# Про Типы

Никита Юрченко 10 мая 2017 г.

#### 1 Глава

Mda kek

#### 1.1 Изоморфизм Карри - Говарда - Ламбека

Он же Computational Trinitarianism Харпера.

Под логической частью имеется ввиду интуиционистское исчисление предикатов в ВНК интерпретации. Типы приведены а-ля Хаскелл/Агда, отдельно надо будет ввести для просто типизированного лямбда исчисления (STLC), потому что получится громоздко. Категорная семантика Ловировская [2].

Curry	Howard	Lambek
Proof Theory	Type Theory	Category Theory
Высказывание А	Тип А	Обьект А
Доказательство А	$\Gamma \vdash a : A$	$\Gamma \xrightarrow{\mathrm{a}} A$
$A \wedge B$	Pair A B	$A \times B$ произведение
$A \vee B$	Either A B	A+B копроизведение
$A\supset B$	$A \rightarrow B$	$B^A$ экспоненциал
$\neg A(i.e.A \rightarrow \bot)$	$A \rightarrow \bot$	?
⊤ true	⊤ unit type	1 конечный объект
⊥ false	$\perp$ void type	0 начальный объект
$\forall x \in A.B(x)$	$\prod_{x:a} B(x)$	?
$\exists x \in A.B(x)$	$\sum_{x:a} B(x)$	?
индукция	индуктивный тип (напр. №)	начальная алгебра эндофунктора
закон Пирса	Продолжения	?
$((P \to Q) \to P) \to P$		
Трансляция Гливенко	Continuation-passing style	Лемма Йонеды

Определение 1. Трансляция Гливенко (1929) (alias Теорема Гливенко, negative translation, double-negation translation) : Пропозициональная формула  $\phi$  - классическая тавтология если и только если  $\neg\neg\phi$  - интуиционистская тавтология. Расширена до логики первого порядка в виде расширений Куроды и Геделя-Генцена

#### 1.2 Понятие типа

По-видимому, не имеет смысла говорить о типах вообще, вне конкретной формальной системы. Пока мне удалось найти 2 основных взгляда на типы:

- 1. Типы как множества. Наиболее распространенный взгляд, особенно когда говорят об основаниях математики и сферической ТТ в вакууме.
- 2. Типы как приписки к термам. Распространено в литературе по лямбда исчислению и всему что к

нему примыкает. Также популярна у имплементоров языков программирования.

### 1.3 Виды равенства

Здесь много разночтений и философии, привожу по [1].

1. Интенсиональное (alias definitional, judgmental)

Definitional equality is intensional equality, or equality of meaning\* (synonymy). Definitional equality == is a relation between linguistic expressions\*. ... it should not be confused with equality between objects.

Per - Martyn - Löf

## Список литературы

[1] Per Martin-Löf : Intuitionistic Type Theory

[2] Lawvere: Adjointness in Foundations http://www.tac.mta.ca/tac/reprints/articles/16/tr16.pdf