

U-ERRE

Universidad Regiomontana

Métodos Numéricos

Primer Parcial

Reporte del Método de Punto Fijo

Coach: Sergio Castillo

Oziel Misael Velazquez Carrizales 746441

Fecha de entrega: 01/06/2025

Definición

El metodo del punto fijo es un algoritmo iterativo para resolver ecuaciones de la forma $g(x) = x$. La idea es encontrar una solución x^* (la cual se llama punto fijo donde la función g no modifique su valor).

Antecedentes

Surge del teorema del punto fijo de Banach (1922) en analisis matematico, aunque su aplicación numerica se popularizó con el desarrollo de computadores.

Relacion con otros metodos

- metodo de Newton: un caso particular donde $g(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)}$
- metodo de bisección: Comparte el objetivo de encontrar raices, pero con enfoque iterativo en lugar de intervalo

Formula y algoritmo

dado $x = g(x)$ se reescribe en:

Transformar $f(x) = 0$ a $x = g(x)$

iterar: $x_{n+1} = g(x_n)$

Criterio pa: cuando $|x_{n+1} - x_n| < \epsilon$ (error tolerado)

Aplicaciones ingenieria (ITC): es muy usado en el area de machine learning optimizando los parametros de redes neuronales, Asi como tambien en el uso de renderizado 3D para ajustar angulos.

metodo punto fijo

Ejemplo clase

29/05/25

$$f(x) = 2e^{x^2} - 5x$$

$$x_0 = 0$$

$$\text{error} = 1\%$$

Iteración 1 $n=0$

$$f(x) = 0$$

$$\text{paso 1 } 2e^{x^2} - 5x = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{2e^{x^2}}{5}$$

$$x = \underbrace{0.4e^{x^2}}_{g(x)}$$

$$\text{paso 2 } n=0, \quad x_{n+1} = g(x_n)$$

$$x_1 = g(x_0)$$

$$x_1 = 0.4e^{(0)^2}$$

$$x_1 = 0.4$$

paso 3

$$\text{error} = \left| \frac{x_{\text{actual}} - x_{\text{anterior}}}{x_{\text{actual}}} \right| * 100 = \left| \frac{x_1 - x_0}{x_1} \right| * 100$$

$$= \left| \frac{0.4 - 0}{0.4} \right| * 100 = 100\%$$

I 2, $n=1$

paso 2 $x_2 = g(x_1) = x_2 = 0.4e^{(0.4)^2}$

$$x_2 = 0.4694$$

paso 3

$$\text{error} = \frac{|0.4694 - 0.4|}{0.4694} * 100 = 14.78\%$$

I 3 $n=2$

$$x_3 = g(x_2) = 0.4e^{(0.4694)^2}$$
$$x_3 = 0.4485$$

paso 3

$$\text{error} = \frac{|x_3 - x_2|}{x_3} * 100 = \frac{0.4485 - 0.4694}{0.4485} * 100 = 5.83\%$$

I4 n=3

$$x_4 = g(x_3)$$

$$x_4 = 0.4e^{(0.4985)^2} = \underline{0.5128}$$

$$\text{error} = \frac{0.5128 - 0.4485}{0.5128} \cdot 100 = \underline{2.78\%}$$

I5 n=4

$$x_5 = 0.5203$$

$$\text{Error} = \underline{1.44\%}$$

I6 n=5

$$x_6 = 0.5243$$

$$\text{Error} = \underline{0.77\%}$$

I7 n=6

$$x_7 = 0.5265$$

$$\text{Error} = \underline{0.417\%}$$

$$f(x) = 0$$

Comprobación

$$\bullet x_6 = 0.5243$$

$$f(x_6) = 2e^{(0.5243)^2} - 5(0.5243)$$

$$= \underline{0.011}$$

$$\bullet x_5 = 0.5203$$

$$f(x_5) = 2e^{(0.5203)^2} - 5(0.5203)$$

$$= \underline{0.02}$$

$$\bullet x_7 = 0.5265$$

$$f(x_7) = 2e^{(0.5265)^2} - 5(0.5265)$$

$$= \underline{0.0063}$$