

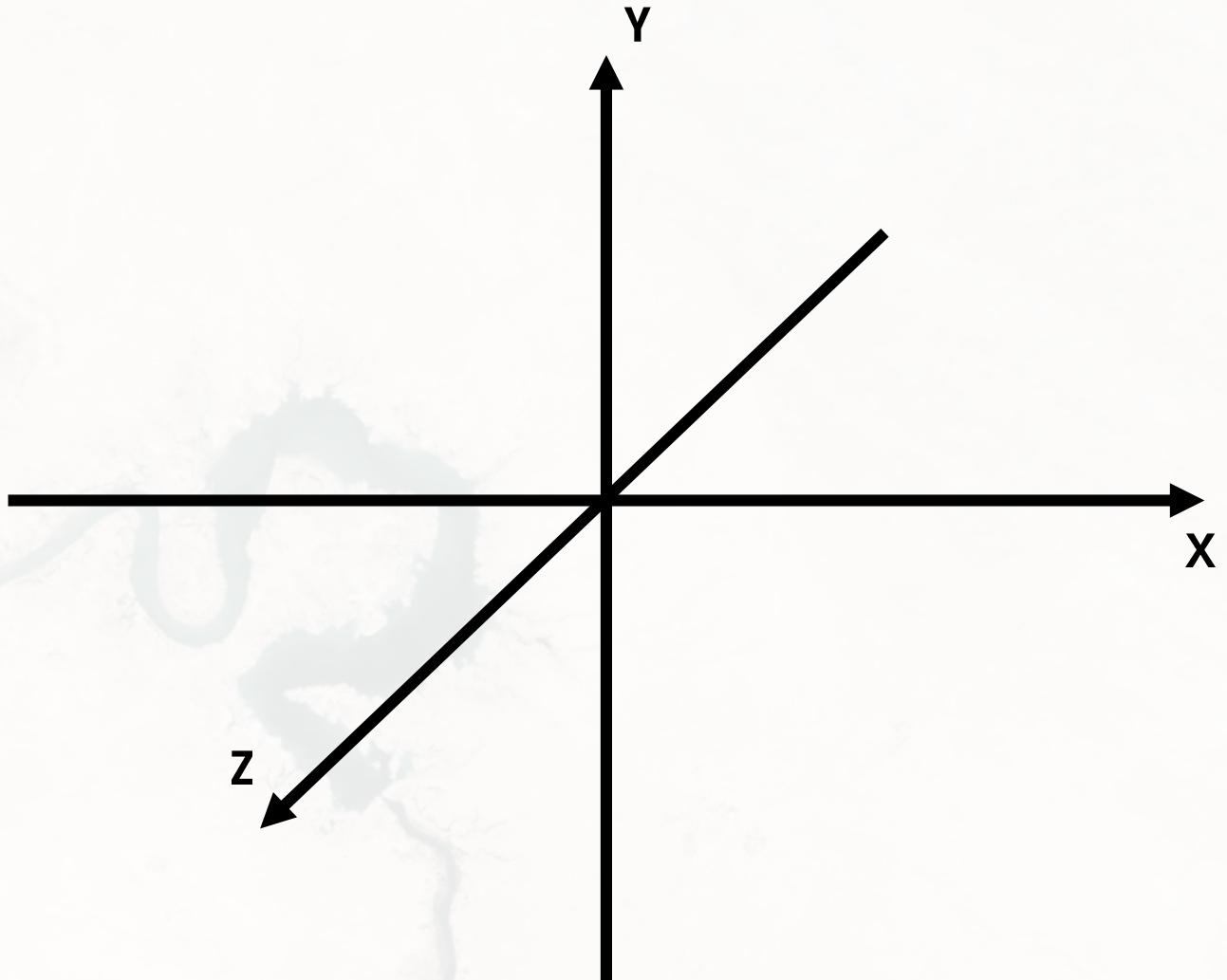


Имитация камеры в WebGL

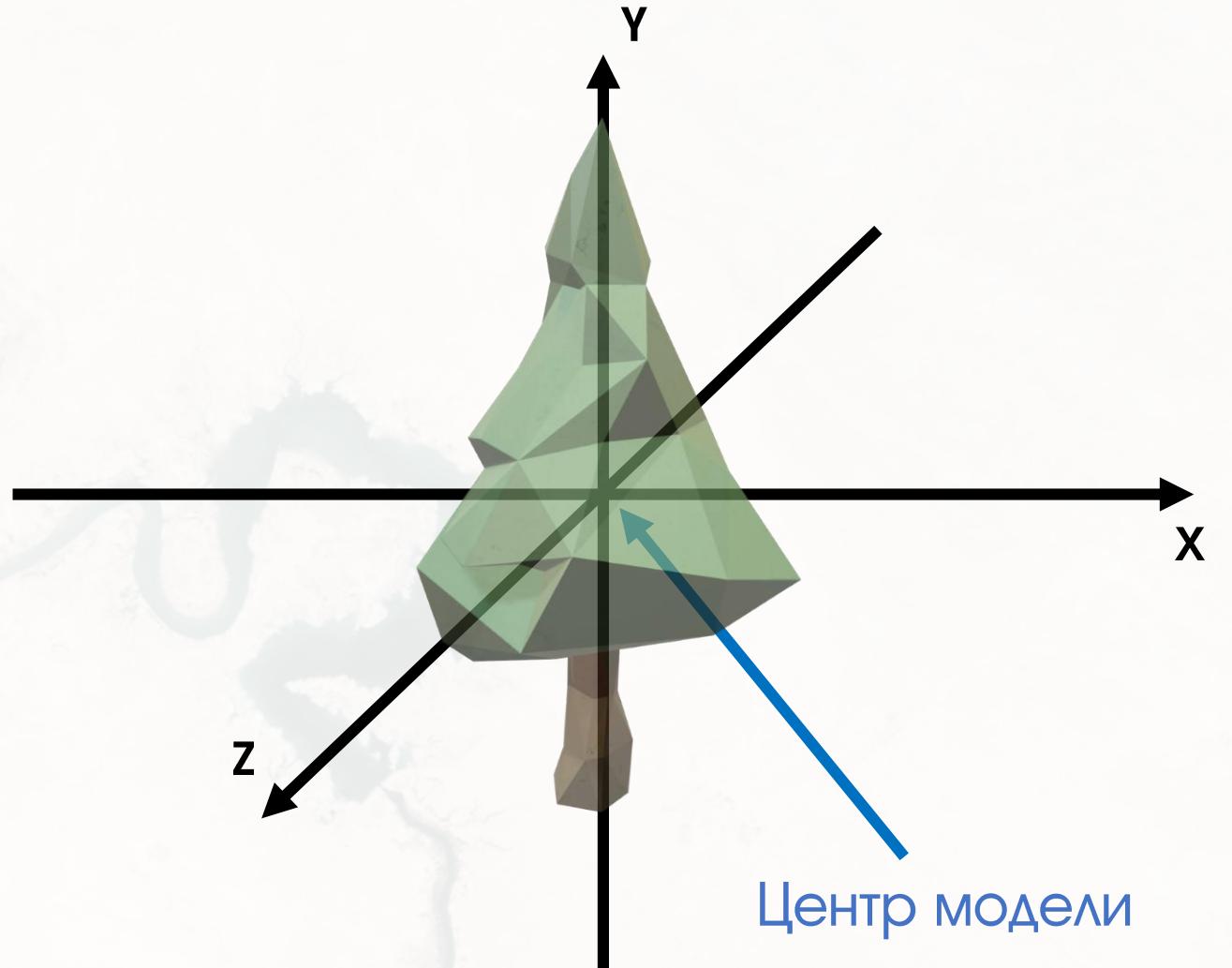
Выполнил студент группы Р3417 Дмитрий Плюхин

Введение

Правая система координат



объектные координаты



The background image shows a satellite or aerial view of a large glacier on the left, characterized by its light blue-grey color and distinct horizontal layers. A massive iceberg has broken off from the glacier, floating in the dark blue ocean to the right. The ocean surface is textured with white foam and small ice floes.

Преобразования координат в WebGL

$$\begin{bmatrix} sx & 0 & 0 & 0 \\ 0 & sy & 0 & 0 \\ 0 & 0 & sz & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

матрица
масштабирования

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ tx & ty & tz & 1 \end{bmatrix}$$

матрица
смещения

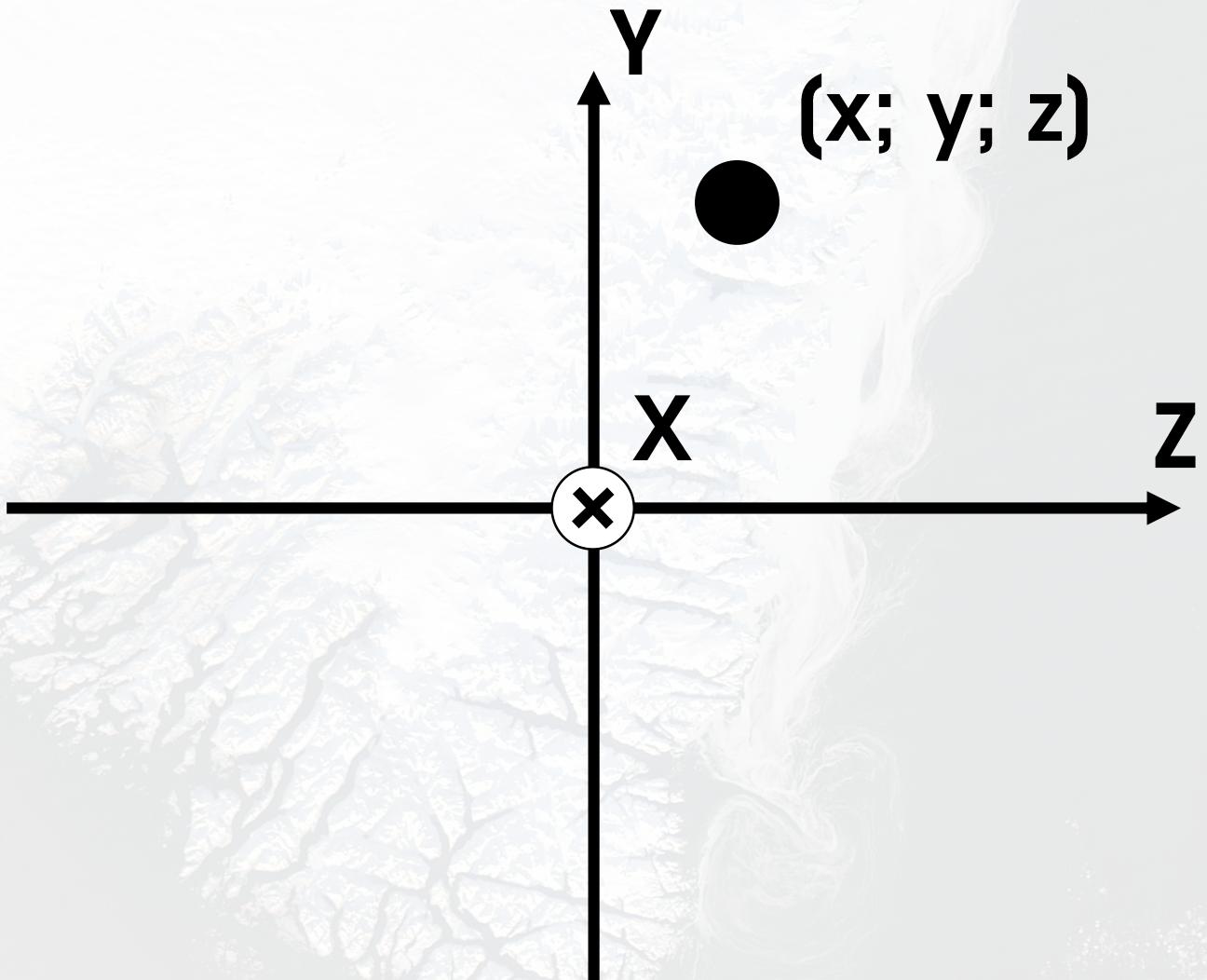
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c & s & 0 \\ 0 & -s & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

матрица
поворота
вокруг оси ОХ

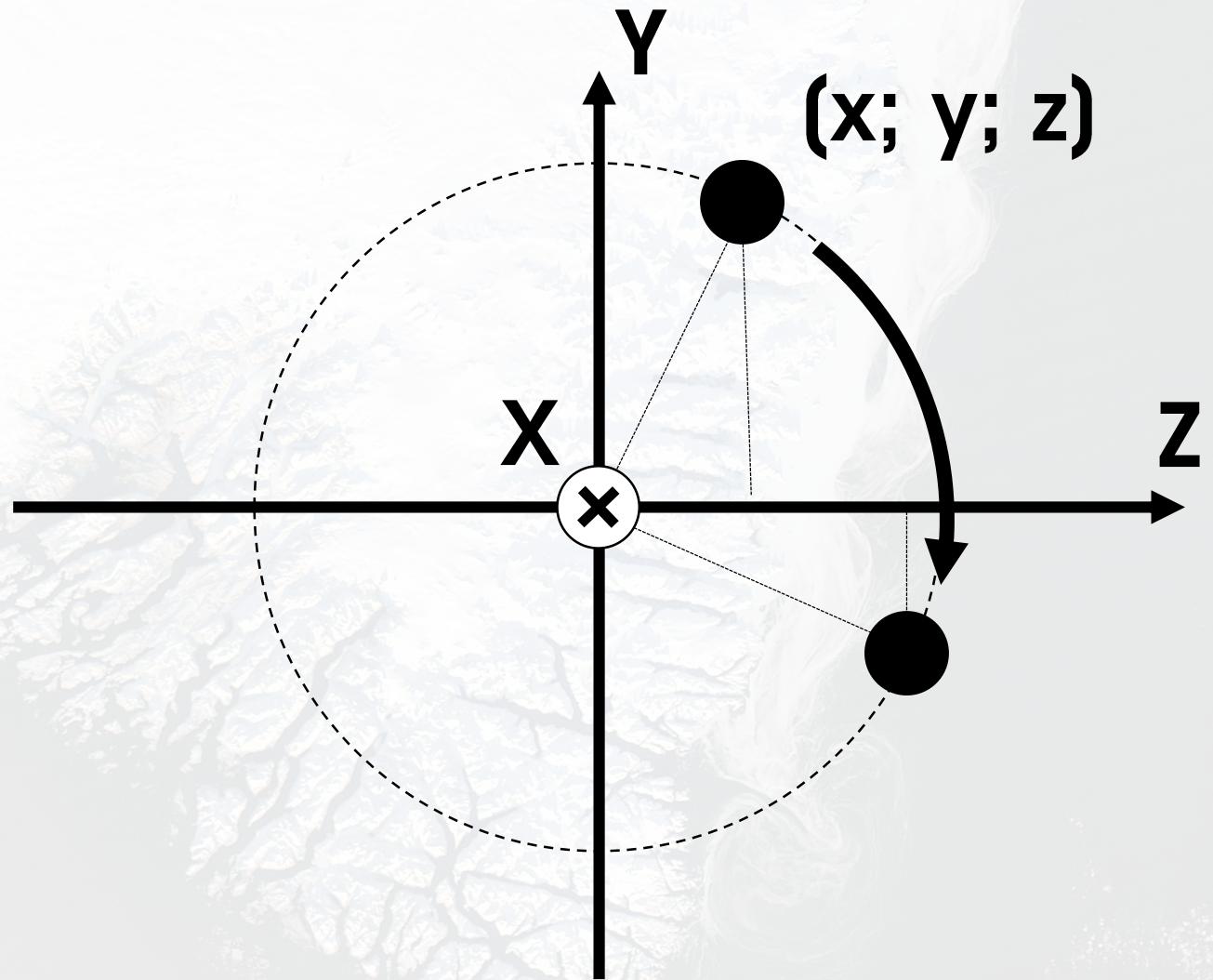


**Рассмотрим, как
делается поворот**

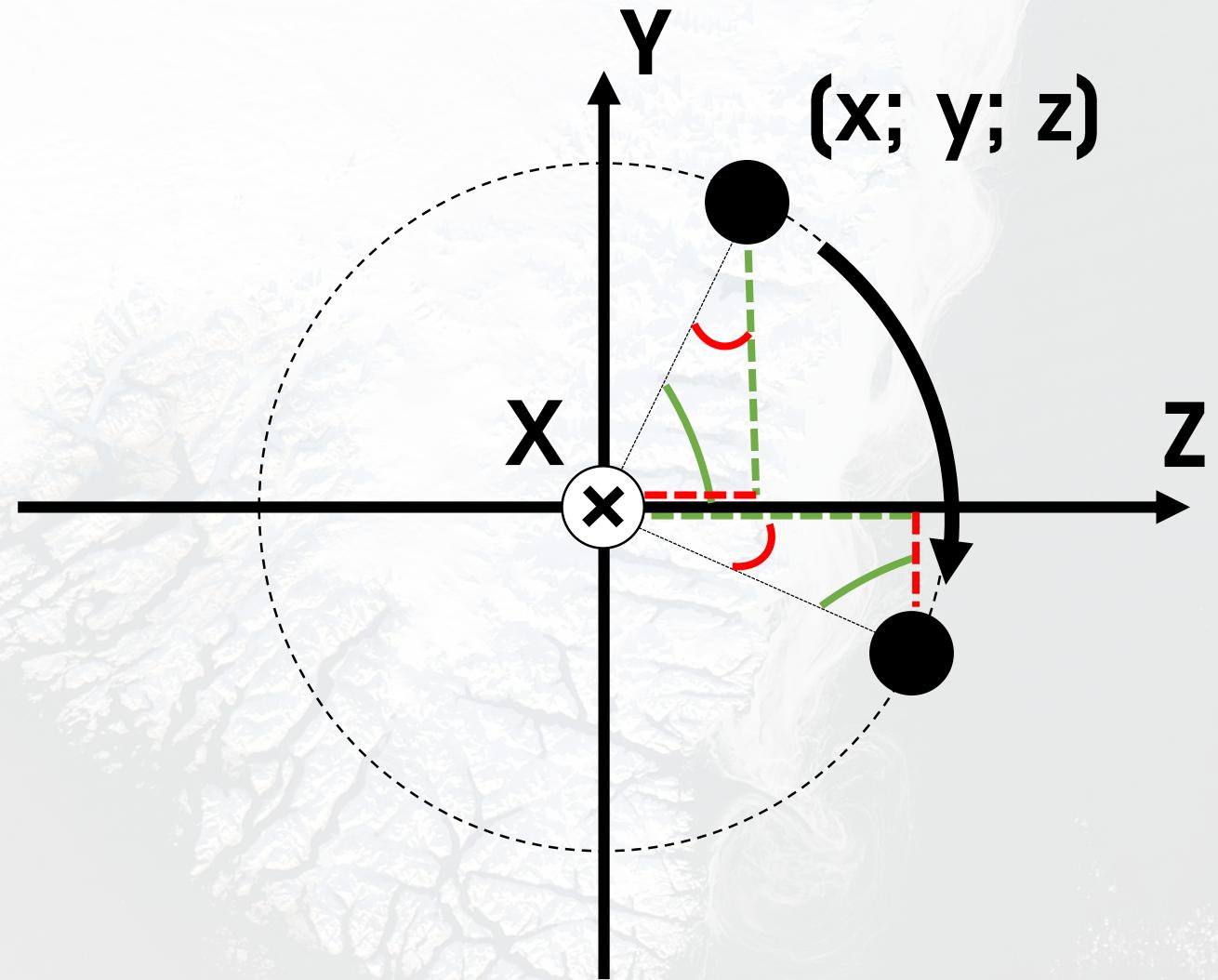
**поворот
на 90 градусов**



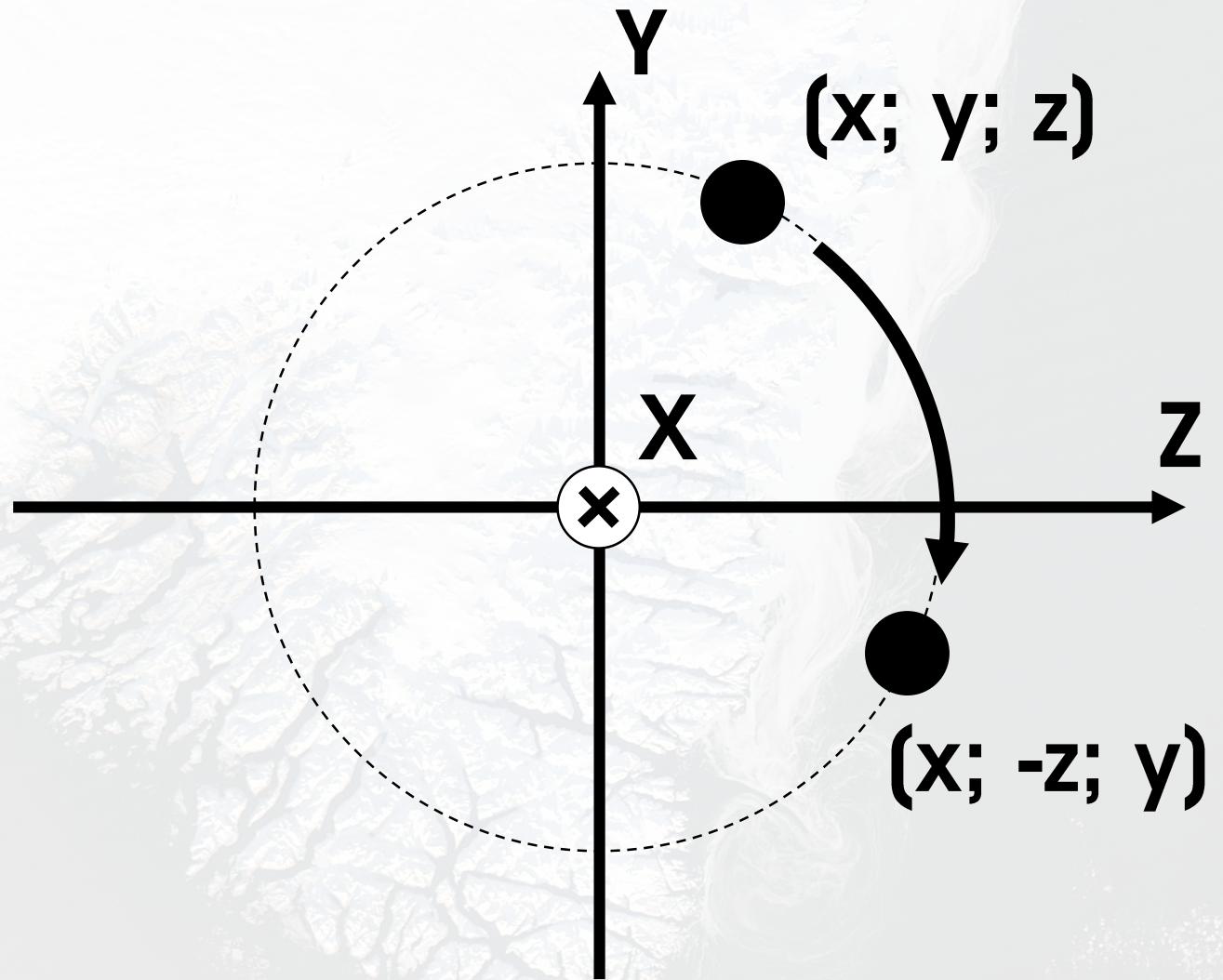
**поворот
на 90 градусов**



**поворот
на 90 градусов**



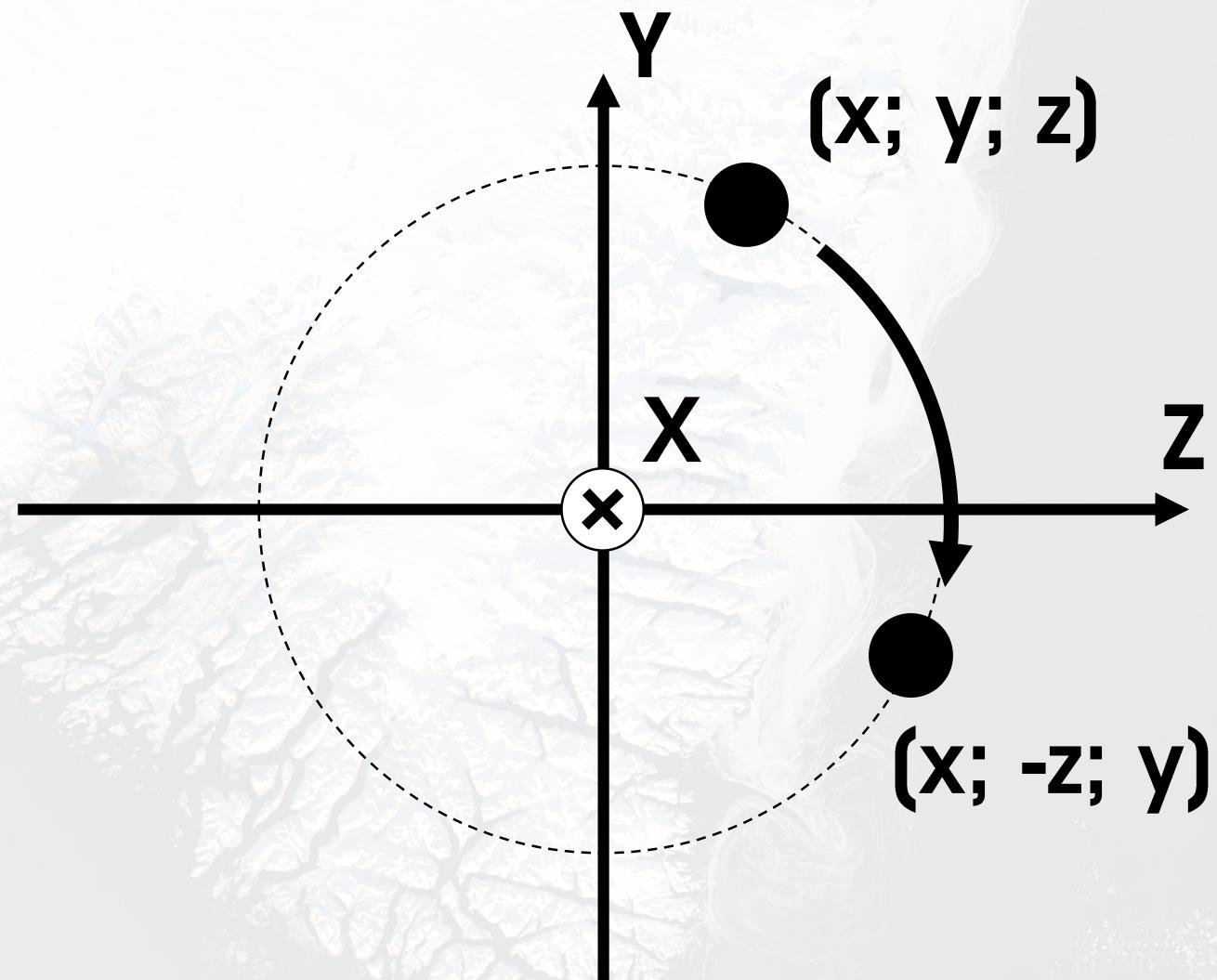
**поворот
на 90 градусов**



поворот на 90 градусов

$$y_{\text{new}} = a*y + b*z = -z$$

$$z_{\text{new}} = c*y + d*z = y$$



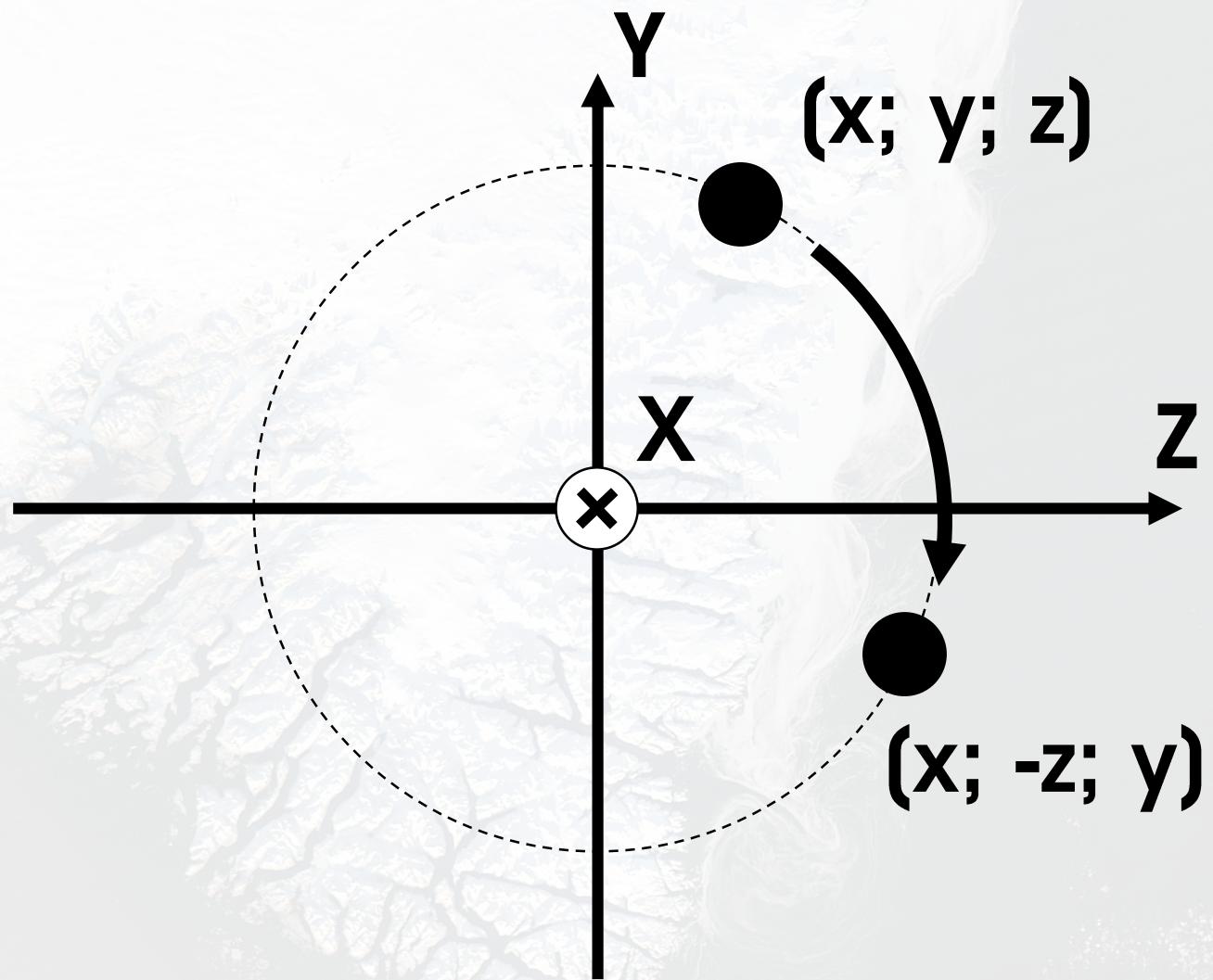
поворот на 90 градусов

$$y_{\text{new}} = a*y + b*z = -z$$

$$z_{\text{new}} = c*y + d*z = y$$

$$a = 0 \quad b = -1$$

$$c = 1 \quad d = 0$$



поворот на 90 градусов

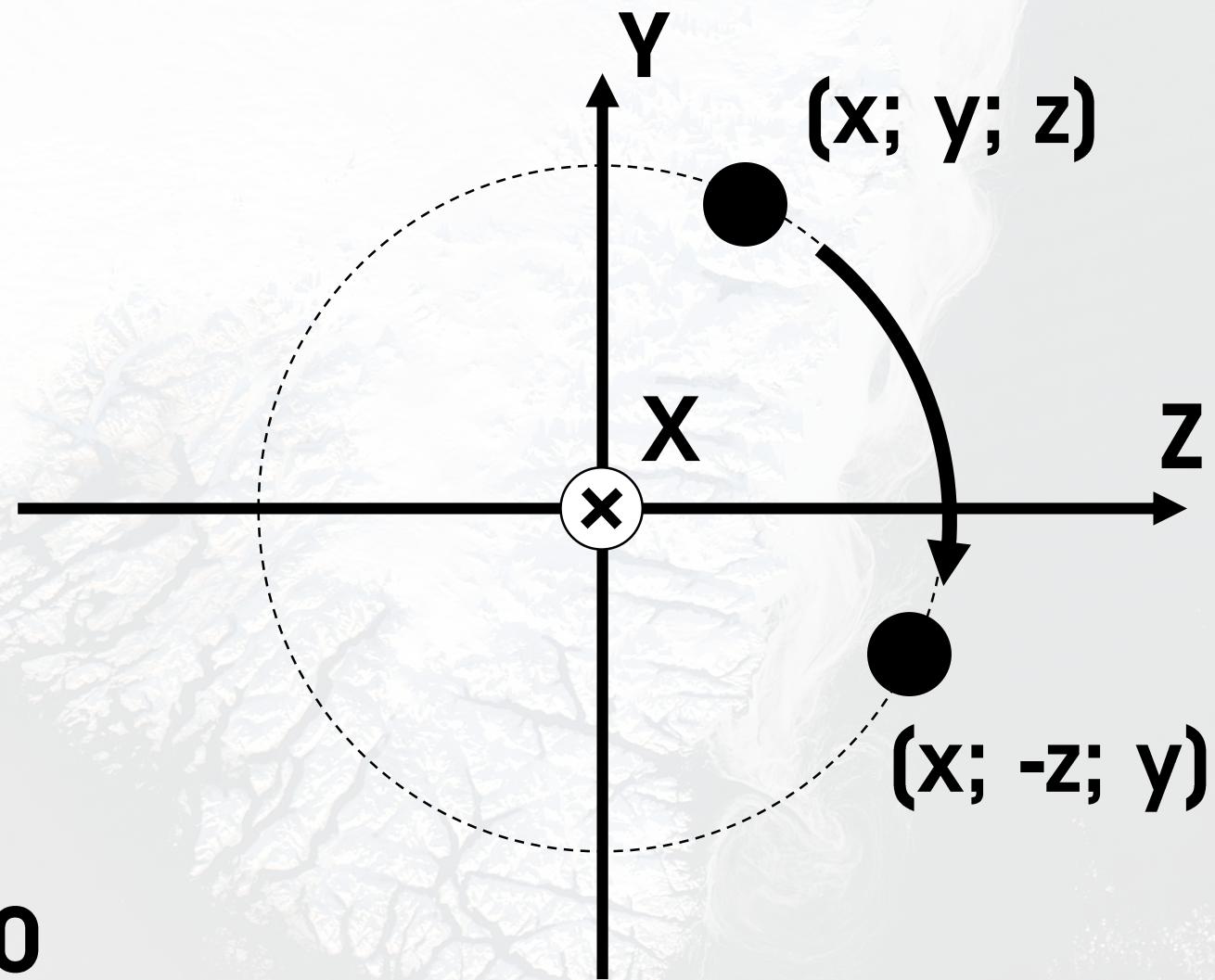
$$y_{\text{new}} = a*y + b*z = -z$$

$$z_{\text{new}} = c*y + d*z = y$$

$$a = 0 \quad b = -1$$

$$c = 1 \quad d = 0$$

$$\sin(90) = 1 \quad \cos(90) = 0$$



поворот на 90 градусов

$$y_{\text{new}} = a*y + b*z = -z$$

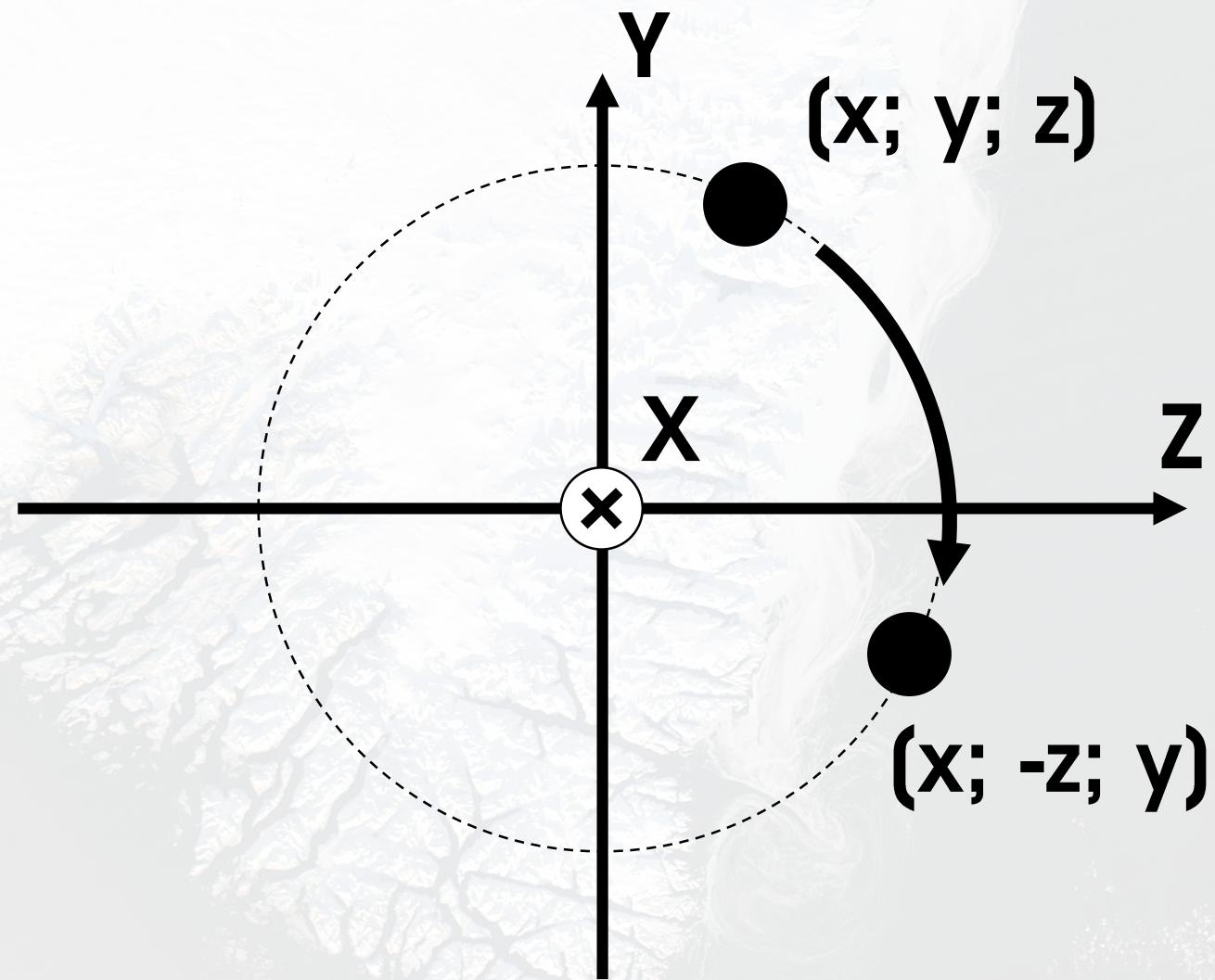
$$z_{\text{new}} = c*y + d*z = y$$

$$a = 0 \quad b = -1 \quad \sin(90) = 1$$

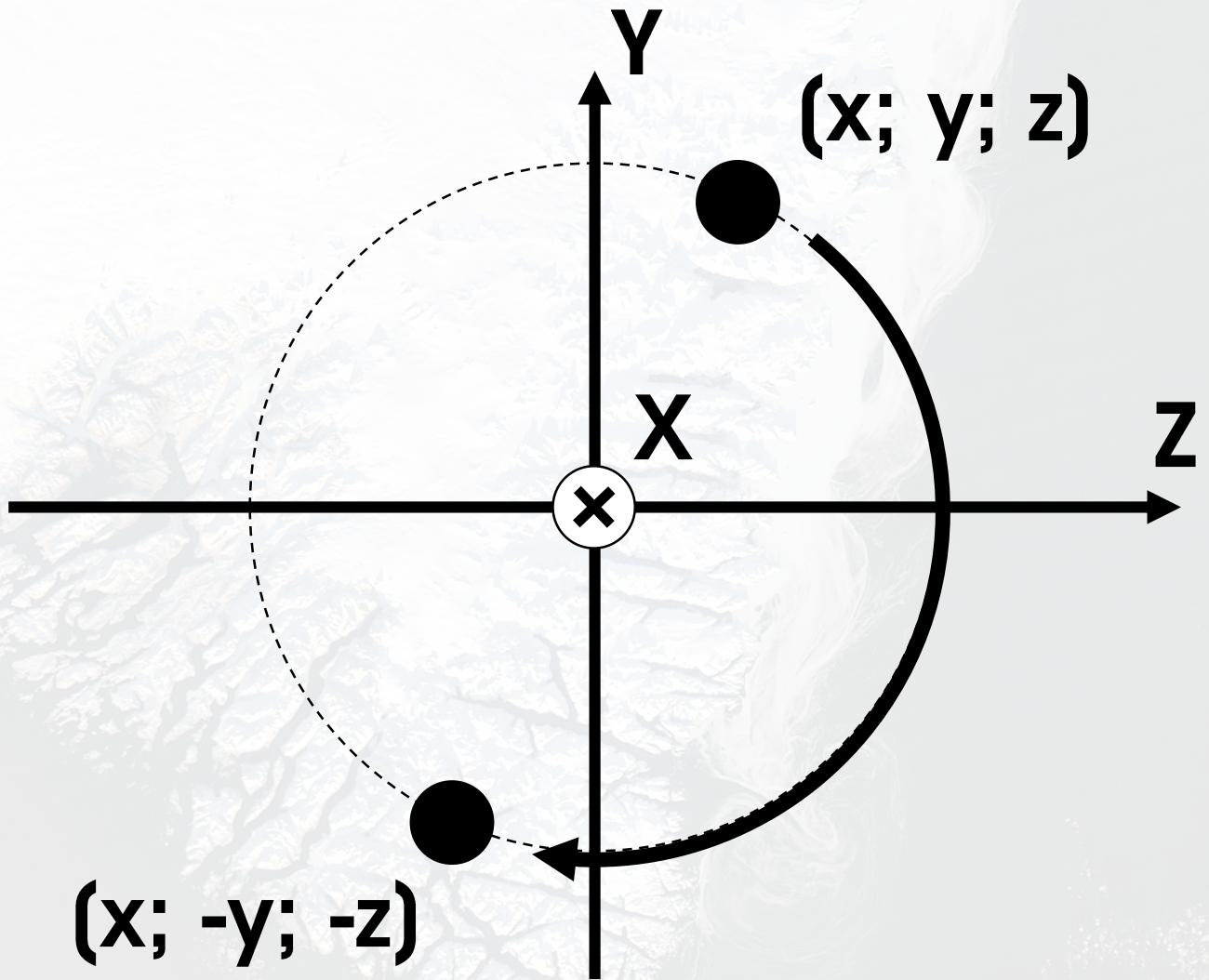
$$c = 1 \quad d = 0 \quad \cos(90) = 0$$

$$a = \pm \cos(\alpha) \quad b = -\sin(\alpha)$$

$$c = \sin(\alpha) \quad d = \pm \cos(\alpha)$$



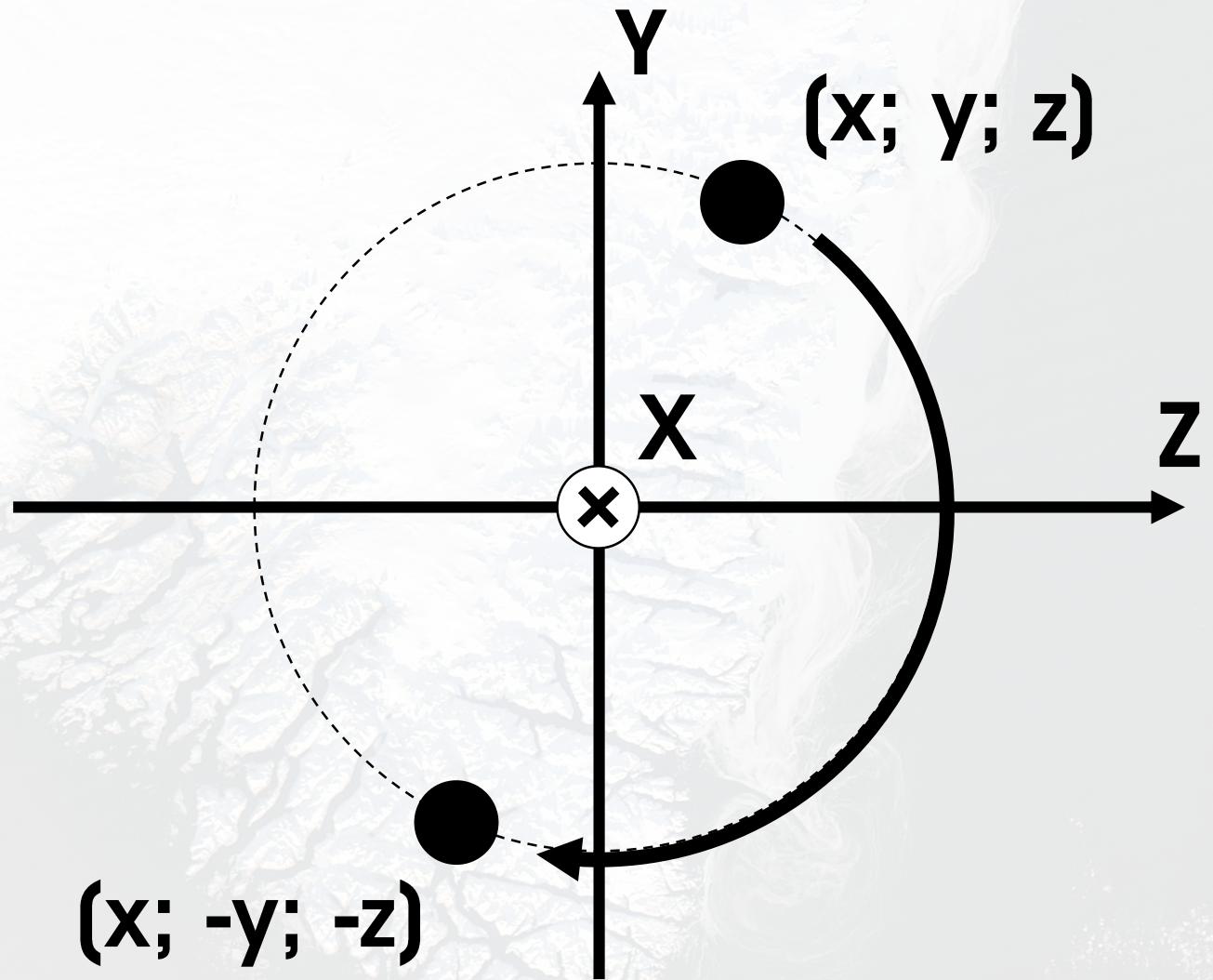
**поворот
на 180 градусов**



поворот на 180 градусов

$$y_{\text{new}} = a*y - s*z = -y$$

$$z_{\text{new}} = s*y + d*z = -z$$



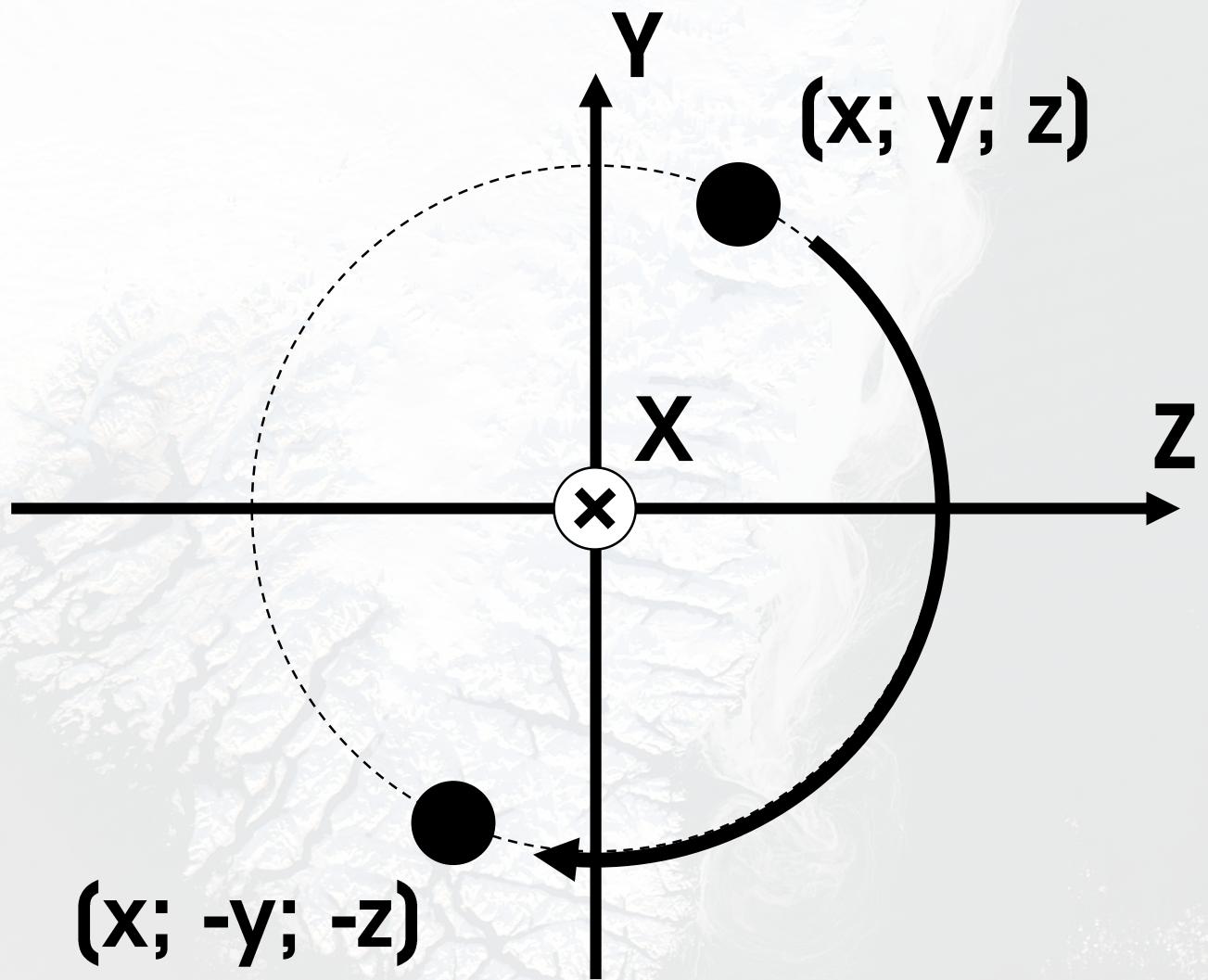
поворот на 180 градусов

$$y_{\text{new}} = a*y - s*z = -y$$

$$z_{\text{new}} = s*y + d*z = -z$$

$$d = -1$$

$$a = -1$$



ПОВОРОТ НА 180 ГРАДУСОВ

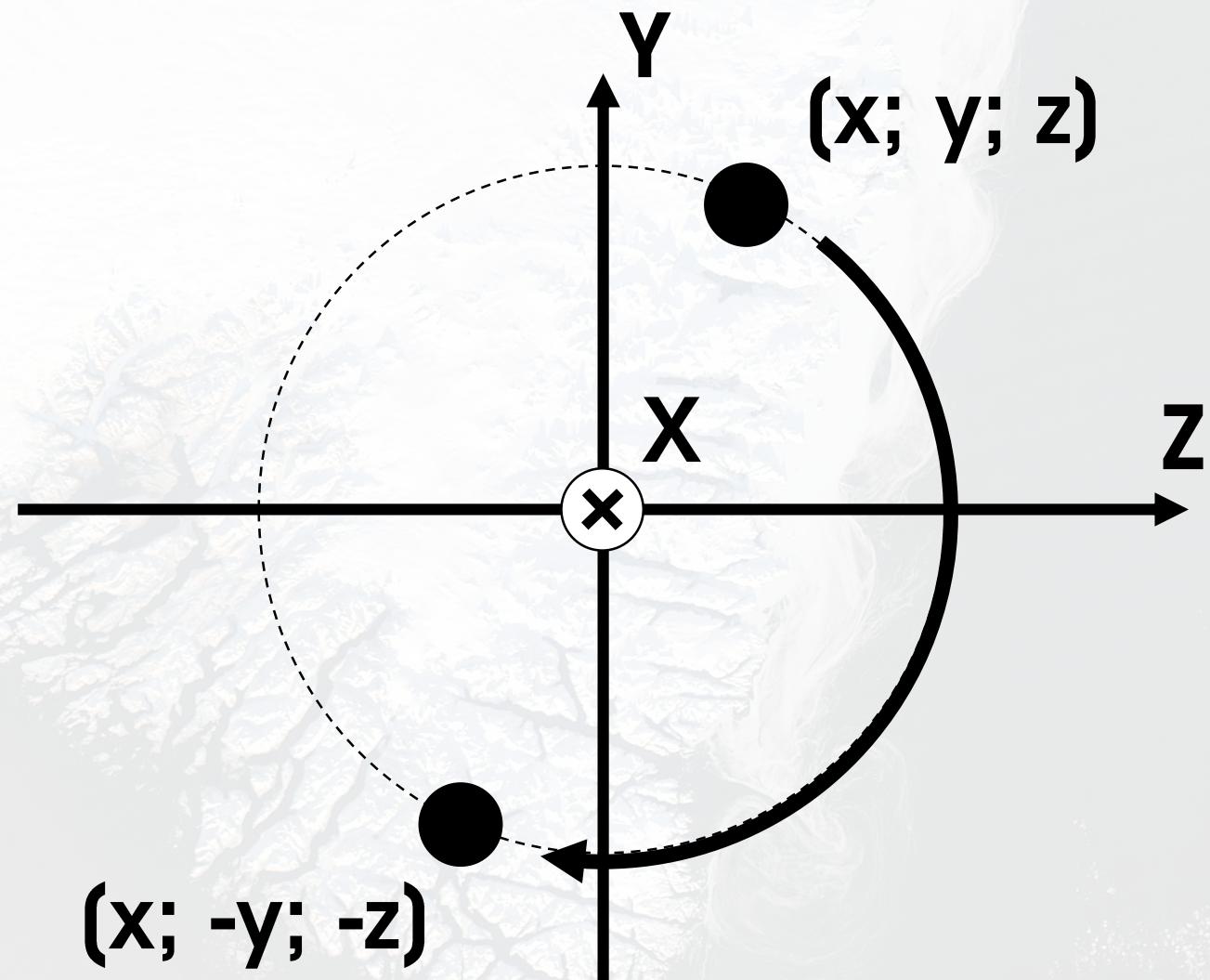
$$y_{\text{new}} = a*y - s*z = -y$$

$$z_{\text{new}} = s*y + d*z = -z$$

$$a = -1$$

$$d = -1$$

$$\cos(180) = -1$$



поворот на 180 градусов

$$y_{\text{new}} = a*y - s*z = -y$$

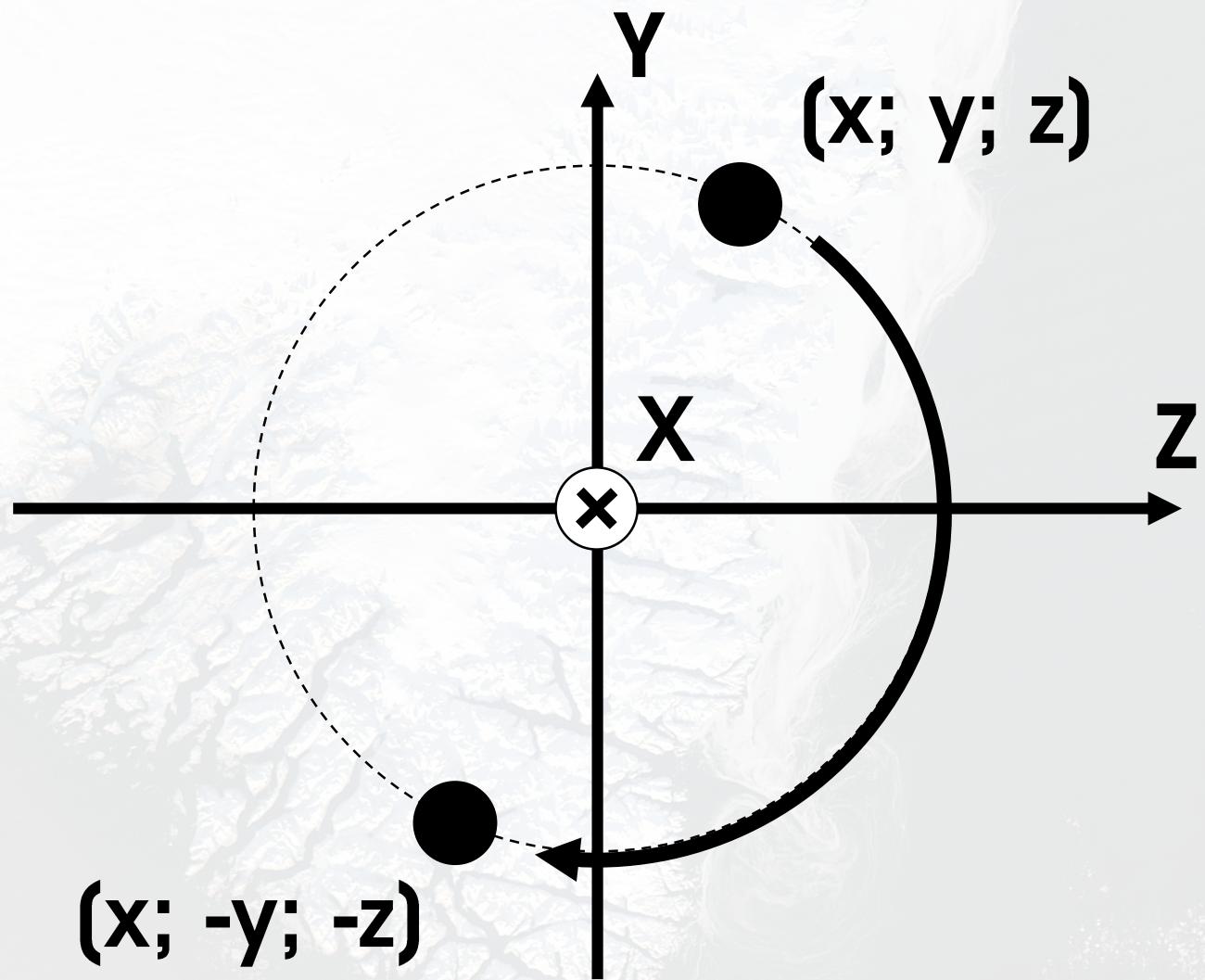
$$z_{\text{new}} = s*y + d*z = -z$$

$$a = -1$$

$$d = -1$$

$$a = \cos(180)$$

$$d = \cos(180)$$

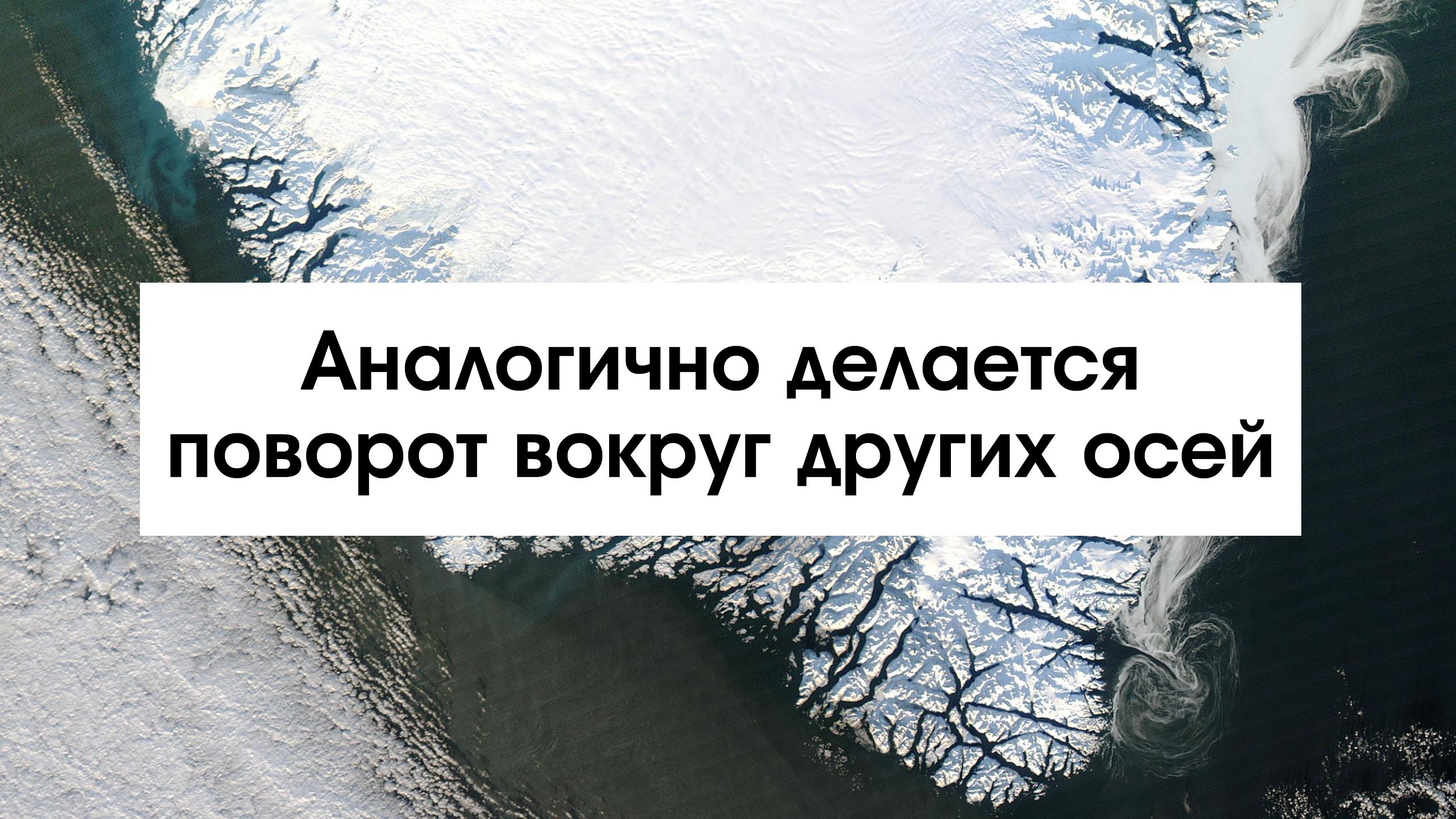


$$y_{\text{new}} = c*y - s*z$$

$$z_{\text{new}} = s*y + c*z$$

**поворот
вокруг оси ОХ**

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c & s & 0 \\ 0 & -s & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



**Аналогично делается
поворот вокруг других осей**

$$\begin{bmatrix} c & 0 & -s & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ s & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$c = \cos(\alpha) \quad s = \sin(\alpha)$$

матрица
поворота
вокруг оси ОY

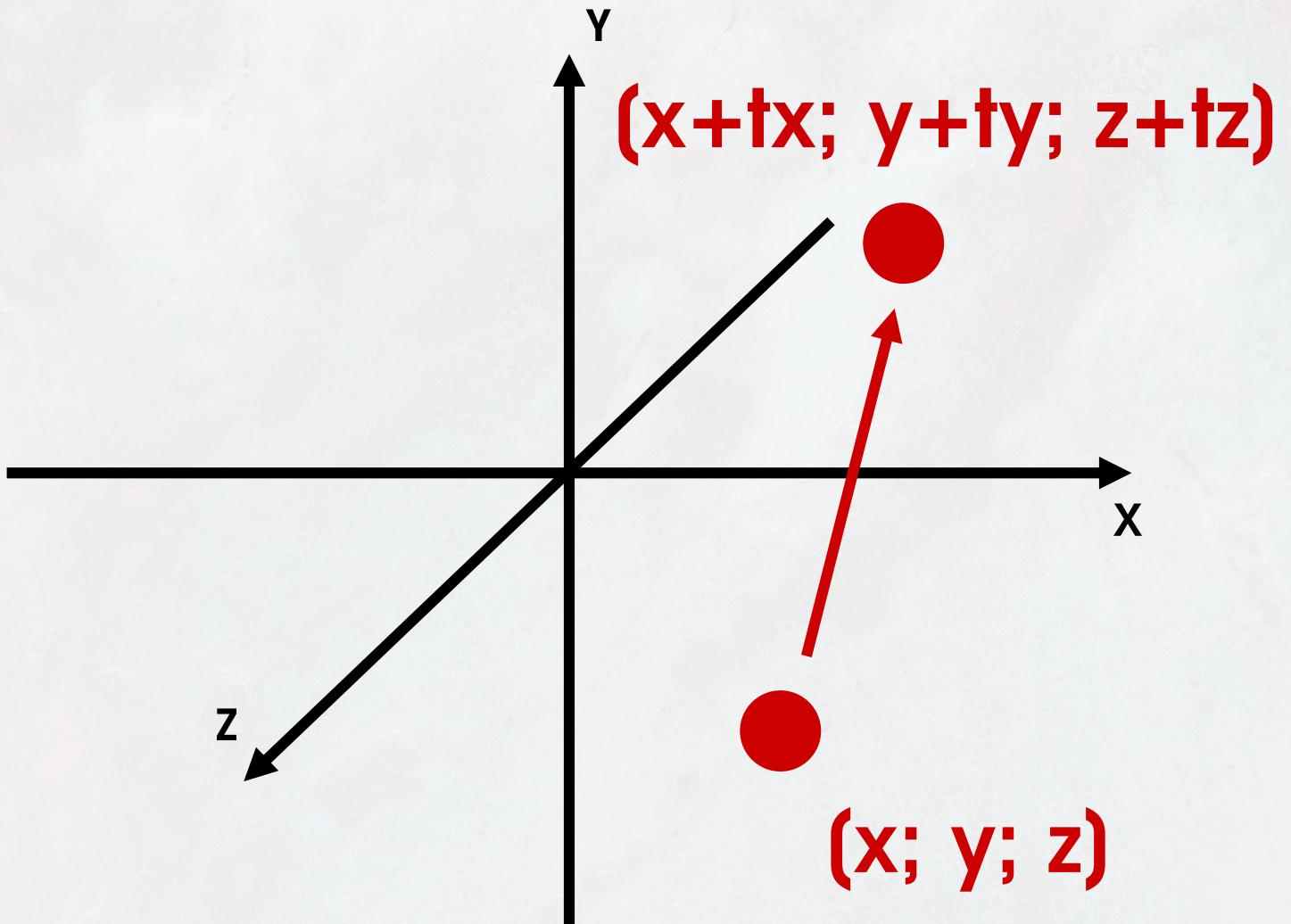
$$\begin{bmatrix} c & s & 0 & 0 \\ -s & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$c = \cos(\alpha) \quad s = \sin(\alpha)$$

матрица
поворота
вокруг оси Oz

Примеры преобразований

смещение точки

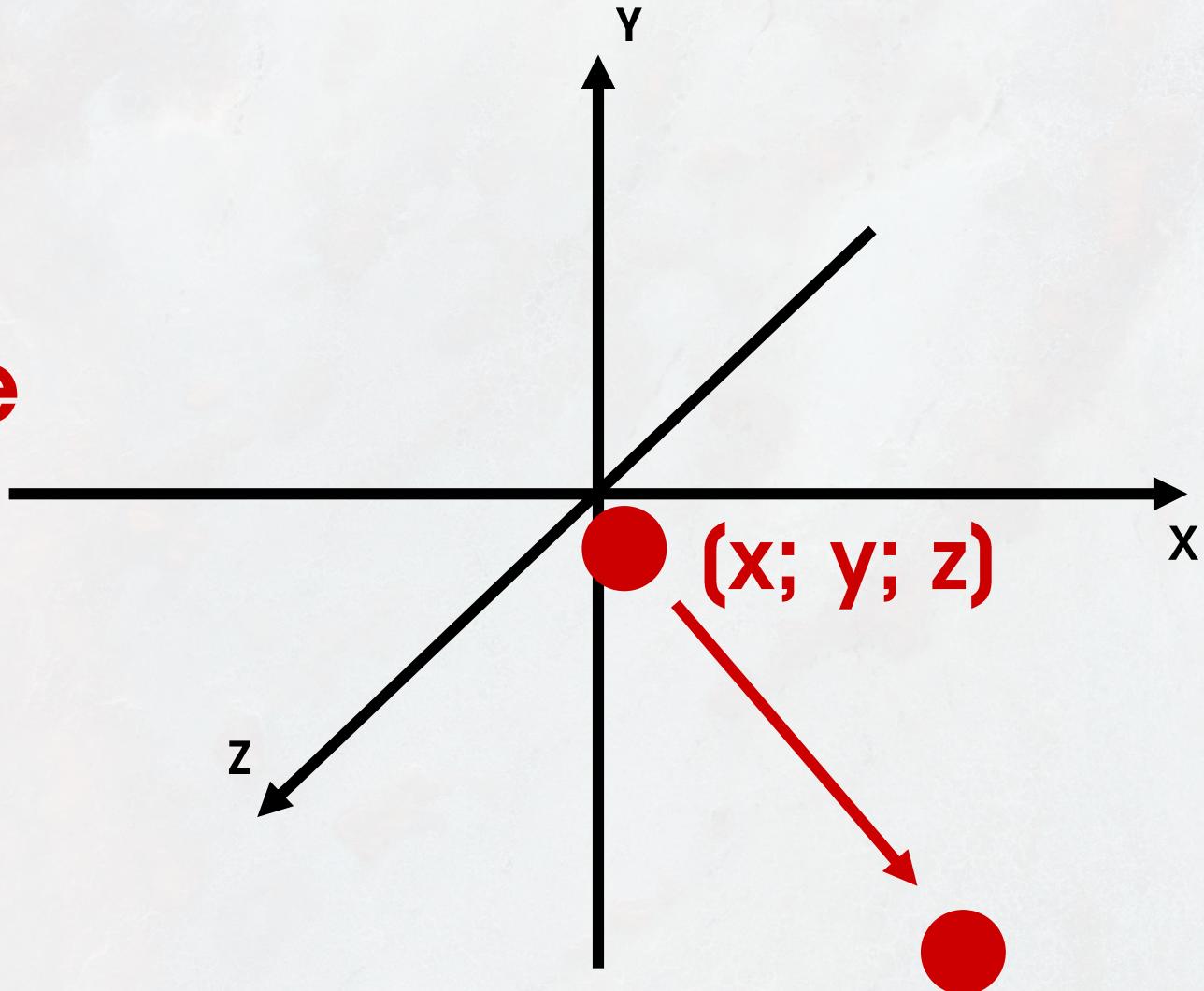


смещение точки

$$\begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ tx & ty & tz & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} x * 1 + y * 0 + z * 0 + 1 * tx \\ x * 0 + y * 1 + z * 0 + 1 * ty \\ x * 0 + y * 0 + z * 1 + 1 * tz \\ x * 0 + y * 0 + z * 0 + 1 * 1 \end{bmatrix}^T = [x + tx \quad y + ty \quad z + tz \quad 1]$$

масштабирование координат точки



$(x^*sx; y^*sy; z^*sz)$

масштабирование координат точки

$$[x \ y \ z \ 1] * \begin{bmatrix} sx & 0 & 0 & 0 \\ 0 & sy & 0 & 0 \\ 0 & 0 & sz & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$
$$= \begin{bmatrix} x * sx + y * 0 + z * 0 + 1 * 0 \\ x * 0 + y * sy + z * 0 + 1 * 0 \\ x * 0 + y * 0 + z * sz + 1 * 0 \\ x * 0 + y * 0 + z * 0 + 1 * 1 \end{bmatrix}^T = [x * sx \quad y * sy \quad z * sz \quad 1]$$

$$\begin{bmatrix} sx & 0 & 0 & 0 \\ 0 & sy & 0 & 0 \\ 0 & 0 & sz & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^* \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ tx & ty & tz & 1 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} sx & 0 & 0 & 0 \\ 0 & sy & 0 & 0 \\ 0 & 0 & sz & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ tx & ty & tz & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} sx * 1 + 0 * 0 + 0 * 0 + 0 * tx & sx * 0 + 0 * 1 + 0 * 0 + 0 * ty & sx * 0 + 0 * 0 + 0 * 1 + 0 * tz & sx * 0 + 0 * 0 + 0 * 0 + 0 * 1 \\ 0 * 1 + sy * 0 + 0 * 0 + 0 * tx & 0 * 0 + sy * 1 + 0 * 0 + 0 * ty & 0 * 0 + sy * 0 + 0 * 1 + 0 * tz & 0 * 0 + sy * 0 + 0 * 0 + 0 * 1 \\ 0 * 1 + 0 * 0 + sz * 0 + 0 * tx & 0 * 0 + 0 * 1 + sz * 0 + 0 * ty & 0 * 0 + 0 * 0 + sz * 1 + 0 * tz & 0 * 0 + 0 * 0 + sz * 0 + 0 * 1 \\ 0 * 1 + 0 * 0 + 0 * 0 + 1 * tx & 0 * 0 + 0 * 1 + 0 * 0 + 1 * ty & 0 * 0 + 0 * 0 + 0 * 1 + 1 * tz & 0 * 0 + 0 * 0 + 0 * 0 + 1 * 1 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} sx & 0 & 0 & 0 \\ 0 & sy & 0 & 0 \\ 0 & 0 & sz & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ tx & ty & tz & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} sx * 1 + 0 * 0 + 0 * 0 + 0 * tx & sx * 0 + 0 * 1 + 0 * 0 + 0 * ty & sx * 0 + 0 * 0 + 0 * 1 + 0 * tz & sx * 0 + 0 * 0 + 0 * 0 + 0 * 1 \\ 0 * 1 + sy * 0 + 0 * 0 + 0 * tx & 0 * 0 + sy * 1 + 0 * 0 + 0 * ty & 0 * 0 + sy * 0 + 0 * 1 + 0 * tz & 0 * 0 + sy * 0 + 0 * 0 + 0 * 1 \\ 0 * 1 + 0 * 0 + sz * 0 + 0 * tx & 0 * 0 + 0 * 1 + sz * 0 + 0 * ty & 0 * 0 + 0 * 0 + sz * 1 + 0 * tz & 0 * 0 + 0 * 0 + sz * 0 + 0 * 1 \\ 0 * 1 + 0 * 0 + 0 * 0 + 1 * tx & 0 * 0 + 0 * 1 + 0 * 0 + 1 * ty & 0 * 0 + 0 * 0 + 0 * 1 + 1 * tz & 0 * 0 + 0 * 0 + 0 * 0 + 1 * 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} sx & 0 & 0 & 0 \\ 0 & sy & 0 & 0 \\ 0 & 0 & sz & 0 \\ tx & ty & tz & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} sx & 0 & 0 & 0 \\ 0 & sy & 0 & 0 \\ 0 & 0 & sz & 0 \\ tx & ty & tz & 1 \end{bmatrix}$$

**матрица
смещения и
масштабирования**

смещение и масштабирование координат точки

$$\begin{aligned}[x & \quad y & \quad z & \quad 1] * \begin{bmatrix} sx & 0 & 0 & 0 \\ 0 & sy & 0 & 0 \\ 0 & 0 & sz & 0 \\ tx & ty & tz & 1 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} x * sx + y * 0 + z * 0 + 1 * tx \\ x * 0 + y * sy + z * 0 + 1 * ty \\ x * 0 + y * 0 + z * sz + 1 * tz \\ x * 0 + y * 0 + z * 0 + 1 * 1 \end{bmatrix}^T = \\ &= [x * sx + tx \quad y * sy + ty \quad z * sz + tz \quad 1]\end{aligned}$$

**сначала
масштабирование,
потом - смещение**

$$10 * 2 + 200 = 220$$

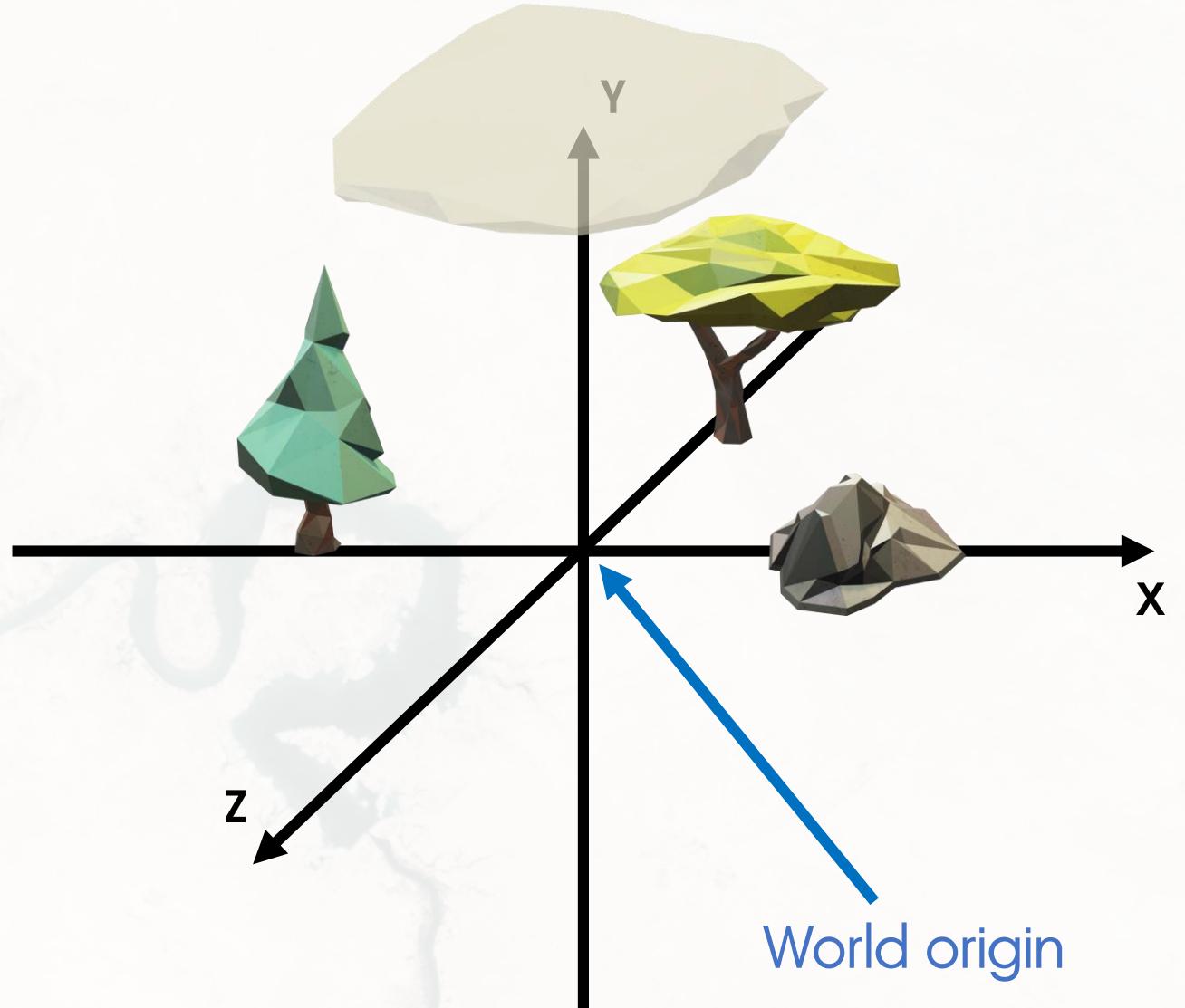
$$(10 + 200) * 2 = 420$$

**сначала смещение,
потом -
масштабирование**

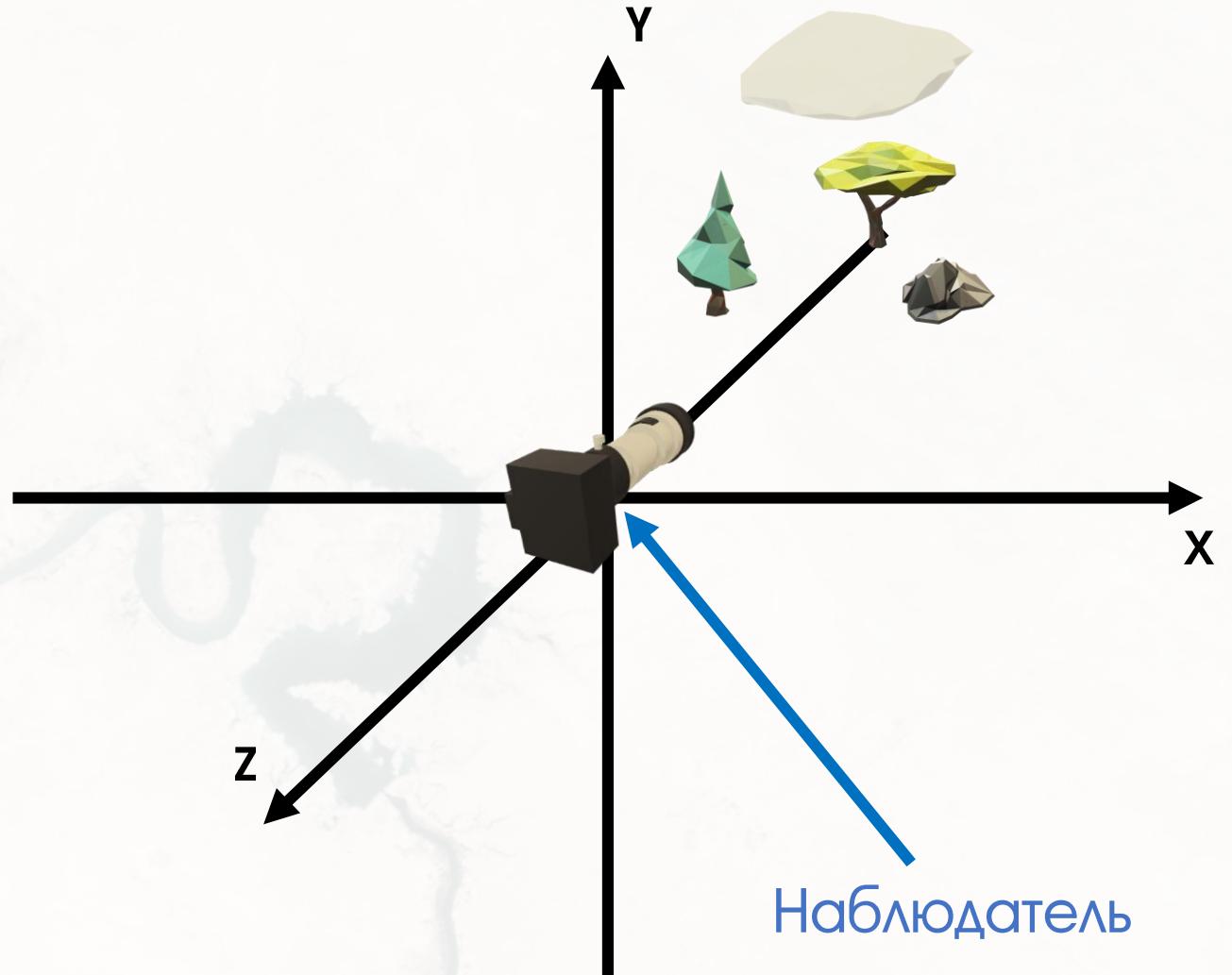
The background image shows a satellite or aerial view of a large glacier on the left, characterized by its light blue-grey color and distinct horizontal layers. A massive iceberg has broken off and is floating in the dark, textured ocean water on the right. The transition from land to sea is sharp, with the white of the glacier meeting the darker tones of the water.

**Для всех преобразований
используются матрицы**

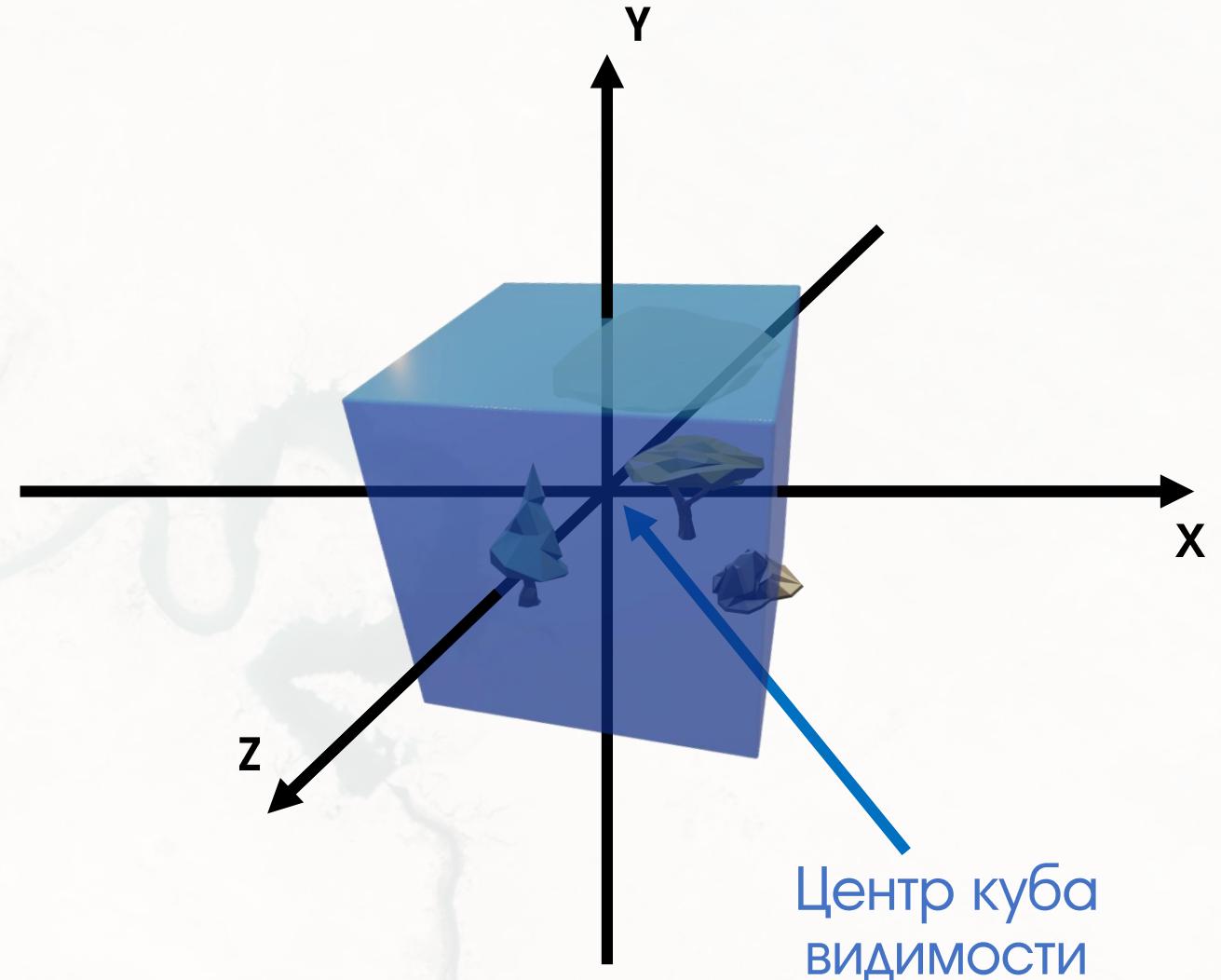
мировые координаты



координаты относительно камеры

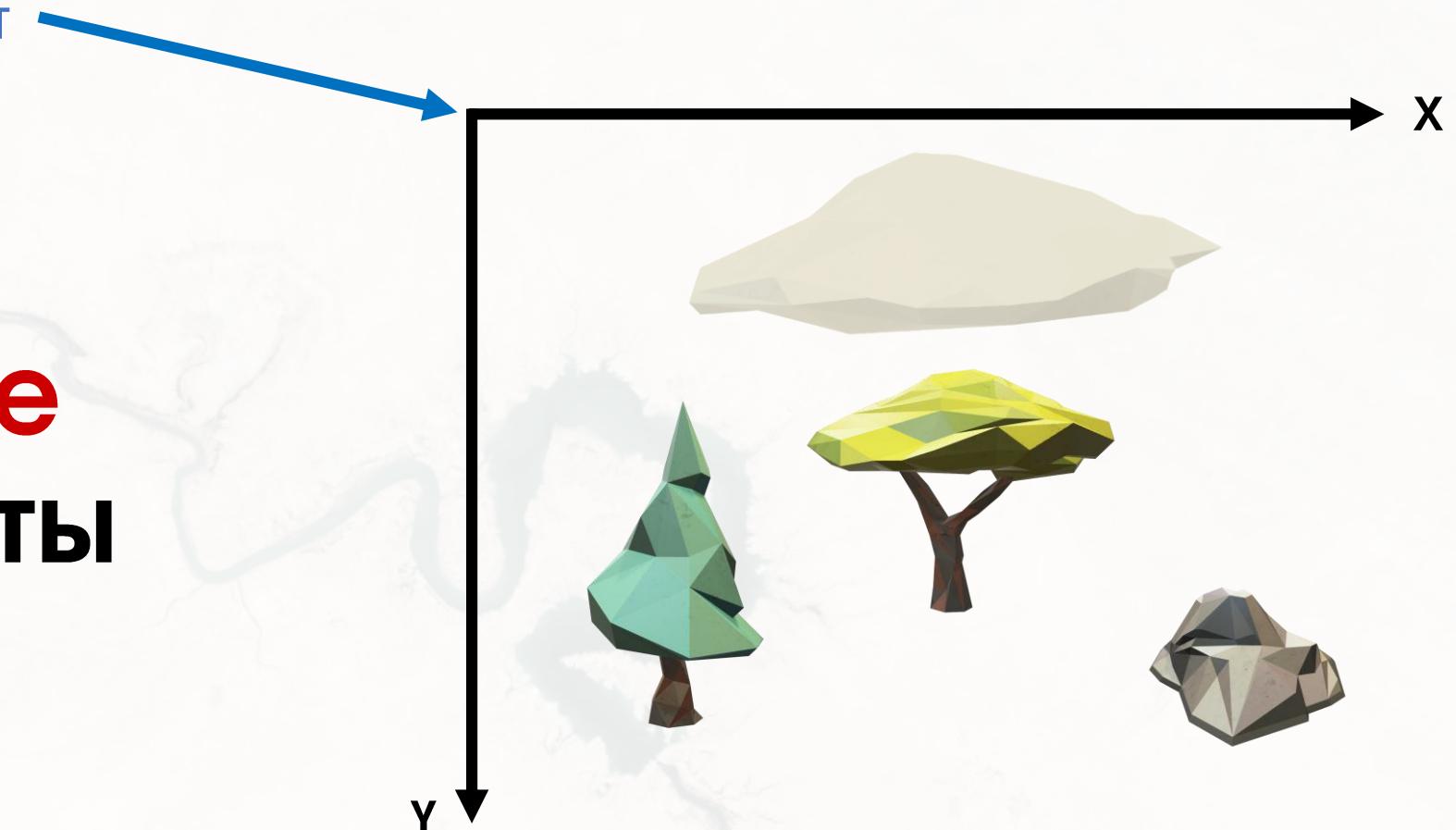


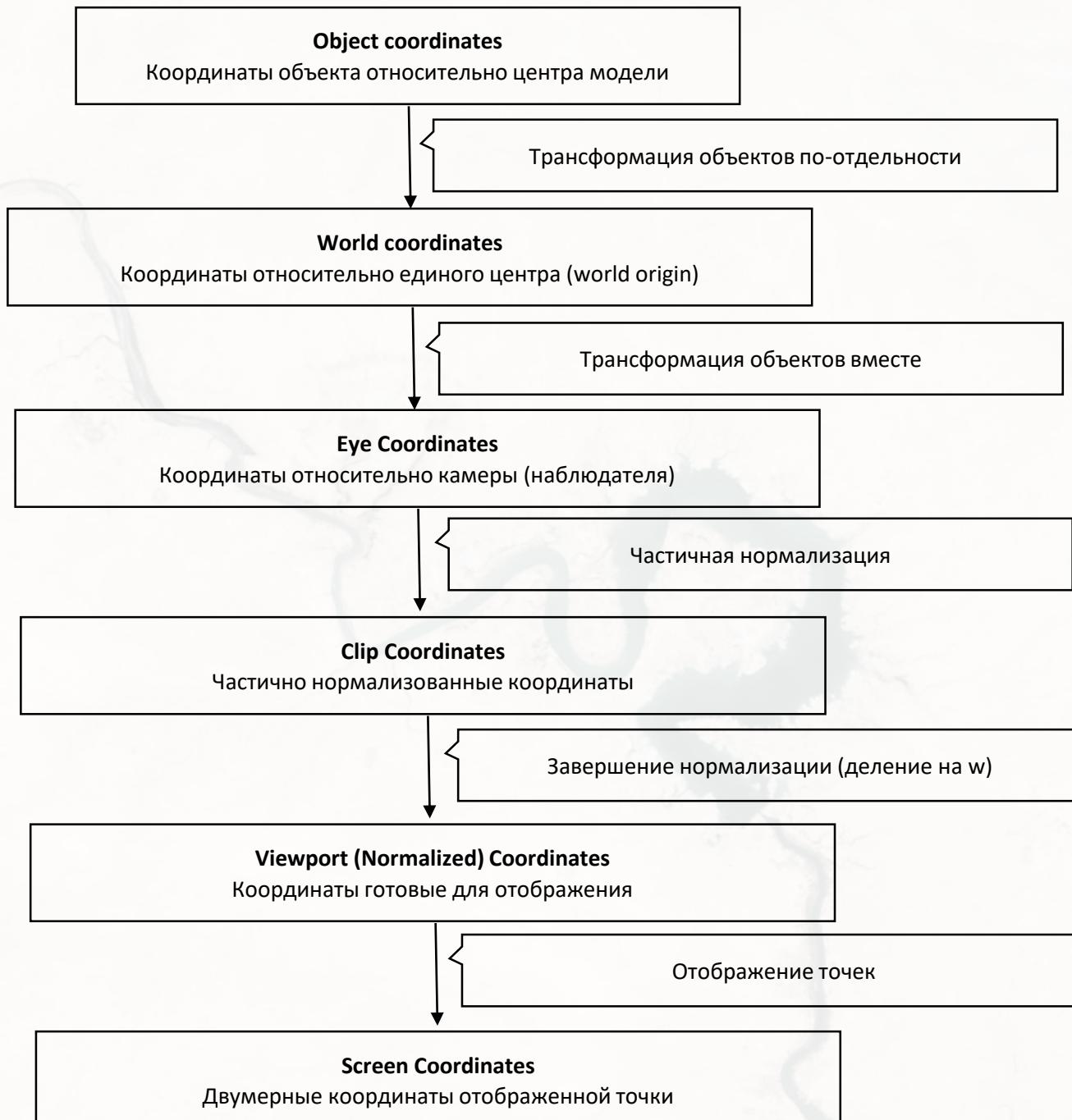
нормализованные координаты

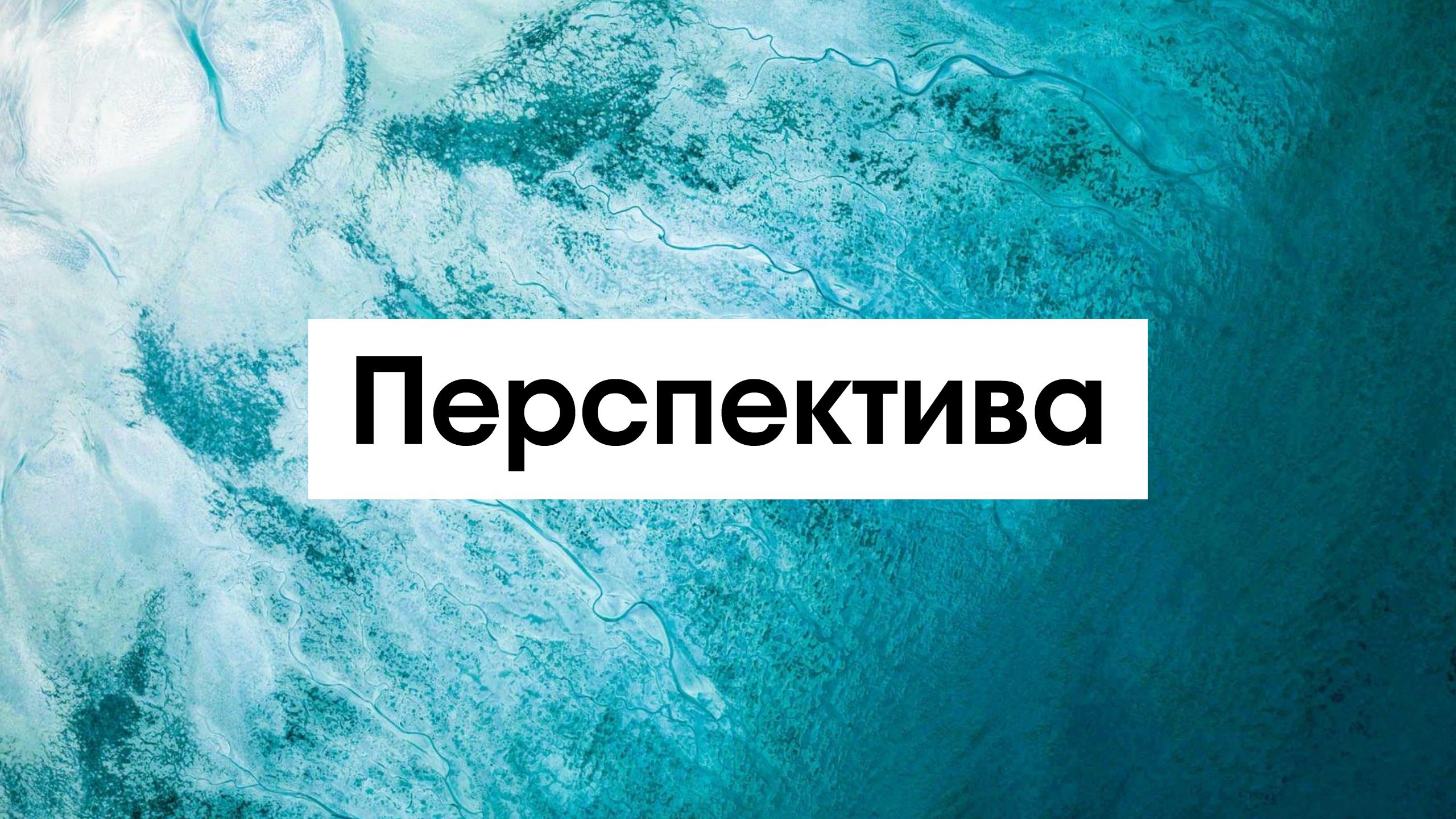


Точка отсчета
экранных координат

экранные координаты





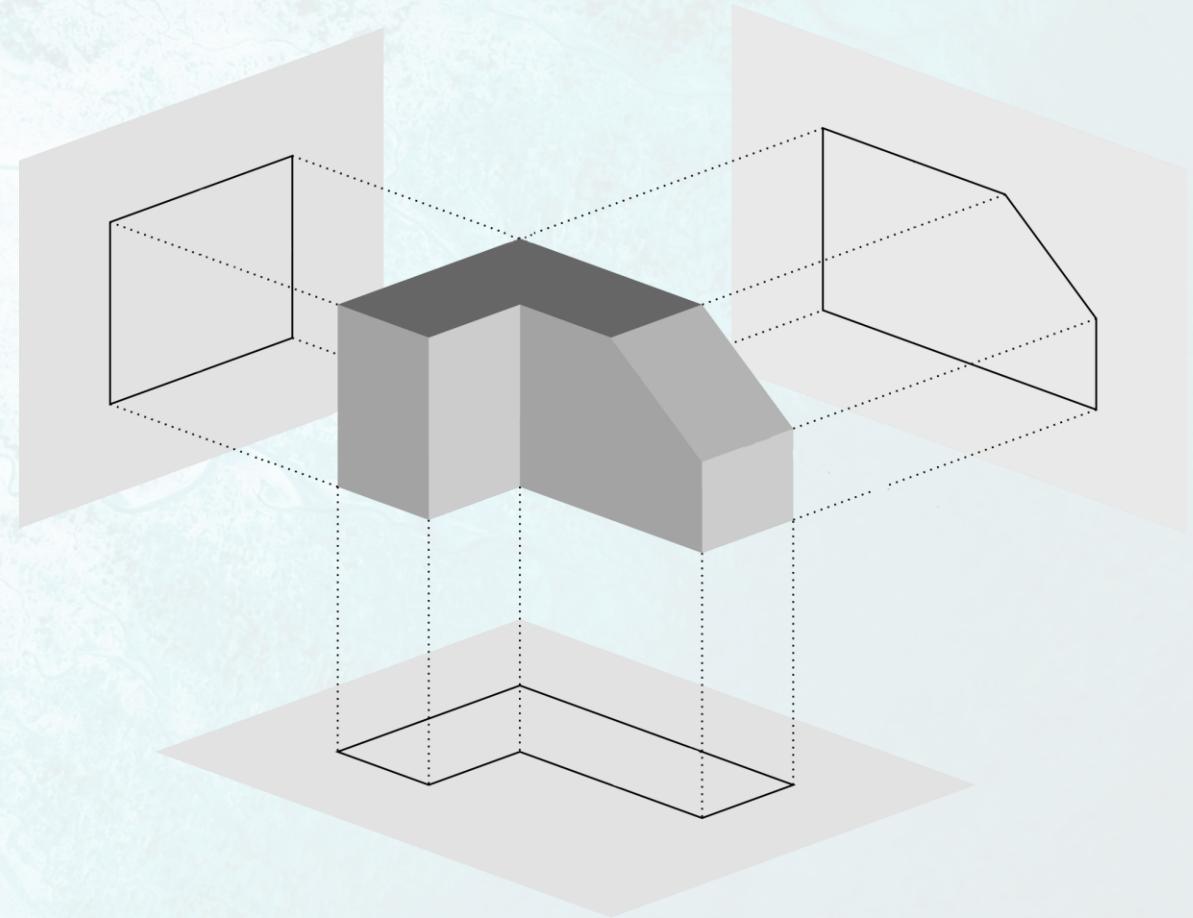
The background of the image is a high-resolution aerial photograph showing a complex network of winding rivers and streams. The water bodies are a vibrant turquoise color, contrasting with the surrounding land which is a mix of dark green and light beige. The terrain appears to be a mix of forested areas and possibly agricultural fields or pastures. The overall scene is a top-down view of a natural landscape.

Перспектива



Перспектива и ортография

применение ортографии



$$\begin{bmatrix} \frac{2}{right - left} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{top - bottom} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{near - far} & 1 \\ \frac{left + right}{left - right} & \frac{bottom + top}{bottom - top} & \frac{near + far}{near - far} & 1 \end{bmatrix}$$

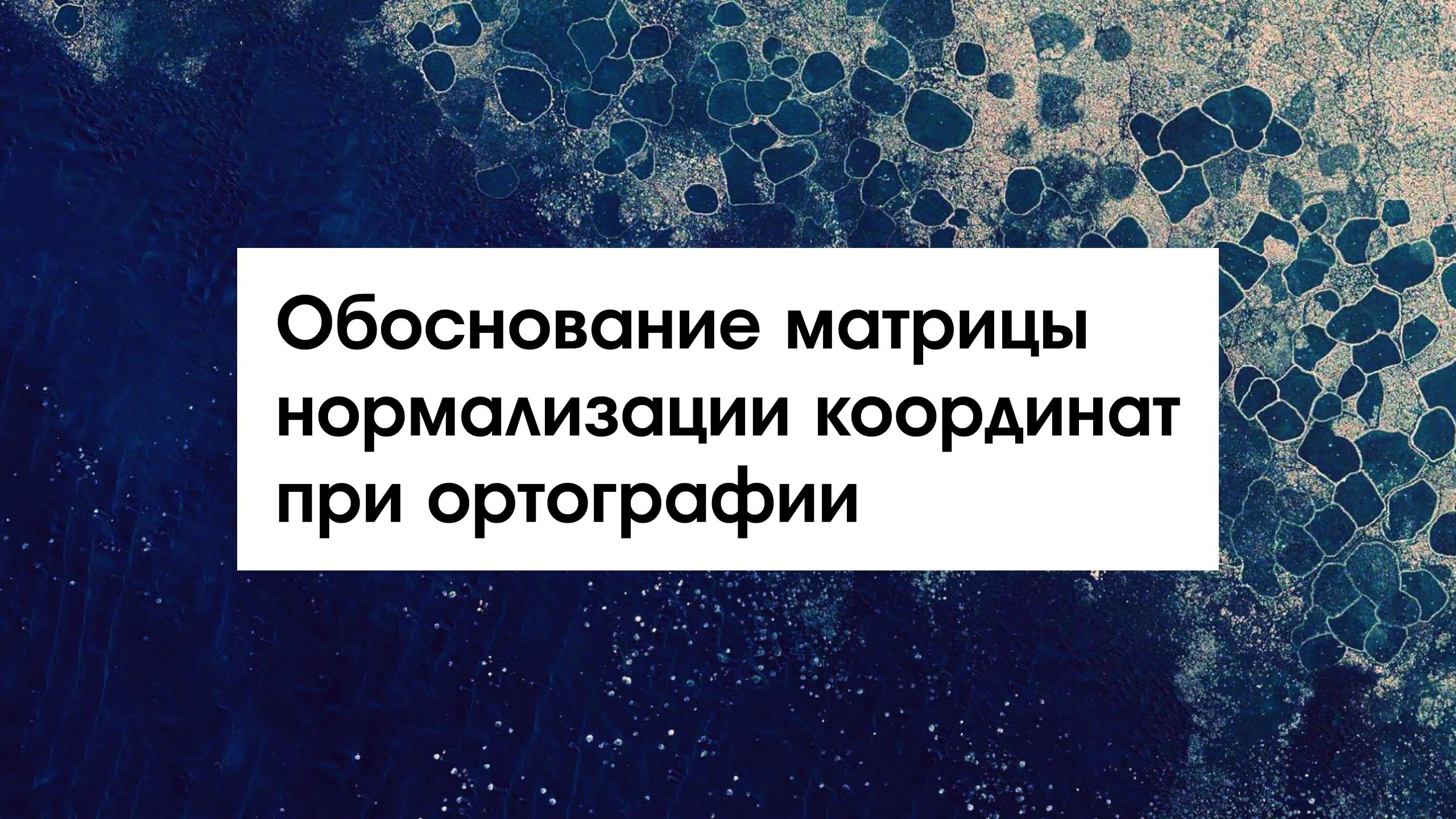
$x \in [left; right] \rightarrow [-1; 1]$

$y \in [bottom; top] \rightarrow [-1; 1]$

$-z \in [-near; -far] \rightarrow [-1; 1]$

матрица нормализации координат при ортографии

Обоснование матрицы нормализации координат при ортографии



$x \in [left; right] \rightarrow [-1; 1]$

По двум
известным точкам
и линейному
характеру
отображения
составим систему
уравнений

$$x \in [left; right] \rightarrow [-1; 1]$$

$$\begin{cases} k * left + c = -1 \\ k * right + c = 1 \end{cases}$$

Составили
систему
уравнений,
теперь выразим **с**
через **k**

$$x \in [left; right] \rightarrow [-1; 1]$$

$$\begin{cases} k * left + c = -1 \\ k * right + c = 1 \end{cases}$$

$$c = -1 - k * left$$

Выразили с через
k, теперь
выполним
подстановку

$$x \in [left; right] \rightarrow [-1; 1]$$

$$\begin{cases} k * left + c = -1 \\ k * right + c = 1 \end{cases}$$

$$c = -1 - k * left$$

$$k * right + c = k * right - 1 - k * left = 1$$

Нашли, чему
равно **k**

$$x \in [left; right] \rightarrow [-1; 1]$$

$$\begin{cases} k * left + c = -1 \\ k * right + c = 1 \end{cases}$$

$$c = -1 - k * left$$

$$k * right + c = k * right - 1 - k * left = 1$$

$$c = -1 - k * left = -1 - \frac{2 * left}{right - left} = \frac{-right - left}{right - left} = \frac{right + left}{left - right}$$

$$k = \frac{2}{right - left}$$

Нашли, чemu
равно **c**

$$x \in [left; right] \rightarrow [-1; 1]$$

$$\begin{cases} k * left + c = -1 \\ k * right + c = 1 \end{cases}$$

$$c = -1 - k * left$$

$$k * right + c = k * right - 1 - k * left = 1$$

$$c = -1 - k * left = -1 - \frac{2 * left}{right - left} = \frac{-right - left}{right - left} = \frac{right + left}{left - right}$$

$$k = \frac{2}{right - left}$$

$$c = \frac{right + left}{left - right}$$

$$k_x = \frac{2}{right - left}$$

$$c_x = \frac{right + left}{left - right}$$

$$x \in [left; right] \rightarrow [-1; 1]$$
$$y \in [bottom; top] \rightarrow [-1; 1]$$

То же самое –
для у

$$k_x = \frac{2}{right - left}$$

$$c_x = \frac{left + right}{left - right}$$

$$k_y = \frac{2}{top - bottom}$$

$$c_y = \frac{bottom + top}{bottom - top}$$

$$x \in [left; right] \rightarrow [-1; 1]$$
$$y \in [bottom; top] \rightarrow [-1; 1]$$

**Почти то же
самое – для z**

$$k_x = \frac{2}{right - left}$$

$$c_x = \frac{left + right}{left - right}$$

$$x \in [left; right] \rightarrow [-1; 1]$$

$$y \in [bottom; top] \rightarrow [-1; 1]$$

$$-z \in [-near; -far] \rightarrow [-1; 1]$$

$$k_z = \frac{2}{(-far) - (-near)} = \frac{2}{near - far}$$

$$c_z = \frac{(-far) + (-near)}{(-near) - (-far)} = \frac{near + far}{near - far}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{2}{right - left} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{top - bottom} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{near - far} & 0 \\ \frac{left + right}{left - right} & \frac{bottom + top}{bottom - top} & \frac{near + far}{near - far} & 1 \end{bmatrix}$$

$$k_z = \frac{2}{near - far}$$

$$c_z = \frac{near + far}{near - far}$$

$$k_x = \frac{2}{right - left}$$

$$c_x = \frac{left + right}{left - right}$$

$$k_y = \frac{2}{top - bottom}$$

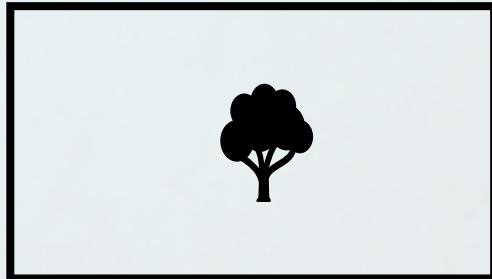
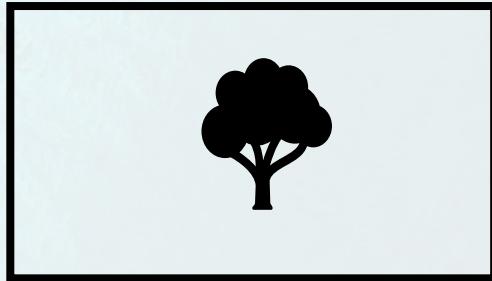
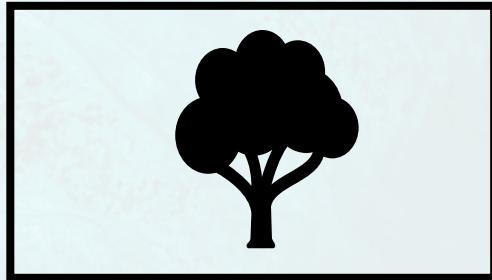
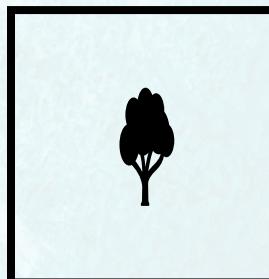
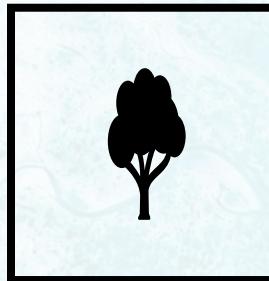
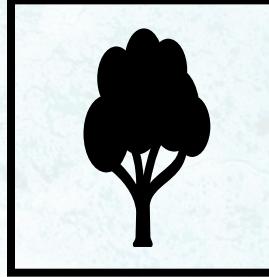
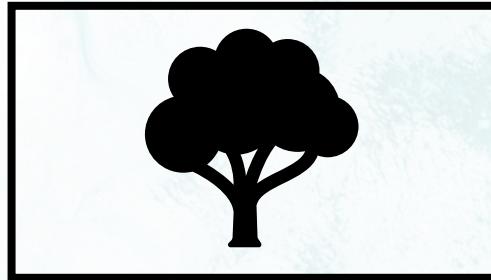
$$c_y = \frac{bottom + top}{bottom - top}$$

Проекция на плоскость

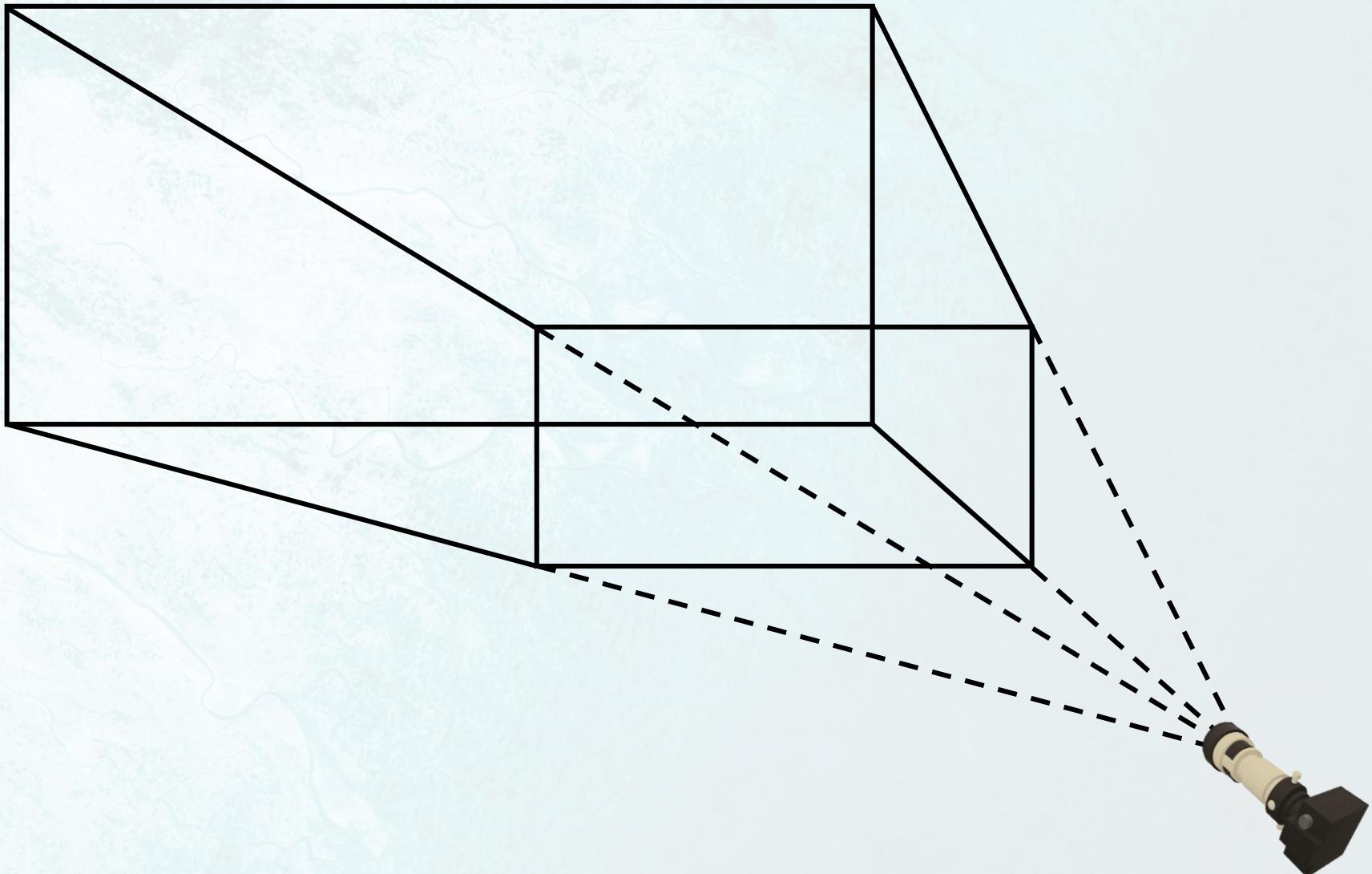
Проекция на сечение куба видимости
в нормализованных координатах

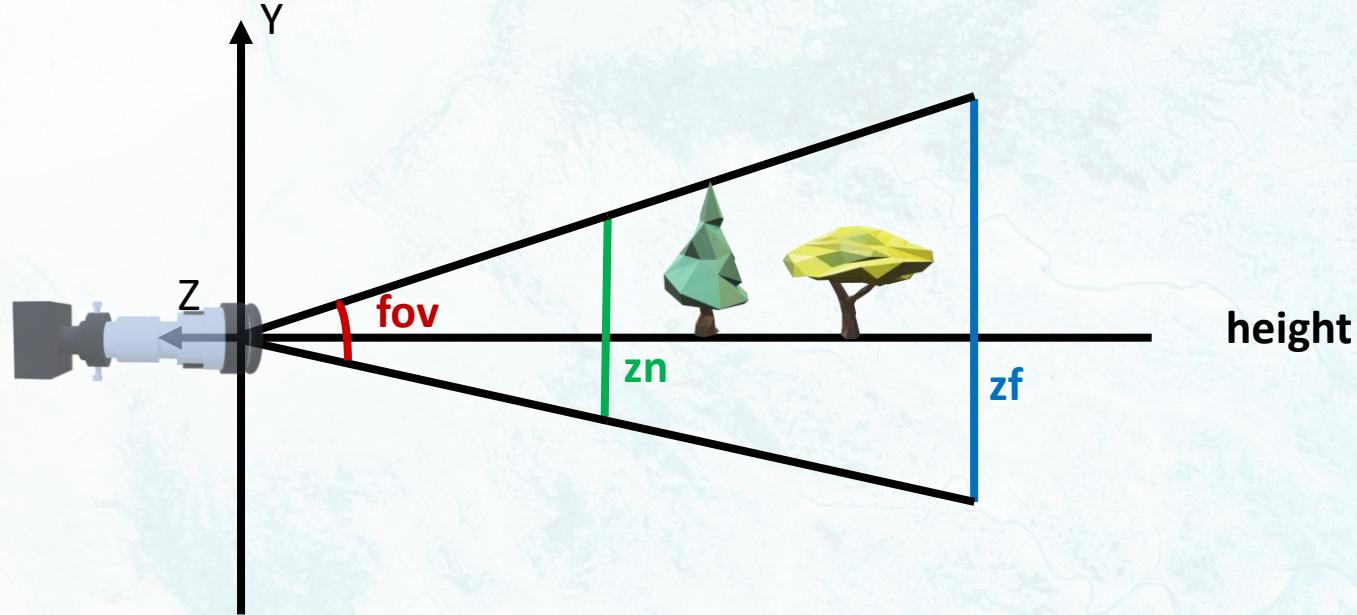
Изображение на экране

Увеличение -z



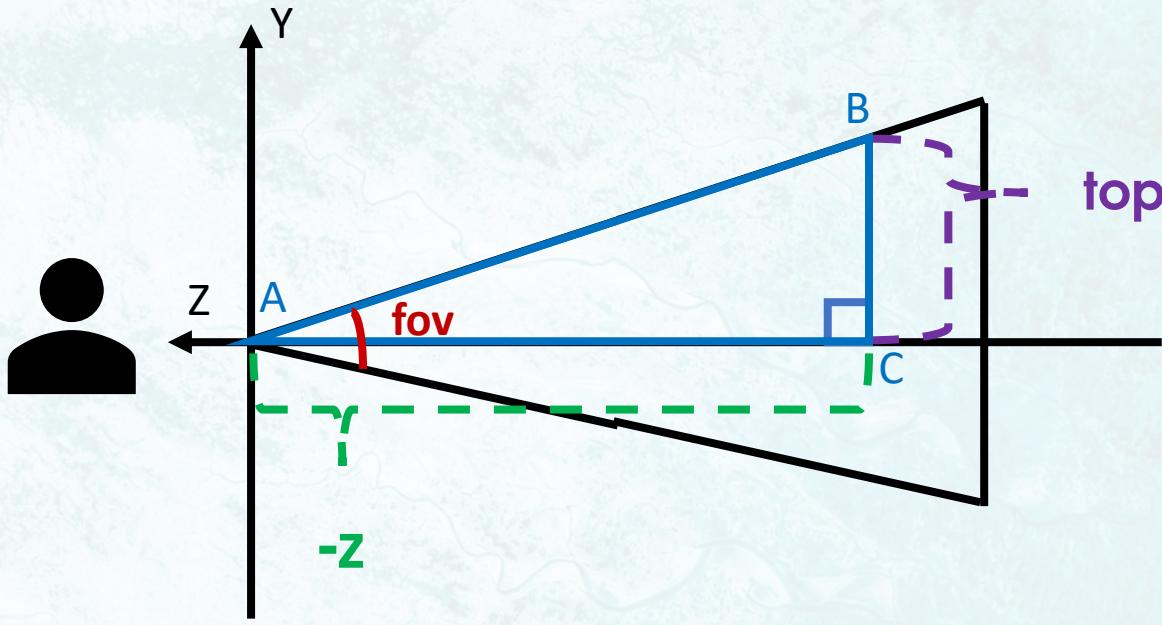
фrustum





*aspect * height*

- fov (field_of_view)** – телесный угол в вершине фrustума, ближайшей к точке наблюдения
- zn (z_near)** – минимальная координата по оси z, которую должна иметь точка, чтобы попасть в поле зрения
- zf (z_far)** – максимальная координата по оси z, которую может иметь точка, чтобы попасть в поле зрения
- aspect** – отношение ширины сечения фrustума к высоте



fov (field of view) - телесный угол в вершине фrustума, ближайшей к точке наблюдения

top – наибольшая координата по оси у, которую может иметь точка, чтобы попасть внутрь фrustума

$$\frac{\text{top}}{-z} = \operatorname{tg}\left(\frac{\text{fov}}{2}\right)$$

$$\frac{top}{-z} = \operatorname{tg}\left(\frac{fov}{2}\right)$$

$$top = -z * \operatorname{tg}\left(\frac{fov}{2}\right)$$

**определим
зависимость
top от -z и fov**

$$\frac{top}{-z} = \operatorname{tg}\left(\frac{fov}{2}\right)$$

$$top = -z * \operatorname{tg}\left(\frac{fov}{2}\right)$$

$$y_{normalized} = \frac{y}{top}$$

**определим
зависимость
нормализованной
координаты у от
top**

$$\frac{top}{-z} = \operatorname{tg}\left(\frac{fov}{2}\right)$$

$$top = -z * \operatorname{tg}\left(\frac{fov}{2}\right)$$

$$y_{normalized} = \frac{y}{top}$$

$$y_{normalized} = \frac{y}{-z * \operatorname{tg}\left(\frac{fov}{2}\right)}$$

**определим
зависимость
нормализованной
координаты y от $-z$
и fov**

введем обозначение

$$y_{normalized} = \frac{y * f}{-z} \text{ где } f = \frac{1}{tg\left(\frac{fov}{2}\right)} = tg\left(\frac{\pi}{2} + \frac{fov}{2}\right)$$

$$x_{normalized} = \frac{x}{right}$$

определим
зависимость
нормализованной
координаты x от
right*

***right** по аналогии с **top** - наибольшая координата по оси x,
которую может иметь точка, чтобы попасть внутрь фrustума 67

$$x_{normalized} = \frac{x}{right}$$

$$x_{normalized} = \frac{x}{top * aspect}$$

определим
зависимость
нормализованной
координаты x от
top и aspect

***right** по аналогии с **top** - наибольшая координата по оси x,
которую может иметь точка, чтобы попасть внутрь фrustума 68

$$top = \frac{-z}{f}$$

определим
зависимость
нормализованной
координаты x от
aspect, f и -z

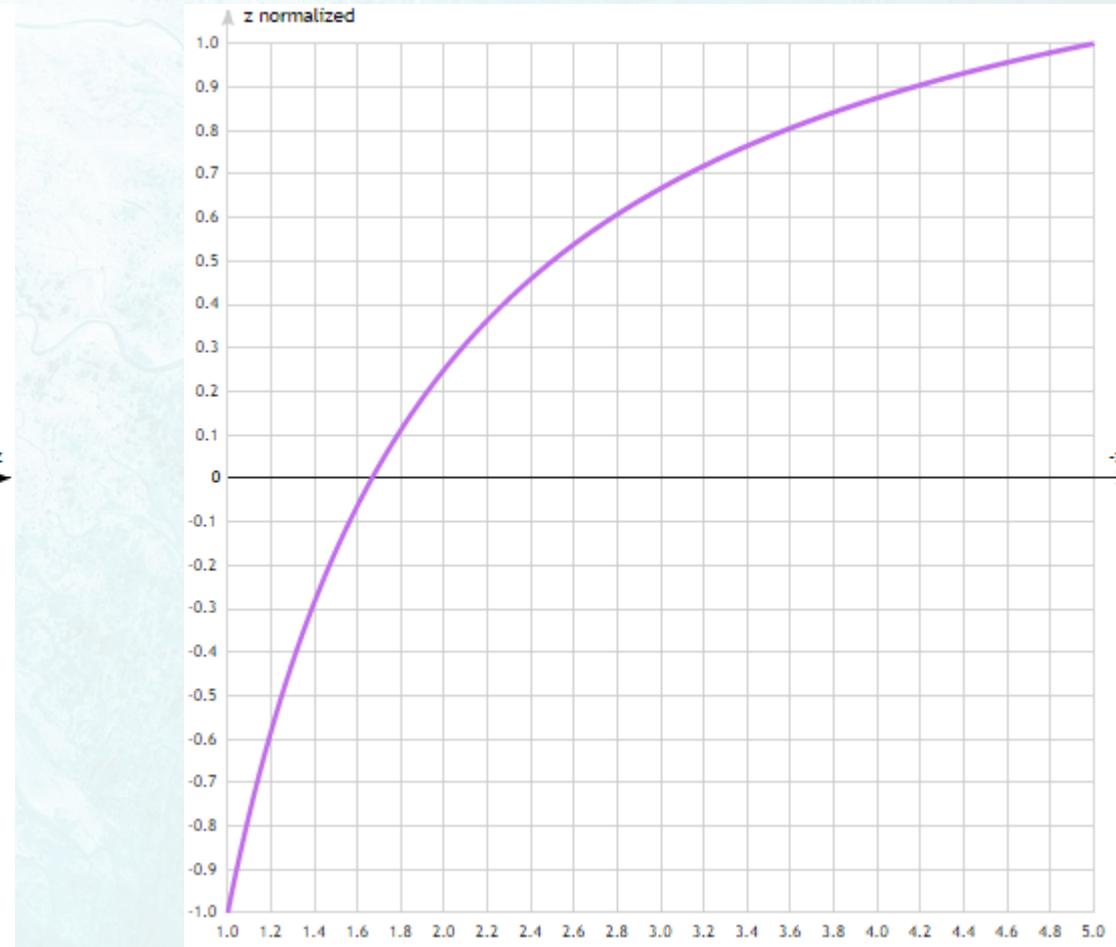
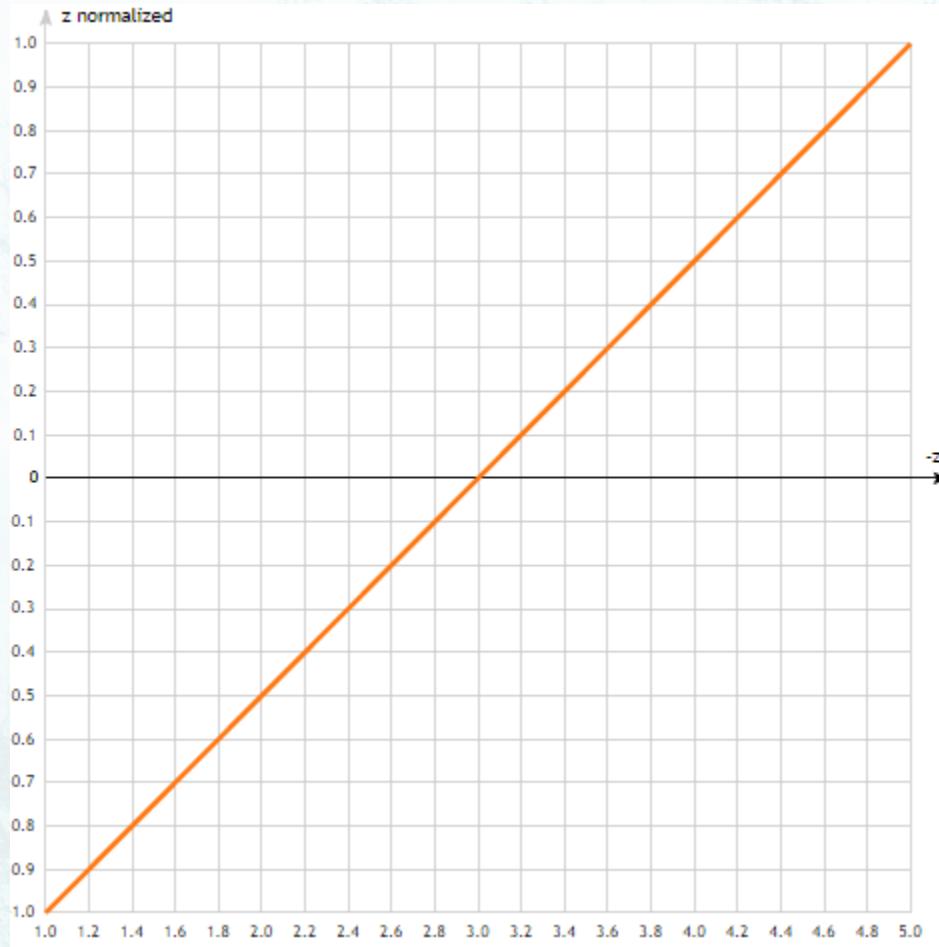
$$x_{normalized} = \frac{x}{right}$$

$$x_{normalized} = \frac{x}{top * aspect}$$

$$x_{normalized} = \frac{x * f}{-z * aspect}$$

***right** по аналогии с **top** - наибольшая координата по оси x,
которую может иметь точка, чтобы попасть внутрь фrustума 69

линейное отображение и отображение по закону обратной пропорциональности



$$f(x) = \frac{m}{x} + c$$

Функция обратной пропорциональности

$$-z \in [-near; -far] \rightarrow [-1; 1]$$

$$f(x) = \frac{m}{x} + c$$

$$\begin{cases} \frac{m}{-near} + c = -1 \\ \frac{m}{-far} + c = 1 \end{cases}$$

По двум известным точкам и характеру отображения в виде функции обратной пропорциональности составим систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{m}{-near} + c = -1 \\ \frac{m}{-far} + c = 1 \end{cases}$$

$$c = -1 - \frac{m}{-near}$$

Выразили **с** через
м, теперь
выполним
подстановку

$$\begin{cases} \frac{m}{-near} + c = -1 \\ \frac{m}{-far} + c = 1 \end{cases}$$

$$c = -1 - \frac{m}{-near}$$

$$\frac{m}{-far} + c = \frac{m}{-far} - 1 - \frac{m}{-near} = 1$$

**Нашли, чему
равно m**

$$\frac{-near + far}{near * far} = \frac{2}{m}$$

$$\begin{cases} \frac{m}{-near} + c = -1 \\ \frac{m}{-far} + c = 1 \end{cases}$$

$$c = -1 - \frac{m}{-near}$$

$$\frac{m}{-far} + c = \frac{m}{-far} - 1 - \frac{m}{-near} = 1$$

$$c = -1 - \frac{m}{-near} = -1 - \frac{2 * far}{near - far} = \frac{-near - far}{near - far}$$

$$m = -\frac{2 * near * far}{near - far}$$

**Нашли, чему
равно c**

$$\frac{-near + far}{near * far} = \frac{2}{m}$$

$$\begin{cases} \frac{m}{-near} + c = -1 \\ \frac{m}{-far} + c = 1 \end{cases}$$

$$c = -1 - \frac{m}{-near}$$

$$\frac{m}{-far} + c = \frac{m}{-far} - 1 - \frac{m}{-near} = 1$$

$$c = -1 - \frac{m}{-near} = -1 - \frac{2 * far}{near - far} = \frac{-near - far}{near - far}$$

$$m = -\frac{2 * near * far}{near - far}$$

$$c = \frac{-near - far}{near - far}$$

$$m = -\frac{2 * \text{near} * \text{far}}{\text{near} - \text{far}}$$

$$c = \frac{-\text{near} - \text{far}}{\text{near} - \text{far}}$$

Таким образом

$$z_{normalized} = \frac{m}{-z} + c = \frac{2 * \text{near} * \text{far}}{-z * (\text{near} - \text{far})} - \frac{\text{near} + \text{far}}{\text{near} - \text{far}}$$

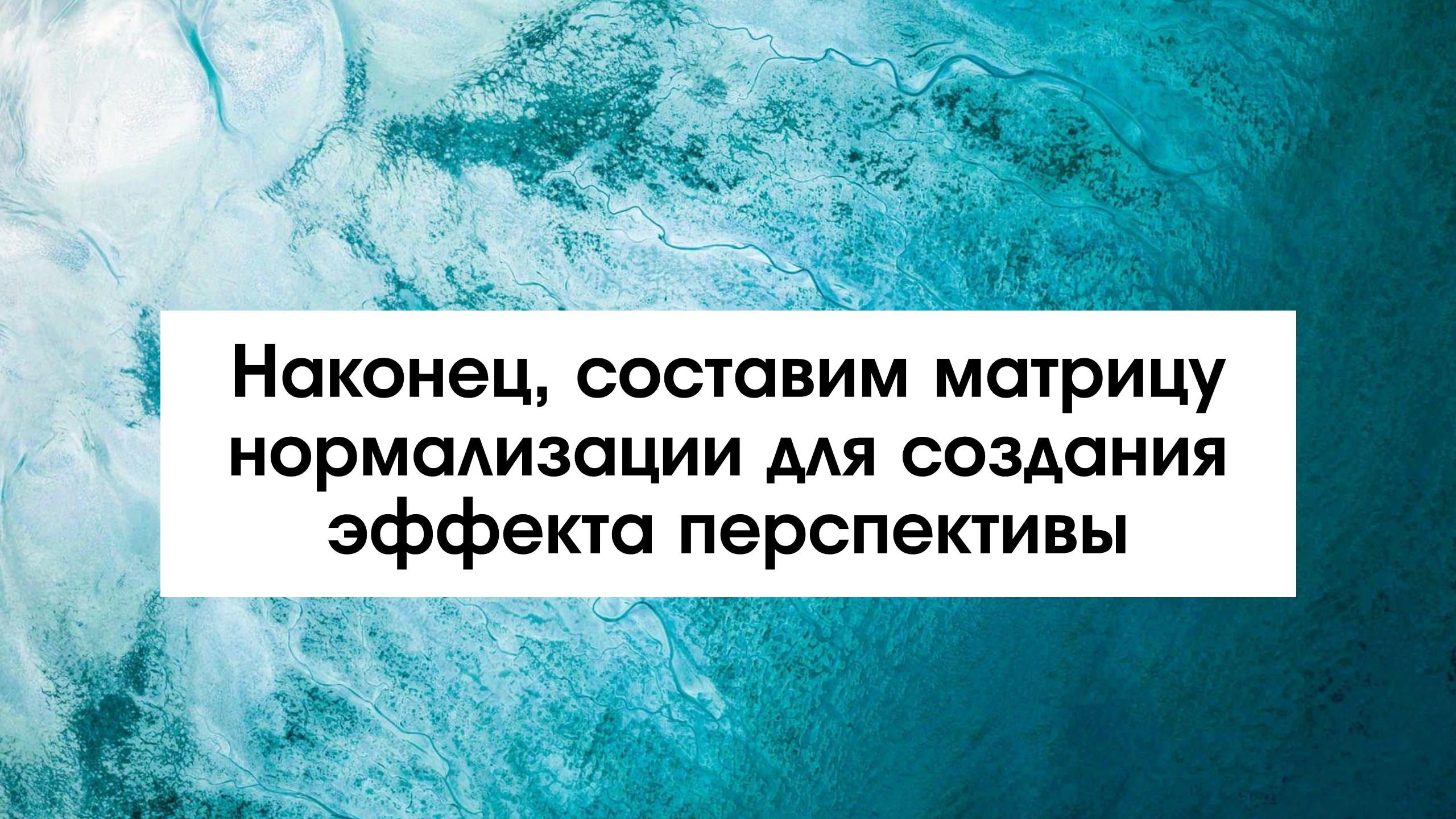
Clip coordinates

$$x_{clip} = \frac{x * f}{aspect}$$

$$y_{clip} = y * f$$

$$z_{clip} = z * \frac{near + far}{near - far} + \frac{2 * near * far}{near - far}$$

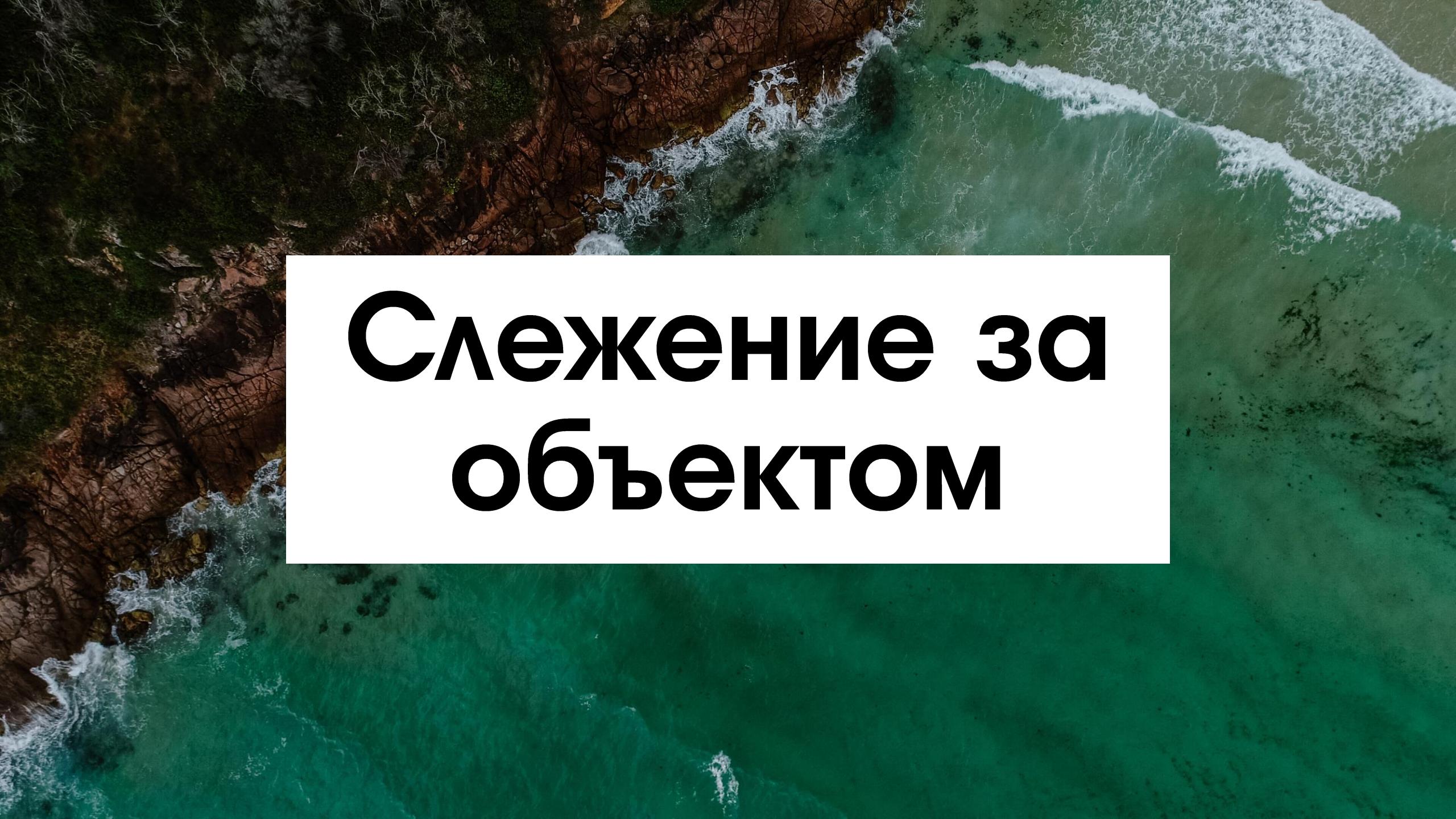
$$w_{clip} = -z$$



**Наконец, составим матрицу
нормализации для создания
эффекта перспективы**

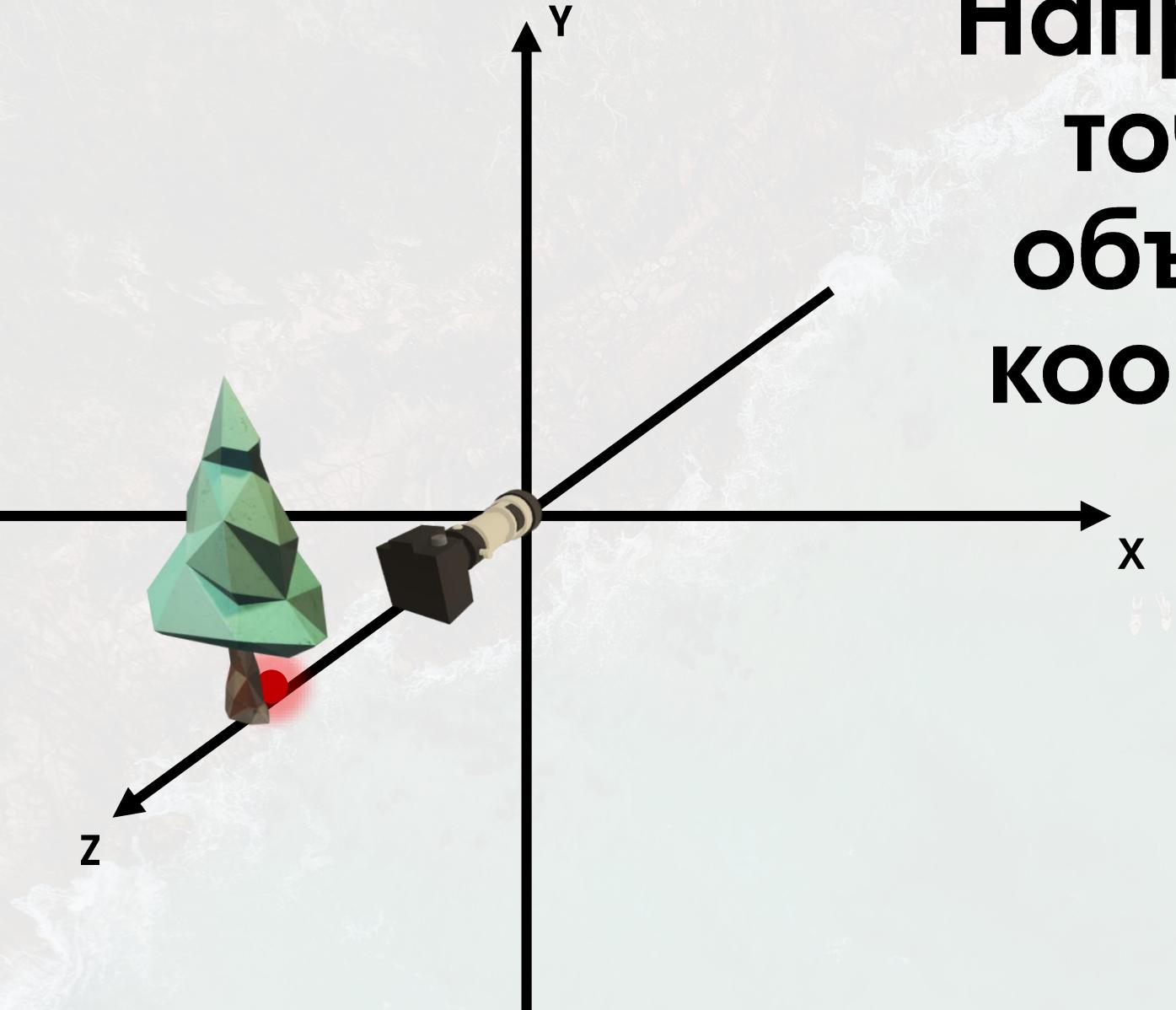
$$\begin{bmatrix} \frac{f}{\text{aspect}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\text{near} + \text{far}}{\text{near} - \text{far}} & -1 \\ 0 & 0 & \frac{2 * \text{near} * \text{far}}{\text{near} - \text{far}} & 0 \end{bmatrix}$$

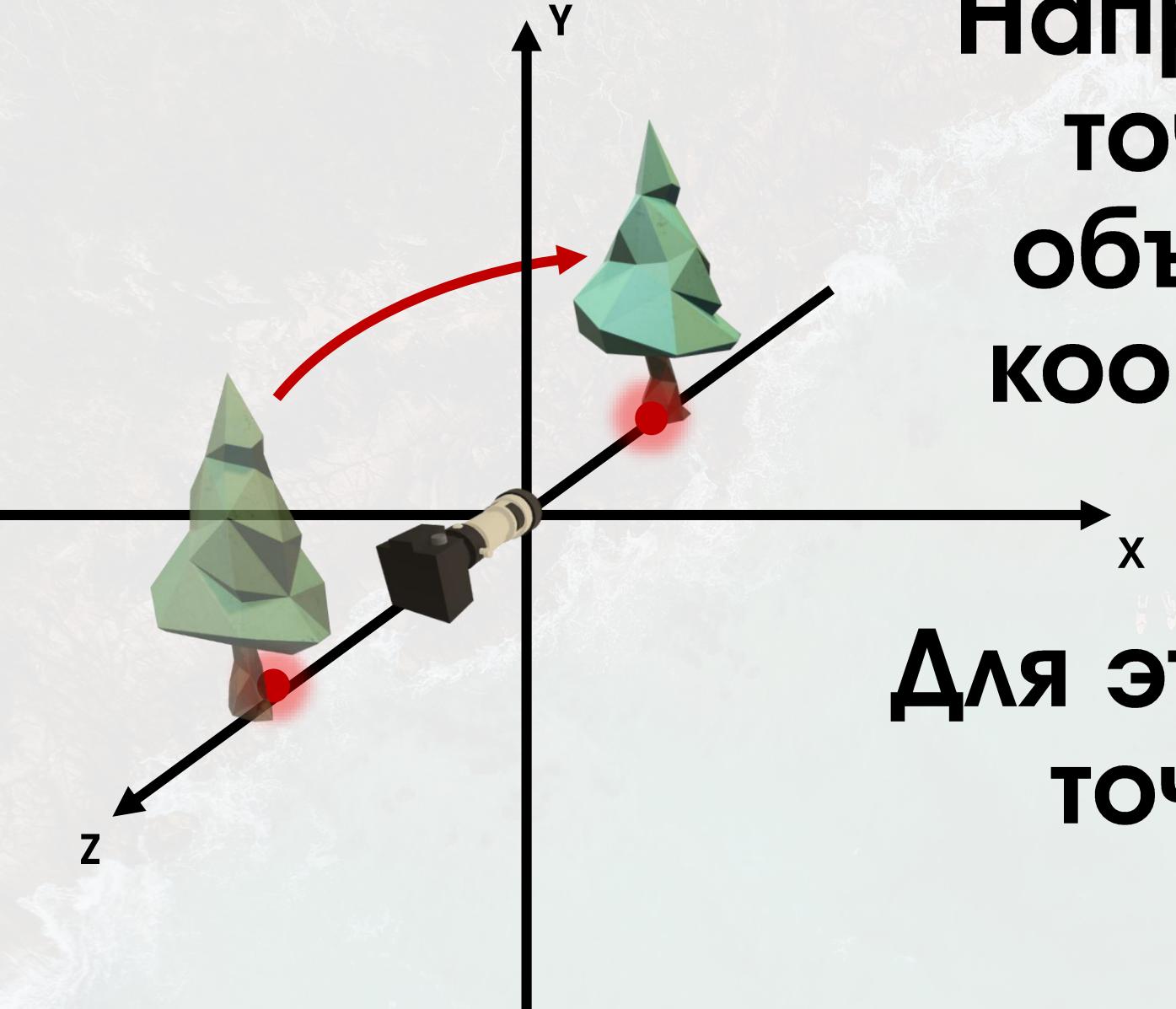
где $f = \frac{1}{\operatorname{tg}\left(\frac{\text{fov}}{2}\right)} = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\text{fov}}{2}\right)$

The background image shows an aerial perspective of a rugged coastline. A dense forest of dark green trees covers the upper left portion of the cliffside, while the lower slopes and the base are composed of large, reddish-brown rock formations. The ocean below is a vibrant turquoise color, with white-capped waves crashing against the rocks at the shoreline.

Слежение за объектом

Направим камеру на
точку некоторого
объекта, имеющую
координаты **(0; 0; 4)**





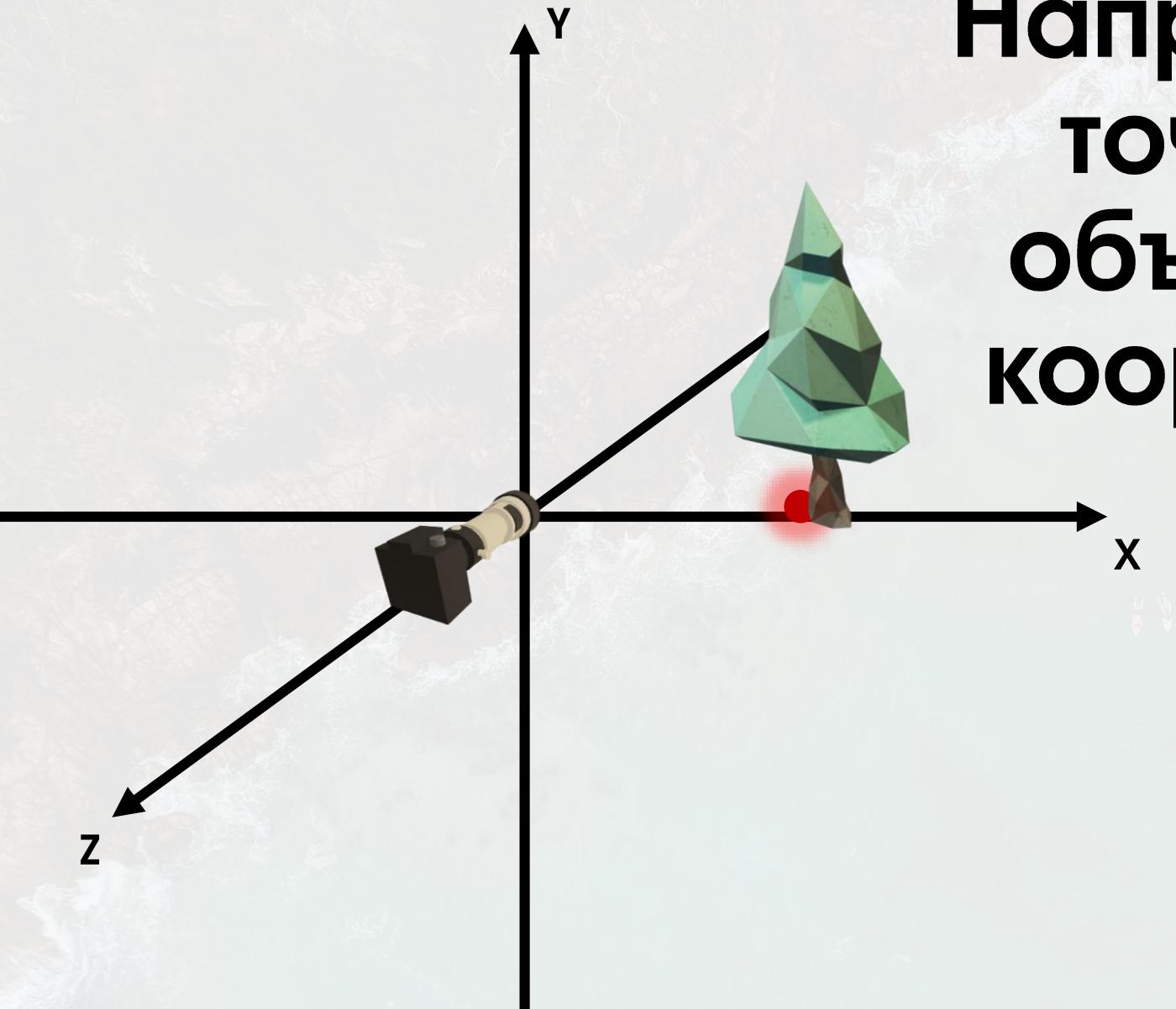
Направим камеру на
точку некоторого
объекта, имеющую
координаты **(0; 0; 4)**

Для этого переместим
точку в позицию
(0; 0; -4)

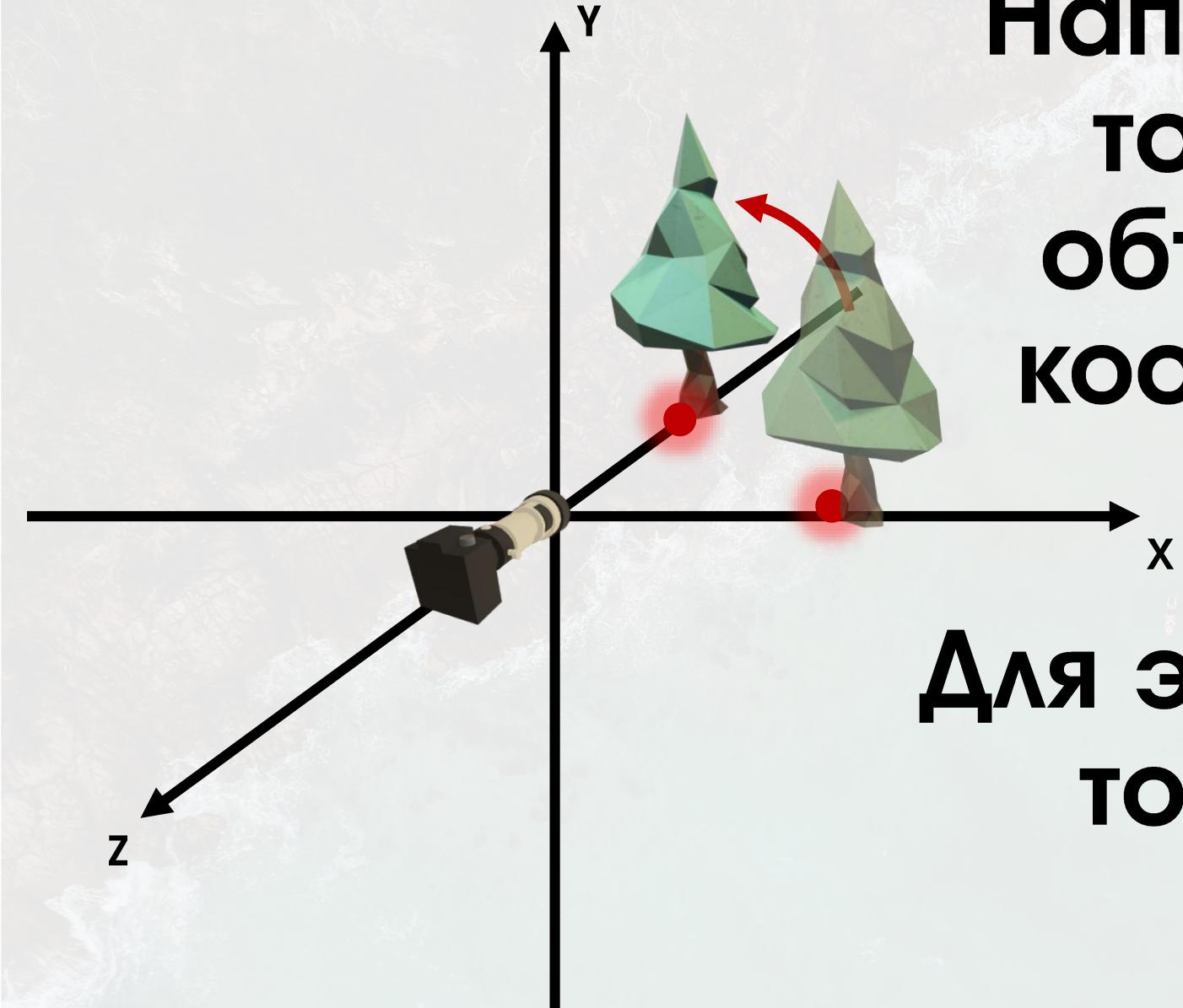
Используем матричное умножение

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 4 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -4 & 1 \end{bmatrix}$$

Направим камеру на
точку некоторого
объекта, имеющую
координаты **(4; 0; 0)**



Направим камеру на
точку некоторого
объекта, имеющую
координаты **(4; 0; 0)**

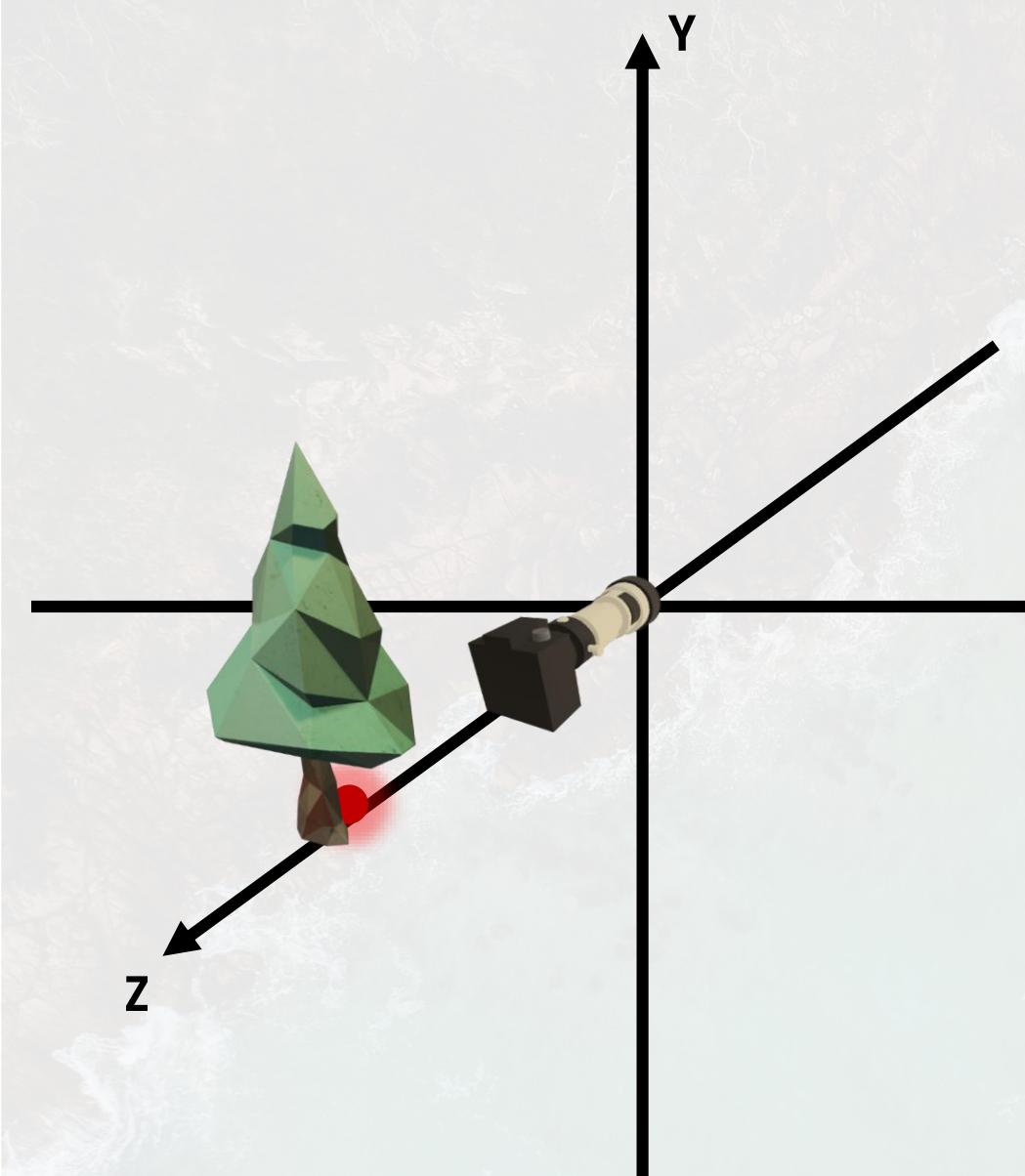


Для этого переместим
точку в позицию
(0; 0; -4)

Используем матричное умножение

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -4 & 1 \end{bmatrix}$$

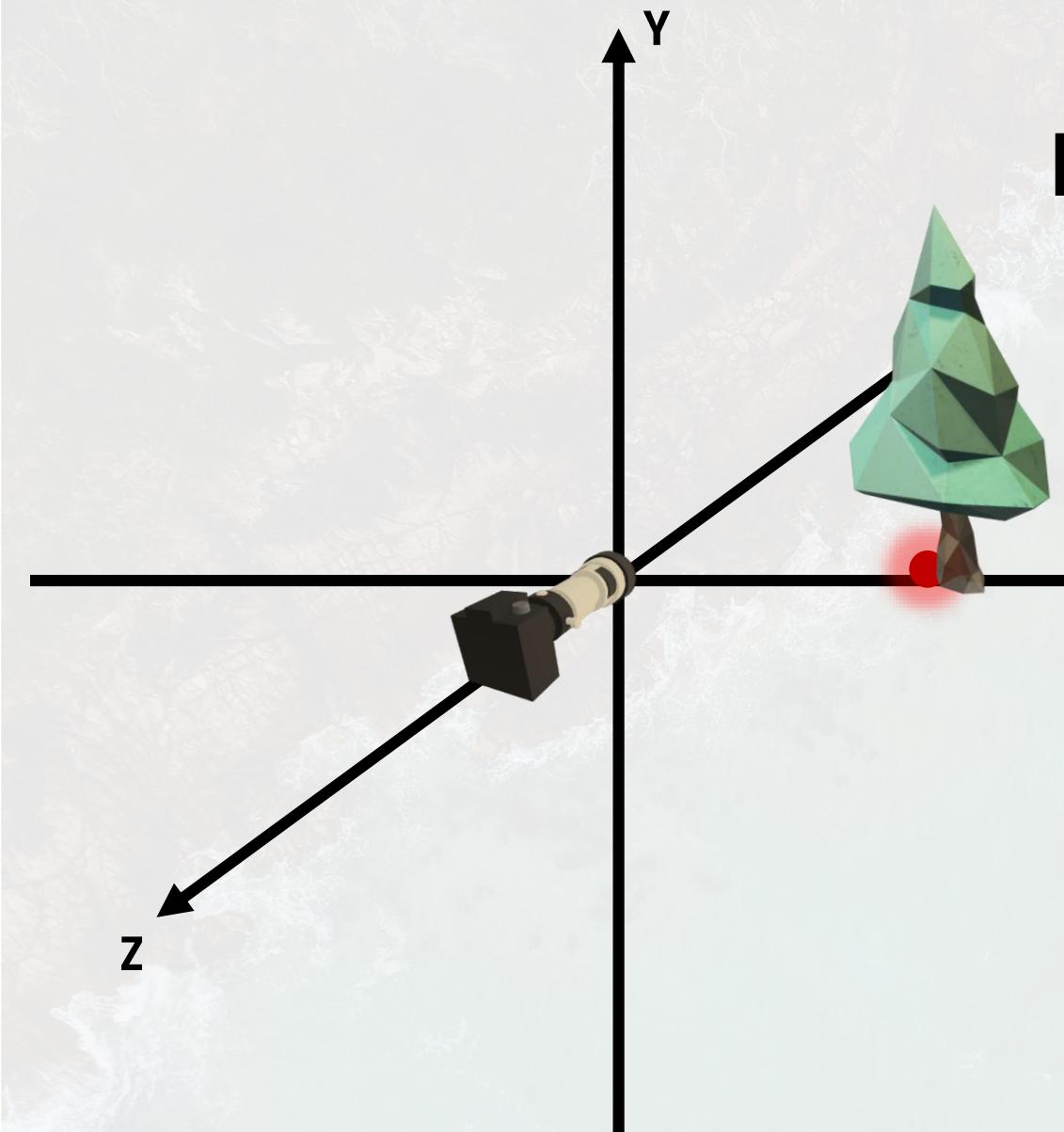
**Заменим задачу
перемещения точки на
задачу перемещения
координатных осей
в первом случае**



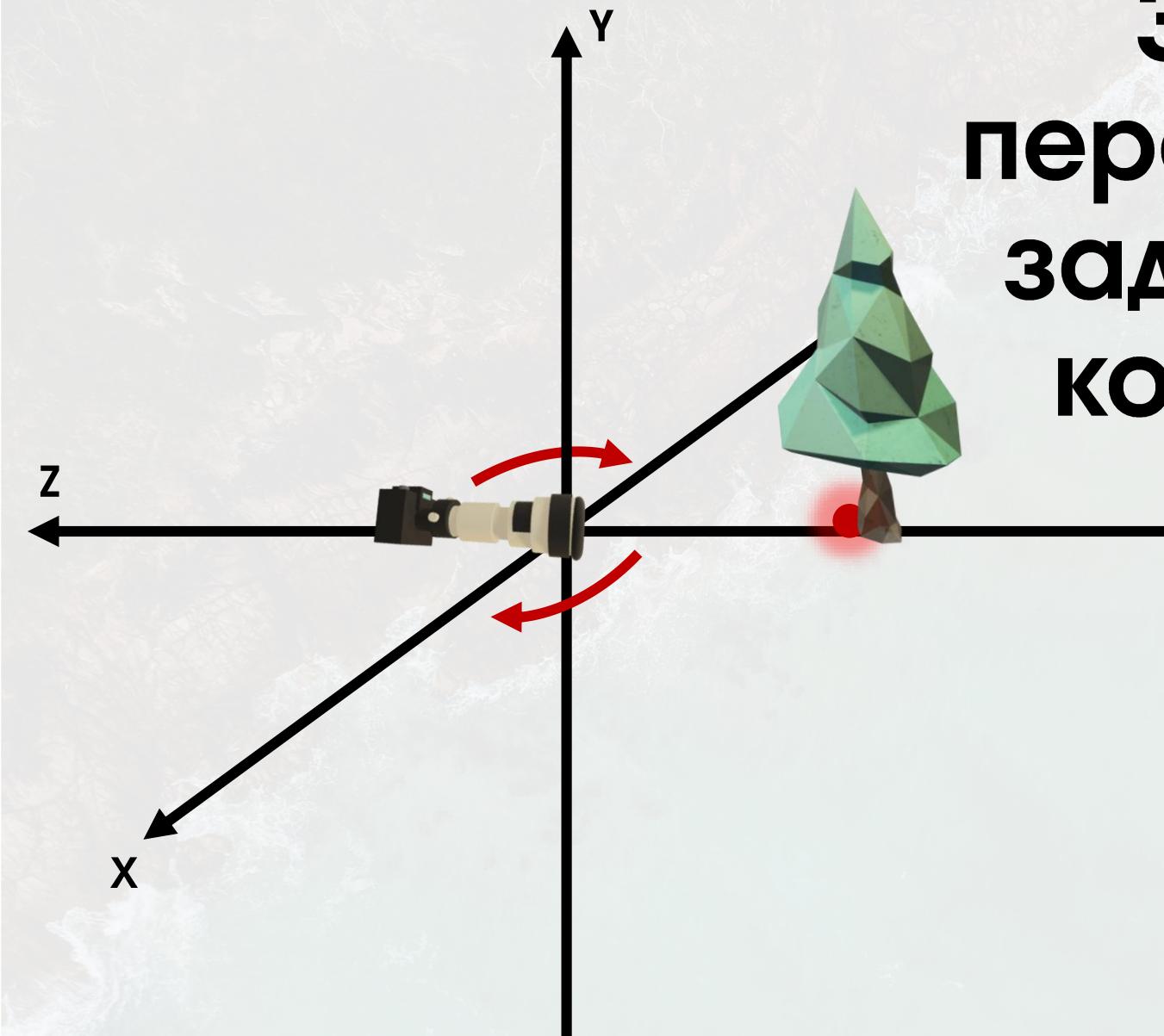
**Заменим задачу
перемещения точки на
задачу перемещения
координатных осей
в первом случае**



**Заменим задачу
перемещения точки на
задачу перемещения
координатных осей
во втором случае**



**Заменим задачу
перемещения точки на
задачу перемещения
координатных осей
во втором случае**



Направим камеру на
точку некоторого
объекта, имеющую
координаты **(-3; 0; -4)**





Направим камеру на
точку некоторого
объекта, имеющую
координаты **(-3; 0; -4)**

Для этого переместим
точку в позицию
(0; 0; -5)

Найдем необходимую матрицу

Из координат $x (-3)$ и $z (-4)$ должна получиться новая координата $z = -5$,
то есть

$$-3a - 4b = -5$$

Найдем необходимую матрицу

Из координат x (-3) и z (-4) должна получиться новая координата $z = -5$,
то есть

$$-3a - 4b = -5$$

$$b = \frac{-3a + 5}{4}$$

Найдем необходимую матрицу

Из координат $x (-3)$ и $z (-4)$ должна получиться новая координата $x = 0$,
то есть

$$-3c - 4d = 0$$

$$d = -\frac{3}{4}c$$

Необходимая матрица имеет вид

$$\begin{bmatrix} c & 0 & a & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{4}c & 0 & \frac{5 - 3a}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Введем ограничение – первые 3 строки представляют собой единичные вектора, тогда

$$\begin{cases} \sqrt{a^2 + c^2} = 1 \\ \sqrt{\left(\frac{3}{4}c\right)^2 + \left(\frac{5 - 3a}{4}\right)^2} = 1 \end{cases}$$

Из

$$\sqrt{a^2 + c^2} = 1$$

следует, что

$$c^2 = 1 - a^2$$

**Тогда, если подставить это во второе
уравнение системы, то**

$$9 - 9a^2 + 25 - 30a + 9a^2 = 16$$

$$34 - 30a = 16$$

$$a = \frac{18}{30} = 0,6$$

$$c = \sqrt{1 - 0,36} = 0,8$$

Значит искомая матрица имеет вид

$$\begin{bmatrix} 0,8 & 0 & 0,6 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -0,6 & 0 & 0,8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

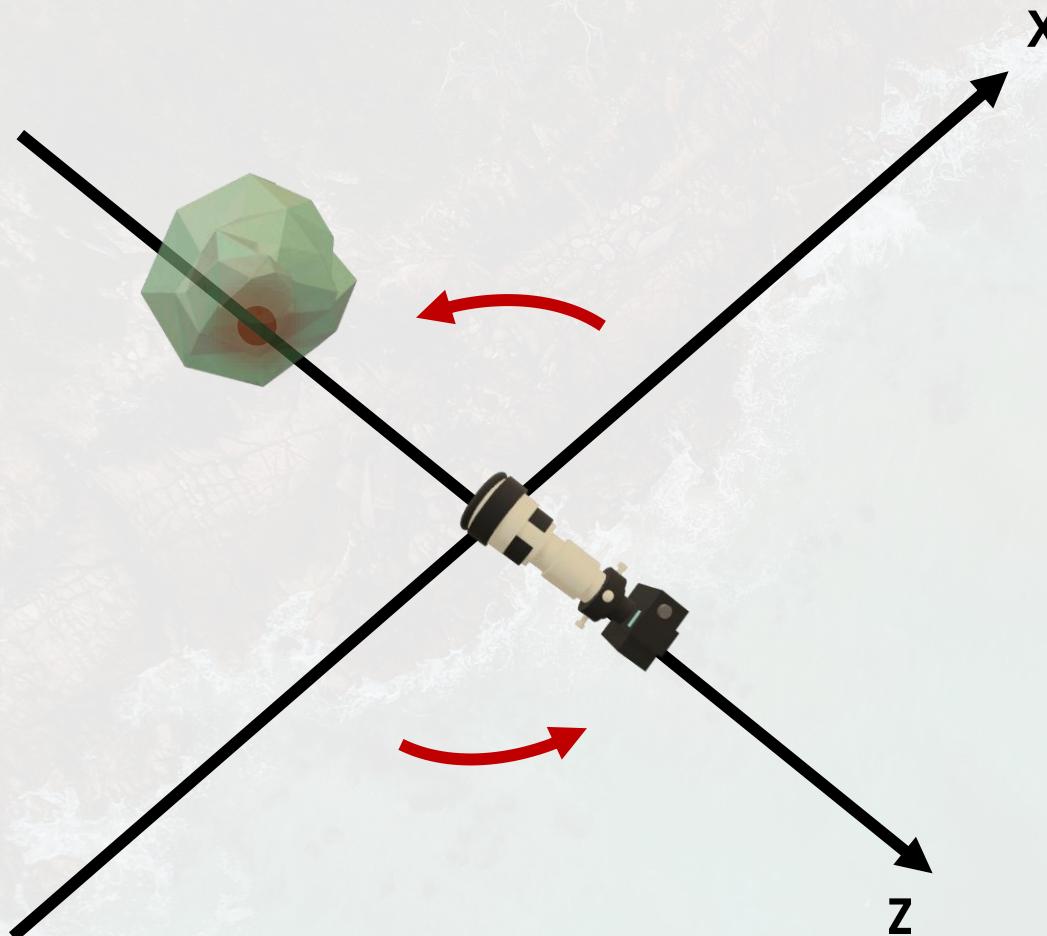
Проверим полученный результат

$$[-3 \ 0 \ -4 \ 1] * \begin{bmatrix} 0,8 & 0 & 0,6 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -0,6 & 0 & 0,8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

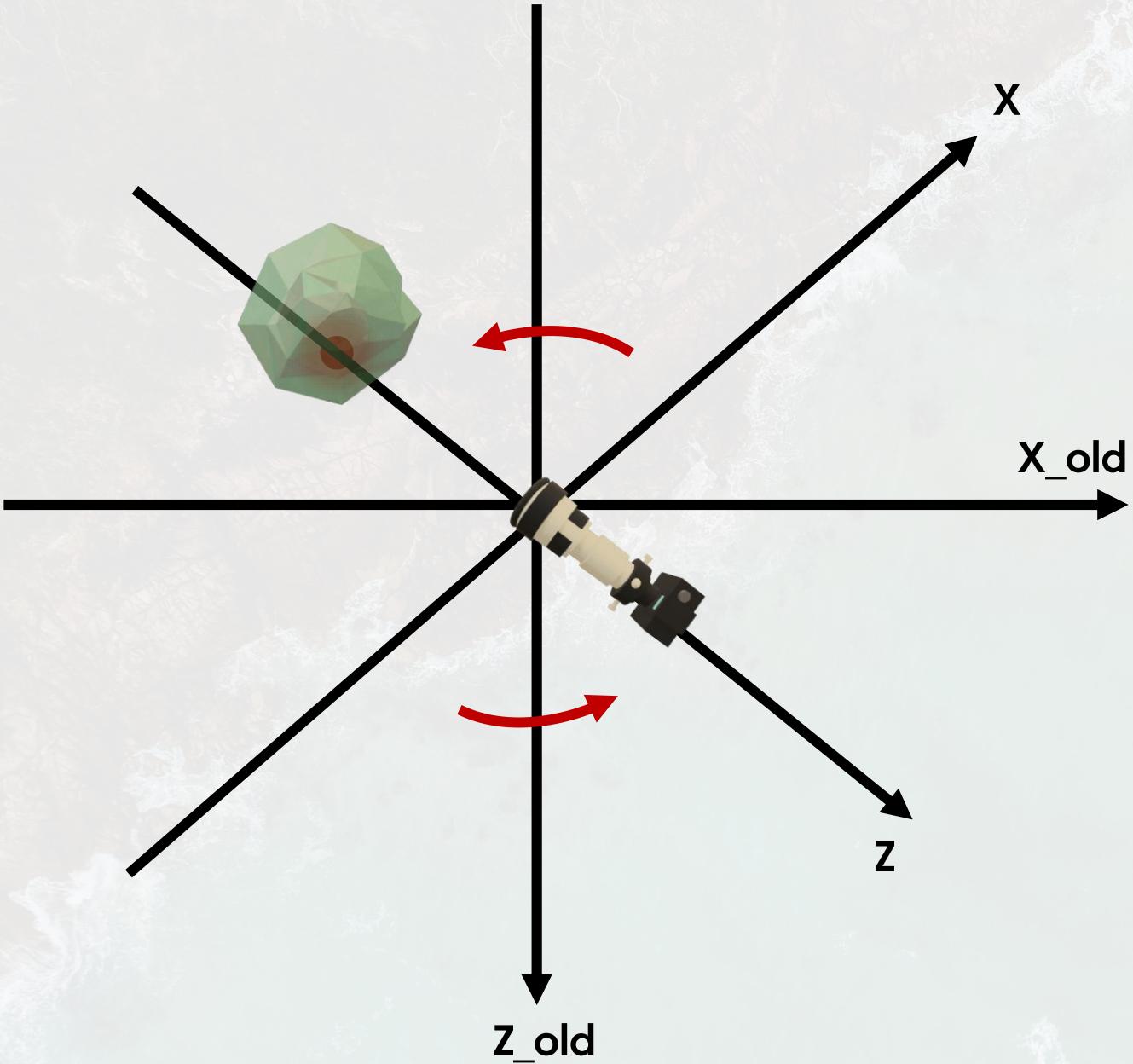
$$= [-2,4 + 2,4 \ 0 \ -1,8 - 3,2 \ 1] = [0 \ 0 \ -5 \ 1]$$

**Заменим задачу
перемещения точки на
задачу перемещения
координатных осей**



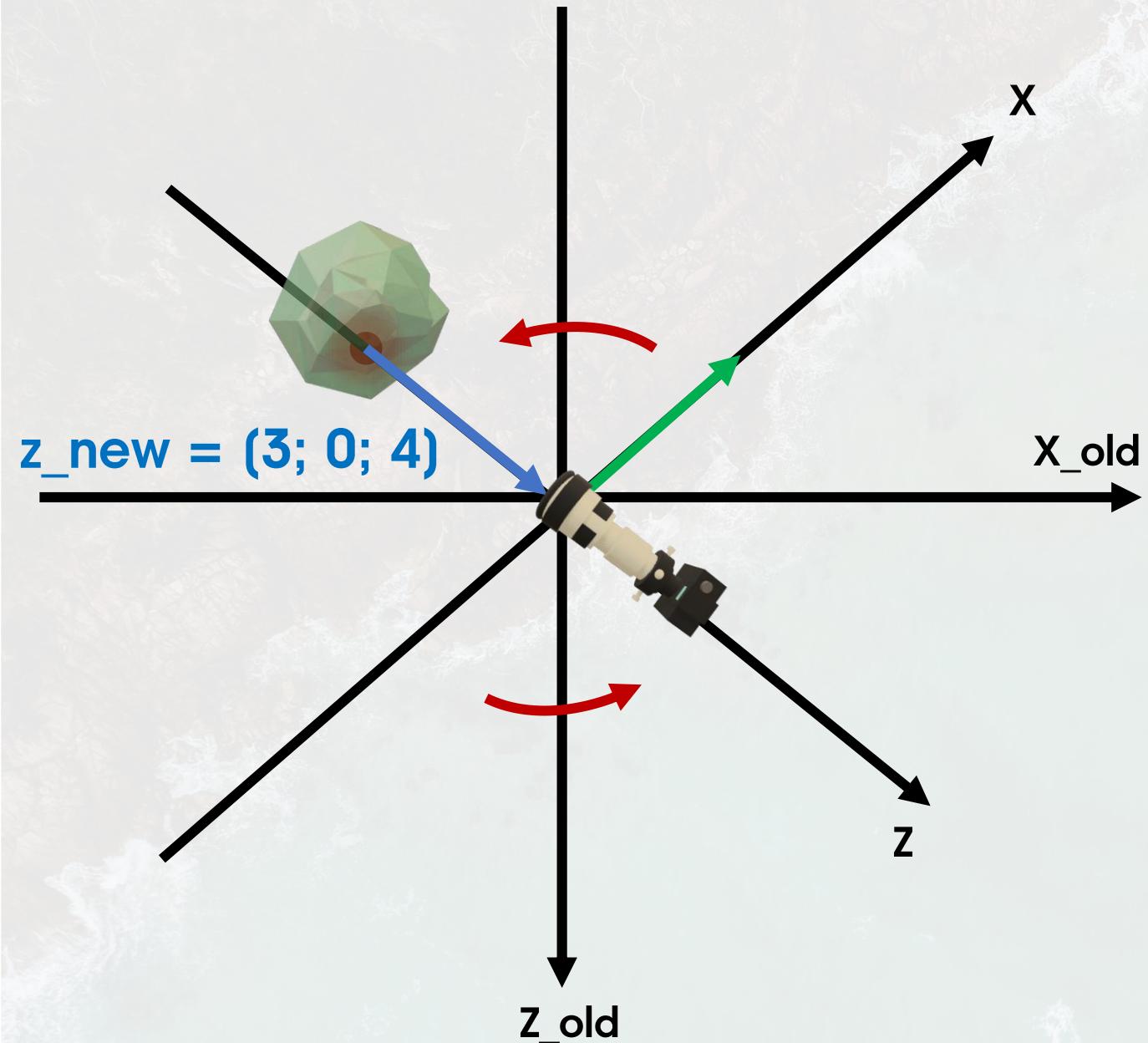


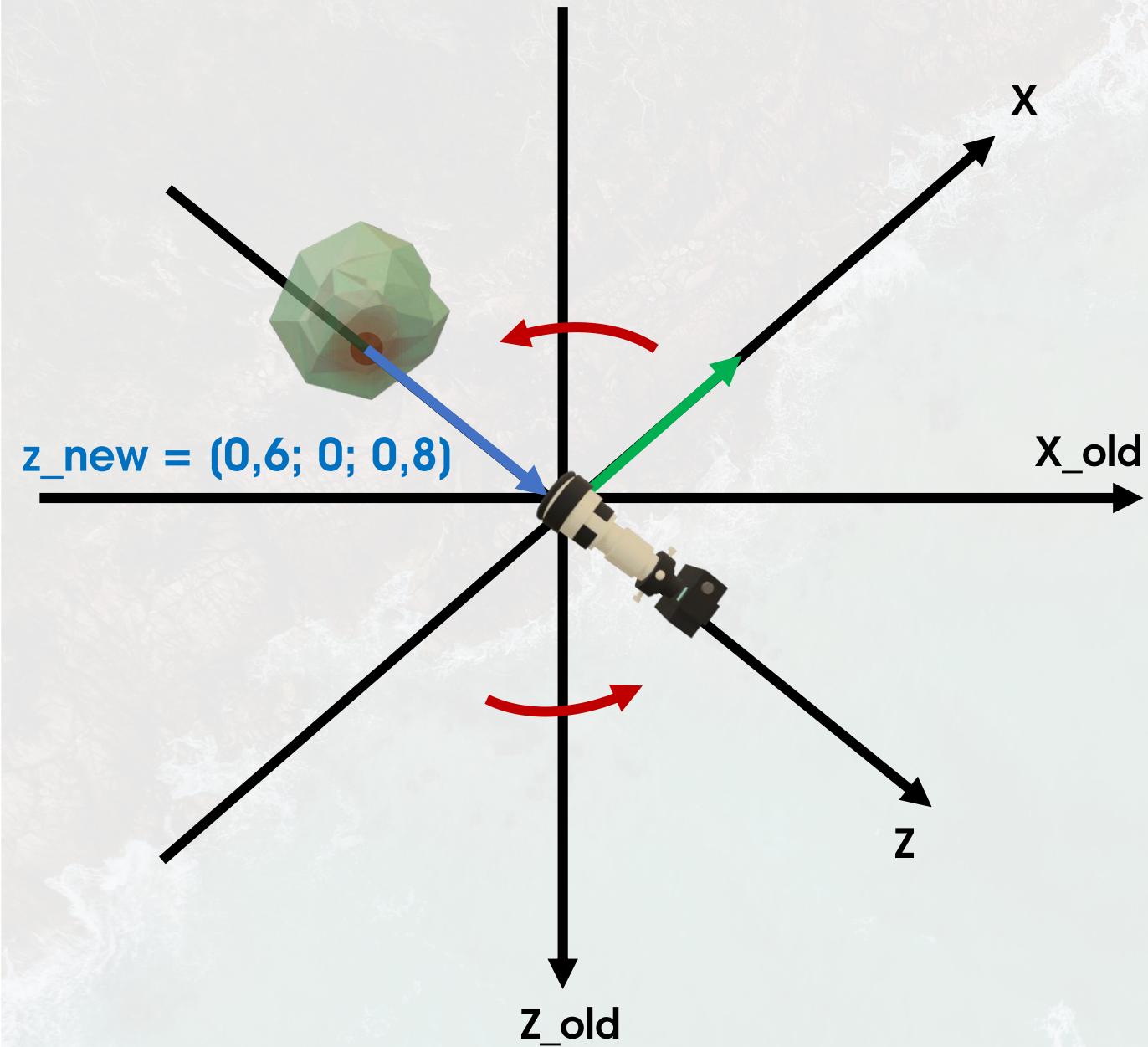
**Заменим задачу
перемещения точки
на задачу
перемещения
координатных осей**



Заменим
задачу
перемещения
точки на
задачу
перемещения
координатных
осей

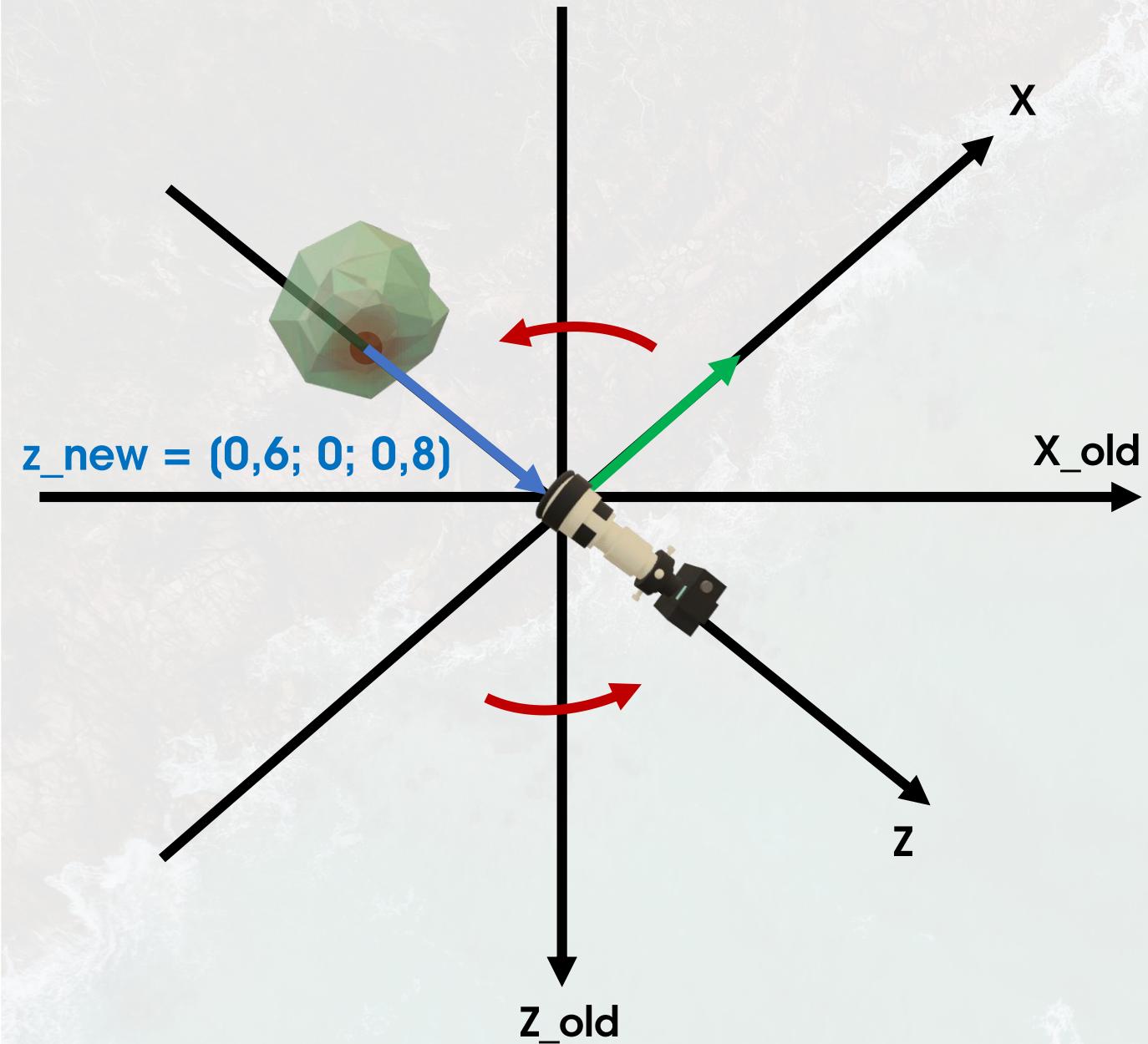
**Определим
координаты
вектора,
задающего
новое
направление
оси Z, в старой
системе
координат**



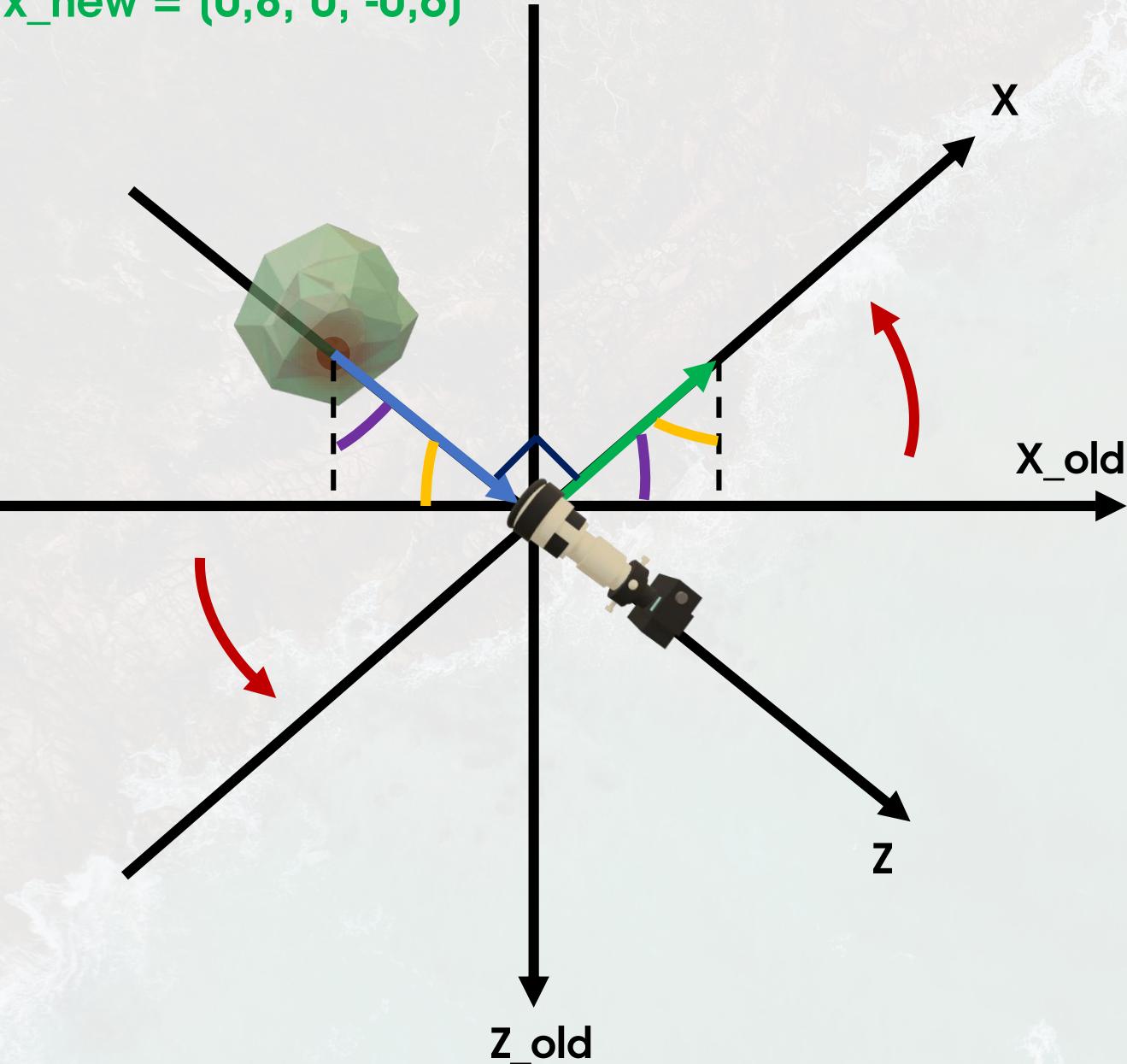


**Выполним
нормализацию**

**Определим
координаты
вектора,
задающего
новое
направление
оси X, в старой
системе
координат**



$z_{\text{new}} = (0,6; 0; 0,8)$
 $x_{\text{new}} = (0,8; 0; -0,6)$



Определим
координаты
вектора,
задающего
новое
направление
оси X, в старой
системе
координат

**Интерпретация вектора z_new –
определение того, как
распределится старое значение z
на координатные оси, если ось Z
будет ориентирована в
направлении вектора z_new**

**Интерпретация вектора z_{new} в
контексте матрицы поворота
вокруг оси OY – определение угла
поворота оси OZ относительно
исходного положения**

$$\begin{bmatrix} 0,8 & 0 & -0,6 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0,6 & 0 & 0,8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

**Матрица,
состоящая из
координат
новых векторов**

$$\begin{bmatrix} 0,8 & 0 & -0,6 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0,6 & 0 & 0,8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} c & 0 & -s & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ s & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\cos(\alpha) = 0,8 \quad \sin(\alpha) = 0,6$$
$$\alpha \approx 36,89$$

Сравним с
матрицей
поворота
вокруг оси ОY

$$\begin{bmatrix} 0,8 & 0 & -0,6 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0,6 & 0 & 0,8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

**С помощью матрицы можно
сделать поворот объекта на
36,89 градусов, но нам нужно
поворнуть не объект, а камеру**

Для перехода от поворота координатных осей обратно к повороту объекта возьмем такую матрицу, которая бы выполняла такой же поворот, но в обратном направлении

$$\begin{bmatrix} 0,8 & 0 & -0,6 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0,6 & 0 & 0,8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * ? = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

**Обратная матрица совпадает с
той, которую мы получили ранее
другим способом**

$$\begin{bmatrix} 0,8 & 0 & -0,6 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0,6 & 0 & 0,8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0,8 & 0 & 0,6 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -0,6 & 0 & 0,8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0,8 & 0 & 0,6 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -0,6 & 0 & 0,8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} c & 0 & -s & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ s & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \cos(\alpha) &= 0,8 & \sin(\alpha) &= -0,6 \\ \alpha &\approx -36,89 \end{aligned}$$

Сравним с
матрицей
поворота
вокруг оси ОY

The background of the slide is a high-angle aerial photograph of a rugged coastline. On the left, a steep, dark brown cliff face covered in sparse, dry vegetation. The right side shows the ocean with bright turquoise-blue water and white-capped waves crashing against the rocks. A large, solid white rectangular box is positioned in the center-left area of the slide.

Обобщение результатов

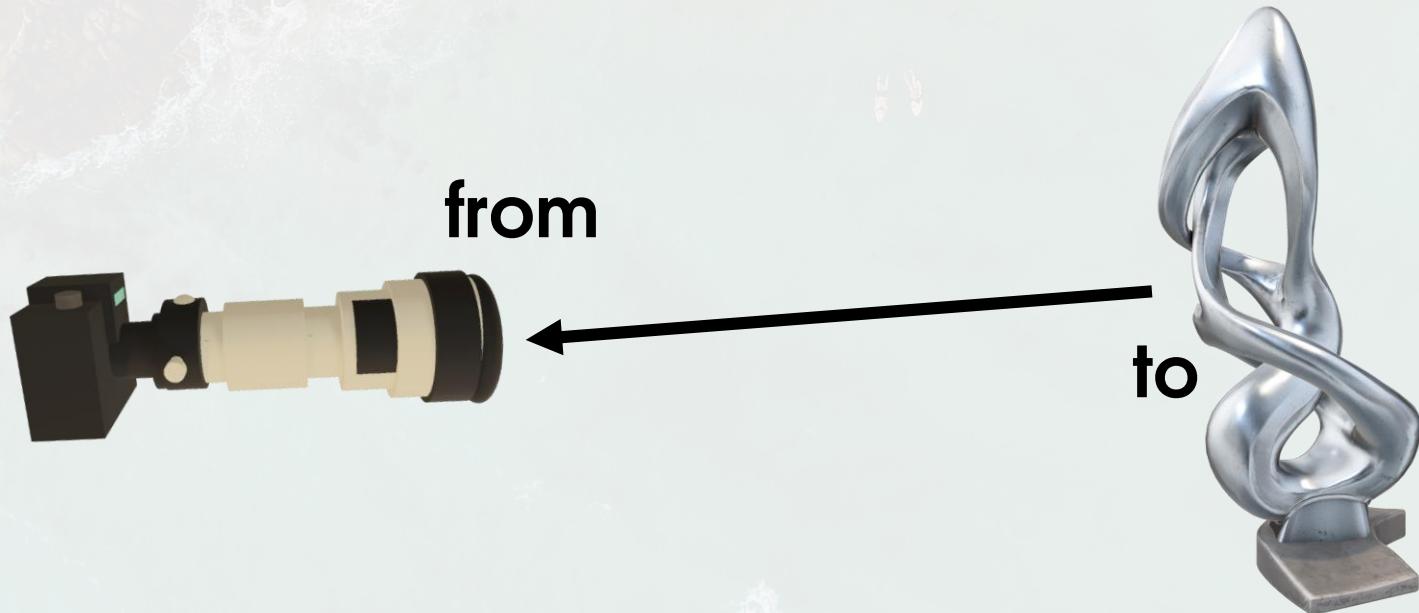
Матрица слежения за объектом

$$\begin{bmatrix} x_{new_x} & x_{new_y} & x_{new_z} & 0 \\ y_{new_x} & y_{new_y} & y_{new_z} & 0 \\ z_{new_x} & z_{new_y} & z_{new_z} & 0 \\ from_x & from_y & from_z & 1 \end{bmatrix}$$


НОВЫЕ КООРДИНАТЫ КАМЕРЫ

$$\mathbf{z}_{new} = \left(\frac{from_x - to_x}{length}, \frac{from_y - to_y}{length}, \frac{from_z - to_z}{length} \right)$$

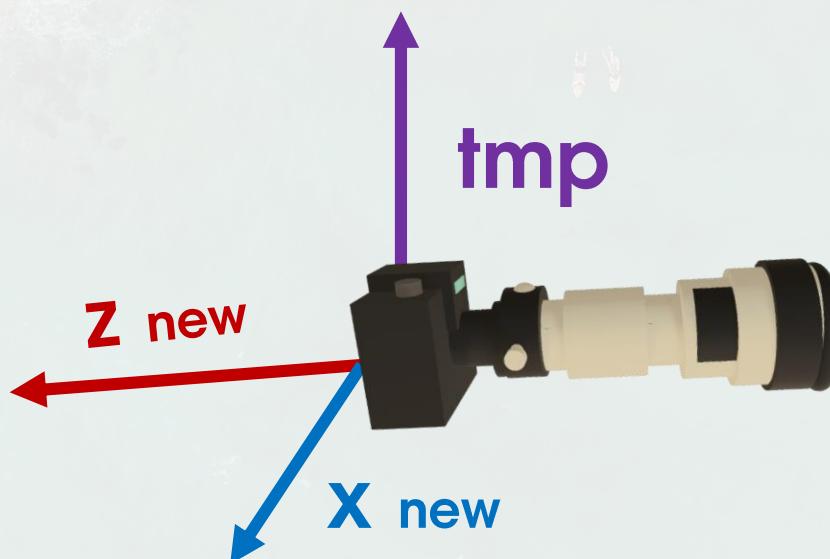
$$length = \sqrt{(from_x - to_x)^2 + (from_y - to_y)^2 + (from_z - to_z)^2}$$



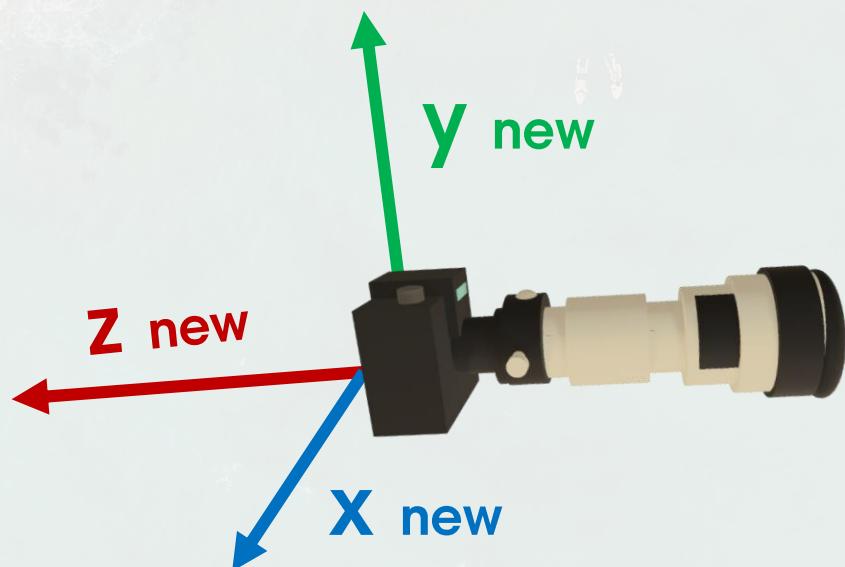
$$tmp = (0, 1, 0)$$

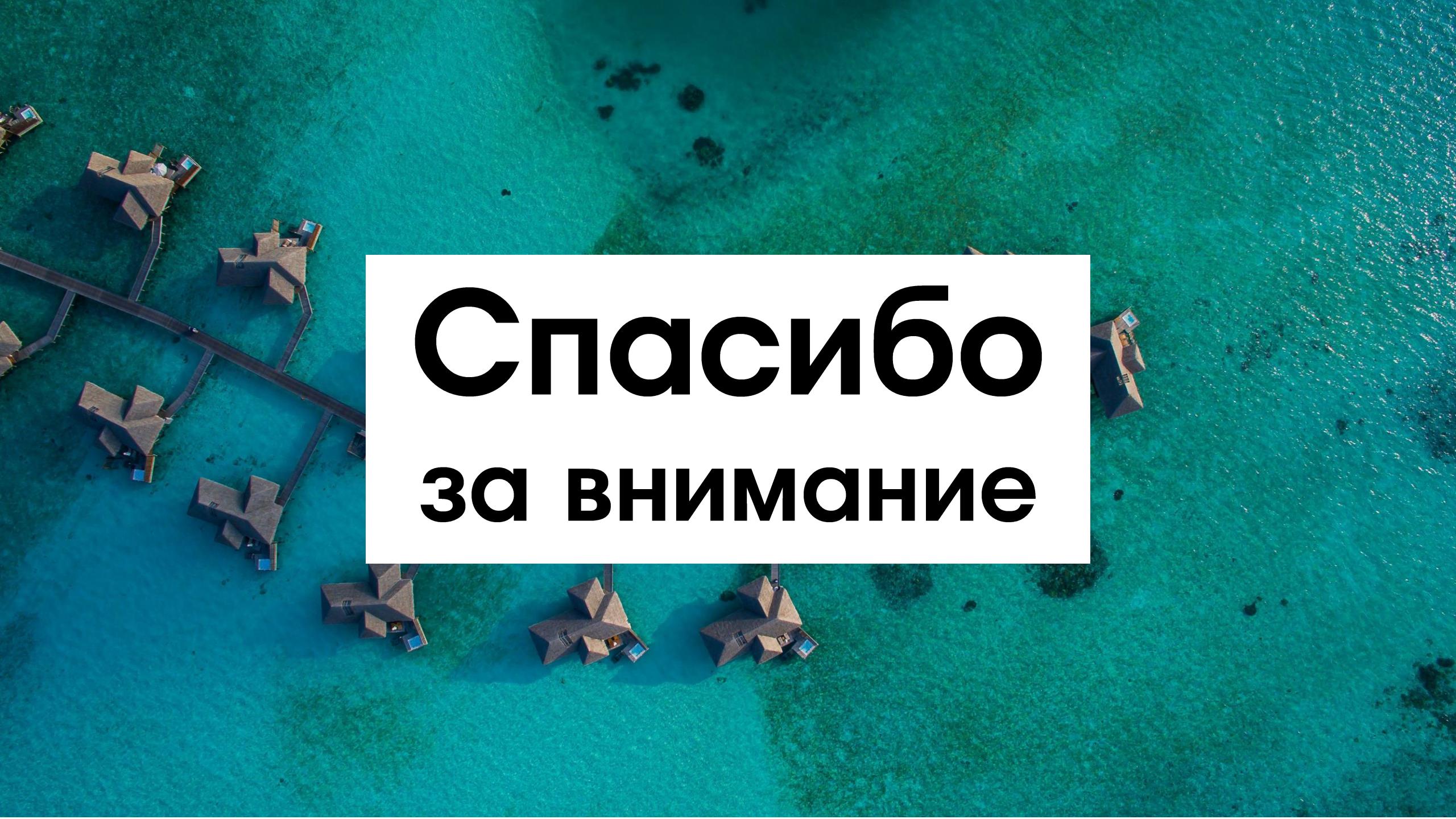
$$x_{new}(z_{new}, tmp) =$$

$$= (z_{new_y} * tmp_z - z_{new_z} * tmp_y, z_{new_z} * tmp_x - z_{new_x} * tmp_z, z_{new_x} * tmp_y - z_{new_y} * tmp_x)$$



$$y_{new}(z_{new}, x_{new}) = \\ = (z_{new_y} * x_{new_z} - z_{new_z} * x_{new_y}, z_{new_z} * x_{new_x} - \\ - z_{new_x} * x_{new_z}, z_{new_x} * x_{new_y} - z_{new_y} * x_{new_x})$$



An aerial photograph of a tropical resort featuring several overwater bungalows with thatched roofs and wooden walkways extending from the shore into clear, turquoise-colored water. The bungalows are scattered across the frame, with some in the foreground and others further back. The surrounding water is calm and reflects the light.

**Спасибо
за внимание**



https://github.com/zeionara/webgl_camera_imitation