Métodos Numéricos

Primer Parcial

Método Newton - Raphson

Coach: Sergio Castillo

Oziel Misael Velazquez Carrizales 746441

Fecha entrega: 25/05/2025

Metodo de Newton-Raphson   Oziel velazquez 746441

Definición: es un algoritmo iterativo para encontrar raices de funciones no lineales. Utiliza aproximaciones sucesivas basadas en la linealización de la función mediante su derivada

Antecedentes: • Desarrollado por isaac Newton y Joseph Raphson en los siglos XVII-XVIII
• Basado en la expansión de la serie de Taylor (p.o)
• Requiere que la función sea diferenciable, y que la derivada no sea cero en la raiz.

Relación con otros Metodos:
• Bisección: su convergencia es lineal, siempre converge
• Secante: no requiere derivada, convergencia superlineal
• punto fijo: simple de implementar, convergencia lineal, requiere reordenar

Formula

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

Donde: x_n: Aprox actual
$f(x_n)$: valor f en x_n
$f'(x_n)$: valor derivada en x_n.

Algoritmo:
1 Entrada: Funcion f, derivada f', aprox inicial x_0, tolerancia t, iteraciones maximas N
2 Para n = 0 hasta N:
• Calcular $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f(x_n)}$ • si $|x_{n+1} - x_n| < \varepsilon$ o $f(x_{n+1}) = 0$ retornar x_{n+1}
3 si no converge, fallo

¿Qué aplicaciones tiene en la vida cotidiana (ITC)?
Este método es útil cuando se trabaja en áreas de machine Learning y regresión, Robotica, computación financiera.

Ejemplo visto en clase:

$f(x) = \frac{1}{e^x} - x$ Iteración 1 $n = 0$

1 paso $f(x) = e^{-x} - x$, $f'(x) = -e^{-x} - 1$

$X_0 = 0$
error = 1 %

paso 2: Evaluar $f(x_0)$ y $f'(x_0)$

$f(0) = e^{-0} - 0 = \underline{1}$
$f'(0) = -e^{-0} - 1 = \underline{-2}$

P 3: Aplicar New R. $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$

$X_1 = 0 - \frac{1}{-2} = \underline{0.5}$

paso 4 error = $\left| \frac{x_{n+1} - x_n}{x_{n+1}} \right| * 100$

$= \frac{x_1 - x_0}{x_1} * 100 = \left| \frac{0.5 - 0}{0.5} \right| * 100$

$\underline{\text{Error} = 100\%}$

Int2 $n=1$

$x_0 = 0$

$x_1 = 0.5$

Paso 2 $f(0.5) = e^{-(0.5)} - (0.5)$ | $f'(0.5) = -e^{-(0.5)} - 1$

$f(0.5) = 0.1065$ | $f'(0.5) = -1.6065$

Paso 3

$$X_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} = 0.5 - \frac{0.1065}{-1.6065}$$

$X_2 = 0.5662$

Paso 4: error $\left|\frac{x_2 - x_1}{x_2}\right| * 100 = \left|\frac{0.5662 - 0.5}{0.5662}\right| * 100$

$= 11.69\%$

I3 $n=2$ $x_0 = 0$, $x_1 = 0.5$, $x_2 = 0.5662$

P2 $f(x_2)$ y $f'(x_2)$

$f(x_2) = e^{-(0.5662)} - 0.5662$

$f(x_2) = 0.0014$

$f'(x_2) = -e^{-(0.5662)} - 1$

$= -1.5676$

P3 $X_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)}$

$X_3 = 0.5662 - \frac{(0.0014)}{(-1.5676)}$

$X_3 = 0.5671$

P4

$\text{error} = \frac{0.5671 - 0.5662}{0.5671} * 100\%$

$\text{Error} = 0.15\%$

n	x_n	$f(x_n)$	$f'(x_n)$	x_{n+1}	Error
0	0	1	-2	0.5	100%
1	0.5	0.1065	-1.6065	0.5662	11.69%
2	0.5662	0.0014	-1.5676	0.5671	0.15%