

Figure 1: Esquematico del USS Enterprise visto de planta

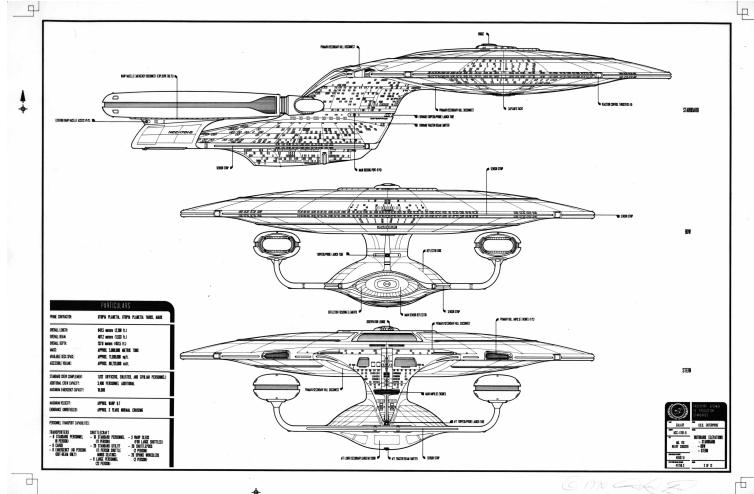


Figure 2: Esquematico del USS Enterprise vistas frontal, lateral y trasera

cabo reacciones de aniquilación materia-antimateria, moderadas por cristales de dilitio. El tiempo de operación de cada propulsor es una variable aleatoria exponencialmente distribuida, con tiempo medio de 10 días. Del mismo modo, el tiempo de operación entre fallos del núcleo WARP es de 72 horas, pudiendo variar linealmente hasta en 12 horas. La nave puede propulsarse a velocidad WARP con una sola nescella operativa. Estimar, mediante simulaciones, el tiempo de vuelo medio de la nave espacial. Calcule la varianza del tiempo medio de vuelo y justifique la cantidad de simulaciones.

### 3. Primera Parte

El generador que implementa el método `nextDouble` en la clase `java.util.Random` de la librería estándar de Java (ver <http://java.sun.com/j2se/1.3/docs/api/java/util/Random.html>) está basado en un congruencial lineal con período de longitud  $2^{48}$ , pero cada salida se

construye tamando dos valores sucesivos:

$$\begin{aligned}x_{i+1} &= (25214903917x_i + 11) \bmod 2^{48} \\ u_i &= (2^{27}\lfloor x_{2i}/2^{22} \rfloor + \lfloor x_{2i+1}/2^{21} \rfloor)/2^{53}\end{aligned}$$

Notar que el generador `rand48` de la librería estándar de Unix utiliza exactamente la misma recurrencia, pero produce la salida vía  $u_i = x_i/2^{48}$ .

- (a) Aplicar el test  $\chi^2$  y el test KS.
- (b) Representar los pares  $(u_i, u_{i+1})$  y las ternas  $(u_i, u_{i+1}, u_{i+2})$
- (c) Usando el generador testeado (en caso de pasar ambos tests), mostrar mediante el método de Montecarlo que si  $Z \sim \mathcal{N}[0, 1]$ , entonces:

$$\mathcal{E}\{Z\} = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \approx 0.798$$

## Segunda Parte

En una región agreste de la cordillera patagónica donde coexisten pumas y guanacos, se establece una dinámica del tipo *presa-predador*. Los pumas se alimentan de los guanacos haciendo variar la población de estos, mientras que la rapidez con que crece la población de pumas, se ve afectada por la cantidad de guanacos.

Llamando  $x(t)$  e  $y(t)$  a la cantidad de guanacos y pumas respectivamente, un modelo que describe la interacción de predación es:

$$\frac{dx}{dt} = rx - axy \tag{1}$$

$$\frac{dy}{dt} = -sy + bxy \tag{2}$$

donde  $a, b, r$  y  $s$  son parámetros que tienen que ver con la tasa de crecimiento poblacional de ambas especies y potenciales bióticos de interacción entre ambas especies. Dichas constantes, desde el punto de vista matemático son reales positivas.

Los requerimientos de este trabajo son:

- (a) Interpretar los términos  $rx$ ,  $-axy$ ,  $-sy$  y  $bxy$  de las ecuaciones diferenciales.
- (b) Para  $x(0) = 12000$  e  $y(0) = 600$ , simular la evolución del sistema si  $r = 0.001 \text{ yr}^{-1}$ ,  $a = 2.0 \times 10^{-6} \text{ yr}^{-1}$ ,  $s = 0.01 \text{ yr}^{-1}$  y  $b = 10^{-6} \text{ yr}^{-1}$ . Comentar el resultado obtenido.
- (c) Analizar la evolución del sistema en el espacio  $x, y$  para distintas condiciones iniciales. Comentar el resultado obtenido. Obtener la expresión analítica de las curvas obtenidas numéricamente.
- (d) No es posible obtener una forma analítica con que depende el *período poblacional*  $T$  con los parámetros. Mediante simulaciones hallar la dependencia de  $T$  con  $r$  y con  $s$ . Comentar los resultados obtenidos.
- (e) A partir de datos observacionales, se estimó el parámetro  $r = 0.001 \pm 0.00025 \text{ yr}^{-1}$ . Analizar la distribución del período poblacional  $T$ .