Temă - seminarii 3 – 7

Rezolvați problemele enunțate mai jos.

1. Fie $f: \mathcal{P}(n) \to \mathbb{N}\ p \epsilon \mathcal{P}(n), f(p) = |\{(i,j)/i < j, p(i) = j \text{ și } p(j) = i\}|$ funcţia obiectiv a unei probleme de maxim, unde $\mathcal{P}(n)$ desemnează mulţimea permutărilor de *n* elemente.

a. Scrieţi o funcţie Python pentru generarea aleatoare a unei populaţii, *pop*, cu dimensiunea *dim*; calitatea fiecărui individ este memorată la sfârşitul fiecărei reprezentări cromozomiale;

b. Pentru o probabilitate de mutaţie dată, *pm*, scrieţi o funcţie de mutaţie utilizând operatorul de mutaţie prin inserare care, pe baza populaţiei *pop* obţine o nouă populaţie, *popm*. Populaţia rezultată are tot *dim* indivizi.

2. Fie $f: \{1,2, \dots ,1500\} \times \{-1,0,, \dots ,2500\} \to \mathbb{R}, f(x,y) = y * \left(sin(x-2)\right)^2$ funcţia obiectiv a unei probleme de maxim. Fiecărui fenotip $(x,y) \in \{1,2, \dots ,1500\} \times \{-1,0,, \dots ,2500\}$ îi corespunde un genotip şir binar obţinut prin reprezentarea în bază 2 a fiecărei componente a fenotipului.

a. Scrieţi o funcţie Python pentru generarea aleatoare a unei populaţii, *pop*, cu dimensiunea *dim*; calitatea fiecărui individ este memorată la sfârşitul fiecărei reprezentări cromozomiale;

b. Pentru o probabilitate de recombinare dată, *pc*, scrieţi o funcţie de recombinare utilizând operatorul de încrucişare multi-punct pentru 3 puncte de încrucişare care, pe baza populaţiei *pop* obţine o nouă populaţie, *popc*. Populaţia rezultată are tot *dim* indivizi (este utilizată şi recombinarea asexuată şi calitatea fiecărui individ este memorată la sfârşitul fiecărei reprezentări cromozomiale).

3. Fie $f: [-1,1] \times [0,0.2] \times [0,1] \times [0,5] \to \mathbb{R}$, $f(x_1, x_2, x_3) = 1 + sin(2x_1 - x_3) + (x_2 * x_4)^{1/3}$ funcţia obiectiv a unei probleme de maxim. Un genotip este un vector $x = (x_1, x_2, x_3, x_4)^T, x \in [-1,1] \times [0,0.2] \times [0,1] \times [0,5]$

a. Scrieţi o funcţie Python pentru generarea aleatoare a unei populaţii, *pop*, cu dimensiunea *dim*;

b. Pentru o probabilitate de mutaţie dată, *pm*, scrieţi o funcţie mutaţie de tip fluaj cu pragul $t = 0.6$ $\left(\sigma = \frac{t}{3}\right)$ care, pe baza populaţiei *pop* obţine o nouă populaţie, cu indivizii eventual mutanţi ai lui *pop*.

4. Fie $f: [-1,1] \times [0,1] \times [-2,1] \to \mathbb{R}$, $f(x_1, x_2, x_3) = 1 + sin(2x_1 - x_3) + cos(x_2)$ funcţia obiectiv a unei probleme de maxim. Un genotip este un vector $x = (x_1, x_2, x_3)^T, x \in [-1,1] \times [0,1] \times [-2,1]$

a. Scrieţi o funcţie Python pentru generarea aleatoare a unei populaţii, *pop*, cu dimensiunea *dim*; indivizii populaţiei sunt însoţiţi de funcţia merit (sunt vectori cu 4 componente).

b. Pentru o probabilitate de recombinare dată, *pc*, scrieţi o funcţie de recombinare utilizând operatorul de recombinare aritmetică totală care, pe baza populaţiei *pop* obţine o nouă populaţie, *popc*. Populaţia rezultată are tot *dim* indivizi (este utilizată şi recombinarea asexuată şi calitatea fiecărui individ este memorată la sfârşitul fiecărei reprezentări cromozomiale).

5. Fie funcţia $f(x) = \sum_{i=1}^{7} x_i$, $x = (x_1, \dots, x_7) \in \{0,1\}^7$ care trebuie maximizată (un genotip este un vector binar cu 7 componente).

a. Scrieţi o funcţie Python pentru generarea aleatoare a unei populaţii, *pop*, cu dimensiunea *dim*; calitatea fiecărui individ este memorată la sfârşitul fiecărei reprezentări cromozomiale;

b. Pentru o probabilitate de recombinare dată, *pc*, scrieţi o funcţie de recombinare utilizând operatorul de încrucişare multi-punct pentru 2 puncte de încrucişare care, pe baza populaţiei *pop* obţine o nouă populaţie, *popc*. Populaţia rezultată are tot *dim* indivizi (este utilizată şi recombinarea asexuată şi calitatea fiecărui individ este memorată la sfârşitul fiecărei reprezentări cromozomiale)

6. Fie $f: \{1,2, \dots ,350\} \to \mathbb{R}, f(x) = x^2$ funcţia obiectiv a unei probleme de maxim. Fiecărui fenotip $x \in \{1,2, \dots ,350\}$ îi corespunde un genotip şir binar obţinut prin codificarea Gray.

a. Scrieţi o funcţie Python pentru generarea aleatoare a unei populaţii, *pop*, cu dimensiunea *dim*;

b. Pentru o probabilitate de recombinare dată, *pc*, scrieţi o funcţie de recombinare utilizând operatorul de încrucişare uni-punct care, pe baza populaţiei *pop* obţine o nouă populaţie, *popc*. Populaţia rezultată are tot *dim* indivizi (este utilizată şi recombinarea asexuată).

7. Fie $f: \mathcal{P}(n) \to \mathbb{N}$ $p \epsilon \mathcal{P}(n), f(p) = |\{(i,j)/i < j, p(i) = j \text{ și } p(j) = i\}|$ funcţia obiectiv a unei probleme de maxim, unde $\mathcal{P}(n)$ desemnează mulţimea permutărilor de *n* elemente.

a. Scrieţi o funcţie Python pentru generarea aleatoare a unei populaţii, *pop*, cu dimensiunea *dim*; calitatea fiecărui individ este memorată la sfârşitul fiecărei reprezentări cromozomiale;

b. Pentru o probabilitate de mutaţie dată, *pm*, scrieţi o funcţie de mutaţie utilizând operatorul de mutaţie prin amestec care, pe baza populaţiei *pop* obţine o nouă populaţie, *popm*. Populaţia rezultată are tot *dim* indivizi.

8. Fie $f: \mathcal{P}(n) \to \mathbb{N}$ funcţia obiectiv definită pentru problema celor *n* regine astfel: $p \epsilon \mathcal{P}(n), f(p) = n \times \frac{n-1}{2} - |\{(i,j)/i < j, |p(i) - p(j)| = |i - j|\}|$, unde $\mathcal{P}(n)$ desemnează mulţimea permutărilor de *n* elemente.

a. Scrieţi o funcţie Python pentru generarea aleatoare a unei populaţii, *pop*, cu dimensiunea *dim*; calitatea fiecărui individ este memorată la sfârşitul fiecărei reprezentări cromozomiale;

b. Aplicaţi funcţia de generare implementată mai sus pentru obţinerea a două populaţii, *pop1*, *pop2* cu câte *dim* indivizi. Scrieţi o funcţie Python care obţine o nouă populaţie prin aplicarea unei proceduri de tip elitist celor două populaţii, unde *pop2* este considerată populaţia progeniturilor lui *pop1*. Populaţia rezultată are tot *dim* indivizi.

9. Fie $f: \{1,2,\dots,2500\} \to \mathbb{R}, f(x) = \left(sin(x-2)\right)^2$ funcţia obiectiv a unei probleme de maxim. Fiecărui fenotip $x \in \{1,2,\dots,2500\}$ îi corespunde un genotip şir binar obţinut prin reprezentarea standard în bază 2 a lui *x*.

a. Scrieţi o funcţie Python pentru generarea aleatoare a unei populaţii, *pop*, cu dimensiunea *dim*; calitatea fiecărui individ este memorată la sfârşitul fiecărei reprezentări cromozomiale;

b. Scrieţi o funcţie Python care, pentru populaţia generată *pop* obţine o populaţie de părinţi prin aplicarea selecţiei de tip ruletă cu distribuţia de probabilitate FPS cu sigma-scalare.

10. Fie $f: \{1,2,\dots,350\} \to \mathbb{R}, f(x) = x^2$ funcţia obiectiv a unei probleme de maxim. Fiecărui fenotip $x \in \{1,2,\dots,350\}$ îi corespunde un genotip şir binar obţinut prin codificarea Gray.

a. Scrieţi o funcţie Python pentru generarea aleatoare a unei populaţii, *pop*, cu dimensiunea *dim*;

b. Aplicaţi funcţia de generare implementată mai sus pentru obţinerea a două populaţii, *pop1*, *pop2*. Scrieţi o funcţie Python care obţine o nouă populaţie prin aplicarea unei proceduri de tip GENITOR (cu înlocuirea a 2 indivizi) celor două populaţii, unde *pop2* este considerată populaţia progeniturilor lui *pop1*. Populaţia rezultată are tot *dim* indivizi.

11. Fie $f: \{1,2,\dots,500\} \to \mathbb{R}, f(x) = \left(sin(x-2)\right)^2 - x \cdot cos(2 \cdot x)$ funcţia obiectiv a unei probleme de maxim. Fiecărui fenotip $x \in \{1,2,\dots,500\}$ îi corespunde un genotip şir binar obţinut prin reprezentarea standard în bază 2 a lui *x*.

a. Scrieţi o funcţie Python pentru generarea aleatoare a unei populaţii, *pop*, cu dimensiunea *dim*; calitatea fiecărui individ este memorată la sfârşitul fiecărei reprezentări cromozomiale;

b. Scrieţi o funcţie Python care, pentru populaţia generată *pop* obţine o populaţie de părinţi prin aplicarea selecţiei de tip turneu cu *k* indivizi (*k* parametru de intrare).