第五章复习题答案

1.D　2.A　3. C　4. 6　5. 2　6、$\begin{pmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$　7、1　8. 3/4　9.　11

10. 解：由于 A 与 B=diag(2, 2, y)相似，于是有

$$\det(A)=\det(B)\Rightarrow 6(x-1)=4y$$
$$trA=trB\ \Rightarrow\ 5+x=4+y$$

得到 x=5 ，y=6　.

11. 解：∵ A 与 B 相似，∴ trA=trB ，　| A | = | B |

$$\begin{cases} -3+x=-2+y \\ -10x+14=-8y \end{cases}\quad 得\quad \begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$$

12. 解：A 的特征方程为

$$|A-\lambda E|=\begin{vmatrix} 3-\lambda & 2 \\ 2 & 3-\lambda \end{vmatrix}=(\lambda-1)(\lambda-5)=0$$

矩阵 A 的特征值为 $\lambda_1=1,\lambda_2=5.$

当 $\lambda_1=1$ 时，解线性方程组　$(A-E)x=0$,

即 $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$，方程组的基础解系为：$p_1=(1,-1)^T$，

所以对应于 $\lambda_1=1$ 的全部特征向量为：$kp_1(k\neq 0)$

当 $\lambda_2=5$ 时，解线性方程组　$(A-5E)\ x=0$,

即 $\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$，　方程组的基础解系为：$p_2=(1,1)^T$，

所以对应于 $\lambda_2=5$ 的全部特征向量为：$kp_2(k\neq 0)$

13. 解：A 的特征方程为

$$|A-\lambda E|=\begin{vmatrix} -1-\lambda & 1 & 0 \\ -4 & 3-\lambda & 0 \\ 1 & 0 & 2-\lambda \end{vmatrix}=(2-\lambda)(1-\lambda)^2=0$$

矩阵 A 的特征值为 $\lambda_1=2,\lambda_2=\lambda_3=1.$

当 $\lambda_1 = 2$ 时，解线性方程组 $(A-2E)x = 0$,

即 $\begin{pmatrix} -3 & 1 & 0 \\ -4 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, 方程组的基础解系为：$p_1 = (0,0,1)^T$,

所以对应于 $\lambda_1 = 2$ 的全部特征向量为：$kp_1(k \neq 0)$

当 $\lambda_2 = \lambda_3 = 1$ 时，解线性方程组 $(A-E)\,x= 0$,

即 $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ -4 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, 方程组的基础解系为：$p_2 = (-1,-2,1)^T$,

所以对应于 $\lambda_2 = \lambda_3 = 1$ 的全部特征向量为：$kp_2(k \neq 0)$