假设检验（\alpha-显著性水平）

$$X \sim N(\mu,\sigma^2) \Rightarrow (X_1,\cdots,X_n) \Rightarrow (x_1,\cdots,x_n)$$

$$\begin{aligned}
&(一)对\mu双侧检验\\
&1.\sigma^2已知\\
&1^\circ.\,H_0:\mu=\mu_0,H_1:\mu\neq\mu_0\\
&2^\circ.\,\frac{\overline{X}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\sim N(0,1),找\pm z_{\frac{\alpha}{2}}\\
&H_0接受域(-z_{\frac{\alpha}{2}},z_{\frac{\alpha}{2}})\\
&3^\circ.\,若\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\in(-z_{\frac{\alpha}{2}},z_{\frac{\alpha}{2}}),接受H_0\\
&2.\sigma^2未知\\
&1^\circ H_0:\mu=\mu_0,H_1:\mu\neq\mu_0\\
&2^\circ\frac{\overline{X}-\mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}\sim t(n-1),H_0接受域(-t_{\frac{\alpha}{2}(n-1)},t_{\frac{\alpha}{2}(n-1)})\\
&3^\circ若\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}\in(-t_{\frac{\alpha}{2}(n-1)},t_{\frac{\alpha}{2}(n-1)})\\
&(二)对\sigma^2双侧检验(\mu未知)\\
&1^\circ H_0:\sigma^2=\sigma_0^2,H_1:\sigma^2\neq\sigma_0^2\\
&2.\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}\sim\chi^2(n-1)\\
&H_0接受域(\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}(n-1)},\chi^2_{\frac{\alpha}{2}(n-1)})\\
&3^\circ\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}\in(\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}(n-1)},\chi^2_{\frac{\alpha}{2}(n-1)})
\end{aligned}$$

设某次考试考生成绩服从正态分布, 从中随机抽取36位考生的成绩, 平均成绩为66.5分, 总体均方差为15分, 问在显著性水平为0.05下, 是否可以认为这次考试全体考生的平均成绩为70分?

$$\begin{aligned}
&X\sim N(\mu,15^2)\\
&(X_1,\cdots,X_{36})\Rightarrow(x_1,\cdots,x_{36})\\
&\overline{x}=66.5,n=36,\alpha=0.05\\
&1^\circ H_0:\mu=70;H_1:\mu\neq70;\\
&2^\circ\frac{\overline{X}-70}{\frac{15}{6}}\sim N(0,1),z_{\frac{\alpha}{2}}=z_{0.025}=1.96\\
&H_0接受域为(-1.96,1.96)\\
&3^\circ\frac{66.5-70}{\frac{15}{6}}=-1.4\in(-1.96,1.96)\\
&\therefore 接受H_0
\end{aligned}$$