



基于子图同构的前驱三维工序模型向二维工序图映射匹配算法

黄瑞*, 张树生, 范海涛, 陶俊

西北工业大学现代设计与集成制造技术教育部重点实验室, 西安 710072

* E-mail: huangrui053469@163.com

收稿日期: 2010-12-08; 接受日期: 2011-03-17

国家自然科学基金(批准号: 51075336)和国家高技术研究发展计划(批准号: 2007AA04Z137)资助项目

摘要 为满足企业对三维工序模型的迫切需求, 解决前驱三维工序模型与工序图的映射匹配问题, 提出一种基于子图同构的前驱三维工序模型向二维工序图的映射匹配算法. 该方法首先对三维工序模型进行投影, 获取其投影图; 然后分别提取工序图与投影图中的图元信息, 将其表示为以图元作为节点的属性邻接图. 在映射匹配过程中, 将投影图表示成“大图”, 工序图表示成“子图”; 将前驱三维工序模型向二维工序图的映射匹配问题转化为“大图”中寻找“子图”的问题. 为提高匹配效率, 对属性邻接图进行分割, 并且充分利用图的顶点属性对图顶点进行有效细分. 实验结果表明, 该算法能够实现精确的匹配, 并且匹配效率能满足实际应用要求.

关键词
子图同构
工序模型
三维重建
工序图

近年来, 国际上计算机辅助工艺规划(Computer Aided Process Planning, CAPP)技术及应用呈现出在数字化、智能化和网络化技术支持下, 向基于三维模型的工艺设计、工艺仿真与优化及可视化装配等发展的趋势^[1, 2]. 随着数字化制造技术应用的不断深化, 企业对复杂零件三维工序模型需求日益增加, 特别在航空、航天、车辆、船舶等领域大型复杂产品的制造, 其需求更为迫切. 而工程图三维重建技术发展至今, 突破性、实用性的进展不大, 尚处在徘徊不前的困境, 需要寻求新的突破途径^[3]. 王宗彦等人^[4]研究了由零件三维计算机辅助设计(Computer Aided Design, CAD)模型倒推零件制造的工序模型, 由于加工特征的自动识别问题一直未得到很好解决, 该方法非常依赖于人的工艺设计经验和知识, 需要大量的人机交互以及多次的迭代修正和完善, 很难做到实用化.

我们提出了工艺过程和工艺语义驱动的制造毛坯动态演变的序列三维模型重建技术^[5, 6], 以数字化工艺卡片为研究对象, 将工艺信息引入三维重建领域中, 采用自然语言理解技术, 从工步语言中提取工艺语义模型, 以描述工艺设计意图, 根据二维工序图形进化过程与特点, 将工艺语义模型映射到工序图中, 以指导工序图形理解, 完成制造毛坯序列三维模型的构建, 它是一种先进的过程和知识驱动的重建方法, 国内外尚未见到类似的研究设想和成果报导, 将为工程图三维模型重建提供新的有效解决途径和手段, 同时也与 CAPP 技术的发展趋势密切吻合, 可以为新一代 CAPP 系统的研发提供先进的零件三维工序模型生成技术, 且很好考虑了与现有 CAPP 系统的结合.

工艺过程和工艺语义驱动的制造毛坯动态演变

英文版发表信息: Huang R, Zhang S S, Fan H T, et al. A matching algorithm between precursory 3D process model and 2D working procedure drawing based on subgraph isomorphism. Sci China Tech Sci, 2011, 54: 1826–1832, doi: 10.1007/s11431-011-4386-0

的序列三维模型重建技术的核心是工艺语义模型向工序图映射并获取制造特征的形状、位置等几何信息。由于工序图主要表达本工序的制造特征形状、位置和数量等信息,故仅标注和这些特征相关的尺寸,其中位置信息往往由已加工特征或基准来约束。因此位置信息获取需解决两个问题:①当前加工特征的位置受哪个特征(基准)的约束(称之为约束特征)?②该约束特征(基准)的位置信息如何得到?前一个问题属于基于二维工序图的特征识别范畴;后一个问题有两种解决策略:一种是从前驱相邻工序的二维图中获取各特征的形状特征,从而间接获取其位置信息(即将前驱工序图中所有加工特征形状信息逐一标注在当前工序图上,通过尺寸链追踪和尺寸链计算等方式获得,即“特征继承”思想)^[5-7]。这种策略的前提是相邻工序图具有相似性,主要适用于回转体类零件。当相邻工序图相似度很小或不存在相似性,则实现特征继承的难度很大。此时可以考虑另一种策略:从前驱工序的三维模型中直接获取位置信息,即将当前工序图中约束特征(基准)映射到相邻的三维工序模型中以获取该约束特征(基准)的位置信息,从而计算出当前加工特征的位置参数。由于后一种策略更具有一般性,适用范围更大(尤其适用于复杂零件)。

前驱三维工序模型是与当前工序图相邻的工序图前驱重建结果的一个全信息模型,包含了完备的形状和尺寸信息,并具有向任意方向投影(可视为分量信息模型或部分信息模型)的方便性。利用前驱三维工序模型的全信息特性和方向视图生成的方便性,可视需补充辅助视图,建立与当前工序图形的形状和位置耦合关联,增加加工特征定形/定位尺寸识别的信息量,这将对实现复杂加工特征的识别具有重要作用。

为了建立前驱三维工序模型与当前工序图形的形状和位置耦合关联,本文提出一种基于子图同构的前驱三维工序模型向二维工序图映射匹配算法。将前驱三维工序模型与二维工序图之间的映射匹配问题转化为属性邻接图的映射匹配问题。

1 前驱三维工序模型向二维工序图映射匹配总体思路

直接给定前驱三维工序模型与二维工序图,自

动判断出两者之间的关联性是困难的,目前还没有很好的解决办法。在工艺过程和工艺语义驱动的制造毛坯动态演变的序列三维模型重建过程中,需要获取加工特征的定形与定位尺寸进行三维重建,如果能够获取工序图中定位基准所对应的前驱三维工序模型中该基准的位置信息,将有利于加工特征定形与定位尺寸的获取。为了实现前驱三维工序模型与二维工序图的关联,本文将工序图看作是图元与图元间邻接关系的集合,将前驱三维工序模型进行投影获取投影图。

经过预处理,将投影图与工序图均用属性邻接图(Attributed Adjacency Graph, AAG)^[8]来表示,然后将投影图与工序图进行子图同构匹配,若匹配成功,则进行尺寸映射,获取加工特征的定形与定位尺寸。其总体思路如图1所示。

1.1 工序图预处理

工序图形理解的预处理主要解决工序图形的数据输入(采用 AutoCAD 绘图交换文件 Drawing Exchange Format, DXF)、数据理解等问题。针对图元、图块、符号和文字进行提取和聚类;在工序图形上由任意图元对象组合构成的一个回路称为图元组合单元,针对该图元组合单元进行检测,是前驱三维工序模型向工序图形映射关联的主要方法之一。通过视图分离、视图识别和坐标系变换,建立一个以符号、图元、图元组合单元、图块和视图彼此关联的树形结构,实现对输入数据的理解,为前驱三维工序模型向工序图形的映射提供图形数据基础。

根据工序图绘制要求,待加工面用比图样中轮廓线粗的线条表示或者以不同颜色加以区分,为了降低待加工线对图形之间映射匹配的干扰,需要对图元再次进行分类,用轮廓线图元构建工序图属性邻接图。

1.2 投影图预处理

本文方法中前驱三维工序模型实体采用边界表示(Boundary Representation, B-rep)模型表示。从前驱三维工序模型获得投影图集的步骤如下。

Step1. 初始化投影方向向量 V_p , 根据零件类型,初始化投影方向向量 V_p , 一般初始化为 (1,0,0), (0,1,0), (0,0,1);

Step2. 遍历 B-rep 模型, 获得各平面的法矢量,

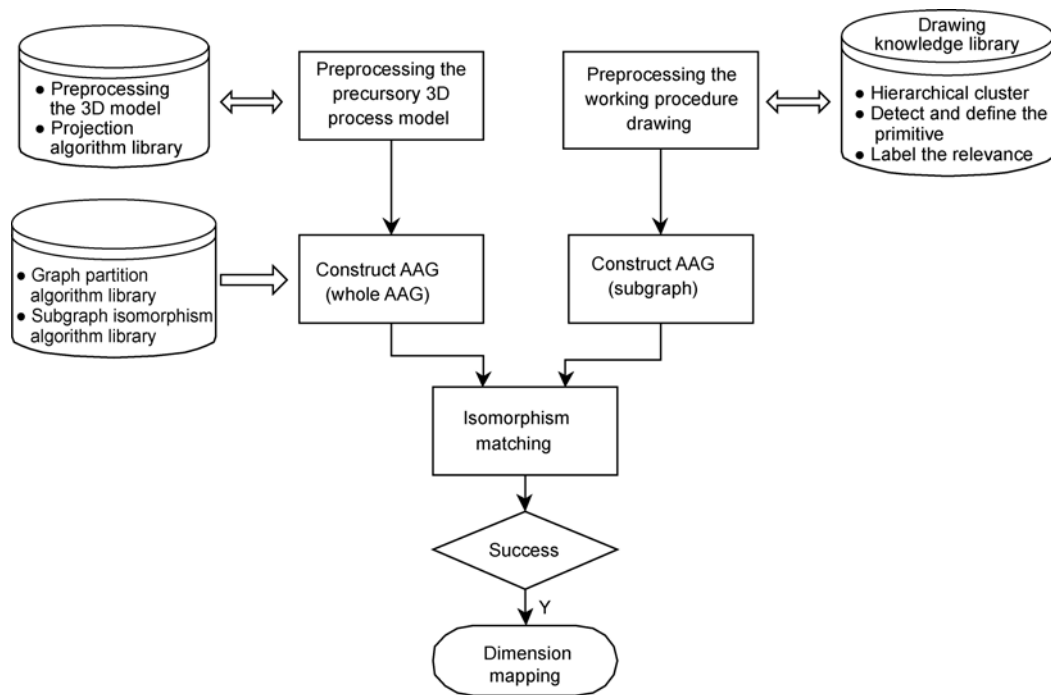


图 1 映射匹配总体思路

将其并入方向向量 V_p , 即 $V_p: V_p=\{v_i\}, 3 \leq i \leq n, n$ 为方向向量 V_p 中的数量;

Step3. 在各投影方向 v_i 上进行投影, 获得各投影图 g_i , 同时记录投影图 g_i 各图元所对应面的几何属性(如: 面类型、法矢、基点, 等);

Step4. 遍历每一投影图 g_i , 对投影图进行预处理.

2 属性邻接图的构建

下面首先给出属性邻接图的概念.

定义 1. 属性邻接图. 给定图 $G=(V, E)$, 定义其属性邻接图是一个四元组 $g=(V, E, \alpha, \beta)$, 其中, V 是一个有限非空集合, 其元素称为顶点, 且 $V \neq \emptyset$; $E \subseteq V \times V$ 是一个以不同顶点的无序对作为元素的有限集合, 其元素称为边; $\alpha: V \rightarrow W_v$ 是一个从顶点集合到其属性集合的映射, W_v 是顶点的属性集合; $\beta: E \rightarrow W_e$ 是一个从边集合到其属性集合的映射, W_e 为边的属性集合. 其中, 图 G 与其属性邻接图 g 一一对应.

本文中用图元属性邻接图 $g=(V, E, \alpha, \beta)$ 来描述工序图模型, 其中工序图模型中的每一个图元 p_i 都有唯一的顶点 V_i 与之对应. 模型中图元的属性集 W_v

包括图元的几何类型、图元的参数属性、图元的长度或弧长等. 其中图元的几何类型包括线段、圆弧、样条曲线等; 图元的参数属性如线段的起点、终点、长度等, 圆弧的圆心坐标、起始角、终止角等. E 为图元的邻接关系, 对于模型中任意两个图元 p_i 与 p_j , 如果两图元之间具有相邻关系, 则有唯一的一条边 E_{ij} 与之对应, 模型中边的属性集 W_e 包括两图元之间的到角^[7]、图元间的位置特征、图元连接类型、相对长度^[7]等. 其中图元间的位置特征包括两图元相离、端点相邻、中部相邻等; 图元连接类型如线段与圆弧相连接、线段与线段相连接、圆弧与圆弧相连接等.

由工序图模型构建属性邻接图^[8]的步骤如下.

Step1. 对工序图进行预处理, 获得其图元集合 $\text{Primitives}=\{p_i\}, 1 \leq i \leq m$, 其中 m 为图元个数;

Step2. 遍历图元集合 Primitive 中的每个图元 p_i , 同时创建一个与该图元对应的属性邻接图顶点, 对应的将该图元的属性作为该顶点的属性;

Step3. 对图元集合 Primitive 中的每两个图元 p_i 与 p_j , 计算两图元之间的到角、图元间的位置特征、图元间连接类型等, 作为其对应的属性邻接图中边的属性;

3 前驱三维工序模型向二维工序图映射匹配关键技术

3.1 图论概述

下面给出图论中的相关概念.

定义 2. 图同构. 设 $G_1=\langle V_1, E_1 \rangle$, $G_2=\langle V_2, E_2 \rangle$ 为两个无向图, 若存在双射函数 $f:V_1 \rightarrow V_2$, 对于 $v_i, v_j \in V_1, (v_i, v_j) \in E_1 \Leftrightarrow (f(v_i), f(v_j)) \in E_2$, 当且仅当 $(f(v_i), f(v_j)) \in E_2 \Leftrightarrow (v_i, v_j) \in E_1$, 并且 $(v_i, v_j) \in E_1$ 与 $(f(v_i), f(v_j)) \in E_2$ 的重数相同, 则称 G_1 与 G_2 是同构的.

定义 3. 子图同构. 给定两个属性邻接图 G 与 G' , 若 G' 中存在子图 G'' 与图 G 同构, 则称图 G 与图 G' 子图同构, 记为 $G \subseteq G'$.

由于复杂零件工序图模型里图元比较多, 属性邻接图的规模比较大, 为了提高子图同构匹配效率, 降低搜索空间的复杂度, 本文根据两个图元的位置特征对属性邻接图进行分割, 拆分成多个子图, 分割后的子图之间进行子图同构匹配.

定义 4. 图分割. 设两个属性邻接图 $g=(V_g, E_g)$ 与 $G=(V_G, E_G)$, 其中 $|V_g| < |V_G|$, 依据边属性集中的位置特征分别对属性邻接图进行分割, 则: $g_1 \cup g_2 \cup g_3 \cup \dots \cup g_m$, $G=G_1 \cup G_2 \cup G_3 \cup \dots \cup G_n$, 其中 m 和 n 分别为两属性邻接图分割后子图数量.

定义 5. 若对 $\forall g_i \subseteq g, \exists G_j \subseteq G$, 使得 g_i 与 G_j 同构, 则称图 g 与图 G 子图同构.

在研究图论的问题中, 经常会遇到判断两个图是否同构: 即从顶点和边的拓扑图结构上来看, 两个图是否有可能以同样的方式画出. 换句话说, 当两个图同构时, 两个图的顶点之间具有保持相邻关系的一一对应. 图同构问题的计算复杂度目前还没有彻底解决, 既没有归入 NP 完全问题, 也没有归入 P 问题, 而子图同构问题已经被证明为 NP 完全问题. 目前常用的算法主要有: Ullmann^[9]提出利用顶点的邻接关系来寻找同构的 Ullmann 算法; Schmidt 等人^[10]提出利用顶点间距离矩阵来降低搜索空间的 SD 算法; Cordella 等人^[11]提出利用顶点间的邻接关系进行快速搜索的 VF 算法; McKay^[12]提出将图首先进行规范化, 然后进行子图同构判断的 Nauty 算法.

本文研究的对象是由工序图转换得到的属性邻

接图, 因此将充分利用工序图自身的特性来设计算法, 提高算法匹配的 efficiency.

3.2 子图同构映射匹配算法

给定两个图 g 与图 G , 其中 g 为子图, G 为大图, 分别依据其属性图构建邻接矩阵, 图 g 的邻接矩阵为 $M_{A \times A}$, 图 G 的邻接矩阵为 $M_{I \times I}$, 其中 $A < I$. 设置一个映射匹配矩阵 $M_{A \times I}$, $M_{A \times I}$ 中任意一个元素 $m_{i,j}$ ($0 \leq i \leq A-1, 0 \leq j \leq I-1$) 的取值可以是 0 或 1. $M_{A \times I}$ 表示图 g 与图 G 顶点间的对应关系:

$$m_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{如果图 } g \text{ 中顶点 } i \text{ 与图 } G \text{ 中顶点 } j \text{ 相应,} \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

判断图 g 与图 G 是否子图同构, 就是看能否找到一个映射矩阵 M , 使其满足如下两个条件: 1) 每一行有且只有一个 1; 2) 每一列至多只有一个 1. 如果找到满足上述两个条件的映射矩阵 M , 则说明图 g 与图 G 子图同构.

3.2.1 顶点映射匹配矩阵 $M_{A \times I}$ 初始化

在计算图元属性邻接图 g 和图 G 顶点映射匹配矩阵 $M_{A \times I}$ 时引入比较多的图元属性, 在这些属性中, 有的属性只要不同就可以将它们的顶点映射匹配矩阵元素 $m_{i,j}$ 置为 0, 如图元类型, 若图 g 中第 i 个顶点对应的图元类型为线段, 而图 G 中第 j 个顶点对应的图元类型为圆弧, 则可以置映射匹配矩阵 $M_{A \times I}$ 第 i 行第 j 列元素 $m_{i,j}$ 为 0. 这样便可以在一开始尽可能多地排除掉不可能的顶点对应关系, 降低了搜索空间的复杂度.

3.2.2 算法基本步骤

在映射匹配矩阵 $M_{A \times I}$ 初始化后, 设置 2 个辅助的顶点集合 V_1 和 V_2 , 分别用于存储搜索过程中 2 个图上已匹配上的顶点, 初始时都置空; 另外需要设置一个元素为 V_2 的集合 V_3 , 用于存储可能出现多种匹配的情况, 初始时也置空. 搜索从映射匹配矩阵 $M_{A \times I}$ 的第一行开始, 从左到右寻找值为 1 的列. 对于任意的第 i 行 ($0 \leq i \leq A-1$), 如果其第 j 列的值为 1, 并且该列没有被占用, 则表示找到一个可能匹配的顶点对: 图 g 的第 i 个顶点和图 G 的第 j 个顶点对应, 将这 2 个顶点分别加入到顶点集合 V_1 和 V_2 . 如果新加入的这 2 个顶点在最终的同构映射中确实是对应匹配的

顶点对,那么,当前时刻由图 g 中已匹配上的顶点集合 V_1 构成的子图与图 G 中已匹配上的顶点集合 V_2 构成的子图必定也是同构的. 根据这一原理,可以通过测试当前 V_1 构成的子图与 V_2 构成的子图是否同构来检测新找到的列是否有效;若 V_1 构成的子图与 V_2 构成的子图同构,则说明新找到的列是有效的,设置占用标志,进入下一行;否则,在当前行继续寻找下一个有效列;如果当前行搜索完毕都没有找到一个有效列,则退回上一行,并且从上一行已经占用列的下一列开始搜索.

3.2.3 算法分析

本文算法的时间复杂度主要集中于在“大图”中寻找“子图”,而子图同构问题是 NP 完全问题,现有求解算法的时间复杂度一般比较高. 本文算法在最好情况下只需对映射矩阵进行一轮无回溯搜索,此时对应的时间复杂度为 $O(m)$,最差情况下需要遍历映射矩阵所有可能分支,时间复杂度为 $O(n!/(n-m)!)$,其中 m 为子图顶点数目, n 为大图顶点个数.

为了提高匹配效率,本文在设计算法时充分利用图元属性邻接图中的图元属性,使得初始映射匹配矩阵 $M_{A \times J}$ 中的元素尽可能多的为 0,大大降低搜索空间的复杂度;并且在动态搜索过程中,每前进一步,获得一个可能匹配的顶点对之后,利用 2 个图中当前已匹配上的顶点集合组成的 2 个子图应该是同构这一原理,迅速对该顶点对匹配关系的有效性进行判断,无需等到所有顶点都对应齐全之后再集中判断是否同构,尽早丢弃不可能最终匹配的顶点对,加速了搜索的进程.

3.2.4 集合 V_3 的后置处理

对于工序图与前驱三维工序模型投影图的匹配,搜索后的匹配结果可能多于 1 个. 为提高匹配的准确性,有必要对输出的方案集合 V_3 进行后置处理,利用环与环之间的邻接、包含关系^[7],去掉不可能匹配的结果,保证尺寸关联计算的准确性.

4 尺寸映射

完成前驱三维工序模型向二维工序图映射匹配之后,基于人的理解过程和方法,根据加工特征在工序图中映射的特征,对可能的加工特征映射投影从

符号、图元、组合单元、图块、视图等不同图形信息粒度下考察并揭示其映射规律,进行决策推理,以确定当前加工特征实例. 对于一张工序图来说,每一个加工特征的大小和位置总可以由分布在不同视图上的尺寸及几何、拓扑约束关系来确定. 尺寸对加工特征的约束,就是尺寸对几何元素或几何图形形状的约束. 为获取加工特征的形状和位置尺寸约束,还需要采取局部尺寸链计算和尺寸追踪等技术.

5 算法验证与讨论

下面以 Microsoft Visual Studio 2008 为集成开发环境, opencascade 为几何模型内核, UG NX 3.0 为造型平台,对本文算法进行了验证.

实验 1. 子图同构算法的效率测试. 在待匹配的子图顶点数量一定的情况下,改变待匹配的大图顶点数量,对它们的匹配时间进行记录,得到如图 2 所示的测试结果,其中横坐标代表大图顶点个数 n ,纵坐标代表匹配所需时间 t (以 ms 为单位), m 代表子图顶点个数. 从图 2 可以看出,当大图顶点个数 n 不超过一定范围时,匹配所需时间 t 与 n 基本呈线性关系.

实验 2. 为了验证本文算法的有效性,在实验 1 的基础上将本文算法与最著名的 Ullmann 算法进行对比实验,比较两种算法的综合性能. 实验结果如图 3 所示,其中纵坐标 r 表示相同条件下 Ullmann 算法匹配时间与本文算法匹配时间的比值,采用对数刻度. 从图 3 可以看出,当 n 较小时,本文算法与 Ullmann 算法的效率基本相同,但当 n 较大时,本文算法的效率明显高于 Ullmann 算法,如在 $n=200$, $m=40$ 时,本文算法匹配所需平均时间是 Ullmann 算法的

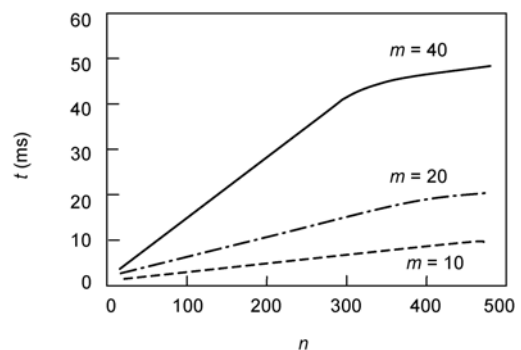


图 2 本文算法效率测试结果

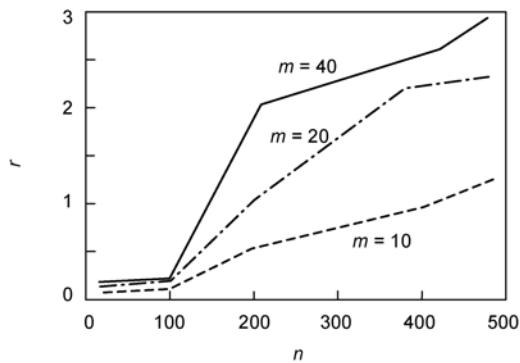


图3 本文算法与 Ullmann 算法对比测试结果

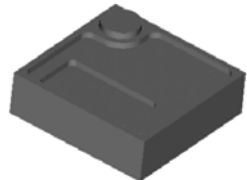
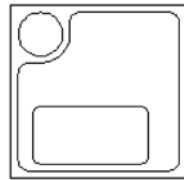



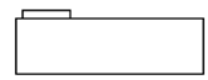
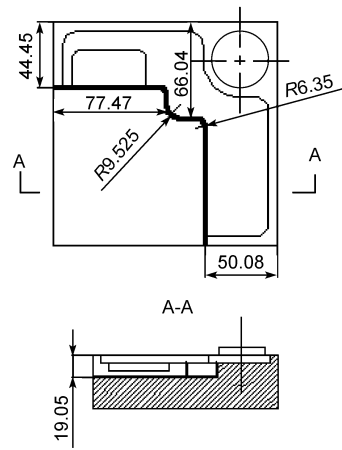
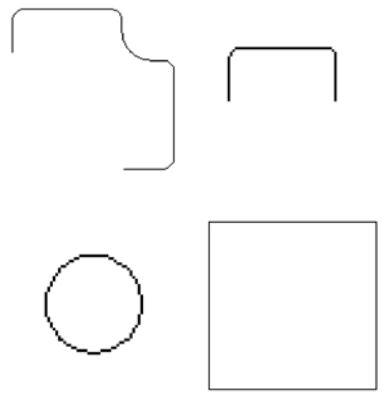
1/100 左右。

表 1 是一模具零件前驱三维工序模型与当前工序图映射匹配的实例。工序图中的剖视图起到辅助定位的作用，在映射匹配过程中，并不对剖视图进行映射匹配。对前驱三维工序模型进行投影获得 6 个投影图，由于投影图 6 与投影图 3 重合，在表 1 里没有

给出。对当前工序图进行分割，获得四个子图，将其分别与投影图进行同构匹配，结果如表 1 所示。从表 1 可知前驱三维工序模型的投影图 1 与当前工序图是同构的，并且将投影图 1 中图元所对应的面信息映射匹配到工序图中(如图 4 所示)，进行尺寸映射，从而计算出当前加工特征的位置参数。

由图 4 可知，表 1 中已经给出投影图与工序图是子图同构，并将图元进行映射，如图 4(b)与图 4(c)中用相同颜色的图元进行标识，表示两图元间是相对应的。而投影图在投影时已经将投影图中的图元与前驱三维工序模型中的面进行关联，如图 4(a)与 4(b)中相同颜色的面与图元进行关联。因此，由投影图作为桥梁，将前驱三维工序模型面与当前工序图图元进行映射。然后进行尺寸计算，当前工序图中加粗线条表示当前加工线，它存在三个基准约束，如图 4(c)中尺寸标注部分，与剖视图相结合求得加工线在三维坐标系中的空间位置信息与加工矢量方向，最后

表 1 子图同构算法实例

Precursory 3D process model	Projection Drawing 1	Projection Drawing 2	Projection Drawing 3	Projection Drawing 4	Projection Drawing 5
					
Subgraph isomorphism	Yes	No	No	No	No
Current working procedure drawing					
					

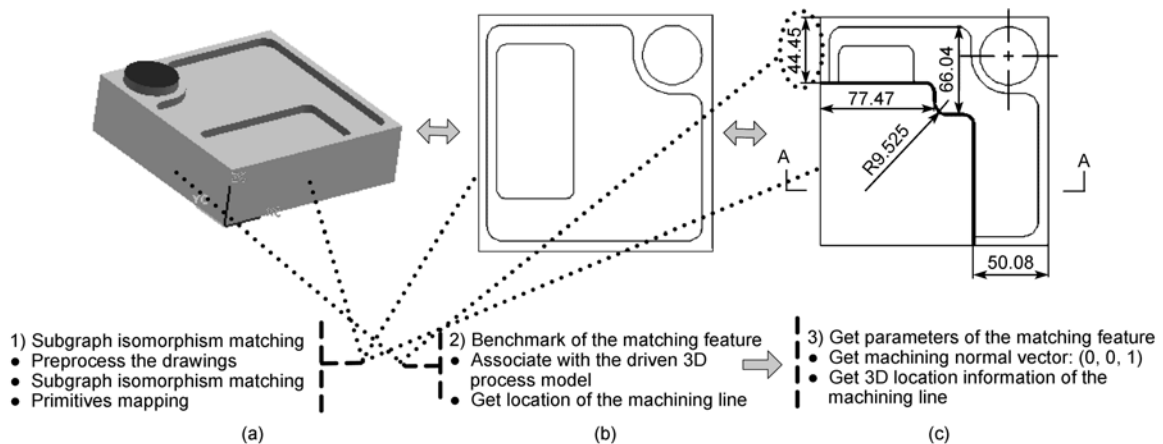


图 4 图元与图元、图元与前驱三维工序模型面映射匹配实例

在 UG 系统中实现三维工序模型的快速自动生成。

6 结论

在三维模型重建过程中, 前驱三维工序模型向二维工序图的映射匹配是核心, 本文提出一种基于子图同构的前驱三维工序模型向二维工序图映射匹配算法, 将前驱三维工序模型向二维工序图的映射匹配问题转化为属性邻接图的匹配问题。首先对工

序图和前驱三维工序模型进行预处理, 构建属性邻接图; 然后根据图元间的位置特征进行图分割, 对分割后的子图进行子图同构匹配; 最后由匹配的结果进行尺寸映射。实验结果表明, 本文方法能够实现前驱三维工序模型向二维工序图的匹配, 并且匹配的准确度和匹配效率能够满足实际的需求。在下一阶段的研究中, 将改进现有子图同构匹配算法, 进一步提高子图同构匹配效率。

参考文献

- 1 国家高技术研究发展计划(863 计划)先进制造技术领域重点项目申请指南. 2007
- 2 张振明. 现代 CAPP 的应用与发展趋势. CAD/CAM 与制造业信息化, 2004, Z1: 25-26
- 3 龚洁晖, 张慧. 基于工程图的三维重建研究. 软件学报, 2008, 19(7): 1794-1805
- 4 王宗彦, 吴淑芳, 秦慧斌. 零件的设计模型向毛坯模型转换技术研究. 计算机集成制造系统, 2004, 10(6): 620-624
- 5 石云飞, 张树生, 成彬, 等. 工艺语义驱动的顺序三维模型构建系统. 计算机集成制造系统, 2009, 1(11): 2133-2129
- 6 Zhang S S, Shi Y F, Fan H T, et al. Serial 3D model reconstruction for machining evolution of rotational parts by merging semantic and graphic process planning information. Computer-Aided Design, 2010, 42: 781-794
- 7 石云飞. 工艺过程和工艺信息驱动的三维模型重建技术. 博士学位论文. 西安: 西北工业大学, 2010. 44-49
- 8 王飞. 三维 CAD 模型检索关键技术研究. 博士学位论文. 西安: 西北工业大学, 2010. 40-41
- 9 Ullmann J R. An algorithm for subgraph isomorphism. J Assoc Comput Mach, 1976, 32(1): 31-42
- 10 Schmidt D C, Druffel L E. A fast backtracking algorithm to test directed graphs for isomorphism using distance matrices. J Assoc Comput Mach, 1976, 23(3): 433-445
- 11 Cordella L P, Foggia P, Sansone C, et al. An improved algorithm for matching large graphs. In: Jolion J, Kropatsch W, Vento M, eds. Proceedings of the 3rd IAPR TC-15 Workshop on Graph-Based Representation in Pattern Recognition. Italy: IEEE Computer Society Press, 2001. 149-159
- 12 McKay B D. Practical graph isomorphism. Congressus Numerantium, 1981, 30(1): 45-87