U-ERRE

Universidad Regiomontana

Métodos Numéricos

Primer Parcial

Método de Bisección o intervalo medio

Coach: Sergio Castillo

Oziel Misael Velazquez Carrizales 746441

22/05/2025

metodo de biseción

Ozíel velazquez 746441

Definición metodo: Algoritmo de busqueda de raices que trabaja dividiendo repetidamente un intervalo a la mitad y seleccionando el sub intervalo que contiene la raiz de una funcion continua

Antecedentes: Este metodo se basa en el teorema del valor intermedio, establece que si una funcion f es continua en (a, b) y f(a) y f(b) Tiene signos opuestos.

Relacion con otros metodos:

- metodo de newton - raphson: mas rapido (convergencia) pero requiere la derivada de la función.
- metodo de la secante: Similar a newton pero sin derivadas (usa aproximación numerica)
- Metodo de regular falsi: combina biseción con interpolacción lineal.

Formula del metodo

$C = \frac{a+b}{2}$, se evalua $f(c)$, si $f(a) \cdot f(c) < 0$
Raiz en $[a, c]$
si $f(c) \cdot f(b) < 0$
Raiz en $[c, b]$

Algoritmo: para aplicar el metodo se considera 3 sucesiones $a_n \leq r_n \leq b_n$

$$r_n = \frac{a_n + b_n}{2}, \quad a_{n+1} = \begin{cases} a_n \text{ si } f(a_n) \cdot f(r_n) < 0 \\ r_n \text{ si } f(a_n) \cdot f(r_n) > 0 \end{cases}$$

$$b_{n+1} = \begin{cases} b_n \text{ si } f(b_n) \cdot f(r_n) < 0 \\ r_n \text{ si } f(b_n) \cdot f(r_n) > 0 \end{cases}$$

¿Que aplicaciones tiene en la vida cotidiana (ITC)?

Este metodo es util en ITC para optimizar parametros en redes neuronales, Resolver ecuaciones en simulaciones numericas, Encontrar puntos criticos en algoritmos...

Ejemplo visto enclase:

$f(x) = x^4 - 1 \quad [0, 1.2] \quad a = 0 \quad b = 1.2 \quad \epsilon = 1\%$

I1 $i = 1$ $\underline{p_1}$ $c = \frac{b+a}{2} = \frac{1.2 + 0}{2} \overset{c}{=} \underline{0.6}$

$p_2 = f(a) = f(0) = (0)^4 - 1 = -1$

$f(b) = f(1.2) = (1.2)^4 - 1 = 1.006$

$f(c) = f(0.6) = (0.6)^4 - 1 = 0.8704$

$p_3 = f(a)f(c) = (-1)(-0.8704) = \underline{0.8704}$

$\therefore (0.6, 1.2)$

$I_2 \quad (a,b) = (0.6, 1.2)$

$a = 0.6 \quad p_1 \; c = \frac{b+a}{2} = \frac{1.2+0.6}{2} = 0.9$
$b = 1.2$

$p_2 = \quad f(a) = f(0.6) = (0.6)^4 - 1 = -0.8704$
$f(b) = f(1.2) = (1.2)^4 - 1 = 1.0736$
$f(c) = f(0.9) = (0.9)^4 - 1 = -0.3439$

paso 3 $\; f(a)f(c) = (-0.8704)(-0.3439)$
$= 0.2993$

$\therefore (0.9, 1.2)$

paso 4 = Error = $\left| \frac{C_a - C_{ant}}{C_a} \right| * 100$

$\left| \frac{0.9 - 0.6}{0.9} \right| * 100 = 33.3\%$

I_3 $(0.9, 1.2)$

$a = 0.9$ $\quad$ ps1 $= c = \dfrac{b+a}{2} = \dfrac{0.9+1.2}{2} = 1.05$

$b = 1.2$

ps2 $f(a) = f(0.9) = (0.9)^4 - 1 = -0.3439$

$f(b) = f(1.2) = (1.2)^4 - 1 = 1.0736$

$f(c) = f(1.05) = (1.05)^4 - 1 = 0.2155$

ps3 $= f(a)f(c) = (-0.3439)(0.2155) = \underline{-0.07411}$

$\therefore$ $[a, b] = [0.9, 1.05)$

$= 14.29\%$

I_4 $(0.9, 1.05)$

$a = 0.9$ $\quad$ p1 $= c = \dfrac{b+a}{2} = \dfrac{0.9+1.05}{2} = 0.975$

$b = 1.05$

p2 $f(a) = f(0.9) = -0.3439$

$f(b) = f(1.05)^4 - 1 = 0.2155$

$f(c) = f(0.975)^4 - 1 = -0.0963$

$(a)(c) = (-0.3439)(-0.0963)$

$= \underline{0.03312}$

$\therefore$ $[0.975, 1.05]$

$= \dfrac{0.975 - 0.9}{0.975} = 7.69$

I5 $(0.975, 1.05)$

$a = (0.975)$ $\quad c = \frac{b+a}{2} = \frac{0.975 + 1.05}{2} = \underline{1.0125}$

$b = 1.05$

$f(a) = f(0.975)^4 - 1 = -0.09631$

$f(b) = f(1.05)^4 - 1 = 0.21551$

$f(c) = f(1.0125)^4 - 1 = 0.05094$

$(a)(c) = (-0.09631)(0.05094)$
$= -0.0049$

$0.975, 1.0125$

$\% = \frac{1.0125 - 0.975}{1.0125} = 3.70\%$

I6 $(0.975, 1.0125)$

$a = 0.975$

$b = 1.0125$ $\quad c = \frac{b+a}{2} = \frac{1.0125 + 0.975}{2} = 0.993$

$f(a) = f(0.975)^4 - 1 = -0.09631$

$f(b) = f(1.0125)^4 - 1 = 0.05094$

$f(c) = f(0.993)^4 - 1 = -0.027$

$(a)(c) = (-0.0963)(-0.027) = 0.0026$

$\therefore \underline{0.993}, \underline{1.0125}$ $\quad \Big| \quad \frac{0.993 - 1.0125}{0.993} \times 100 = \underline{-1.96\%}$