Indonesian Journal of Applied Statistics ISSN 2621 – 086X
Volume 99 No. 9999 October 2022

Capital Asset Pricing Model (CAPM) Dengan Model Markowitz dan Model Black-Litterman Pendekatan Bayesian Untuk Optimasi Portofolio Pada Saham LQ45

Farla Pricilla Fatima
20/459360/PA/20021
Departemen Matematika
Universitas Gadjah Mada, Yogyakarta, Indonesia
farlapricilla@mail.ugm.ac.id

Ahmad Habib Hasan Zein
20/462305/PA/20277
Departemen Matematika
Universitas Gadjah Mada, Yogyakarta, Indonesia
ahmad.habib.hasan@mail.ugm.ac.id

Abstract. Investasi saham tidak hanya mendatangkan keuntungan, tetapi juga risiko. Perlu dilakukan strategi diversifikasi untuk mengurangi risiko tersebut. Membagi dana dalam portofolio yang memuat beberapa aset dapat mencegah terjadinya kerugian yang besar. Namun, pembentukan suatu portofolio tetap perlu memperhatikan keefisienan dan keoptimalan. Dalam membentuk portofolio yang efisien diperlukan seleksi pemilihan aset yang efisien seperti menggunakan Capital Asset Pricing Model (CAPM). CAPM memilih aset saham yang efisien yaitu saham yang memiliki tingkat pengembalian lebih besar dari tingkat pengembalian yang diharapkan. Setelah terbentuk portofolio efisien, perlu dilakukan optimalisasi untuk memperoleh portofolio paling optimal. Optimalisasi portofolio dapat dilakukan dengan berbagai cara, salah satunya menggunakan teori optimalisasi portofolio modern. Terdapat beberapa metode dari pendekatan teori tersebut yaitu model Markowitz dan model Black Litterman yang merupakan pengembangan model Markowitz. Dengan menggunakan metode *Capital Asset Pricing Model* dengan model Markowitz diperoleh aset yang masuk dalam portofolio adalah BBCA, BBRI, BMRI, BYAN, ASII, TPIA, dan BBNI dengan komposisi expected return dan Sharpe Ratio tertinggi sebesar 13.2% dan 6.57 serta risk yang tergolong rendah yaitu 2.01% dengan bobot BBCA sebesar 1.15%, BBRI sebesar 4.12%, BMRI sebesar 4.58%, ASII sebesar 11.6%, TPIA sebesar 8.81% dan BBNI sebesar 1.08%. Dengan model Black-Litterman didapatkan saham yang masuk ke dalam portofolio adalah ASII, BBCA, BBNI, BBRI, BMRI, BYAN, ICBP, TLKM, TPIA dan UNVR dengan bobot masing-masing aset sebesar untuk ASII sebesar 11.124%, BBCA sebesar 12.807%, BBNI sebesar 14.541%, BBRI sebesar 16.619%, BMRI sebesar 15.183%, BYAN.JK sebesar 5.999%, ICBP sebesar 5.671%, TLKM sebesar 9.127%, TPIA sebesar 2.729%, dan UNVR sebesar 6.1535 sehingga menghasilkan expected return sebesar 12.5% dengan Volatilitas sebesar 25.6%, dan nilai Sharpe Ratio 0.41.

Keywords : Black-Litterman, *Capital Asset Pricing Model*, LQ45, Markowitz, Portofolio

1. Pendahuluan

Investasi adalah suatu aktivitas menanamkan modal berupa aset berharga dalam suatu benda atau pihak lain agar investor dapat memperoleh keuntungan di masa yang akan datang. Pasar modal merupakan salah satu alternatif tempat perdagangan instrumen investasi seperti saham dan surat berharga lainnya. Pasar modal adalah wadah untuk

 ISSN 2621 – 086X

berbagai instrument investasi keuangan jangka panjang. Dalam pasar modal sendiri terdiri dari beberapa instrumen seperti saham, surat utang (obligasi), reksa dana, dan berbagai instrument derivatif dari efek atau surat berharga.

Saham adalah surat atau bukti kepemilikan seseorang atau organisasi terhadap suatu perusahaan, dan pemegang/pemilik saham mempunyai hak klaim atas keuntungan dan aktiva dari perusahaan. Di Indonesia sendiri terdapat beberapa indeks yang paling dikenal oleh masyarakat diantaranya adalah IHSG (Indeks Harga Saham Gabungan) dan LQ45 (Liquidity 45). Indeks LQ45 adalah merupakan kumpulan dari saham perusahaan likuid yang mempunyai kapitalisasi pasar yang tinggi, yang artinya memiliki frekuensi perdagangan yang tinggi sehingga memiliki prospek pertumbuhan dan kondisi keuangan yang baik. Tabel berikut merupakan daftar 10 perusahaan yang memiliki kapitalisasi pasar terbesar per tanggal 12 Desember 2022.

Tabel 1. Saham Kapitalisasi Pasar Tertinggi

Simbol	Perusahaan	Kapitalisasi Pasar
BBCA	PT Bank Central Asia Tbk	1057.084T
BBRI	PT Bank Raya Indonesia Tbk	725.365T
BMRI	PT Bank Mandiri Tbk	462.815T
BYAN	PT Bayan Resources Tbk	451.667T
TLKM	PT. Telkom Indonesia (Persero) Tbk	361.577T
ASII	PT. Astra International Tbk	229.744T
TPIA	PT Chandra Asri Petrochemical Tbk	203.302T
BBNI	Bank Negara Indonesia	177.908T
UNVR	PT Unilever Indonesia	176.253T
ICBP	PT Indofood CBP Sukses Makmur Tbk	118.368T

Kendati demikian, mayoritas masyarakat tetap masih enggan untuk berinvestasi di pasar modal karena minimnya pengetahuan dan risiko yang sukar diperkirakan karena nilai saham selalu mengikuti perkembangan ekonomi. Oleh sebab itu, seorang investor perlu melakukan diversifikasi seperti pembentukan portofolio untuk mengurangi risiko kerugian investasi. Portofolio merupakan kumpulan aset berharga yang dimiliki investor.

Portofolio yang optimal terbentuk dari portofolio yang efisien. Portofolio yang efisien adalah kombinasi aset yang mempunyai return yang sama dengan risiko lebih minimal, atau kombinasi aset yang memiliki risiko yang sama dengan tingkat return yang

 ISSN 2621 – 086X

lebih besar. Maka dari itu dalam pembentukan portofolio dapat dilakukan dengan meminimalkan risiko dengan return tertentu.

Dalam pembentukan portofolio perlu dilakukan dengan menggunakan model *Capital Asset Pricing Model* (CAPM). Model CAPM diperkenalkan oleh Jack Treynor, William F. Sharpe, John Lintner, dan Jan Mossin satu dekade setelah Harry Markowitz mengemukakan teori diversifikasi dan *Modern Portfolio Theory* (MPT). Dengan model CAPM ini investor dapat menentukan saham apa saja yang layak dan efisien masuk dalam portofolio. Wibisono (2017) menyatakan bahwa *Capital Asset Pricing Modal* adalah model yang dapat mengestimasi *return* suatu aset dengan baik.

Terdapat beberapa metode untuk membentuk portofolio yang optimal salah satunya adalah dengan menggunakan model Markowitz. Pada model Markowitz menekankan pada usaha untuk meminimumkan risiko dan memaksimalkan ekspektasi *return* untuk memilih dan membentuk portofolio yang optimal. Kelebihan model Markowitz adalah model yang mudah dibentuk sesuai dengan karakteristik investasi yang akan dicapai guna mencapai tujuan dari masing-masing investor. Sedangkan kekurangannya adalah portofolio investasi yang terbentuk hanya akan digunakan untuk mengurangi risiko guna mempertahankan nilai nominal dari investasi.

Model lain yang dapat digunakan untuk mengetahui portofolio yang optimal adalah dengan menggunakan model Black Litterman. Model ini diperkenalkan oleh Fischer Black dan Robert Litterman pada tahun 1990. Pada model ini menggabungkan informasi *return equilibrium* dari CAPM dan tingkat return yang diharapkan oleh pandangan investor sebagai titik acuan dari model Black Litterman (Litterman, 1999). Penelitian tentang model Black litterman dilakukan oleh Walters(2007) yang menjelaskan tentang model ini merupakan pendekatan Bayes. Pendekatan Bayes menggabungkan *prior information* yaitu pandangan dari investor dengan data historis yang kemudian menghasilkan *posterior information.*

Untuk itu pada penelitian ini akan dilakukan dengan tujuan untuk mengetahui portofolio yang optimal dengan menggunakan *Capital Aset Pricing Model* (CAPM) dengan model Markowitz, dan model Black Litterman pendekatan teorema Bayes.

2. Landasan Teori

Dalam pembentukan portofolio saham yang optimal menggunakan model Markowitz dan Black Litterman dilakukan perhitungan *return* untuk portofolio, variansi dan kovarians, risiko sistematis, tingkat pengembalian bebas resiko, tingkat pengembalian yang

 ISSN 2621 – 086X

diharapkan, indeks kinerja *Sharpe, Capital Aset Pricing Model* (CAPM), model Markowitz, dan model Black Litterman.

2.1 Return

Return adalah nilai tingkat pengembalian keseluruhan dari suatu investasi dalam suatu periode tertentu, dengan rumus :

$$Return = Capital\ gain\ (loss) + Yield \tag{1}$$

Biasanya diasumsikan tidak ada yield atau dividen yang diterima oleh investor maka Return total (Rt) pada sekuritas antar periode sebelumnya sampai dengan periode waktu tertentu didefinisikan sebagai berikut:

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} = \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1 \tag{2}$$

Keterangan :

P_t : harga saham pada periode ke *t*

P_{t-1} : harga saham pada periode ke *t-1*

Kemudian perhitungan tingkat harapan return pasar adalah:

$$E(R_t) = \overline{R_t} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} R_{ti} \tag{3}$$

Keterangan :

R_{ti} : *return* saham i pada hari ke t

$E(R_t)$: tingkat harapan return pasar

n : jumlah hari observasi

2.2 Variansi dan Kovariansi

Kovariansi adalah suatu ukuran yang menunjukkan sejauh mana *return* dari dua saham dalam portofolio relatif bergerak secara bersama-sama. Variansi dan kovariansi portofolio untuk N aset adalah sebagai berikut :

$\sigma^2(R_p) = E[R_t - E(R_t)]^2$

$\sigma^2(R_p) = E\left[w_1R_1 + w_2R_2 + \cdots + w_pR_p - E(w_1R_1 + w_2R_2 + \cdots + w_pR_p)\right]^2$

$\sigma^2(R_p) = \left[w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 + \cdots + w_p^2\sigma_p^2\right] + \left[2w_1w_2\sigma_{12} + 2w_1w_3\sigma_{13} + \cdots + 2w_{N-1}w_N\sigma_{N-1(N)}\right]$ (4)

Persamaan diatas menjadi

$$\sigma^2(R_p) = \sum_{i=1}^{N} w_i^2\sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_iw_j\sigma_{ij} \tag{5}$$

Dalam notasi matriks, variansi di atas dapat ditulis sebagai berikut :

 ISSN 2621 – 086X

$$\sigma^2(R_p) = [w_1\ w_2 \ldots w_N]\begin{bmatrix}\sigma_{11} & \cdots & \sigma_{1N}\\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{Ni} & \cdots & \sigma_{NN}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}w_1\\ w_2\\ \vdots \\ w_N\end{bmatrix} \tag{6}$$

Keterangan :

σ_i^2 : varian return saham i

σ_i : standar deviasi return saham i

w_i : bobot pada saham i

2.3 Pengukuran Risiko Sistematis

Pengukuran risiko sistematis, adalah faktor penting dalam menentukan harga harapan dari tingkat imbal hasil pada suatu aset, yaitu menggunakan koefisien beta (β). Beta adalah pengukur risiko dari saham individu relatif terhadap risiko seluruh saham pada pasar. Perhitungan beta merupakan alat untuk membandingkan risiko sistematis yang relatif terhadap saham lain. Perhitungan beta (β) dapat dihitung menggunakan formula sebagai berikut

$$\beta_i = \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2} \tag{7}$$

Keterangan:

β_i : Beta aset ke-i

σ_{iM} : Kovariansi *return* aset ke-i dengan return pasar

σ_M^2 : Variansi return pasar

Formula diatas dapat diuraikan sebagai berikut :

$$\beta_i = \frac{\sum_{t=1}^{n}(R_{it} - \overline{R_{\imath t}})\,(R_{Mt} - \overline{R_{Mt}})}{\sum_{t=1}^{n}(R_{Mt} - \overline{R_{Mt}})^2} \tag{8}$$

Keterangan:

β_i : Beta aset ke-i

R_{it} : *Return* aset ke-i pada waktu tertentu

$\overline{R_{\imath t}}$: Rata-rata *return* aset ke-i pada waktu tertentu

R_{Mt} : *Return* pasar pada waktu tertentu

$\overline{R_{Mt}}$: Rata-rata *return* pasar pada waktu tertentu

Apabila beta suatu saham bernilai 1, maka setiap 1 satuan perubahan return pasar akan merubah *return* individu saham tersebut secara rata-rata sebesar 1 satuan, sehingga pergerakan return saham selaras dengan pergerakan indeks pasar.

2.4 Tingkat Pengembalian Bebas Risiko

Tingkat pengembalian bebas risiko adalah *return* yang didapatkan dari aset bebas risiko yaitu dengan nilai variansi nya adalah nol. Tingkat pengembalian ini merupakan ukuran tingkat pengembalian (*return*) minimum ketika beta bernilai nol. Salah satu aset yang tidak memiliki risiko adalah Sertifikat Bank Indonesia atau SBI. Tingkat pengembalian bebas risiko dapat dihitung dengan persamaan berikut:

$$R_f = \frac{\sum R_f}{N} \tag{9}$$

Keterangan:

R_f : Tingkat pengembalian bebas resiko

$\sum R_f$: Jumlah tingkat pengembalian bebas risiko

N : Waktu observasi (n bulan)

2.5 Tingkat Pengembalian yang Diharapkan

Tingkat pengembalian yang diharapkan adalah return yang dijanjikan akan diperoleh oleh investor dari suatu aktivitas investasi. Secara matematis, tingkat pengembalian yang diharapkan oleh suatu aset dapat dituliskan dalam persamaan berikut :

$$E(R_i) = R_f + \beta_i\left[E(R_M) - R_f\right] \tag{10}$$

Keterangan:

$E(R_i)$: Tingkat pengembalian yang diharapkan pada aset ke-i

R_f : Tingkat pengembalian bebas resiko

β_i : Tingkat risiko sistematis aset ke-i

$E(R_M)$: Tingkat pengembalian yang diharapkan dari portofolio pasar

2.6 Indeks Kinerja *Sharpe*

Manurung (2000) menjelaskan Indeks kinerja *Sharpe* adalah hasil bersih dari portofolio dengan tingkat bunga bebas risiko setiap unit risiko. Indeks kinerja *Sharpe* dapat dihitung dengan formula sebagai berikut :

$$S_p = \frac{R_p - R_f}{\sigma_p} \tag{11}$$

Keterangan :

 ISSN 2621 – 086X

S_p : Indeks kinerja *Sharpe*.
R_p : Return portofolio.
R_f : Return bebas risiko.
σ_p : total risiko

Apabila portofolio sama dengan portofolio pasar maka Return bebas risiko akan mendekati nol.

2.7 Model Markowitz

Model Markowitz atau dikenal juga dengan model Mean-Variance dikembangkan oleh Markowitz (1952). Portofolio optimal berdasarkan model Markowitz menggunakan konsep meminimalkan fungsi objektif yaitu fungsi risiko portofolio. Dalam pemodelan Markowitz, permasalahan optimalisasi dilakukan dengan pendekatan fungsi Langrange :

$$L = \boldsymbol{w^T \Sigma w} + \lambda_1\left(\mu_p - \boldsymbol{w^T \mu}\right) + \lambda_1(1 - \boldsymbol{w^T 1_N})$$

Dengan pembobotan :

$$\boldsymbol{w} = \frac{\boldsymbol{\sum^{-1} 1_N}}{\boldsymbol{1_N^T \sum^{-1} 1_N}}$$

Keterangan :

L : Fungsi Lagrange

λ : Faktor pengali Langrange

μ_p : Rata-rata *return* portofolio

$\sum$: matriks varian kovarian

2.8 Capital Asset Pricing Model

Capital Asset Pricing Model (CAPM) dikembangkan oleh William Sharpe, John Lintnar dan Jon Mossin (1964-1966) 12 tahun setelah dikemukakannya teori portofolio Markowitz. Menurut Keown (2005) CAPM adalah suatu persamaan yang menyatakan bahwa tingkat pengembalian yang diharapkan dari suatu investasi merupakan fungsi dari tingkat bebas risiko, risiko sistematis investasi, dan risiko premi harapan untuk portofolio pasar dari semua sekuritas berisiko. Terdapat beberapa asumsi yang diperlukan dalam model CAPM :

1. Model periode tunggal.
2. Aset-aset terbagi dengan sempurna.
3. Tidak ada biaya transaksi dan pajak.
4. Maksimalisasi return, minimalisasi variansi, atau keduanya.
5. Ekspektasi return dan kovariansi diketahui.

6. Matriks variansi kovariansi definit positif.
7. Tidak semua nilai return sama.
8. Aset bebas risiko tanpa batas dengan tingkat bebas risiko unik.
9. Investor memiliki harapan yang homogen terdapat faktor.
10. Semua aktiva bisa diperjualbelikan.

Rumus perhitungan CAPM adalah sebagai berikut :

$$E(R_i) = R_f + \beta_i\left[E(R_M) - R_f\right] \tag{12}$$

Keterangan:

$E(R_i)$: Tingkat pengembalian yang diharapkan pada aset ke-i

R_f : Tingkat pengembalian bebas resiko

β_i : Tingkat risiko sistematis aset ke-i

$E(R_M)$: Tingkat pengembalian yang diharapkan dari portofolio pasar

2.6 Model Black-Litterman

Model Black-Litterman menggunakan pendekatan Bayes dalam menggabungkan padangan subjektif investor (*view*) dari suatu aset tentang tingkat pengembalian yang diharapkan (*expected return*) dengan vektor ekuilibrium pasar (distribusi prior). Optimalisasi portofolio dengan menggunakan model ini diawali dengan menentukan *return equilibrium*. Persamaan untuk menghitung *return equilibrium* adalah sebagai berikut :

$$\Pi = \delta\sum w_{mkt} \tag{12}$$

Keterangan:

Π : vektor *excess return equilibrium*

δ : koefisien *risk averse*

$\sum$: matriks varians-kovarians dari *excess return*

w_{mkt} : bobot kapitalisasi pasar dari asset portfolio.

Koefisien *risk averse* adalah risiko dari *expected risk-return*. Nilai dari koefisien *risk averse* pada penelitian kali ini adalah sebesar 2.5, yang didasarkan pada representasi nilai rata-rata toleransi dunia terhadap risiko investasi. Berdasarkan nilai vektor *excess return equilibrium,* disubstitusikan nilai vector *excess return* suatu aset dilambankan dengan μ, sehingga bobot aset portofolio sebagai berikut ;

$$w = (\delta\sum)^{-1}\mu \tag{13}$$

Sehingga persamaan model Black-Litterman secara umum dapat dituliskan sebagai berikut

$$\mathrm{E(r)} = [(\tau\Sigma)^{-1} + P'\Omega^{-1}P]^{-1}[(\tau\Sigma)^{-1}\Pi + P'\Omega^{-1}Q] = \mu_{bl} \tag{14}$$

Keterangan:

E(r) : distribusi posterior kombinasi vektor expected return yang baru

τ : vektor skalar (parameter yang ditentukan investor)

Σ : matriks varian kovarians

Π : vektor *excess return equilibrium*

P : vektor bobot *views* (link vektor)

Ω : matriks diagonal kovariansi dari *view*

Q : vektor *view return*

Pada model Black-Litterman ini dijelaskan dengan mempertimbangkan estimasi likelihood gabungan dari pandangan investor yang subjektif (prior) dan data empiris (berdasarkan estimasi model). Data equilibrium return dikombinasikan dengan pandangan dari investor untuk membentuk opini yang baru (posterior).

Teorema Bayes dapat digunakan dalam menganalisis model Black-Litterman. Dimisalkan terdapat dua kejadian *A* dan *B*. Kejadian *A* adalah *expected return* dan *B* adalah equilibrium *return*. Aturan Bayes digunakan untuk membentuk likelihood gabungan *A* dan *B* sebagai berikut :

$$P(E(r)|\Pi) = \frac{P\big(\Pi\big|E(r)\big)P\big(E(r)\big)}{P(\Pi)} \tag{15}$$

Keterangan :

r : vektor *excess return* Ukuran $\mathrm{N} \times 1$

$E(r)$: *expected excess return*

Π : *excess return* equilibrium

$P(E(r)|\Pi)$: probabilitas bersyarat dari *expected excess return terhadap excess return* equilibrium

Diasumsikan keyakinan prior sebagai $P\big(E(r)\big)$ yang mempunyai bentuk $\boldsymbol{k}$ kendala linear dari vektor *expected return* dan ditulis dengan matriks P dengan ukuran $k \times n$

$$P\,E(r) = Q + v \tag{16}$$

dengan $\boldsymbol{v} \sim \boldsymbol{N}(\boldsymbol{0}, \boldsymbol{\Omega})$, $\boldsymbol{\Omega}$ adalah matriks kovariansi $k \times k$

Dengan demikian menandakan adanya pandangan yang masih belum pasti dan diasumsikan berdistribusi normal dengan matriks kovariansi diagonal **Ω,** pandangan

 ISSN 2621 – 086X

investor ini independen dari yang lain. Matriks **Ω** sebagai matriks diagonal kovariansi dari yang *view* yang dapat dinyatakan sebagai

$$\Omega = \mathrm{P}'\tau\sum P \qquad (17)$$

Jika elemen diagonal dari matriks kovariansi Ω adalah nol, artinya investor, artinya investor dianggap mempunyai opini sangat yakin yang mengakibatkan $P\,E(r) = Q$. Fungsi densitas dari data equilibrium *return* dengan syarat informasi prior diasumsikan sebagai

$$\Pi|\mathrm{E(r)} \sim N(\mathrm{E(r)}, \tau\sum)$$

Dengan $E(\Pi) = E(r)$ artinya ada asumsi bahwa mean return equilibrium sama dengan rata-rata return pasar yang dapat diperoleh melalui CAPM. Sedangkan skalar τ adalah suatu angka yang diberikan investor untuk mengukur matriks kovarians historis $\sum$.

Fungsi densitas posterior $(E(r)|\Pi)$ berdasarkan persamaan (16) dan asumsi syarat informasi prior diasumsikan yang diterapkan pada persamaan (15) merupakan normal multivariat. Dari asumsi untuk distribusi $P\,E(r)$ dan $\Pi|\mathrm{E(r)}$ dapat dinyatakan masing-masing bentuk *pdf*

$$f(P\,E(r)\,) = \frac{k}{\sqrt{2\Pi|\Omega|}}\exp\{-\frac{1}{2}(PE(r) - Q)'\Omega^{-1}(PE(r) - Q)\}$$

$$f(\Pi|\mathrm{E(r)}\,) = \frac{k}{\sqrt{2\Pi|\tau\sum|}}\exp\{-\frac{1}{2}(\Pi - E(r))'(\tau\sum)^{-1}(\Pi - E(r))\}$$

Berdasarkan aturan Bayes pada persamaan (15) disubstitusikan densitas $P\,E(r)$ dan $\Pi|\mathrm{E(r)}$ sehingga terbentuk densitas posterior

$$\exp\left\{-\frac{1}{2}(\Pi - E(r))'(\tau\sum)^{-1}(\Pi - E(r)) - \frac{1}{2}(PE(r) - Q)'\Omega^{-1}(PE(r) - Q)\right\}$$

Densitas posterior dapat dinyatakan sebagai

$$\exp\left\{-\frac{1}{2}\mathrm{E(r)'XE(r)} - \frac{1}{2}\mathrm{Y'E(r)} + \mathrm{Z}\right\}$$

dengan

$$\mathrm{X} = (\tau\sum)^{-1} + \mathrm{P}'\Omega^{-1}P$$

$$Y = (\tau\sum)^{-1}\Pi + \mathrm{P}'\Omega^{-1}Q$$

$$\mathrm{Z} = \Pi'(\tau\sum)^{-1}\Pi + \mathrm{Q}'\Omega^{-1}Q$$

Sehingga

$$\exp\left\{-\frac{1}{2}\left(E(r)'XE(r) - \frac{1}{2}Y'E(r) + Z\right)\right\}$$

 ISSN 2621 – 086X

$$= \exp\{-\frac{1}{2}(\mathrm{Z} - \mathrm{Y}'\mathrm{X}^{-1}\mathrm{Y})\} \times \{-\frac{1}{2}(\mathrm{XE(r)} - \mathrm{Y})'\mathrm{X}^{-1}(\mathrm{XE(r)} - \mathrm{Y})\}$$

Pada densitas $\exp\{-\frac{1}{2}(\mathrm{Z} - \mathrm{Y}'\mathrm{X}^{-1}\mathrm{Y})\}$ menjadi konstanta dalam distribusi posterior, sedangkan $\exp\{-\frac{1}{2}(\mathrm{XE(r)} - \mathrm{Y})'\mathrm{X}^{-1}(\mathrm{XE(r)} - \mathrm{Y})\}$ dapat dijelaskan kembali menjadi

$$-\frac{1}{2}(XE(r) - Y)'X^{-1}(XE(r) - Y)$$
$$= -\frac{1}{2}(X((E(r) - X^{-1}Y)'X^{-1}(E(r) - X^{-1}Y)))$$
$$= -\frac{1}{2}(X((E(r) - X^{-1}Y)'X'X^{-1}X(E(r) - X^{-1}Y)))$$
$$= -\frac{1}{2}(X((E(r) - X^{-1}Y)'X(E(r) - X^{-1}Y)))$$

Diperoleh mean dan variansi untuk mean posterior adalah $[(\tau\sum)^{-1} + \mathrm{P}'\Omega^{-1}P]^{-1}[(\tau\sum)^{-1}\Pi + \mathrm{P}'\Omega^{-1}Q]$ dan $[(\tau\sum)^{-1} + \mathrm{P}'\Omega^{-1}P]^{-1}$

Distribusi *return* kombinasi yang baru sebagai distribusi posterior berdiatribusi normal multivariat adalah

$$(\mathrm{E(r)}|\Pi) \sim N([(\tau\sum)^{-1} + \mathrm{P}'\Omega^{-1}P]^{-1}[(\tau\sum)^{-1}\Pi + \mathrm{P}'\Omega^{-1}Q], [(\tau\sum)^{-1} + \mathrm{P}'\Omega^{-1}P]^{-1})$$

Sehingga nilai μ_{bl} dapat dibentuk kembali menjadi persamaan

$$\mu_{bl} = [(\tau\sum)^{-1} + \mathrm{P}'\Omega^{-1}P]^{-1}[(\tau\sum)^{-1}\Pi + \mathrm{P}'\Omega^{-1}Q]$$
$$\mu_{bl} = [(\tau\sum)^{-1} + \mathrm{P}'\Omega^{-1}P]^{-1}(\tau\sum)^{-1}(\tau\sum)[(\tau\sum)^{-1}\Pi + \mathrm{P}'\Omega^{-1}Q]$$
$$\mu_{bl} = \left[I + \tau\sum \mathrm{P}'^{\Omega^{-1}}P\right]^{-1}\left[\Pi + \tau\sum \mathrm{P}'^{\Omega^{-1}}Q\right]$$
$$\mu_{bl} = \Pi\left[I + \tau\sum \mathrm{P}'^{\Omega^{-1}}P\right]^{-1}\left[\tau\sum \mathrm{P}'^{\Omega^{-1}}(Q - P\Pi)\right]$$
$$\mu_{bl} = \Pi(\tau\sum P')(\Omega + P'\tau\sum P)^{-1}(Q - P\Pi)$$
$$\mu_{bl} = \Pi + (\sum P')(\tau^{-1}\Omega + P'\sum P)^{-1}(Q - P\Pi) \qquad (18)$$

Pada persamaan (18) merupakan bentuk baru dari μ_{bl} melalui pendekatan bayes, kemudian untuk mencari nilai bobot portofolio dengan model Black-Litterman dapat disubstitusikan ke dalam persamaan (13). Sehingga untuk rumusan pembobotan portofolio dengan model Black Litterman menjadi

$$w_{bl} = (\delta\sum)^{-1}\mu_{bl}$$
$$w_{bl} = (\delta\sum)^{-1}\left(\Pi + (\sum P')(\tau^{-1}\Omega + P'\sum P)^{-1}(Q - P\Pi)\right) \qquad (19)$$

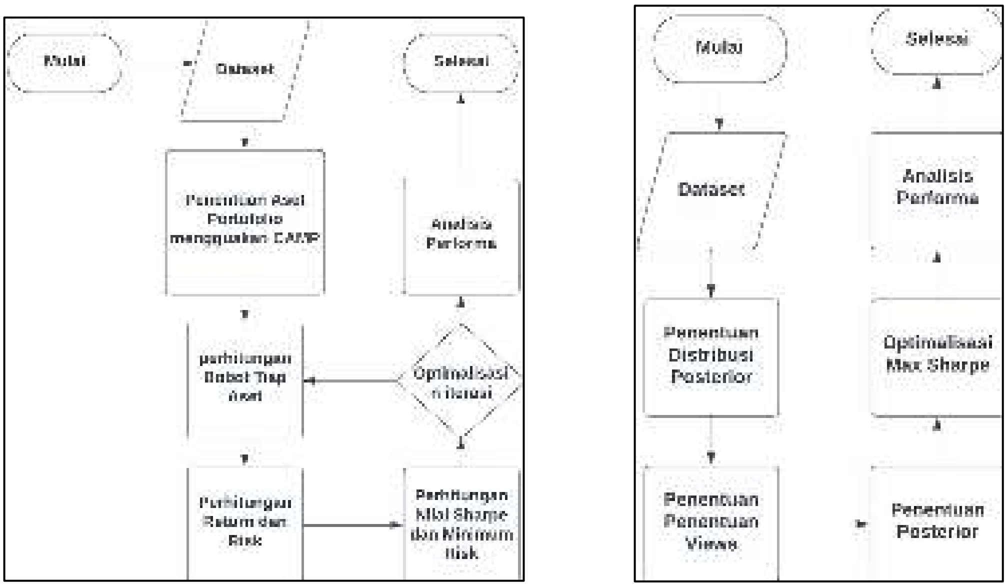
Pembobotan w_{bl} memberikan hasil berupa proporsi pada berupa proporsi pada tiap aset dengan jumlahan 1.

3. Metode Penelitian

Sumber data pergerakan harga saham yang digunakan pada penelitian ini diperoleh dari situs *yahoo finance*, dengan emiten yang digunakan adalah emiten yang mempunyai kapitalisasi pasar paling tinggi tahun 2022 sesuai pada latar belakang, dengan kurun waktu adalah tahun 01 Januari 2020 sampai dengan 09 Desember 2022.

Portofolio yang baik tidak hanya portofolio yang optimal, tetapi juga efisien. Dalam penelitian ini akan dilalui beberapa tahapan yaitu memilih dan menentukan saham sebagai kandidat portofolio melalui CAPM. Analisis

Penelitian ini akan dibangun secara sistematik agar dapat digunakan sebagai pedoman dengan tujuan mendapatkan hasil yang diinginkan dan tidak menyimpang dari yang telah ditetapkan. Adapun diagram alur proses dalam melakukan penelitian ini adalah sebagai berikut :



Gambar 1. Diagram Alur Penelitian Model Markowitz (kiri), dan Model Black-Litterman (kanan)

4. Studi Kasus dan Pembahasan

a. Model Markowitz dengan CAPM

Dalam penelitian ini akan dilalui beberapa tahapan yaitu memilih dan menentukan saham sebagai kandidat portofolio melalui CAPM. Saham-saham terpilih untuk portofolio optimal adalah saham yang memiliki nilai $[(R_i) > E(R_i)]$. Tahapan pertama yang dilakukan adalah menghitung *return* saham (R_i), *return* pasar (R_m), *return* bebas risiko $\left(R_f\right)$, risiko sistematis atau beta saham individu (β), dan *return* yang diharapkan $E(R_i)$ dengan rumus pada persamaan (12). Pada penelitian ini digunakan *return* saham dari Indeks LQ45. Perhitungan

 ISSN 2621 – 086X

expected return pasar atau $E(R_m)$ dengan merata-ratakan return Indeks LQ45 sejak Januari 2020 hingga November 2022 kemudian dibagi jumlah observasi. Berdasarkan tahapan di atas diperoleh hasil perhitungan sebagai berikut :

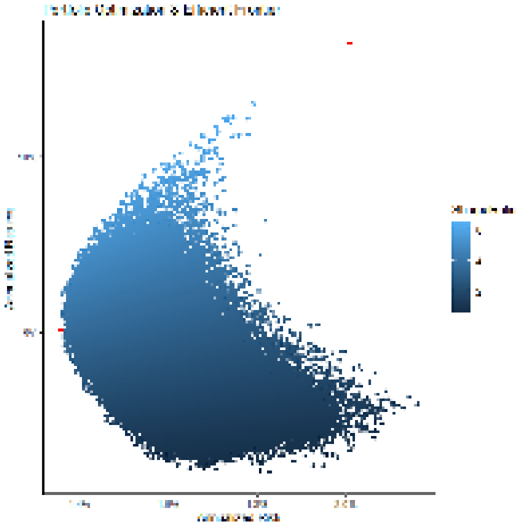
Tabel 2.2 Perhitungan β, R_i, $E(R_i)$, dan aset terpilih

No.	Emiten	Beta	R_i	$E(R_i)$	Kesimpulan
1	BBCA	0.656147	0.000511784	0.000388728	Efisien
2	BBRI	0.518966	0.000412542	0.000288132	Efisien
3	BMRI	0.511735	0.000637929	0.000401601	Efisien
4	BYAN	-0.00987	0.003369269	0.00012218	Efisien
5	TLKM	0.496667	0.000123705	0.000138909	Tidak efisien
6	ASII	0.46991	1.25E-05	8.75E-05	Efisien
7	TPIA	0.185708	0.00016374	0.000155737	Efisien
8	BBNI	0.495093	0.000601443	0.000375481	Efisien
9	UNVR	0.308831	-0.000595448	-7.75E-05	Tidak efisien
10	ICBP	0.430835	4.27E-05	9.88E-05	Tidak efisien

Pada metode CAPM ditentukan saham terpilih yang memiliki return masing-masing saham lebih besar dari expected return saham. Saham yang memenuhi ketentuan akan dikategorikan saham efisien, sedangkan yang tidak memenuhi dikategorikan saham tidak efisien. Berdasarkan Tabel 1, terdapat tujuh saham yaitu BBCA, BBRI, BMRI, BYAN, ASII, TPIA, dan BBNI. Sedangkan tiga saham lagi yaitu TLKM, UNVR, dan ICBP tergolong tidak efisien. Pada kasus ini, UNVR memenuhi ketentuan, tetapi karena nilai R_i dan $E(R_i)$ negatif maka tetap dikatakan tidak efisien $E(R_i)$.

Selanjutnya, akan dilakukan optimalisasi portofolio yang memuat saham-saham efisien menggunakan model Markowitz. Dari pendekatan model Markowitz dengan simulasi pembobotan berdistribusi dan iterasi sebanyak 100000 diperoleh nilai bobot, return, risk, dan Sharpe Ratio portofolio pada Tabel 2. Dapat dilihat pada Gambar 2 bahwa portofolio yang terbentuk memiliki return maksimal di atas 10% dengan risiko antara 1.4%-2.0%.

 ISSN 2621 – 086X



Gambar 2. Plot Simulasi Portofolio

Tabel 3. Nilai bobot, *return*, *risk*, dan sharpe ratio

No.	Bobot (Wi)							Return	Risk	Sharpe Ratio
	BBCA	BBRI	BMRI	BYAN	ASII	TPIA	BBNI			
1	0.0115	0.0412	0.0468	0.686	0.116	0.0881	0.0108	0.132	0.0201	6.57
2	0.0697	0.0292	0.0923	0.576	0.115	0.0505	0.0664	0.115	0.0179	6.44
3	0.0238	0.0654	0.13	0.558	0.0428	0.0476	0.133	0.115	0.0179	6.39
4	0.123	0.00698	0.0162	0.558	0.123	0.0663	0.0611	0.111	0.0174	6.35
5	0.104	0.25	0.0316	0.558	0.137	0.0639	0.114	0.111	0.0175	6.22

Berdasarkan Tabel 2, diperoleh bentuk portofolio optimal dari simulasi yang telah dilakukan. Pada tabel tersebut akan dipilih pembobotan pertama dengan return dan Sharpe Ratio tertinggi serta risk yang masih tergolong rendah. Diperoleh pembobotan yaitu BBCA sebesar 1.15%, BBRI sebesar 4.12%, BMRI sebesar 4.58%, BYAN sebesar 68.6%, ASII sebesar 11.6%, TPIA sebesar 8.81% dan BBNI sebesar 1.08%. Dengan pembobotan tersebut diperoleh nilai return maksimum sebesar 13.2%, risk sebesar 2.01% dan Sharpe Ratio maksimum sebesar 6.57%.

b. Model Black-Litterman

Berdasarkan persamaan (19) untuk menghitung bobot portofolio pada masing-masing saham perlu diidentifikasi elemen – elemen yang ada. Langkah pertama adalah menentukan *excess return* dari masing masing aset terpilih. *Excess return* merupakan besarnya nilai return yang dimutlakkan, kemudian disusun mariks varian $\sum$**.** Melalui bantuan *software python* berikut adalah hasil perhitungan

 ISSN 2621 – 086X

	ASII.JK	**BBCA.JK**	**BBNI.JK**	**BBRI.JK**	**BMRI.JK**	**BYAN.JK**	**ICBP.JK**	**TLKM.JK**	**TPIA.JK**	**UNVR.JK**
ASII.JK	0.14099	0.051102	0.0792	0.067638	0.076873	-0.004675	0.034829	0.049549	0.019592	0.039201
BBCA.JK	0.051102	0.08756	0.065911	0.062567	0.064833	0.000769	0.029083	0.042489	0.021971	0.034205
BBNI.JK	0.0792	0.065911	0.158912	0.105898	0.108543	-0.000268	0.043649	0.054408	0.029864	0.04021
BBRI.JK	0.067638	0.062567	0.105898	0.149871	0.098626	-0.001311	0.039771	0.051782	0.026695	0.037255
BMRI.JK	0.076873	0.064833	0.108543	0.098626	0.148127	-0.00233	0.038839	0.046362	0.031004	0.037128
BYAN.JK	-0.00468	0.000769	-0.00027	-0.00131	-0.00233	0.19756	-0.00254	-0.010217	0.00003	-0.007557
ICBP.JK	0.034829	0.029083	0.043649	0.039771	0.038839	-0.002542	0.090542	0.031732	0.010274	0.04797
TLKM.JK	0.049549	0.042489	0.054408	0.051782	0.046362	-0.010217	0.031732	0.112909	0.025755	0.032333
TPIA.JK	0.019592	0.021971	0.029864	0.026695	0.031004	0.00003	0.010274	0.025755	0.145382	0.016814
UNVR.JK	0.039201	0.034205	0.04021	0.037255	0.037128	-0.007557	0.04797	0.032333	0.016814	0.134818

Gambar 3. Varian Kovarian dari Aset Terpilih

Selanjutnya ditentukan nilai dari vektor *views*. Nilai dari *views* ditentukan berdasarkan pandangan investor dan sifatnya relatif. Pada penelitian ini pandangan yang digunakan adalah hasil dari peramalan menggunakan metode Arima-GARCH dari masing-masing aset. Nilai *views* tersebut berbentuk nilai desimal yang apabila positif menandakan kenaikan return (hasil ramalan) dalam nilai desimal tertentu dari suatu aset, begitu pula sebaliknya.

Tabel 4. 3 Views dari Aset Terpilih

Aset	Model	Views
ASII.JK	ARIMA(0,4,3) GARCH(1,1)	0
BBCA.JK	ARIMA(5,4,0) GARCH(1,1)	0.05
BBNI.JK	ARIMA(0,4,4) GARCH(1,1)	-0.11
BBRI.JK	ARIMA(0,4,3) GARCH(1,1)	0.06
BMRI.JK	ARIMA(0,4,3) GARCH(1,1)	0.4
BYAN.JK	ARIMA(0,4,5) GARCH(1,1)	0.21
ICBP.JK	ARIMA(5,4,0) GARCH(1,1)	0.16
TLKM.JK	ARIMA(4,4,0) GARCH(1,1)	0.125
TPIA.JK	ARIMA(5,4,0) GARCH(1,1)	-0.2
UNVR.JK	ARIMA(5,4,0) GARCH(1,1)	0.05

Tabel diatas menunjukkan *views* relatif yang diasumsikan sebagai pandangan investor, tahap selanjutnya adalah menentukan *link-matrix* yang merupakan matrix konektor untuk melakukan perhitungan. Berdasarkan persamaan (19) untuk melakukan pembobotan model Black-Litterman

$$w_{bl} = (\delta\Sigma)^{-1}\left(\Pi + (\Sigma P')(\tau^{-1}\Omega + P'\Sigma P)^{-1}(Q - P\Pi)\right)$$

Nilai koefisien *risk averse* (δ) yang digunakan pada penelitian ini yaitu sebesar 2.5 sebagai nilai rata-rata toleransi dunia terhadap risiko investasi. Sehingga dengan menggunakan *software python* didapatkan besarnya bobot untuk masing-masing aset saham yang terpilih sebagai berikut :

 ISSN 2621 – 086X

Tabel 54. Bobot Portofolio dengan Model Black-Litterman

Aset	w_{bl}
ASII.JK	0.11124
BBCA.JK	0.12807
BBNI.JK	0.14541
BBRI.JK	0.16619
BMRI.JK	0.15183
BYAN.JK	0.05999
ICBP.JK	0.05670
TLKM.JK	0.09176
TPIA.JK	0.02729
UNVR.JK	0.06152

Berdasarkan perhitungan didapatkan hasil persentase bobot dari masing-masing aset terhadap portofolio sebagai berikut untuk ASII sebesar 11.124%, BBCA sebesar 12.807%, BBNI sebesar 14.541%, BBRI sebesar 16.619%, BMRI sebesar 15.183%, BYAN.JK sebesar 5.999%, ICBP sebesar 5.671%, TLKM sebesar 9.127%, TPIA sebesar 2.729%, dan UNVR sebesar 6.1535. dengan menggunakan bobot tersebut akan menghasilkan *expected return* sebesar 12.5% dengan Volatilitas sebesar 25.6%, dan nilai Sharpe Ratio 0.41.

5. Penutup

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis yang telah dilakukan didapatkan beberapa kesimpulan. Pada penggunaan model Capital Asset Pricing Model (CAPM) dan model Markowitz diperoleh bentuk portofolio yang efisien memuat tujuh saham efisien yang memenuhi ketentuan $[(R_i) > E(R_i)]$ yaitu BBCA, BBRI, BMRI, BYAN, ASII, TPIA, dan BBNI. Selanjutnya portofolio dengan saham yang efisien tersebut akan dilakukan optimalisasi dengan pendekatan model Markowitz. Dari beberapa kombinasi pembobotan diperoleh portofolio dengan komposisi *expected return* dan *Sharpe Ratio* tertinggi sebesar 13.2% dan 6.57 serta *risk* yang tergolong rendah yaitu 2.01% dengan bobot BBCA sebesar 1.15%, BBRI sebesar 4.12%, BMRI sebesar 4.58%, ASII sebesar 11.6%, TPIA sebesar 8.81% dan BBNI sebesar 1.08% yang dapat dijadikan sebagai rekomendasi portofolio yang optimal.

Pada hasil analisis menggunakan model Black-Litterman didapatkan saham yang masuk ke dalam portofolio adalah ASII, BBCA, BBNI, BBRI, BMRI, BYAN, ICBP, TLKM, TPIA dan UNVR. Diperoleh kombinasi bobot untuk masing-masing aset

 ISSN 2621 – 086X

sebesar untuk ASII sebesar 11.124%, BBCA sebesar 12.807%, BBNI sebesar 14.541%, BBRI sebesar 16.619%, BMRI sebesar 15.183%, BYAN.JK sebesar 5.999%, ICBP sebesar 5.671%, TLKM sebesar 9.127%, TPIA sebesar 2.729%, dan UNVR sebesar 6.1535 sehingga menghasilkan *expected return* sebesar 12.5% dengan Volatilitas sebesar 25.6%, dan nilai *Sharpe Ratio* 0.41.

Berdasarkan hasil penelitian di atas diperoleh bahwa optimalisasi portofolio menggunakan Capital Asset Pricing Model (CAPM) dan model Markowitz lebih baik dibandingkan model Black Litterman. Hal itu disebabkan komposisi portofolio yang terbentuk dengan CAPM dan model Markowitz menghasilkan *expected return* dan *Sharpe Ratio* yang lebih tinggi. Sehingga, investor dapat menggunakan model optimalisasi portofolio CAPM dan Markowitz untuk memperoleh portofolio yang efisien dan optimal.

5.2 Saran

Hasil optimalisasi yang telah dilakukan belum sepenuhnya akurat, hal ini dikarenakan diperlukannya pengujian lebih lanjut seperti *Backtesting* dan *Stresstesting* pada kombinasi portofolio untuk menguji performa portofolio yang telah didapatkan. Dalam melakukan investasi investor perlu melakukan analisis teknikal dan fundamental terhadap perusahaan untuk melihat performa perusahaan. Untuk penelitian selanjutnya dapat mencari lebih lanjut mengenai berbagai metode pengembangan dari model Markowitz dan Black-Litterman.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Andriyani, Lilik., dan Machfiroh, Dwi Lailatul. Analisis Komparatif Pembentukan Portofolio Optimal menggunakan Capital Asset Pricing Model (CAPM) dan Stochastic Dominance. *Jurnal Bisnis & Ekonomi*. 14(1) : 19-33. 2016.

[2] Komara, Esi., dan Yulianti, Eka., Pembentukan Portofolio Optimal dengan Menggunakan Capital Asset Pricing model (CAPM) pada Indeks LQ-45 periode 2016-2018. *Jurnal Ilmu Manajemen dan Bisnis* 12(1) : 173-183. 2021

[3] Liadi, Elvina., Dharmawan., Komang., Nilakusmawati., dan Desak Putu. (). Menentukan Saham Yang Efisien Dengan Menggunakan Metode Capital Asset Pricing Model (CAPM). E-Jurnal Matematika. 9. 23. 10.24843/MTK.2020.v09.i01.p274. 2022

[4] Retno, S. Aplikasi Model Black-Litterman dengan pendekatan Bayes (Studi kasus : Portfolio dengan 4 saham dari S&P500). *Proceeding Semnas Matematika UNY November 2008*. Yogyakarta : Prosiding Seminar Nasional MIPA UNY. 2009

[5] Rohaeni, O., dan Hartono, N, P. Menentukan Portofolio Optimal Menggunakan Model Markowitz. *Jurnal Riset Matematika* 1(1) : 57-64. 2021. ISSN: 2460-6464. https://doi.org/10.29313/jrm.v1i1.162

[6] Rosadi, Dedi. *Ekonometrika & Analisis Runtun Waktu Terapan dengan Eviews: Aplikasi bidang ekonomi, bisnis dan keuangan*. Andi. Yogyakarta. 2010.

ISSN 2621 – 086X

[7] Rosadi, Dedi. *Diktat Manajemen Risiko Kuantitatif*. Program Studi Statistika. FMIPA UGM. Yogyakarta 2012.

[8] Saputra, Wildan., Suhadak., Penggunaan Metode Capital Asset Pricing Model (CAPM) Dalam Menentukan Saham Efisien (Studi pada Saham-Saham Perusahaan yang Terdaftar di Indeks Kompas100 Periode 2010-2013). *Jurnal Administrasi Bisnis* (*JAB*) 25(1) : 1-6. 2015

[9] Sulistyorini, A. *Analisis Kinerja Portofolio Saham Dengan Metode Sharpe, Treynor Dan Jensen*, Tesis, Magister Manajemen, Universitas Diponegoro Semarang 2009

[10] Syarif, A., Zulfikri, F., Tryanda, D., dan Patria H. Analisis Optimasi Portofolio Sebelum dan Sesudah Covid19: Studi Pada Perusahaan Sektor Kesehatan di Bursa Efek Indonesia. *Jurnal Akuntansi Terapan*. Indonesia 05(01) : 51-63. 2022.

[11] Yolanda, A, A., Satyahadewi, N., dan Rizki, S, W. Analisis Risiko Portofolio Saham Dengan Metode Varian-Kovarian. *Buletin Ilmiah Math. Stat dan Terapannya (Bimaster).* 12(3) : 221-228. 2022