

线性代数行列式复习题

一、填空题：

1. 设 $D = \begin{vmatrix} 1 & 3 & -1 & 2 \\ 6 & 8 & 1 & 2 \\ 3 & 9 & 1 & 2 \\ 6 & 2 & 3 & 2 \end{vmatrix}$, 则 $A_{12} + A_{22} + A_{32} + A_{42} =$ _____ .

2. 在 5 阶行列式中, 项 $a_{21}a_{32}a_{45}a_{14}a_{53}$ 的符号为_____

3. 排列 7623451 的逆序数是_____.

4. 四阶行列式中含有因子 $a_{11}a_{23}$ 且取负号的项是_____.

5. 设 $D = \begin{vmatrix} k & 3 & 0 \\ 3 & k & 0 \\ 4 & 5 & 3 \end{vmatrix} = 0$ 当且仅当 $k =$ _____

6. 在五阶行列式中, 项 $a_{12}a_{31}a_{54}a_{43}a_{25}$ 的符号应取_____ (填正号或负号)。

二、选择题：

1. 行列式 $D = \begin{vmatrix} 1+a_1 & 2+a_1 & 3+a_1 \\ 1+a_2 & 2+a_2 & 3+a_2 \\ 1+a_3 & 2+a_3 & 3+a_3 \end{vmatrix}$ 的值为 ()

A、0

B、1

C、2

D、3

2. 若 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = 2$, 则 $\begin{vmatrix} -2a_{11} & -2a_{12} & -2a_{13} \\ -2a_{21} & -2a_{22} & -2a_{23} \\ -2a_{31} & -2a_{32} & -2a_{33} \end{vmatrix} =$ ()

(A) 8

(B) -16

(C) 16

(D) 0

3. 当()时, 齐次线性方程组 $\begin{cases} kx + z = 0 \\ 2x + ky + z = 0 \\ kx - 2y + z = 0 \end{cases}$, 仅有零解

(A) $k \neq 0$

(B) $k \neq -1$

(C) $k \neq 2$

(D) $k \neq -2$

4. 当()时, 齐次线性方程组
$$\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + \lambda x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + \lambda x_3 = 0 \end{cases}$$
 有非零解

(A) 1 或 2 (B) -1 或 -2 (C) 1 或 -2 (D) -1 或 2

5. 下列行列式计算正确的是: ()

A、
$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 4 \\ -1 & 0 & 3 \\ -4 & -3 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

B、
$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 16$$

C、
$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

D、
$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ -5 & 0 & 2 & 0 \\ 7 & 3 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = -24$$

6. 若
$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \frac{1}{2}$$
, 则
$$\begin{vmatrix} 4a_{11} & 2a_{11}-a_{12} & a_{13} \\ 4a_{21} & 2a_{21}-a_{22} & a_{23} \\ 4a_{31} & 2a_{31}-a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = ()$$

A、 0

B、 4

C、 1

D、 -2

7. 设
$$D = \begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 & 2 \\ 7 & 8 & 1 & 2 \\ 3 & -9 & 3 & 2 \\ 5 & 2 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$
, 则 $A_{12} + A_{22} + A_{32} + A_{42} = ()$ 。

A、 1

B、 -1

C、 0

D、 2

8. 设
$$D_n = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$
, 则 $D_n = ()$

A、 1

B、 $n+1$

C、 $n-1$

D、 -1

9. 设 $\tau(\dots)$ 表示排列的逆序数, 则 $\tau(431625) = ()$

(A) 1

(B) 7

(C) 3

(D) 2

三、计算题:

1.. 求阶 n 行列式 $D = \begin{vmatrix} 0 & x & \cdots & x \\ x & 0 & \cdots & x \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x & x & \cdots & 0 \end{vmatrix}$

2. 计算行列式 $D = \begin{vmatrix} 1+x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+y & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1-y \end{vmatrix}$.

3.. 问当 k 取何值时, $Ax=b$ 无解、有唯一解或有无穷多解? 当有无穷多解时写出

$Ax=b$ 的全部解 $\begin{cases} 2x_1 + kx_2 - x_3 = 1, \\ kx_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ 4x_1 + 5x_2 - 5x_3 = -1. \end{cases}$

4. 计算行列式 $D_n = \begin{vmatrix} a & b & \cdots & b \\ b & a & \cdots & b \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b & b & \cdots & a \end{vmatrix}$.

5. 计算行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 99 & 201 & 297 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix}$

6. 计算行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -5 & 3 & 1 & 2 \\ 25 & 9 & 1 & 4 \\ -125 & 27 & 1 & 8 \end{vmatrix}$

7..
$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 1 & -2 \\ 4 & 9 & 1 & 4 \\ 8 & -27 & 1 & -8 \end{vmatrix}$$

8. 计算四阶行列式
$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$
 的值。

9. 计算五阶行列式
$$D_5 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 4 & 5 & 0 \\ 6 & 0 & 1 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 8 & 9 & 10 & 11 & 1 \end{vmatrix}$$