

## 第四章线性方程组复习题

### 一、填空题：

1. 设矩阵  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ , 则矩阵 A 的秩为\_\_\_\_\_, 线性方程组  $AX = O$  的基础解系的向量个数为\_\_\_\_\_.
2. 若  $A$  为  $m \times n$  矩阵, 则非齐次线性方程组  $AX = b$  有唯一解的充分要条件是.
3. 若  $A$  为  $m \times n$  矩阵, 则齐次线性方程组  $AX = 0$  有非零解的充分要条件是\_\_\_.  
4. 设  $A$  为  $n$  阶方阵, 且  $r(A) = n-1$ ,  $\alpha_1, \alpha_2$  是  $AX=0$  的两个不同解, 则  $\alpha_1, \alpha_2$  一定线性\_\_\_\_\_
6. 在  $n$  元齐次线性方程组  $Ax=0$  中, 若秩  $R(A)=k$ , 且  $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_r$  是它的一个基础解系, 则  $r=$  \_\_\_\_\_.  
\_\_\_\_\_

### 二、选择题：

1. 当( )时, 齐次线性方程组  $\begin{cases} kx+z=0 \\ 2x+ky+z=0, \text{ 仅有零解} \\ kx-2y+z=0 \end{cases}$   
(A)  $k \neq 0$  (B)  $k \neq -1$  (C)  $k \neq 2$  (D)  $k \neq -2$
2. 设  $A$  为  $m \times n$  矩阵,  $b \neq 0$ , 且  $r(A) = n$ , 则线性方程组  $Ax=b$  \_\_\_\_\_.  
(A). 有唯一解; (B). 有无穷多解; (C). 无解; (D). 可能无解。
3. 当( )时, 齐次线性方程组  $\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + \lambda x_2 + x_3 = 0, \text{ 有非零解} \\ x_1 + x_2 + \lambda x_3 = 0 \end{cases}$   
(A) 1 或 2 (B) -1 或 -2 (C) 1 或 -2 (D) -1 或 2

4. 设  $A$  为  $n$  阶方阵, 且秩( $A$ ) =  $n - 1$ .  $\alpha_1, \alpha_2$  是非齐次方程组  $AX = B$  的两个不同的解向量, 则  $AX = 0$  的通解为( )

- A、  $k\alpha_1$       B、  $k\alpha_2$       C、  $k(\alpha_1 - \alpha_2)$       D、  $k(\alpha_1 + \alpha_2)$

6. 若有  $\begin{pmatrix} k & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ k \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix}$ , 则  $k$  等于

- (A) 1      (B) 2      (C) 3      (D) 4

### 计算题: (共 60 分)

1. 求  $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ 3x_1 + 6x_2 - x_3 - 3x_4 = 0 \\ 5x_1 + 10x_2 + x_3 - 5x_4 = 0 \end{cases}$  的通解

2. 求齐次线性方程组  $\begin{cases} x_1 - x_2 + 5x_3 - x_4 = -1 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 3 \\ 3x_1 - x_2 + 8x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + 3x_2 - 9x_3 + 7x_4 = 7 \end{cases}$  的通解.

3. 求非齐次线性方程组  $\begin{cases} x_1 - x_2 + 5x_3 - x_4 = 2 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 4 \\ 3x_1 - x_2 + 8x_3 + x_4 = 8 \\ x_1 + 3x_2 - 9x_3 + 7x_4 = 6 \end{cases}$  的通解.

4. 求非齐次线性方程组  $\begin{cases} x_1 - x_2 + 5x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 2 \\ 3x_1 - x_2 + 8x_3 + x_4 = 2 \\ x_1 + 3x_2 - 9x_3 + 7x_4 = 4 \end{cases}$  的通解.

5. 设线性方程组为

$$\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + \lambda x_2 + x_3 = \lambda \\ x_1 + x_2 + \lambda x_3 = \lambda^2 \end{cases}$$

试问  $\lambda$  取何值时, 此线性方程组无解, 有唯一解, 有无穷多解? 当其有无穷多解时, 用基础解系表示其通解。

6、问当  $k$  取何值时,  $Ax=b$  无解、有唯一解或有无穷多解? 当有无穷多解时写出

$Ax=b$  的全部解

$$\begin{cases} 2x_1 + kx_2 - x_3 = 1, \\ kx_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ 4x_1 + 5x_2 - 5x_3 = -1. \end{cases}$$

7. 求非齐次线性方程组  $\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 15x_4 = 7 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 = 2 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 11x_4 = 5 \end{cases}$  的通解, 并求其对应的齐次线性方程组的基础解系。