

第五章复习题

1. 矩阵 A 与 B 相似的充分条件是 ()。

(A) $|A|=|B|$ (B) $r(A)=r(B)$ (C) A 与 B 有相同的特征多项式

(D) n 阶矩阵 A 与 B 有相同的特征值且 n 个特征值互不相同。

2. 若 3 阶方阵 A 与矩阵 $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ 相似, 则 A^{-1} 的三个特征根分别是 ();

(A) $1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ (B) $-1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{3}$ (C) $1, -2, 3$ (D) $-1, 2, -3$

3. 已知 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$, 且 A 与 B 相似, 则 ()

(A) $a = -1$ (B) $a = 0$ (C) $a = 1$ (D) $a = 2$

4. 若 3 阶方阵 A 的三个特征根分别是 1, 2, 3 则方阵 A 的行列式 $|A| =$ _____

5. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 0 & a & 0 \\ -4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ 有一个特征值 $\lambda = 2$, 对应的特征向量为 $x = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$, 则数 $a =$ _____.

6. 若 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, 求 $A^n =$ _____

7. 设 0 是矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & a \end{pmatrix}$ 的特征值, 则 $a =$ _____

8. 设 $\lambda = 2$ 是可逆矩阵 A 的一个特征值, 则矩阵 $\left(\frac{1}{3}A^2\right)^{-1}$ 的一个特征值为 _____。

9. 若 n 阶矩阵 A 有一个特征值是 2, 则 $A^2 + 5A - 3E$ 有一个特征值 _____

10. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & -2 \\ -3 & -3 & x \end{pmatrix}$, 已知 A 与对角形矩阵相似, A 的特征值是 2, 2, y ,

求 x 和 y 的值。

11. 设 $A = \begin{pmatrix} x & 2 & -1 \\ -2 & -2 & 2 \\ 3 & 6 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 0 & y & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, 已知 A 与 B 相似, 求 x 和 y 的值。

12. 求矩阵 $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ 的特征值和特征向量.

13. 求矩阵 A 的特征值与特征向量, 其中 $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -4 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.