

1. SORU

$$x^3 - 2x^2 - 5 = 0 \quad [2, 4]$$

1. iterasyon: $F(2) = -5$ $F(4) = 27$ $F(2) \cdot F(4) < 0 \Rightarrow \frac{2+4}{2} = 3$ $F(3) = 27 - 18 - 5 = 4$ (+)

$F(2) \cdot F(3) < 0 \rightarrow$ bu aralıktaki kök var

2. iterasyon:

$$\frac{2+3}{2} = 2,5 \quad F(2,5) = \underbrace{-1,875}_{(-)} \quad F(2,5) \cdot F(3) < 0$$

3. iterasyon:

$$\frac{2,5+3}{2} = 2,75 \quad F(2,75) = \underbrace{0,671}_{(+)} \quad F(2,75) \cdot F(2,5) < 0$$

4. iterasyon:

$$\frac{2,75+2,5}{2} = 2,625 \quad F(2,625) = -0,6933... \\ F(2,625) \cdot F(2,75) < 0$$

$$\text{hata} = \frac{\text{üst değer} - \text{alt değer}}{2^{\text{(iterasyon sayısı)}}} \Rightarrow \frac{2,75 - 2,625}{2^4} = 0,0078125...$$

2. SORU

$$F(x) = x^3 + 4x^2 - 10 \quad [1, 2]$$

1. iterasyon:

$$F(1) = -5 \quad F(2) = 14 \quad F(1) \cdot F(2) < 0 \quad \frac{1+2}{2} = 1,5 \quad F(1,5) = 2,375 \quad (+)$$

$F(1) \cdot F(1,5) < 0 \rightarrow$ bu aralıktaki kök var.

2. iterasyon:

$$\frac{1+1,5}{2} = 1,25 \quad F(1,25) = -1,796 \quad F(1,25) \cdot F(1,5) < 0$$

3. iterasyon:

$$\frac{1,25+1,5}{2} = 1,375 \quad F(1,375) = 0,1621 \\ F(1,375) \cdot F(1,25) < 0$$

4. iterasyon:

$$\frac{1,375+1,25}{2} = 1,3125 \quad F(1,3125) = -0,8493 \\ F(1,3125) \cdot F(1,375) < 0$$

$$\text{hata} = \frac{b-a}{2^n} \Rightarrow \frac{1,375 - 1,3125}{2^4} = 3,90625 \times 10^{-3}$$

$$\text{hata} = 0,00390625$$

3. SORU

$$f(x) = x^{1/3}$$

$$f(x) = \frac{1}{3x^{2/3}}$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

$n=0$ ve $x_0=1$ için;

1. iterasyon:

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} \Rightarrow 1 - \frac{1}{\frac{1}{3}} = -2 \quad x_1 = -2$$

1. iterasyon işlemi sonucu bulunan kök $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$ formülünde

yerine yazılarak x_1 kökü bulunmaya çalışıldığında negatif bir ifadenin köp kökü alındığı için karmaşık sayılar kümesinde bir x_1 değeri bulunur.

$x_0=0$ hariç bütün reel sayılarda karmaşık sayılara yakınsayarak devam edecektir. $x_0=0$ başlangıç değeri ise fonksiyonun türevinin tanımlı olduğu noktadır.

4. SORU

$$f(x) = 4e^{-0,5x} - x$$

$$f'(x) = -2e^{-0,5x} - 1$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

1. iterasyon:

$$\begin{matrix} n=0 \\ x_0=2 \end{matrix} \quad x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} = 2 - \frac{4e^{-1} - 2}{-2e^{-1} - 1} \approx 1,6955324609...$$

2. iterasyon:

$$\begin{matrix} n=1 \\ x_1=1,6955... \end{matrix} \quad x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} = 2 - \frac{4e^{-0,5 \cdot 1,6955} - 1,6955}{-2 \cdot e^{-0,5 \cdot 1,6955} - 1} = 1,705200215...$$

3. iterasyon:

$$\begin{matrix} n=2 \\ x_2=1,7052002... \end{matrix} \quad x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)} = 1,70521099...$$

4. iterasyon:

$$\begin{matrix} n=3 \\ x_3=1,70521099... \end{matrix} \quad x_4 = x_3 - \frac{f(x_3)}{f'(x_3)} = 1,705211004027...$$