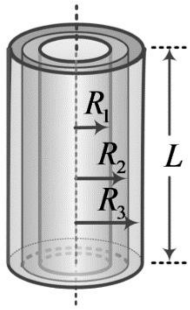
8、如图所示的平行板电容器，极板面积为 S ，板间距为 d（$d \ll \sqrt{S}$），极板间各一半被相对电容率分别为ε_{r1}和ε_{r2}的电介质充满。假设充电后两极板上带的总电荷量分别是 Q。试求：（1）两层介质内电位移矢量 D 和电场强度 E 的大小；
（2）用两种不同的方法求此电容器的电容。



9、如图所示，圆柱形电容器内充满了两层均匀电介质，内层是$\varepsilon_{r1} = 4.0$ 的油纸，其内半径为R_1 =20mm，外半径为R_2 =23mm；外层是$\varepsilon_{r2} = 7.0$ 的玻璃，其外半径为R_3 =25mm。 已知油纸的击穿场强为 12kV/mm，玻璃的击穿场强为 10 kV/mm。假设电容器的长度$L \gg R_3 - R_1$（两极板间距）。试求：

（1）当电压逐渐升高时，哪层介质先被击穿？

（2）该电容器能耐多高的电压？



10、一圆柱形电容器，两极板的半径为别为R_1 =20mm 和 R_2 =25mm，长度 L = 100mm ，两极板间充满了相对电容率$\varepsilon_{r2} = 4.0$ 的电介质。不考虑电容器中电场的边缘效应，当极板上带电荷量$Q = 1.0 \times 10^{-6} C$时，试求：

（1）两极板间的电压；

（2）该电容器所储存的静电能。