Terceiro teste de Algoritmos e Estruturas de Dados

18 de Janeiro de 2021 **10h00m – 11h00m**

Responda a todas as perguntas no enunciado do teste. Justifique todas as suas respostas.
O teste é composto por 5 grupos de perguntas.

Nome: _____

N. Mec.: _____

4.0 **1:** Um aluno descobriu uma maneira inovadora de multiplicar números grandes que consiste no seguinte:

- cada um dos dois números a multiplicar, com $3n$ algarismos cada, é dividido em **3** partes, cada uma com n algarismos
- usando somas e subtrações, a partir dessas partes são calculados **3** números, com n algarismos cada
- usando as partes dos números e os **3** números extra do ponto anterior, são calculados **7** produtos (de números de n algarismos)
- finalmente, são efetuadas **10** somas dos produtos calculados no ponto anterior para se obter o resultado final.

Responda às seguintes perguntas:

1.0 **a)** Que estratégia algoritmica usou o aluno?

3.0 **b)** Qual é a complexidade computacional do algoritmo inventado pelo aluno?

Respostas:

O *master theorem* afirma que se $T(n) = aT(n/b) + f(n)$ então

- se $f(n) = O(n^{\log_b a - \epsilon})$ para um $\epsilon > 0$, então $T(n) = \Theta(n^{\log_b a})$,
- se $f(n) = \Theta(n^{\log_b a})$, então $T(n) = O(n^{\log_b a} \log n)$,
- se $f(n) = \Omega(n^{\log_b a + \epsilon})$ para um $\epsilon > 0$ e se $af(\frac{n}{b}) \leq cf(n)$ para $c < 1$ e n suficientemente grande, então $T(n) = \Theta(f(n))$.

5.0 **2:** Num cubo de dimensões $N \times N \times N$ pretende-se ir do ponto com coordenadas $(0, 0, 0)$ até ao ponto com coordenadas $(N-1, N-1, N-1)$ usando movimentos que apenas aumentem em uma unidade uma das coordenadas. Logo, a partir de (x, y, z) podemos apenas ir para $(x+1, y, z)$, $(x, y+1, z)$ e $(x, y, z+1)$. Mais concretamente, pretende-se contar o número de maneiras de fazer isso. O código seguinte faz isso.

```
#define N 100
[        ] count[N][N][N];

int do_count(int x,int y,int z)
{ // (x,y,z) are the coordinates of the DESTINATION
  if(x < 0 || x >= N || y < 0 || y >= N || z < 0 || z >= N)
    return 0;
  if(count[x][y][z] [        ])
    count[x][y][z] = do_count([                    ]) +
                     do_count([                    ]) +
                     do_count([                    ]);
  return count[x][y][z];
}

int count_all_paths(void)
{
  for(int x = 0;x < N;x++)
    for(int y = 0;y < N;y++)
      for(int z = 0;z < N;z++)
        count[x][y][z] = [      ];
  count[0][0][0] = [      ];
  return do_count([                    ]);
}
```

Responda às seguintes perguntas:

3.0 **b)** Complete o código.

1.0 **b)** Que estratégia algoritmica está a ser usada?

1.0 **c)** Qual é a complexidade computacional do algoritmo?

4.0 **3:** Os **5** vértices, numerados de **0** a **4**, de um grafo têm as seguintes listas de adjacência:

vértice	lista
0	$\rightarrow$ **(1,** fast**)** $\rightarrow$ **(3,** fast**)** $\rightarrow$ **(1,** slow**)** $\rightarrow$ **NULL**
1	$\rightarrow$ **(2,** slow**)** $\rightarrow$ **(3,** fast**)** $\rightarrow$ **NULL**
2	$\rightarrow$ **(0,** fast**)** $\rightarrow$ **NULL**
3	$\rightarrow$ **(1,** slow**)** $\rightarrow$ **NULL**
4	$\rightarrow$ **(0,** fast**)** $\rightarrow$ **(3,** slow**)** $\rightarrow$ **NULL**

Responda às seguintes perguntas:

1.2 **a)** Desenhe o grafo.

1.2 **b)** Este grafo é de que tipo?

1.6 **c)** Será possível representar o grafo usando uma matriz de adjacência? Se sim, como? Se não, porque não?

Respostas:

3.0 **4:** Explique para que serve e como funciona o algoritmo *union find*.

4.0 **5:** Considere um labirinto desenhado na superfície de uma esfera. Pretende-se ir, a andar, do pólo norte até ao pólo sul. (Considere que a esfera tem um raio relativamente pequeno, pelo que ir a pé não demora meses, mas pode demorar dias.) Responda às seguintes perguntas:

1.0 **a)** Que algoritmo usaria para encontrar uma solução?

1.5 **b)** Que material levaria consigo para o ajudar?

1.5 **c)** Acha que é possível encontrar a solução mais curta de uma forma eficiente? (Não se esqueça que tem de fazer todo o caminho a pé.) Porquê?

Answers: