

假设检验 (α -显著性水平)

$$X \sim N(\mu, \sigma^2) \Rightarrow (X_1, \dots, X_n) \Rightarrow (x_1, \dots, x_n)$$

(一)对 μ 双侧检验

1. σ^2 已知

$$1^\circ. H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$$

$$2^\circ. \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0, 1), \text{找} \pm z_{\frac{\alpha}{2}}$$

$$H_0 \text{接受域}(-z_{\frac{\alpha}{2}}, z_{\frac{\alpha}{2}})$$

$$3^\circ. \text{若} \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \in (-z_{\frac{\alpha}{2}}, z_{\frac{\alpha}{2}}), \text{接受} H_0$$

2. σ^2 未知

$$1^\circ H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$$

$$2^\circ. \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \sim t(n-1), H_0 \text{接受域}(-t_{\frac{\alpha}{2}(n-1)}, t_{\frac{\alpha}{2}(n-1)})$$

$$3^\circ \text{若} \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \in (-t_{\frac{\alpha}{2}(n-1)}, t_{\frac{\alpha}{2}(n-1)})$$

(二)对 σ^2 双侧检验(μ 未知)

$$1^\circ H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2, H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$$

$$2. \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \sim \chi^2(n-1)$$

$$H_0 \text{接受域}(\chi_{1-\frac{\alpha}{2}(n-1)}^2, \chi_{\frac{\alpha}{2}(n-1)}^2)$$

$$3^\circ \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \in (\chi_{1-\frac{\alpha}{2}(n-1)}^2, \chi_{\frac{\alpha}{2}(n-1)}^2)$$

设某次考试考生成绩服从正态分布, 从中随机抽取36位考生的成绩, 平均成绩为66.5分, 总体均方差为15分, 问在显著性水平为0.05下, 是否可以认为这次考试全体考生的平均成绩为70分?

$$X \sim N(\mu, 15^2)$$

$$(X_1, \dots, X_{36}) \Rightarrow (x_1, \dots, x_{36})$$

$$\bar{x} = 66.5, n = 36, \alpha = 0.05$$

$$1^\circ H_0: \mu = 70; H_1: \mu \neq 70;$$

$$2^\circ \frac{\bar{X} - 70}{\frac{15}{\sqrt{6}}} \sim N(0, 1), z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0.025} = 1.96$$

$$H_0 \text{接受域为}(-1.96, 1.96)$$

$$3^\circ \frac{66.5 - 70}{\frac{15}{\sqrt{6}}} = -1.4 \in (-1.96, 1.96)$$

\therefore 接受 H_0