

Про Типы

Никита Юрченко

11 мая 2017 г.

# 1 Глава

Mda kek

## 1.1 Изоморфизм Карри - Говарда - Ламбека

Он же Computational Trinitarianism Харпера.

Под логической частью имеется ввиду интуиционистское исчисление предикатов в ВНК интерпретации. Типы приведены а-ля Хаскелл/Агда, отдельно надо будет ввести для просто типизированного лямбда исчисления (STLC), потому что получится громоздко. Категорная семантика Ловиговская [2].

Curry Proof Theory	Howard Type Theory	Lambek Category Theory
Высказывание A Доказательство A $A \wedge B$ $A \vee B$ $A \supset B$ $\neg A (i.e. A \rightarrow \perp)$ $\top$ true $\perp$ false	Тип A $\Gamma \vdash a : A$ Pair A B Either A B $A \rightarrow B$ $A \rightarrow \perp$ $\top$ unit type $\perp$ void type	Объект A $\Gamma \xrightarrow{a} A$ $A \times B$ произведение $A + B$ копроизведение $B^A$ экспоненциал ? 1 конечный объект 0 начальный объект
$\forall x \in A. B(x)$ $\exists x \in A. B(x)$	$\prod_{x:a} B(x)$ $\sum_{x:a} B(x)$	? ?
индукция	индуктивный тип (напр. $\mathbb{N}$ )	начальная алгебра эндифунктора
закон Пирса $((P \rightarrow Q) \rightarrow P) \rightarrow P$	Продолжения	?
Трансляция Гливленко	Continuation-passing style	Лемма Йонеды
...	...	...

**Определение 1.** Трансляция Гливленко (1929) (*alias* Теорема Гливленко, negative translation, double-negation translation) : Пропозициональная формула  $\phi$  - классическая тавтология если и только если  $\neg\neg\phi$  - интуиционистская тавтология. Распирена до логики первого порядка в виде расширений Куроды и Геделя-Генцена

## 1.2 Понятие типа

По-видимому, не имеет смысла говорить о типах вообще, вне конкретной формальной системы. Пока мне удалось найти 2 основных взгляда на типы:

1. Типы как множества.  
Наиболее распространенный взгляд, особенно когда говорят об основаниях математики и сферической ТТ в вакууме.
2. Типы как приписки к термам.  
Распространено в литературе по лямбда исчислению и всему что к

нему примыкает. Также популярна у имплементоров языков программирования.

### 1.3 Виды равенства

Здесь много разночтений и философии, привожу по [1]. Надо разобраться, какие синонимы куда совать: judgemental, propositional, ...

#### 1. Интенциональное (alias definitional)

Definitional equality is intensional equality, or equality of *meaning* (synonymy). Definitional equality  $\equiv$  is a relation between *linguistic expressions* ... it should not be confused with *equality between objects*

(Per Martyn - L\"of [1], курсив мой)

Бывают двух видов:

- По определению (напр.  $\text{two} \equiv \text{suc}(\text{suc zero})$ )
- Вычислительные (напр.  $\text{four} \equiv \text{two} + \text{two}$ )

#### 2. Экстенциональное (alias propositional)

Экстенциональное равенство выражает суждение (мета-высказывание о высказывании), однако есть способ включить его внутрь самой системы с помощью типа  $I(A, a, b)$ , который выражает идею  $a = b \in A$ . Например,  $2^2 = 2 + 2 \in \mathbb{N}$  - экстенциональное равенство, в то же время очевидно, что левая и правая части  $2^2 \equiv 2 + 2$  не равны по определению.

## Список литературы

- [1] Per Martin-Löf : Intuitionistic Type Theory
- [2] Lawvere : Adjointness in Foundations  
<http://www.tac.mta.ca/tac/reprints/articles/16/tr16.pdf>