M10 Cálculo Diferencial FIN A

ACTIVIDAD 1

Tutor: Héctor Alexandro Gutiérrez Suárez

Estudiante: José Ramón Ibáñez Posadas

Matricula: BNL098377

Monterrey, Nuevo León

domingo, 08 de Octubre de 2023

INTRODUCCIÓN

Las funciones son conceptos fundamentales en matemáticas y juegan un papel crucial en el estudio del cálculo diferencial. Proporcionan una manera de relacionar dos conjuntos de datos, estableciendo una correspondencia entre los valores de entrada (denominados dominio) y los valores de salida (denominados rango).

En el contexto del cálculo diferencial, las funciones nos permiten modelar fenómenos y procesos que varían de acuerdo con diferentes variables. Nos proporcionan herramientas para describir y analizar el cambio de una cantidad en relación con otra. Esto es fundamental para comprender cómo las cosas cambian y cómo calcular tasas de cambio.

Las funciones nos ayudan a entender el cálculo diferencial al permitirnos analizar cómo una cantidad (generalmente representada como una variable independiente) se relaciona con su tasa de cambio (generalmente representada como la derivada de esa función). La derivada de una función nos ofrece información sobre la pendiente de la curva en un punto dado, lo que nos permite determinar la tasa de crecimiento o decrecimiento de la función.

Además, las funciones nos permiten resolver problemas de optimización al encontrar valores máximos o mínimos de una función. Esto es esencial en numerosos campos, como la economía, la física y la ingeniería, donde es necesario hallar las condiciones óptimas para obtener el mejor resultado posible.

En resumen, el estudio de las funciones en el contexto del cálculo diferencial nos brinda herramientas poderosas para comprender y analizar el cambio y la optimización en una variedad de situaciones. Nos permite obtener información valiosa sobre cómo las cantidades se relacionan y cómo podemos calcular eficientemente tasas de cambio y condiciones óptimas.

DESARROLLO

PROBLEMARIO

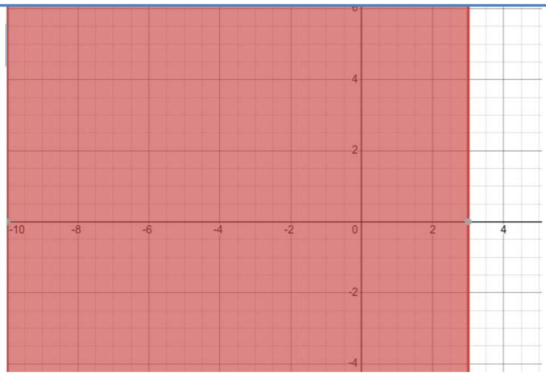
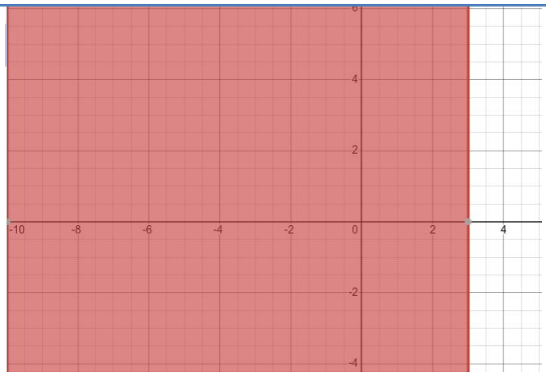
a) Racionaliza la siguiente fracción 7/√14

Desarrollo	Solución
Paso 1: Encuentra el máximo común divisor (MCD) de 7 y √14.	En este caso, el MCD es 1, ya que no hay factores comunes entre ellos excepto por el número 1.
Paso 2: Divide tanto el numerador como el denominador de la fracción por el MCD.	7 ÷ 1 = 7 √14 ÷ 1 = √14, Esto simplifica la fracción a 7/√14.
Paso 3: Multiplica tanto el numerador como el denominador por el conjugado del denominador, que es √14.	7/√14 * √14/√14 = 7√14/14
Esto da como resultado la fracción racionalizada:	7√14/14.

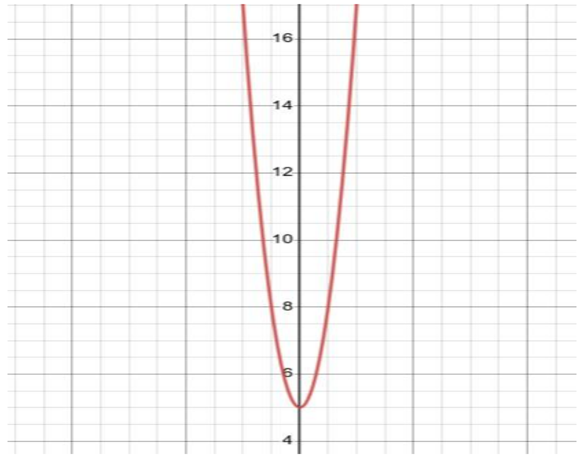
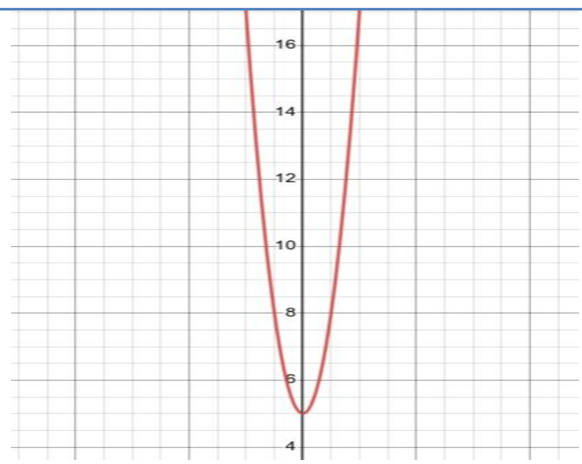
b) Determina el valor absoluto de: | -12 + 9 |

Desarrollo	**Solución**
Paso 1: Se realiza la operación dentro del valor absoluto:	|-12 + 9|
Paso 2: Simplifica la expresión dentro del valor absoluto:	|-3|
Paso 3: El valor absoluto de -3 es simplemente 3, ya que el valor absoluto devuelve el valor sin el signo negativo.	Entonces, el valor absoluto de |-12 + 9| es 3.

c) en una recta define la desigualdad −10 ≤ x ≤ 3

Desarrollo	Solución
Paso 1: Dibuja una recta horizontal.	
Paso 2: Identifica los puntos −10 y 3 en la recta.	
Paso 3: Marca un punto cerrado (un punto sólido) sobre el número −10, ya que la desigualdad es ≤ (menor o igual).	
Paso 4: Marca otro punto cerrado sobre el número 3, ya que la desigualdad también es ≤ (menor o igual).	
El resultado será una recta que comienza en −10 y finaliza en 3, y todos los valores en esa área, incluyendo −10 y 3, cumplen con la desigualdad.	Esto se debe a que −10 ≤ x ≤ 3 significa que x puede tomar cualquier valor en el intervalo cerrado entre −10 y 3, ambos inclusive.

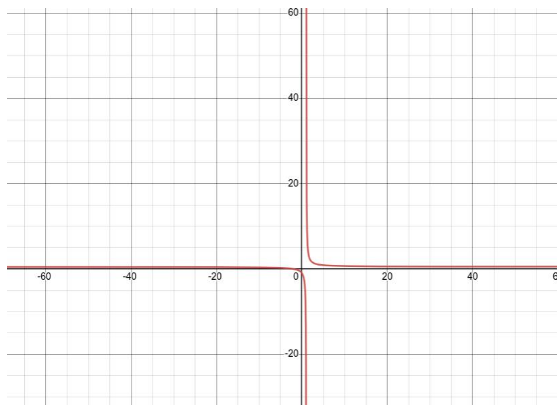
d) Dibuja la gráfica, determina el dominio, imagen y su función inversa de la función: $f(x)\ 12x^2 + 5$

Desarrollo	Solución
Paso 1: Observa el coeficiente principal, que es 12. Esto nos indica que la parábola se abre hacia arriba.	
Paso 2: Determina el vértice de la parábola utilizando la fórmula -b/2a.	En este caso, a = 12 y b = 0. vértice_x = -b/2a = 0/2(12) = 0/24 = 0
Esto nos da el valor x del vértice. Ahora, sustituimos este valor en la función para encontrar el valor y del vértice.	vértice_y = f(0) = $12(0)^2 + 5 = 5$, Por lo tanto, el vértice de la parábola es (0, 5).
Paso 3: Encuentra algunos puntos adicionales en la parábola. Puedes elegir valores de x y sustituirlos en la función f(x) para obtener los valores correspondientes de y. Aquí hay algunos ejemplos:	Cuando x = -1: $f(-1) = 12(-1)^2 + 5 = 12 + 5 = 17$ Por lo tanto, uno de los puntos de la parábola es (-1, 17). Cuando x = 1: $f(1) = 12(1)^2 + 5 = 12 + 5 = 17$ Otro punto de la parábola es (1, 17).
Paso 4: Dibuja la parábola en un sistema de coordenadas utilizando los puntos obtenidos. Conecta los puntos con una curva suave y asegúrate de que la parábola se abra hacia arriba.	
El dominio es el conjunto de todos los posibles	En este caso, la función $f(x) = 12x^2 + 5$ está

valores de x para los cuales la función está definida.	definida para todos los valores de x en el conjunto de números reales. Por lo tanto, el dominio es $(-\infty, \infty)$.
La imagen es el conjunto de todos los posibles valores de y que se obtienen al evaluar la función para los valores de x en su dominio. En este caso, como la parábola se abre hacia arriba, el valor mínimo de y es 5 (el valor de y en el vértice).	Entonces, la imagen de la función es $[5, \infty)$.
Para encontrar la función inversa, intercambiamos x e y en la ecuación y resolvemos para y:	$x = 12y^2 + 5$ $12y^2 = x - 5$ $y^2 = (x - 5)/12$ $y = \pm\sqrt{(x - 5)/12}$ La función inversa es $y = \pm\sqrt{(x - 5)/12}$.

e) Determina la asíntota vertical, horizontal y realiza la gráfica de $f(x) = 6x + 12/ 12x -12$

Desarrollo	Solución
aso 1: Identifica la asíntota vertical. Las asíntotas verticales ocurren cuando el denominador de la función se hace cero. En este caso, el denominador es $12x - 12$.	Igualamos el denominador a cero y resolvemos para x: $12x - 12 = 0$ $12x = 12$ $x = 1$ Entonces, tenemos una asíntota vertical en $x = 1$.
Paso 2: Determina la asíntota horizontal. La función $f(x) = (6x + 12)/(12x - 12)$ tiene una asíntota horizontal cuando x tiende a infinito o menos infinito. Para encontrar la asíntota horizontal, realizamos el límite de la función cuando x tiende a infinito y menos infinito: Cuando x tiende a infinito: $\lim(x\to\infty)\ (6x + 12)/(12x - 12) = 6/12 = 1/2$ Cuando x tiende a menos infinito: $\lim(x\to-\infty)\ (6x + 12)/(12x - 12) = -6/12 = -1/2$	Entonces, tenemos una asíntota horizontal en $y = 1/2$ y otra en $y = -1/2$.

Paso 3: Grafica la función. Para graficar la función, puedes utilizar los puntos clave, la asíntota vertical y la asíntota horizontal que hemos encontrado. Puedes elegir valores de x y calcular los valores correspondientes de y para obtener más puntos en la gráfica. Aquí hay algunos ejemplos: Cuando x = 0: f(0) = (6(0) + 12)/(12(0) - 12) = 12/-12 = -1 Un punto en la gráfica es (0, -1). Cuando x = 2: f(2) = (6(2) + 12)/(12(2) - 12) = 24/12 = 2 Otro punto en la gráfica es (2, 2).	Utilizando estos puntos, la asíntota vertical x = 1 y las asíntotas horizontales y = 1/2 y y = -1/2, puedes trazar la gráfica de la función f(x) = (6x + 12)/(12x - 12). 

f) Determine los primeros 4 términos con base a la siguiente función $a_n= 8n -(-1)^{n+1}$

Desarrollo	Solución
Paso 1: Sustituye n por cada uno de los primeros 4 valores (1, 2, 3, 4) en la función.	Para n = 1: a1 = 8(1) - (-1)(1+1) = 8 - (-1)(2) = 8 - (-2) = 8 + 2 = 10 Para n = 2: a2 = 8(2) - (-1)(2+1) = 16 - (-1)(3) = 16 - (-3) = 16 + 3 = 19 Para n = 3: a3 = 8(3) - (-1)(3+1) = 24 - (-1)(4) = 24 - (-4) = 24 + 4 = 28 Para n = 4: a4 = 8(4) - (-1)(4+1) = 32 - (-1)(5) = 32 - (-5) = 32 + 5 = 37 Por lo tanto, los primeros 4 términos de la función an = 8n - (-1)n+1 son: 10, 19, 28 y 37.

CONCLUSIÓN

En el cálculo diferencial, las funciones desempeñan un papel crucial al permitirnos modelar y analizar el cambio de una variable en función de otra. Estas funciones nos ayudan a comprender cómo las variables se relacionan entre sí y cómo se comportan a medida que cambian.

La importancia de las funciones radica en su capacidad para calcular la tasa de cambio de una variable en función de otra. Esto nos permite resolver una variedad de problemas en diversas áreas, como la física, la economía, la ingeniería y la ciencia en general.

La utilización de funciones en el cálculo diferencial nos brinda herramientas poderosas para determinar la velocidad de cambio, la pendiente de una curva, la concavidad, los puntos críticos y mucho más. Estos conceptos nos permiten interpretar y comprender el comportamiento de fenómenos y procesos en el mundo real.

Al comprender las propiedades y comportamientos de las funciones en el cálculo diferencial, podemos tomar decisiones informadas y resolver problemas de manera más precisa. Las funciones nos proporcionan un marco matemático para analizar y predecir el cambio, lo que nos ayuda a realizar pronósticos, optimizar procesos y tomar decisiones basadas en datos.

En resumen, las funciones en el cálculo diferencial juegan un papel fundamental al permitirnos modelar, analizar y resolver problemas relacionados con el cambio y la variación de variables. Su importancia radica en su capacidad para proporcionar información y herramientas matemáticas sólidas que nos ayudan a comprender y mejorar nuestro entendimiento del mundo que nos rodea.

BIBLIOGRAFÍA

Cuevas Vallejo C. y Mejía Velasco H. Cálculo Visual. Editorial Oxford. México.2003.

Cruse, A. Lehman, M. Lecciones de Cálculo Vol I, Introducción a la Derivada.Trad. Hugo Arizmendi Peimbert, Fondo Educativo Interamericano, México, 1982.224 pp.

Del Grande y Duff. Introducción al Cálculo Elemental. Editorial Harla. México. 1976. 448 pp.

Goldstein, L., et al. Cálculo y sus Aplicaciones. Prentice-Hall Hispanoamericana. México, 1987.

Granville. Cálculo Diferencial e Integral. Editorial Limusa. México. 1981. 679 pp.

Grupo Dolores Brauer. Guía para el Examen Extraordinario de Cálculo Diferencia e Integral I. CCH Azcapotzalco, UNAM. 2009. 168 pp.

Grupo Dolores Brauer. Guía para el Examen Extraordinario de Cálculo Diferencial e Integral II. CCH Azcapotzalco, UNAM. 2010. 184 pp.