

U-ERRE

Universidad Regiomontana

Métodos Numéricos

Tercer Parcial

Reporte del Método del trapecio

Coach: Sergio Castillo

Oziel Misael Velazquez Carrizales 746441 ITC

Fecha de entrega: 20/07/25

metodo del trapecio

Definición: es una tecnica de integración numérica que aproxima el área bajo una curva dividiendola en trapecios en lugar de rectangulos.

Antecedentes: Tiene sus raíces en el desarrollo de la integración numérica que busca soluciones aproximadas para integrales donde los métodos analíticos son difíciles de aplicar.

Relacion con otros metodos: surge como mejora al metodo de Rectangulos. Es un caso particular de las Formulas de Newton-Cotes, este se relaciona con el metodo de Simpson.

Formula:
$$I \approx \frac{h}{2} \left[f(x_0) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + f(x_n) \right]$$

Algoritmo:

- Definir límites y subintervalos
- calcular h
- Evaluar función en x_0, x_1, \dots, x_n
- Aplicar formula
- Multiplicar por $\frac{h}{2}$

Aplicación en la vida diaria (ITC)

machine learning: calculo de probabilidades bajo curvas

optimización: calcular áreas en graficos de rendimientos

procesamiento de señales: integración de señales discretas.

Ejercicio en clase:

definida de la función $f(x) = \frac{x}{x^4+1}$
en el intervalo $(1, 3)$

$$\int_1^3 \frac{x}{x^4+1} dx$$

Trapezio compuesto

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{h}{2} [f(x_0) + 2f(x_1) + 2f(x_2) + \dots + 2f(x_{n-1}) + f(x_n)]$$

$$a = x_0 = 1$$

$$b = x_n = 3$$

$$n = 8$$

$$h = \frac{b-a}{n} = \frac{3-1}{8} = \frac{2}{8} = 0.25$$

$$\boxed{\frac{x}{x^4+1}}$$

$$x_0 = 1 \quad f(x_0) = f(1) = \frac{1}{(1)^4+1} = \frac{1}{2} = 0.5$$

$$x_1 = 1.25 \quad f(x_1) = f(1.25) = \frac{1.25}{(1.25)^4+1} = \frac{1.25}{3.44} = 0.3632$$

$$x_2 = 1.50 \quad f(x_2) = f(1.50) = \frac{1.50}{(1.50)^4+1} = 0.2474$$

$$x_3 = 1.75 \quad f(x_3) = f(1.75) = \frac{1.75}{(1.75)^4+1} = 0.1686$$

$$x_4 = 2 \quad f(x_4) = f(2) = \frac{2}{(2)^4+1} = 0.1176$$

$$x_5 = 2.25 \quad f(x_5) = f(2.25) = \frac{2.25}{(2.25)^4+1} = 0.0844$$

$$x_6 = 2.50 \quad f(x_6) = f(2.50) = \frac{2.50}{(2.50)^4+1} = 0.0624$$

$$x_7 = 2.75 \quad f(x_7) = f(2.75) = \frac{2.75}{(2.75)^4+1} = 0.0472$$

$$x_8 = 3 \quad f(x_8) = f(3) = \frac{3}{(3)^4+1} = 0.0365$$

$$\int_1^3 \frac{x}{x^4+1} dx \approx \left[\frac{0.25}{2} \right] [0.5 + 2(0.3632) + 2(0.2474) + 2(0.1686) + 2(0.1176) + 2(0.0844) + 2(0.0624) + 2(0.0472) + 0.0365]$$

$$\approx (0.125)(2.7181)$$

$$\approx 0.3397$$