Sonlu Farklar ve Pascal Üçgeni

Sonlu farklar, matematikte bir dizi eleman arasındaki farkları ifade eder. Bu farklar, özellikle kuvvet serileri oluştururken önemli bir rol oynar. Pascal üçgeni ise kombinatorikte sıkça kullanılan bir araçtır ve binom katsayılarını içeren bir üçgendir. Bu iki matematiksel konsept arasındaki ilişki, sonlu farkların kuvvetleri ve Pascal üçgeni arasındaki derin bağlantıyı keşfetmemize olanak sağlar.

Sonlu farklar, bir fonksiyonun ardışık türevlerinin farklarını içerir. Özellikle bir fonksiyonun n. dereceden türevi alındığında ortaya çıkan sonlu farklar, bu fonksiyonun kuvvet serisinin katsayılarını oluşturur. Örneğin, bir fonksiyonun ikinci dereceden türevinden elde edilen sonlu farklar, fonksiyonun ikinci dereceden kuvvet serisinin katsayılarıdır.

Pascal üçgeni, kombinatorikte binom katsayılarını içeren bir üçgendir. Her bir sayı, üstteki iki sayının toplamı olarak elde edilir. Bu üçgen (a+b)^ ifadesinin açılımındaki binom katsayılarını görselleştirmek için kullanılır. Binom katsayıları, bir polinomun katsayılarına benzer şekilde, kuvvet serilerinin genişletilmiş haliyle ilgili önemli bilgiler sunar.

Sonlu farkların kuvvetleri ve Pascal üçgeni arasındaki ilişki, aslında binom katsayılarının kuvvet serilerinin katsayılarına dönüşümünü ifade eder. Özellikle, bir fonksiyonun kuvvet serisi genişletilirken, binom katsayıları ortaya çıkar. Bu katsayılar, Pascal üçgenindeki katsayılara denk gelir. Bu ilişki, matematikte farklı konseptler arasındaki derin bağlantıları ve birbirine dönüşümleri vurgular.

Sonlu farklar kuvvet serileri ve Pascal üçgeni matematiksel dünyada önemli konseptlerdir ve birbiriyle sık sık ilişkilidirler. Bu ilişki, matematiksel analizde ve uygulamalarda çeşitli sorunları çözmede kullanılabilecek güçlü araçlar sunar.

Zehra Abasıyün
02220224017

Newton İleri / Geri Farklar Formülü

Bir fonksiyonun türevinden yola çıkarak bir noktadaki eğimi hesaplamak için kullanılır. Optimizasyon problemleri, sayısal analiz, simülasyon modelleme, finansal matematik, makine öğrenmesi gibi alanlarda kullanılır.

İleri Farklar Formülü

- Verilen x'ler eşit aralıkta olmalıdır.
- Bu metotta y'in küçük değerine yakın yerde interpolasyon sorulduğunda hata azdır.

$$F(x) = F_0 + r\Delta F_0 + \frac{r(r-1)}{2!}\Delta^2 F_0 + \frac{r(r-1)(r-2)}{3!}\Delta^3 F_0 + \dots + (r,n)\Delta^n F_0$$

Burada (r,n); r'nin n'li kombinasyonların sayısını, $\Delta^n F_0$ ise ileri sonlu farkları göstermektedir.

$$\Delta_0 = F_1 - F_0$$

$$\Delta^2_0 = \Delta F_1 - \Delta F_0$$

$$\Delta^3_0 = \Delta^2 F_1 - \Delta^2 F_0$$

...

$$\Delta^n_0 = \Delta^{n-1}_{F_1} - \Delta^{n-1}_{F_0}$$

$r = \frac{x - x_0}{h}$ ve $h = x_1 - x_0 = x_2 - x_1 = x_3 - x_2 \dots$ 'dir.

$$\Rightarrow P_n(x) = F_0 + \sum_{k=1}^{n} \binom{r}{k} . \Delta^k . F_0$$

Geri Farklar Formülü

- Verilen x'ler eşit aralıkta olmalıdır.
- Geri farklar tablosunda veriler büyükten küçüğe doğru yazılıp hesaplamalar yapılır

$$F(x) = F_n - r\nabla F_n + \frac{r(r-1)}{2!}\nabla^2 F_n - \frac{r(r-1).(r-2)}{3!}\nabla^3 F_n + \dots + (-1)^n (r,n)\nabla^n F_n$$

Burada (r,n); r'nin n'li kombinasyonlarının sayısını, $\nabla^n F_n$ ise geri sonlu farkları göstermektedir.

$$\nabla F_n = F_n - F_{n-1}$$

$$\nabla^2 F_n = \nabla F_n - \nabla F_{n-1}$$

...

$$\nabla^n F_n = \nabla^{n-1} F_n - \nabla^{n-1} F_{n-1}$$

$r = \frac{x_n - x}{h}$ $h = x_1 - x_0 = x_2 - x_1 = x_3 - x_2 = \dots$ 'dir.

$$\Rightarrow P_n(x) = F_n + \sum_{k=1}^{n} (-1)^k . \binom{-r}{k} . \nabla^k F_n$$

Zehra Abasıyün
02220224017