

Lid Driven Cavity: solving the Navier-Stokes equations

Chiara Zelco

Seminario: *La Piattaforma Python per Esperimenti Virtuali di Statistica, Matematica e Fisica*. Prof. Gabrielli (DIFA)

29 aprile 2024

Le equazioni di Navier-Stokes

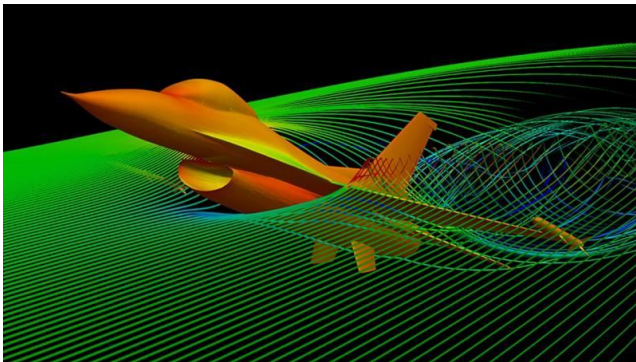
Navier–Stokes momentum equation (*convective form*)

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = \rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \nabla \cdot \left\{ \mu \left[\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{u}) \mathbf{I} \right] \right\} + \nabla [\zeta (\nabla \cdot \mathbf{u})] + \rho \mathbf{f}.$$

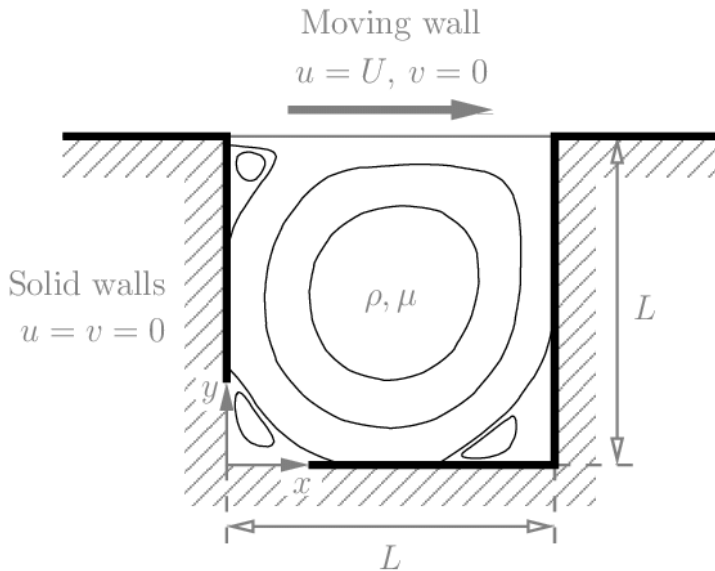
- Flussi fluidi viscosi.
- Interazioni con forze esterne.
- Turbolenza e instabilità.
- Interazioni fluido-struttura.
- Trasporto di calore, massa e impulso.
- Ruolo dei fattori viscosi nella dinamica fluida.

La dinamica dei fluidi computazionale (CFD) è un ramo della meccanica dei fluidi che utilizza l'**analisi numerica** e le strutture dati per analizzare e risolvere problemi che coinvolgono flussi di fluidi.

Le previsioni sono prodotte sulla base delle **leggi di conservazione** (massa, momento ed energia) che governano il moto del fluido.



The Lid Driven Cavity problem



Soluzione numerica: Chorin's method

- **Projection method (Chorin, 1967)**: flusso di un fluido incompressibile dipendente dal tempo. Introdotto per risolvere le equazioni di Navier-Stokes incompressibili.
- Vantaggio: il calcolo del campo di velocità è disaccoppiato da quello di pressione.

Nella versione originale di Chorin si calcola esplicitamente una velocità intermedia (*tentative velocity* nel codice) ignorando il termine con il gradiente di pressione:

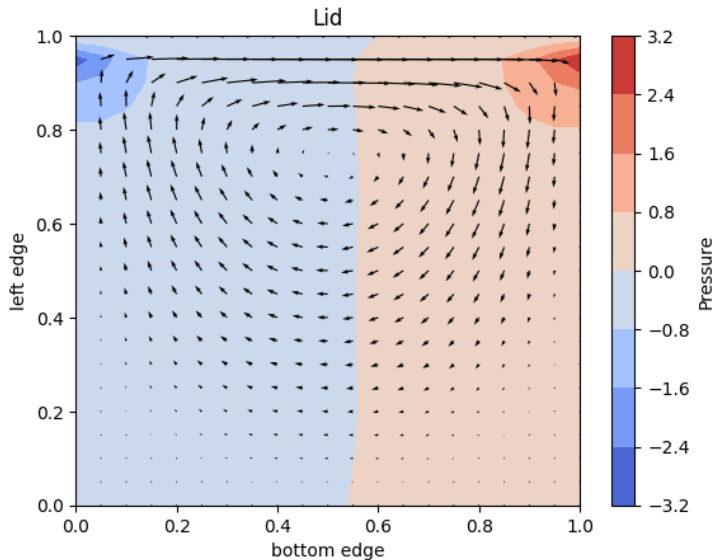
$$\frac{\mathbf{u}^* - \mathbf{u}^n}{\Delta t} = -(\mathbf{u}^n \cdot \nabla)\mathbf{u}^n + \nu \nabla^2 \mathbf{u}^n$$

Projection step: correzione della velocità intermedia per ottenere la velocità finale allo step $n+1$:

$$\mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{u}^* - \frac{\Delta t}{\rho} \nabla p^{n+1}$$

L'algoritmo opera una separazione degli operatori, considerando prima solo le forze viscosi e poi le forze di pressione separatamente.

Risultati [1]



Risultati [2]

