

# Departamento de Electrónica, Telecomunicações e Informática

## Sistemas Multimédia

### Ficha de Exercícios nº1

#### 1. Dados os números complexos seguintes

$$(a) \quad z_1 = 2 + j2 \quad (b) \quad z_2 = -1 + j \quad (c) \quad z_3 = 4e^{(j\pi)} \quad (d) \quad z_4 = \sqrt{3}e^{(j\frac{\pi}{3})}$$

(a) Represente graficamente os números complexos.

(b) Os números estão representados em notação polar ou cartesiana. Indique quais estão em polar?

(c) Calcule

i.  $z_1 + z_3$

ii.  $\frac{z_4}{z_2}$

iii.  $(z_2)^4$

iv.  $z_1 + z_2 - \sqrt{z_3}$

#### 2. Calcule os valores de $A$ , $\Theta$ e $\Phi$ nas expressões seguintes

(a)  $e^{j(100\pi t + \frac{\pi}{3})} + e^{j(100\pi t + \frac{\pi}{4})} = Ae^{j(\Theta t + \Phi)}$

(b)  $\cos(100\pi t + \frac{\pi}{3}) + \cos(100\pi t + \frac{\pi}{4}) = A \cos(\Theta t + \Phi)$

(c)  $\cos(\omega t + \frac{\pi}{6}) + \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) + \cos(\omega t - \pi) = A \cos(\Theta t + \Phi)$

#### 3. Os sinais seguintes são periódicos. Diga qual é o período e a amplitude de cada um deles

(a)  $2 \sin(0.3\pi t - \pi/2)$

(b)  $\cos(0.12\pi t) + \cos(0.12\pi t + \pi/5)$

(c)  $\cos(0.3\pi t) \cos(0.2\pi t)$

(d)  $\cos(2\pi f_0 t + \pi/3)$

#### 4. Um sinal pode ser escrito como uma soma de sinusóides

$$x(t) = \sum_{k=1}^N A_k \cos(2\pi k f_0 t + \Phi_k) + A_0$$

onde  $A_k$  é um número real e  $\Phi_k \in [0, 2\pi]$

- (a) Prove que o sinal é periódico com período  $T = 1/f_0$
- (b) Diga qual é o período de cada uma das sinusóides do somatório. Para simplificar assuma que  $\Phi_k = 0$  e faça um esboço dos termos da expressão anterior para  $k = 0, 1, 2, 3$
- (c) Prove que  $x(t)$  também pode ser escrito na forma seguinte

$$x(t) = \sum_{m=-N}^N B_m \exp(j2\pi m f_0 t)$$

onde coeficientes  $B_m$  são números complexos que dependem de  $A_k$  e de  $\Phi_k$ :

- $m = 0, B_0 = A_0$
  - $m > 0 \Rightarrow m = k, B_m = \frac{A_k}{2} \exp(j\Phi_k)$
  - $m < 0 \Rightarrow m = -k, B_m = \frac{A_k}{2} \exp(-j\Phi_k)$
- (d) Qual é o módulo e a fase dos números complexos  $B_m$ ? Há alguma relação entre os coeficientes para  $m$  positivo e para  $m$  negativo?
- (e) Assuma que um sinal com  $f_0 = 100Hz$  tem os coeficientes  $B_m$

| m  | módulo de $B_m$ | Fase de $B_m$ |
|----|-----------------|---------------|
| -2 | 0.25            | $-\pi/4$      |
| -1 | 0.5             | $\pi/2$       |
| 0  | 1               | 0             |
| 1  | 0.5             | $-\pi/2$      |
| 2  | 0.25            | $\pi/4$       |

Escreva a expressão do sinal sob a forma de somatório

- De exponenciais.
- De cossenos

Diga qual é o período do sinal.