

Visitando la Plataforma Continental Argentina

Gustavo Maldonado
Instituto Tecnológico de
Buenos Aires (ITBA)
Buenos Aires, Argentina
gmaldona@alu.itba.edu.ar

Guido Marucci Blas
Instituto Tecnológico de
Buenos Aires (ITBA)
Buenos Aires, Argentina
gmarucci@alu.itba.edu.ar

Santiago Perez De
Rosso
Instituto Tecnológico de
Buenos Aires (ITBA)
Buenos Aires, Argentina
sperezde@alu.itba.edu.ar

Nicolas Purita
Instituto Tecnológico de
Buenos Aires (ITBA)
Buenos Aires, Argentina
npurita@alu.itba.edu.ar

Luciano Zemin
Instituto Tecnológico de
Buenos Aires (ITBA)
Buenos Aires, Argentina
lzemin@alu.itba.edu.ar

RESUMEN

En este artículo se analiza el generador de números aleatorios utilizado por la librería estándar de Java, período de evolución y su función densidad de probabilidad de un *modelo ecológico presa - predador* a partir de una muestra inicial y de las características evolutivas del sistema (sus *parámetros bióticos*). En particular, se analiza el caso de la zona sobre la Plataforma Continental Argentina donde la especie *Tiburón Pintarrojo* preda a la especie *Salmón de Mar*, siendo esta última un importante recurso económico pesquero nacional.

Palabras Clave

Modelo de *Lokta-Volterra-Ancona*, *Montecarlo*, *Salmón de Mar*, *Tiburón Pintarrojo*

1. INTRODUCCIÓN

Es de una gran importancia económica aparte de biológica el estudio de la dinámica presa-predador de ciertas especies de recurso económico pesquero. En el presente artículo se analiza en particular el caso de la zona sobre la Plataforma Continental Argentina donde la especie *Salmón de Mar* (*Pseudopercis semifasciata*) es capturada desde una latitud correspondiente a la desembocadura del Río Colorado, hasta el Golfo de San Julián. El *Tiburón Pintarrojo* (*Haleaeturus bivius*) es una de las cincuenta especies que habitan la Plataforma Continental Argentina. Dicha especie preda al Salmón de Mar. Ambas poblaciones están en equilibrio dinámico, pero no se tiene la suficiente cantidad de datos para estimar el ciclo poblacional del recurso, en este caso, el salmón. El conocimiento de dicho ciclo, el cual constituye el período de variación poblacional, es un parámetro de fundamental importancia económica además de biológica. Ya que

este permite estimar los periodos de vedas o disminución de las tazas de captura económica.

En la sección 3 se presenta el modelo utilizado a lo largo del artículo, en la sección 4 se detalla el proceso de obtención de la estimación de la función densidad de probabilidad del *Período*. Finalmente, en la sección ?? se presentan los resultados obtenidos y las conclusiones finales.

2. GENERACIÓN DE NÚMEROS ALEATORIOS

A continuación se analiza el generador de números aleatorios que usa la librería estándar de Java en el método *nextDouble* en la clase *java.util.Random*. La implementación de dicho algoritmo está basado en un generador de números aleatorios congruencial lineal (GCL) con período de longitud 2^{48} . Cada salida del generador se construye de la siguiente forma:

$$x_{i+1} = (25214903917x_i + 11) \mod 2^{48} \quad (1)$$

$$u_i = x_i / 2^{48} \quad (2)$$

Para el análisis del GCL se utiliza la semilla $s_0 = 1320005715$ y se generan $n = 10000$ números pseudo-aleatorios sin reiniciar el generador. En la figura (1) se muestra un histograma con la frecuencia de aparición de los números pseudo-aleatorio los cuales fueron agrupados en 10 intervalos de clase. En la figura (2) se muestra la representación de los pares (u_i, u_{i+1}) y en la figura (3) las ternas (u_1, u_{i+1}, u_{i+2}) .

Al observar las figuras 1, 2 y 3 se desea ver que la hipótesis, los números pseudo-aleatorio generador por el GCL están uniformemente distribuidos, no es rechazada. Para esto se realizan las pruebas de **Kolmogorov-Smirnov** y **Chi Cuadrado**.

2.1 Kolmogorov-Smirnov

Se realiza la prueba de Kolmogorov-Smirnov con un nivel de significación $\alpha = 0.05$ y 10 intervalos de clase. Para estos valores el valor crítico es $D_\alpha = 0,4092$. La hipótesis a ver que no es rechazada es

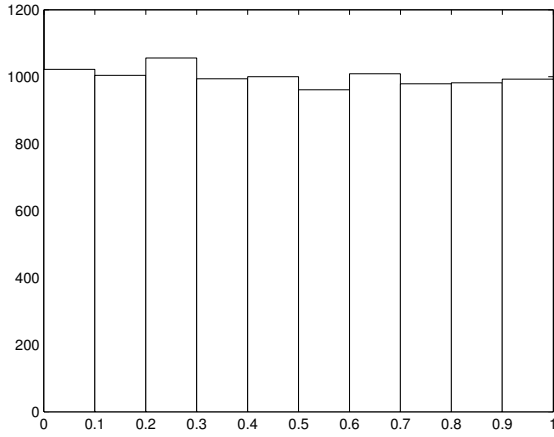


Figura 1: Frecuencia de aparición de los números pseudo-aleatorio

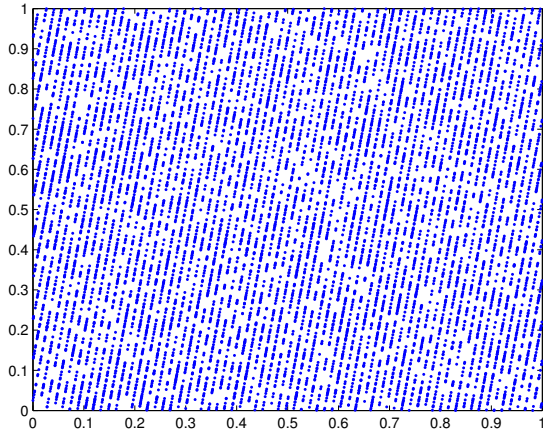


Figura 2: Representación de los pares (u_i, u_{i+1})

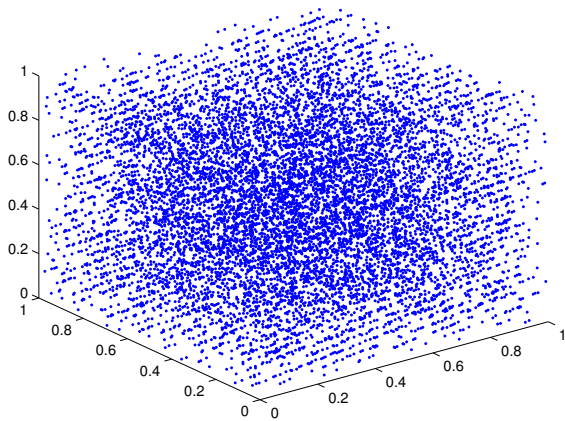


Figura 3: Ternas (u_1, u_{i+1}, u_{i+2})

$$H_0 : D < D_\alpha \quad (3)$$

Los números generados por el GCL tienen una distribución uniforme. Usando la semilla s_0 para generar los n números aleatorios el cómputo del estadístico es $D = 0.100$. Entonces la hipótesis H_0 no es rechazada.

2.2 Chi-Cuadrado

Se realiza la prueba de Chi-Cuadrado con un nivel de significación $\alpha = 0.05$, 10 intervalos de clase y 9 grados de libertad. Para estos valores el valor crítico es $\chi_{n-1, \alpha} = 16.92$. La hipótesis a ver que no es rechazada es

$$H_1 : \chi^2 < \chi_{n-1, \alpha}^2 \quad (4)$$

Como el cómputo del estadístico es $\chi_0^2 = 6.088000$, entonces las hipótesis H_1 no es rechazada.

3. MODELIZACIÓN DEL SISTEMA

El sistema se modela utilizando el modelo de *Lokta-Volterra-Ancona*. Se considera que el predador se alimenta exclusivamente de la presa, mientras que esta última se alimenta de recursos ilimitados que se encuentran en su hábitat. El ambiente no influye sobre el sistema, así como el sexo o el estado de salud de los individuos.

En las ecuaciones 5 y 6 se puede ver el modelo resultante:

$$\dot{x} = \lambda x - axy \quad (5)$$

$$\dot{y} = bxy - \mu y \quad (6)$$

donde $x(t)$ e $y(t)$ representan las poblaciones de la especie presa y predador, respectivamente. Las constantes λ , μ representan las tasa de crecimiento poblacional de presas y predadores respectivamente, en ausencia de sus contrapartes. Las constantes positivas a y b representan las tasas de encuentros perjudiciales para las presas y beneficiosos para predadores.

4. ESTIMACIÓN DE LA FUNCIÓN DENSIDAD DE PROBABILIDAD DEL PERÍODO

Con el objetivo de estimar la función densidad de probabilidad del *Período* se utiliza el método de *Monte Carlo*. El método de *Monte Carlo* es una metodología para obtener, mediante simulación, una muestra estadística y computar estimadores de parámetros para poblaciones mayores (*Diaz, 2011*). Las simulaciones fueron realizadas con *Matlab*. Para la resolución de las ecuaciones diferenciales se utiliza *ODE45* que es el recomendado en *Matlab*, está basado en la fórmula explícita de Runge-Kutta (4, 5) Dormand-Prince. Utiliza seis funciones de valuación para calcular soluciones de precisión de 4to y 5to orden. Este método se considera adaptativo ya que varía el tamaño de paso de acuerdo al error (*Mathworks, 2011*).

Asumiendo un valor estimado de $\hat{b} = 0.0035 \text{ años}^{-1}$ y suponiendo que

Años (Y)	X*	Probabilidad($P(X^* \leq Y)$)
1	-2563.5263	0
5	-458.2631	0
10	2173.3158	1
15	4804.8947	1

Tabla 1: Estimaciones de probabilidad del ciclo poblacional

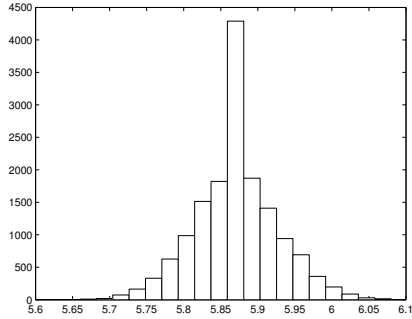


Figura 4: Función densidad de probabilidad del período. Cantidad de ocurrencias versus período.

- $a = (0.02 \pm 0.001) \text{ años}^{-1}$ uniformemente distribuida.
- $\lambda = \mathcal{N}(1.5 \text{ años}^{-1}, 0.10)$ es una función de distribución de probabilidad normal de media
- $\mu = \mathcal{N}(1.2 \text{ años}^{-1}, 0.05)$ es una función de distribución de probabilidad normal de media 1.2, años^{-1} con un desvío lineal porcentual de 5%

se estima la función densidad de probabilidad del *Período*. El resultado obtenido al correr 15434 simulaciones se puede ver en la Figura (4) en la cual se deduce que la función densidad de probabilidad se aproxima a una función de distribución $\mathcal{N}(5.87 \text{ años}^{-1}, 0.19)$ con un desvío estándar del 0.19%.

En la figura (4), la cual muestra el tamaño de la población de la presa a lo largo de los años, se puede verificar que el período se aproxima a 6.

A partir del resultado obtenido se estima la probabilidad de que el período del ciclo poblacional sea menor o igual que 1, 5, 10 y 15 años obteniendo como resultado lo que se expresa en la tabla (1).

5. MODIFICACIÓN DE UNA FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN

Se cambia la distribución de uno de los parámetros que representan las interacciones entre las dos especies. El parámetro en cuestión es μ y se le asigna una función de distribución triangular $\mathcal{T}(0, 2, 1)$. Se estima la función de densidad de probabilidad del *Período* utilizando un histograma que es una herramienta provista estadística descriptiva.

La figura (6) es el resultado obtenido luego de correr 5772 simulaciones para obtener el período. Se puede ver que el valor que mas se repite es aproximadamente 6.5.

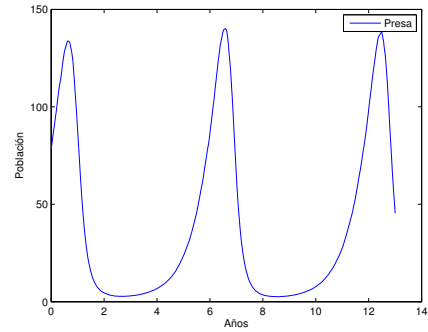


Figura 5: Tamaño de la población de la presa en función del tiempo

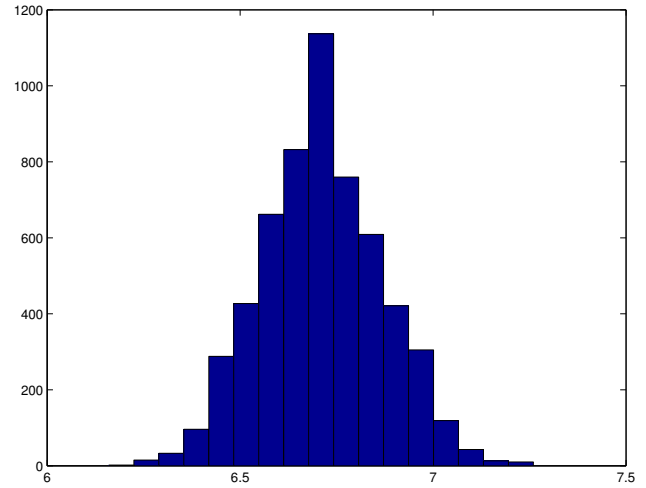


Figura 6: Frecuencia de aparición de los números pseudo-aleatorio que representan al período

REFERENCIAS

Diaz, "Simulación de Montecarlo", 2011

*Mathworks, "<http://www.mathworks.com/help/techdoc/ref/ode45.html>",
2011*