

---

## Matematika 4 – Logika pre informatikov: Sada úloh 8

---

Riešenie teoretickej časti tejto sady úloh **odovzdajte** najneskôr v pondelok **23. apríla 2018 o 11:30** na prednáške.

Z tejto sady **budeme hodnotiť**: úlohu 2, praktickú úlohu 5 a jednu ďalšiu úlohu, ktorú vyžrebujeme na prednáške po termíne odovzdania.

Odovzdané riešenia musia byť **čitateľné** a mať primerane **malý** rozsah. Ohodnotené riešenia poskytneme k nahliadnutiu, ale **nevrátime** vám ich, uchovajte si kópiu. Na riešenia všetkých sád úloh sa vzťahujú všeobecné **pravidlá** zverejnené na oficiálnej stránke predmetu [[https://dai.fmph.uniba.sk/w/Course:Mathematics\\_4/sk#pravidla-uloh](https://dai.fmph.uniba.sk/w/Course:Mathematics_4/sk#pravidla-uloh)].

Číslo úloh v zátvorkách pochádzajú zo zbierky, v ktorej nájdete ďalšie úlohy na precvičovanie a vzorové riešenia [<https://github.com/FMFI-UK-1-AIN-412/lpi/blob/master/ulohy/zbierka.pdf>].

Pri riešení niektorých úloh vám môže pomôcť prieskumník štruktúr [<http://www.st.fmph.uniba.sk/~cifra9/BP/#/app>].

**Úloha 0 (nehodnotená).** Zahrajte si formalizačný telefón: Posúvajte si lístky s tvrdeniami v slovenčine alebo formulami. Ak dostanete lístok s tvrdením v slovenčine, na nový čistý lístok ho sformalizujte. Ak dostanete lístok s formulou, zapíšte ju na nový čistý lístok čo najprirodzenejšou slovenčinou. Nový lístok posuňte ďalej.

Po aspoň troch opakovaniach porovnajte pôvodnú a konečnú verziu tvrdenia.

**Úloha 1 (3.2.1).** Uvažujme doménu rodinných vzťahov, ktorá už obsahuje predikáty ako žena<sup>1</sup>, muž<sup>1</sup>, rodič<sup>2</sup>, súrodenec<sup>2</sup>, kde žena( $x$ ) znamená, že  $x$  je žena, muž( $x$ ) znamená, že  $x$  je muž, rodič( $x, y$ ) znamená, že  $x$  je rodičom  $y$ , súrodenec( $x, y$ ) znamená, že  $x$  je súrodencom  $y$ . V prvorádovej logike napíšte definície nasledovných odvodených pojmov (tak, ako ich poznáte z prirodzeného jazyka):

( $D_3$ ) prastarý\_rodič<sup>2</sup>

( $D_6$ ) nevlastný\_súrodenec<sup>2</sup>

( $D_4$ ) bratranec<sup>2</sup>

( $D_7$ ) jedináčik<sup>1</sup>

( $D_5$ ) prasesternica<sup>2</sup> (teda sesternica  
„z druhého kolena“)

**Úloha 2 (3.3.1, hodnotená).** Zostrojte štruktúru  $\mathcal{M} = (M, i)$  pre jazyk z predchádzajúcej úlohy tak, aby:

a) Štruktúra  $\mathcal{M}$  splnila nasledujúce formuly v každom ohodnotení:

$$(A_1) \quad \exists x \exists y (\text{rodič}(x, \text{Andrea}) \wedge \text{rodič}(y, \text{Andrea}) \wedge \\ \text{rodič}(x, \text{Boris}) \wedge \text{rodič}(y, \text{Boris})),$$

(A<sub>2</sub>) (rodič(Andrea, Cyril)  $\wedge$  rodič(Boris, Diana)),

(A<sub>3</sub>)  $\forall x \neg \text{rodič}(x, x)$ ,

(A<sub>4</sub>)  $\forall x ((\text{žena}(x) \vee \text{muž}(x)) \wedge \neg(\text{žena}(x) \wedge \text{muž}(x)))$ ,

(A<sub>5</sub>)  $\forall p \forall q \forall r \forall x ((\text{rodič}(p, x) \wedge \text{rodič}(q, x) \wedge \text{žena}(p) \wedge \text{žena}(q)) \rightarrow p \doteq q)$ ,

(A<sub>6</sub>)  $\forall p \forall q \forall r \forall x ((\text{rodič}(p, x) \wedge \text{rodič}(q, x) \wedge \text{muž}(p) \wedge \text{muž}(q)) \rightarrow p \doteq q)$ ,

(A<sub>7</sub>)  $\forall x \forall y (\text{súrodenec}(x, y) \leftrightarrow (\neg x \doteq y \wedge \exists z (\text{rodič}(z, x) \wedge \text{rodič}(z, y))))$ .

b) Štruktúra  $\mathcal{M}$  navyše splnila nasledujúce formulu a definície v nich použitéch pojmov z úlohy 1:

(B<sub>1</sub>)  $\exists x \exists y \text{prastarý\_rodič}(x, y)$ ,

(B<sub>2</sub>)  $\exists x (\text{jedináčik}(x) \wedge \forall y (\text{rodič}(x, y) \rightarrow \text{jedináčik}(y)))$ ,

(B<sub>3</sub>)  $\exists x \exists y (\text{súrodenec}(x, y) \wedge \text{nevlastný\_súrodenec}(x, y))$ .

💡 Prosíme vás, aby ste vo svojom riešení uviedli, či ste využili prieskumník štruktúr  
[<http://www.st.fmph.uniba.sk/~cifra9/BP/#/app>].

**Úloha 3 (3.3.2).** Dokážte, že nasledujúce tvrdenia *nie sú* ani platné ani nespniteľné:

e)  $((\neg \forall x P(x) \vee \forall x Q(x)) \rightarrow \forall x (P(x) \rightarrow Q(x)))$ ,

f)  $((\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x)) \rightarrow \exists x (P(x) \wedge Q(x)))$ .

💡 Prosíme vás, aby ste vo svojom riešení uviedli, či ste využili prieskumník štruktúr  
[<http://www.st.fmph.uniba.sk/~cifra9/BP/#/app>].

**Úloha 4 (3.1.8).** Vyjadrite čo najprirodzenejšími slovenskými vetami nasledujúcu formalizáciu zistení o deťoch a Vianociach v jazyku  $\mathcal{L}$  s množinami symbolov  $\mathcal{V}_{\mathcal{L}} = \{u, v, w, x, y, z\}$ ,  $C_{\mathcal{L}} = \{\text{Vianoce}, \text{Ježiško}, \text{Santa}, \text{Anička}\}$  a  $\mathcal{P}_{\mathcal{L}} = \{\text{autíčko}^1, \text{blud}^1, \text{dieťa}^1, \text{dobrý}^1, \text{dostane}^2, \text{chlapec}^1, \text{kriticky\_myslí}^1, \text{teší\_sa\_na}^2, \text{uhlie}^1, \text{verí\_v}^2\}$ :

(V<sub>1</sub>)  $\forall x ((\text{dieťa}(x) \wedge (\text{verí\_v}(x, \text{Ježiško}) \vee \text{verí\_v}(x, \text{Santa}))) \rightarrow \text{teší\_sa\_na}(x, \text{Vianoce}))$ ,

(V<sub>2</sub>)  $\forall x (\text{dieťa}(x) \wedge \neg \text{verí\_v}(x, \text{Santa}) \rightarrow (\text{verí\_v}(x, \text{Ježiško}) \vee \text{kriticky\_myslí}(x)))$ ,

(V<sub>3</sub>)  $\forall x (\text{kriticky\_myslí}(x) \rightarrow \forall y (\text{blud}(y) \rightarrow \neg \text{verí\_v}(x, y)))$ ,

(V<sub>4</sub>)  $\forall x (\neg \text{dobrý}(x) \rightarrow (\neg \exists y \text{dostane}(x, y) \vee (\text{verí\_v}(x, \text{Santa}) \rightarrow \exists y (\text{dostane}(x, y) \wedge \text{uhlie}(y))))))$ ,

$(V_5) \quad \forall x(\text{dobrý}(x) \wedge \text{chlapec}(x) \rightarrow \exists y(\text{dostane}(x, y) \wedge \text{autíčko}(y)))$ .

**Úloha 5 (praktická, odovzdávaná a hodnotená osobitne).** Vyriešte a odovzdajte podľa pokynov praktické cvičenie cv08

<https://github.com/FMFI-UK-1-AIN-412/lpi/tree/master/cvicenia/cv08>.