Undersökning av effekter på grund av β-sönderfall i Cesium-137

Dennis Kristiansson (denkri@student.chalmers.se) och
Nils Patriksson (panils@student.chalmers.se)

1 juni 2020

1 Inledning

Kärnfysik är ett område som leder till många tillämpningar men också risker. En risk är radioaktiv strålning som skett vid exempelvis Chernobylkatastrofen då Cesium-137 släpptes ut [1]. Cesium-137 β-sönderfaller men ger även upphov till γ-strålning [2]. Hur mycket av strålningen som är γ-strålning kan påverka hur hälsovådligt sönderfallet är och behöver förstås. Denna rapport ämnar bland annat att beskriva hur den ytterligare γ-strålningen uppstår, vilken energi den kan ha och hur stor del av β-sönderfallet som ger upphov till γ-strålning.

2 Bakgrund

Ett sönderfall av Caesium-137 till Barium-137 kan beskrivas med

$$^{137}\mathrm{Cs} \longrightarrow {}^{137}\mathrm{Ba} + e^- + \overline{\nu_e}. \tag{1}$$

Detta eftersom en neutron i Cs-kärnan kan sönderfalla till en proton. Om sönderfallet kan ske kan utrönas ur det så kallade Q-värdet. Det beräknas med mass-skillnaden mellan moder- och dotterpartiklar i reaktionen. Alltså kan Q-värdet för denna reaktion beräknas som

$$Q = \left[\mathrm{M}(^{137}\mathrm{Cs}) - \mathrm{M}(^{137}\mathrm{Ba})\right] \cdot c^2 \tag{2}$$

där M(...) är massan inklusive bindningsenergi och c är ljushastigheten. Q i ekvation 2 är positiv [3] vilket gör att sönderfallet kan ske spontant. Just denna typ av β-sönderfall betecknas β^- då det skapas ett elektron- elektronneutrinopar.

Sönderfall av typen β^- kan kategoriseras ytterligare. Genom att mäta upp β-partikelns rörelsemängd och spinn kan skillnaden i isospinn och paritet mellan dotter- och moderkärna beräknas. Övergångssannolikheten kan beskrivas genom Fermis gyllene regel och med en approximation av den kan övergångsregler bestämmas. De sönderfall som följer första ordningens approximation kallas för *tillåtna övergångar*.

Spinnet för β-partikeln är $\vec{S_\beta} = \vec{S_{e^-}} + \vec{S_{\nu_e}} \in \{0, 1\}$ och $\vec{J_\beta} = \vec{L_\beta} + \vec{S_\beta}$. Moderkärnans isospinn beskrivs av $\vec{I_M} = \vec{I_D} + \vec{J_\beta}$. Därmed kan man teckna uttryck för I_M, J_β och S_β med hjälp av triangelolikheten eftersom spinnet är vektorer. Genom att arrangera om kan man bryta ut att förändringen i isospinn är

$$\Delta I = |I_M - I_D| \leq J_\beta. \tag{3}$$

Även paritetsändringen kan beskrivas genom att betrakta β-partikeln. Pariteten beskrivs av

$$\pi_M = \pi_D \cdot \pi_\beta, \qquad \text{där } \pi_\beta = (-1)^{L_\beta}. \tag{4}$$

Alltså kan även paritetsändringen mellan moder- och dotterkärna extraheras från L_β. Övergångarna kategoriseras i *tillåtna*, *första förbjudna* och *andra förbjudna*. De tillåtna övergångarna har $L_\beta = 0$ och delas upp i $S_\beta = 0, 1$. *Första förbjudna* och *andra förbjudna* har $L_\beta = 1$ respektive $L_\beta = 2$ men delas även upp i så kallade *Fermiövergångar* och *Gamow-Teller* med $S_\beta = 0$ respektive $S_\beta = 1$. Beräknade ΔI och $\Delta\pi$ för kategorierna visas i tabell 1. Övergångar som markeras med parantes, (...), ignoreras på grund av att flera klasser innehåller dem. Eftersom skeendet är kvantmekaniskt och de *tillåtna*

Klass av övergång		ΔI	$\Delta\pi$
Tillåtna ($S_\beta = 0, 1$)		$0, 1$	0
1:a förbjudna	Fermi ($S_\beta = 0$)	$(0, 1)$	1
	Gamow-Teller ($S_\beta = 1$)	$(0, 1), 2$	1
2:a förbjudna	Fermi ($S_\beta = 0$)	$(0, 1), 2^*$	0
	Gamow-Teller ($S_\beta = 1$)	$(0, 1), 2^*, 3$	0

Tabell 1: Klassificering av β-övergångar genom de detekterade värdena på J_β och S_β. Övergångar som markeras med parantes, (...), ignoreras. Övergångar som markeras med $*$ kallas för icke-unika, alltså att de sker både genom *Fermi-* och *Gamow-Teller*-övergångar.

Typ av övergång	$\log_{10}(ft_{1/2})$-värde	ΔI	$\Delta\pi$
Tillåten	2,9 – 6,0	$0, 1$	0
Första förbjuden, icke-unik	6 – 9	$0, 1$	1
Första förbjuden, unik	8 – 10	2	1
Andra förbjuden	11 – 13	$2, 3$	0

Tabell 2: Möjlig klassificering av β-övergångar med hjälp av simulerade övergångar. Tabellerad data från [4].

övergångarna är till första ordningens approximation så kommer dessa vara mer sannolika. Därmed påverkar de otillåtna övergångarna med $\Delta I = 0, 1$ mätdatan försumbart lite. Övergångar som markeras med $*$ kallas för icke-unika, alltså att de sker både genom *Fermi-* och *Gamow-Teller*-övergångar. Därför kan dessa övergångar ej betraktas för att skilja ut *Fermi-* och *Gamow-Teller*-övergångar. I tabell 2 visas värden för en annan uppdelning av övergångarna som går att detektera. Värdena på $\log_{10}(ft_{1/2})$ är hämtat från [4] och används för att koppla mätdatan till teorin i avsnitt 4.

För att jämföra när olika urvalsregler gäller behöver halveringstiden för de olika sönderfalls-grenarna betraktas. Aktiviteten beskrivs av $A = N\lambda$ där λ är sönderfallskonstanten och N är antalet nukleoner. För ett prov med ^{137}Cs är halveringstiden, $t_{1/2} = 30$ år [5]. Därmed fås

$$\lambda_{tot} = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \approx 0{,}023 \text{ år}. \tag{5}$$

För att undersöka vilka isospinn som ^{137}Cs och ^{137}Ba har kan man använda nukleära skalmodellen. I analogi med skalmodellen för elektrontillstånd i atomär fysik så bygger den nukleära skalmodellen på en gemensam centralpotential i kärnan och därmed fås ett energidiagram med diskreta energinivåer. För att se vilket spinn som en kärna har kan man fylla på med antalet nukleoner i energiskal initialt från lägsta energinivån. För att få kärnspinnet används par-approximationen som ger att parade nukleoner i samma skal har $J = 0$. Det ger att endast den sista oparade nukleonen ger ett bidrag till spinnet. För ^{137}Cs är sista nukleonen i $(2d^+_{5/2})$ [5] och oparad men olika skalmodeller använder olika centralpotentialer. Energinivåer med liknande energier kan därför avvika något och därmed kan även $(1g^+_{7/2})$ vara sista nukleonens tillstånd i ^{137}Cs [5]. För ^{137}Ba kan spinnet på samma sätt bli $J^\pi = 3/2^+$,$1/2^+$,$11/2^-$ [5].

3 Försöksuppställning

Experimentet syftar till att mäta energispektrumet för ett mätprov av ^{137}Cs som β^--sönderfaller. Elektronerna från reaktionen i ekvation 1 detekteras med en kisel-detektor. En högenergetisk laddad partikel kommer att avge sin rörelse-energi till Si-atomerna i detektorn. En svag strömpuls, vars amplitud är proportionell mot den avgivna energin genereras av halvledaren Si och kan förstärkas och mätas vilket görs med en ADC (analog-till-digital konverterare). Varje puls detekteras av ADC:n och sparas i en kanal som motsvarar ett visst amplitudintervall. Genom att kalibrera ADC:ns kanaler mot kända sönderfall kan därefter ett energispektrum extraheras.

4 Utförande

Kalibrering av utrustningen utföres initialt. Mätdatan bestod i histogram över antalet sönderfall i olika energi-kanaler. Vilken energi som hörde till vilken kanal kalibrerades genom att betrakta tre kända övergångar i ^{207}Bi. Till energierna anpassades vilket kanalnummer som motsvarade vilken energi.

Sönderfallsspektrumet för ^{137}Cs kunde därefter uppmätas och analyseras. Bakgrundstrålning hade uppmätts under 97 timmar subtraherades från mätdatan efter anpassning till att mätningen på ^{137}Cs gjordes under 117 timmar. Den så kallade Kurie-plotten extraherades även från spektrumdatan. Det som ritas är

$$K(T_e) = \sqrt{\frac{N(T_e)}{\sqrt{T_e}F(Z,T_e)}} \tag{6}$$

mot T_e som är β-elektronernas kinetiska energi. $N(T_e)$ är antalet detekterade elektroner med energi T_e och $F(Z,T_e)$ är Fermi-avskärmings faktorn där Z är protontalet.

För att kategorisera de olika sönderfallen har även den komparativa halveringstiden, $\log_{10}(ft_{1/2})$, beräknats. $t_{1/2}$ är halveringstiden för den aktuella sönderfallsgrenen och kan skilja sig något mellan olika sönderfallsgrenar. Värdet på f definieras som

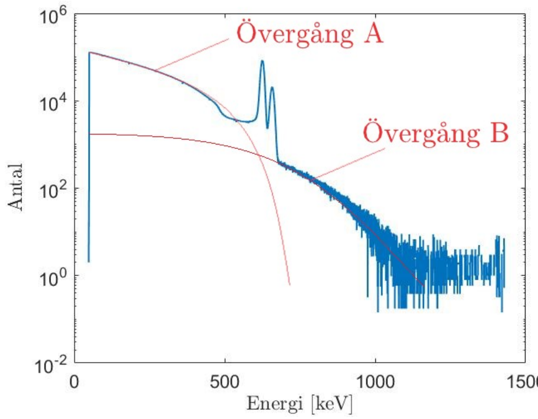
$$f(Z,Q_\beta) = \frac{\sqrt{2}}{m_e^{7/2}c^7}\int_0^{Q_\beta} \sqrt{T_e}(Q_\beta - T_e)^2 \mathrm{F}(Z,T_e)\mathrm{d}T_e \tag{7}$$

där Q_β är sönderfallets Q-värde, Z är protontalet och resten av variablerna är som tidigare definierat. f benämns ofta *Fermi-integralen*. För att korrelera olika urvalsregler mot sönderfallen har även annan data från [4] använts där korrelationen mellan komparativa halveringstiden och olika klasser av β-sönderfall summeras.

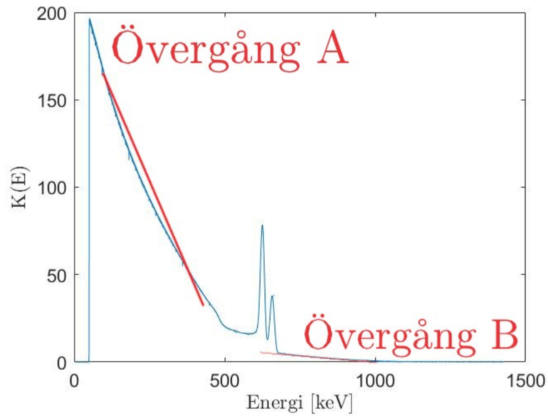
5 Resultat och diskussion

Det uppmätta spektrumet för ^{137}Cs visas i figur 1. I figuren är två β-övergångar markerade som övergång A och B. Övergång A har ett något lägre Q-värde vilket syns på att den fördelningen skär energiaxeln vid ungefär 700 keV medan övergång B skär energiaxeln över 1000 keV. Alltså finns två sönderfallsgrenar, en lågenergi-gren och en högenergi-gren. För att beräkna Q-värdena för de båda reaktionerna kan två linjära anpassningar göras till kurvan i figur 2. Anpassningen för övergång A och B är ritade i grafen och korsar energiaxeln i 508 keV respektive 1010 keV. I figur 2 syns dock att linjen för övergång A inte är linjär vilket tillför en osäkerhet i anpassningen. Precis var skärningspunkten med energiaxeln har därför en stor osäkerhet.

Två stycken distinkta toppar syns även i grafen vid energin 600 − 700 keV. Eftersom även fotoner kan trigga utrustningen att detektera en detektion så är det med stor sannolikhet något sådant som syns.



Figur 1: Energispektrum över antalet detekterade händelser för ^{137}Cs och ^{137}Ba. Övergång A och B betecknar två olika β-övergångar.



Figur 2: Kurieplot för sönderfall av ^{137}Cs. Övergång A och B betecknar två β-övergångar och två ytterligare övergångar är utmärkta.

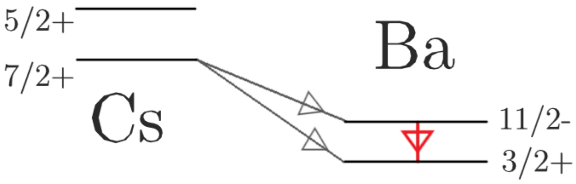
För att beräkna $\log_{10}(ft_{1/2})$ behöver två kvantiteter extraheras från mätdatan. Dels Q-värdena för sönderfallsgrenarna och dels halveringstiderna för desamma. Lågenergi-grenen verkar ge mer aktivitet än högenergi-grenen i figur 1 (antalet sönderfall är högre). Eftersom aktiviteten är proportionell mot sönderfallskonstanten λ så är $\lambda_{\text{låg-energi}} > \lambda_{\text{hög-energi}}$. Vidare undersökning av sönderfallen skulle kunna innefatta en bestämning av λ för grenarna vilket skulle ge ett noggrannare värde på komparativa halveringstiden. Här tar vi dock $\lambda_{lg} = 0{,}9\lambda_{tot}$ och $\lambda_{hg} = 0{,}1\lambda_{tot}$. Med total halveringstid som i ekvation 5 kan därmed $t_{1/2}$ beräknas för grenarna var för sig.

Med Q-värdena som extraherats ur Kurieplotten och halveringstiderna för sönderfallsgrenarna erhålls komparativa halveringstider. För lågenergi-grenen fås därmed $\log_{10}(ft_{1/2}) \approx 9{,}18$ och för högenergi-grenen $\log_{10}(ft_{1/2}) \approx 11{,}21$.

Vidare kan komparativa halveringstiden jämföras med annan data för att utröna om det är en *tillåten*, *första* eller *andra* förbjuden övergång. I tabell 2 kan ses att lågenergigrenen förmodligen är en *första förbjuden, unik*. I tabell 1 kan ses att $\Delta I = 2$ och att $\Delta\pi = 1$ (alltså paritetsändring). Enligt ekvation 3 så fungerar endast $I_M = 7/3+$ och $I_D = 11/2-$ av de tillstånd som kan förutses av skalmodellen.

För högenergi-grenen kan på samma sätt avläsas i tabell 2 att den är av typen *andra förbjuden*. För att urskilja om det är en unik eller icke-unik kan användas att då $\log_{10}(ft_{1/2}) \in \{10{,}8, 11{,}7\}$ är den icke-unika övergången mer sannolik [4]. Därmed är förmodligen $\Delta I = 2$ och ingen paritetsändring föreligger. I enlighet med ekvation 3 fungerar därför $I_M = 7/3+$ och $I_D = 3/2+$ som spinn i moder- och dotterkärna.

Med denna ytterligare information kan slutsatsen dras att ^{137}Cs sönderfaller till ^{137}Ba från grundtillståndet $(1g^{+}_{7/2})$ i båda sönderfalls-grenarna. De två energinivåer som ^{137}Ba



Figur 3: Möjligt sönderfalls-schema för reaktionen $^{137}\text{Cs} \longrightarrow {}^{137}\text{Ba} + e^- + \overline{\nu_e}$. Kvanttalet J^π är markerat vid varje energinivå de observerade övergångarna är markerade med pilar. En γ-övergång som ej observerats i datan men som kan finnas i ^{137}Ba är ritad i rött.

antar efter sönderfallet är förmodligen $(1h^-_{11/2})$ och $(2d^-_{3/2})$. Eftersom högenergi-grenen går till $(2d^-_{3/2})$ är det tillståndet med lägre energi. Det resulterande sönderfalls-schemat visas i figur 3 där siffrorna betecknar J^π och pilarna övergångar. Ett ej detekterad γ-sönderfall är även ritat i rött. Eftersom $\lambda_{lg} = 0{,}9\lambda_{tot}$ kommer en majoritet av β-sönderfallen att ge upphov till γ-sönderfall. Detta överensstämmer med annan litteratur där 85,6% av β-sönderfallen ger upphov till γ-sönderfall [6].

Slutsatsen kan även jämföras med exempelvis data från [5] där ^{137}Ba:s grundtillstånd anges med $J^\pi = 3/2^+$ och ^{137}Cs:s grundtillstånd som $J^\pi = 7/2^+$ vilket överensstämmer med våra resultat. Om dock skalmodellen som använts i [5] betraktas stämmer inte energinivåernas placering vilket tyder på att skalmodellen ej är korrekt i alla fall.

Vad gäller det inducerade γ-sönderfallet kan ett ungefärligt mått ges på dess energi. Eftersom Q-värdena för β-sönderfallen skiljer sig med ungefär 500 keV borde även den utsända γ-partikeln ha ungefär den energin. I annan litteratur presenteras energin 612 keV vilket skiljer sig en del från värdet erhållet i denna rapporten [3].

Slutligen kan konstateras att då ^{137}Cs β-sönderfaller ger det upphov till mestadels exiterade tillstånd av ^{137}Ba. Alltså genereras en betydande mängd γ-strålning med en energi på ungefär 500 keV. Med ytterligare studier av sönderfallet skulle den energin kunna bestämmas med bättre noggrannhet. Framförallt hade bestämning av Q-värdena behövt förbättras.

Referenser

[1] F. Marino och L. Nunziata, "Long-Term Consequences of the Chernobyl Radioactive Fallout: An Exploration of the Aggregate Data", *The Milbank Quarterly*, årg. 96, nr 4, s. 814–857, 2018.

[2] D. Delacroix, J. P. Guerre, P. Leblanc och C. Hickman, *Radionuclide and radiation protection data handbook 2002*, 1. Oxford University Press, 2002, vol. 98, s. 1–168.

[3] E. Browne och J. Tuli, "Nuclear data sheets for A= 137", *Nuclear Data Sheets*, årg. 108, nr 10, s. 2173–2318, 2007.

[4] C. Forssén, D. Sääf och R. Thies, *Beta-spectroscopy and Fermi theory of beta decay.* 2013. URL: `https://chalmers.instructure.com/courses/9454/modules/items/64914`.

[5] C. Nordling och J. Österman, *Physics handbook for science and engineering*. Studentlitteratur ab, 2006.

[6] R. Bunting, "Nuclear data sheets for A= 137", *Nuclear Data Sheets*, årg. 15, nr 3, s. 335–369, 1975.