

Matematika 4 – Logika pre informatikov: Sada úloh 9

Riešenie teoretickej časti tejto sady úloh **odovzdajte** najneskôr v pondelok **30. apríla 2018 o 11:30** na prednáške.

Z tejto sady **budeme hodnotiť**: úlohu 3, praktickú úlohu 4 a jednu ďalšiu úlohu, ktorú vyžrebujeme na prednáške po termíne odovzdania.

Odovzdané riešenia musia byť **čitateľné** a mať primerane **malý** rozsah. Ohodnotené riešenia poskytneme k nahliadnutiu, ale **nevrátime** vám ich, uchovajte si kópiu. Na riešenia všetkých sád úloh sa vzťahujú všeobecné **pravidlá** zverejnené na oficiálnej stránke predmetu [https://dai.fmph.uniba.sk/w/Course:Mathematics_4/sk#pravidla-uloh].

Čísla úloh v zátvorkách pochádzajú zo zbierky, v ktorej nájdete ďalšie úlohy na precvičovanie a vzorové riešenia [<https://github.com/FMFI-UK-1-AIN-412/lpi/blob/master/ulohy/zbierka.pdf>].

Pri riešení niektorých úloh vám môže pomôcť prieskumník štruktúr [<http://www.st.fmph.uniba.sk/~cifra9/BP/#/app>].

Úloha 1 (3.4.1). Nájdite štruktúru, ktorá splní prvorádovú teóriu $T = \{A_1, \dots, A_6\}$ v jazyku \mathcal{L} , kde $\mathcal{V}_{\mathcal{L}} = \{u, v, w, x, y, z\}$,

$C_{\mathcal{L}} = \{\text{Andrea, Danka, Hanka, Janka, Max, Nikita}\}$,

$\mathcal{F}_{\mathcal{L}} = \{\text{manžel}^1, \text{manželka}^1, \text{prvorodené_dieťa}^2\}$,

$\mathcal{P}_{\mathcal{L}} = \{\text{Lekár}^1, \text{Manželia}^2, \text{Muž}^1, \text{Právnik}^1, \text{Žena}^1\}$.

(A₁) $\forall x \forall y (\text{Manželia}(x, y) \rightarrow \text{Manželia}(y, x))$


(A₂) $\forall x \forall y (\text{Manželia}(x, y) \rightarrow$
 $(\text{Muž}(x) \rightarrow x \doteq \text{manžel}(y)) \wedge (\text{Žena}(x) \rightarrow x \doteq \text{manželka}(y)))$

(A₃) $\forall x \forall y (\text{Manželia}(x, y) \wedge \text{Muž}(x) \wedge \text{Žena}(y) \rightarrow$
 $\text{Lekár}(\text{prvorodené_dieťa}(x, y)) \vee \text{Právnik}(\text{prvorodené_dieťa}(x, y)))$

(A₄) $\text{Manželia}(\text{Hanka}, \text{Max}) \wedge \text{Žena}(\text{Hanka}) \wedge \text{Muž}(\text{Max})$

(A₅) $\text{Manželia}(\text{Danka}, \text{Janka}) \wedge \text{Žena}(\text{Danka}) \wedge \text{Žena}(\text{Janka})$

(A₆) $\text{Manželia}(\text{Andrea}, \text{Nikita}) \wedge \text{Muž}(\text{Andrea})$

 Prosíme vás, aby ste vo svojom riešení uviedli, či ste využili prieskumník štruktúr [<http://www.st.fmph.uniba.sk/~cifra9/BP/#/app>].

Úloha 2 (3.5.1, 3.5.2). Pre každú z nasledujúcich formúl

- i. vyznačte oblasti platnosti kvantifikátorov,
 - ii. určte množinu voľných premenných,
 - iii. zistite, či je substitúcia aplikovateľná,
 - iv. ak je substitúcia aplikovateľná, určte výsledok substitúcie.
- a) $(P(y) \wedge \exists x (Q(x, y) \vee R(x)) \rightarrow S(x)) \{x \mapsto c, y \mapsto f(x)\}$
 - b) $\forall z (P(x, z) \wedge \exists w (R(w) \rightarrow Q(x, g(y, z)))) \{x \mapsto f(y), y \mapsto g(x, y), w \mapsto g(a)\}$

Úloha 3 (3.6.1, 3.6.2, 3.6.3, hodnotená). Dokážte tablovým kalkuľom:

- a) $\models \forall x (\text{hladná}(x) \wedge \neg \text{vyspatá}(x)) \leftrightarrow (\forall x \text{ hladná}(x) \wedge \neg \exists x \text{ vyspatá}(x)),$
- b) $\{\forall x (P(g(x)) \rightarrow \exists y Q(x, g(y)))\} \models \exists x (P(x) \rightarrow \forall y \exists z Q(f(y), z)).$

Úloha 4 (praktická, odovzdávaná a hodnotená osobitne). Vyriešte a odovzdajte podľa pokynov praktické cvičenie cv09

<https://github.com/FMFI-UK-1-AIN-412/lpi/tree/master/cvicenia/cv09>.