图的定义

图G由顶点集V和边集E组成，记为$G=(V,E)$, 其中$V(G)$表示图G中顶点的有限非空集; $E(G)$表示图G中顶点之间的关系(边)集合. 若$V=\{v_1,v_2,\dots,v_n\}$, 则用$|V|$表示图G中顶点的个数, $E=\{(u,v)|u\in V, v\in V\}$, 用$|E|$表示图$G$中边的条数.

线性表可以是空表，树可以是空树，但图不可以是空图。也就是说，图中不能一个顶点也没有，图的顶点集V一定非空，但边集E可以为空，此时图中只有顶点而没有边。

有向图	若E是有向边（也称弧）的有限集合，则图G为有向图。弧是顶点的有序对，记为<v,w>，其中v,w是顶点，v称为弧尾，w称为弧头，<v,w>称为从v到w的弧，也称v邻接到w。
无向图	若E是无向边（简称边）的有限集合，则图G为无向图。边是顶点的无序对，记为(v,w)或(w,v)。可以说是w和v互为邻接点。边(v,w)依附于w和v，或称边(v,w)和v,w相关联。
简单图多重图	一个图G若满足：①不存在重复边；②不存在顶点到自身的边，则称图G为简单图。G1和G2均为简单图。若图G中某两个顶点之间的边数大于1条，又允许顶点通过一条边和自身关联，则称图G为多重图。多重图和简单图的定义是相对的。
完全图简单完全图	对于无向图，|E|的取值范围为0到n(n-1)/2，有n(n-1)/2条边的无向图称为完全图，在完全图中任意两个顶点之间都存在边。对于有向图，|E|的取值范围为0到n(n-1)，有n(n-1)条弧的有向图称为有向完全图，在有向完全图中任意两个顶点之间都存在方向相反的两条弧。G2为无向完全图，G3为有向完全图。
子图	设有两个图G=(V,E)和G'=(V',E')，若V'是V的子集，且E'是E的子集，则称G'是G的子图。若有满足V(G')=V(G)的子图G'，则称其为G的生成子图。G3是G1的子图。
连通连通图连通分量	在无向图中，若从顶点v到顶点w有路径存在，则称v和w是连通的。若图G中任意两个顶点都是连通的，则称图G为连通图，否则称为非连通图。无向图中的极大连通子图称为连通分量，G4有3个连通分量。假设一个图有n个顶点，若边数小于n-1，则此图必是非连通图。

强连通图强连通分量	在有向图中，若有一对顶点v和w，从v到w和从w到v之间都有路径，则称这两个顶点是强连通的。若图中任意一对顶点都是强连通的，则称此图为强连通图。有向图中的极大强连通子图称为有向图的强连通分量，图G1的强连通分量如图6.3所示。
生成树生成森林	连通图的生成树是包含图中全部顶点的一个极小连通子图。若图中顶点为n，则它的生成树含有n-1条边。包含图中全部顶点的极小连通子图，只有生成树满足这个极小条件，对生成树而言，若砍去它的一条边，则会变成非连通图，若加上一条边则会形成一个回路。在非连通图中，连通分量的生成树构成了非连通图的生成森林。图G2的一个生成树如图6.4所示。 区分极大连通子图和极小连通子图。极大连通子图要求子图必须连通，而且包含尽可能多的顶点和边；极小连通子图是既要保持子图连通又要使得边数最少的子图。
顶点的度入度出度	在无向图中，顶点v的度是指依附于顶点v的边的条数，记为TD(v)。在G2中，每个顶点的度均为3。无向图的全部顶点的度之和等于边数的2倍，因为每条边和两个顶点相关联。 在有向图中，顶点v的度分为入度和出度，入度是以顶点v为终点的有向边的数目，记为ID(v)；而出度是以顶点v为起点的有向边的数目，记为OD(v)。G1中，顶点2的出度为2、入度为1。顶点v的度等于其入度与出度之和，即TD(v)=ID(v)+OD(v)。有向图的全部顶点的入度之和与出度之和相等，并且等于边数，这是因为每条有向边都有一个起点和终点。
边的权边的网	在一个图中，每条边都可以标上具有某种含义的数值，该数值称为该边的权值。这种边上带有权值的图称为带权图、也称网。
稠密图稀疏图	边数很少的图称为稀疏图，反之称为稠密图，洗漱和稠密本身是模糊的概念，稀疏图和稠密图常常是相对而言的。一般当图满足|E|<|V|log|V|时，可以将G视为稀疏图。
路径路径长度回路	顶点vp到顶点vq之间的一条路径是指顶点序列vp,vi1,vi2,...,vim,vq，当然关联的边也可理解为路径的构成要素。路径上的边的数目称为路径长度。第一个顶点和最后一个顶点相同的路径称为回路或环。若一个图有n个顶点，且有大于n-1条边，则此图一定有环。

简单路径简单回路	在路径序列中，顶点不重复出现的路径称为简单路径。除第一个顶点和最后一个顶点外，其余顶点不重复出现的回路称为简单回路。
距离	从顶点u出发到顶点v的最短路径若存在，则此路径的长度称为从u到v的距离。若从u到v根本不存在路径，则记该距离为无穷(∞)。
有向树	一个顶点的入度为0、其余顶点的入度均为1的有向图，称为有向树。

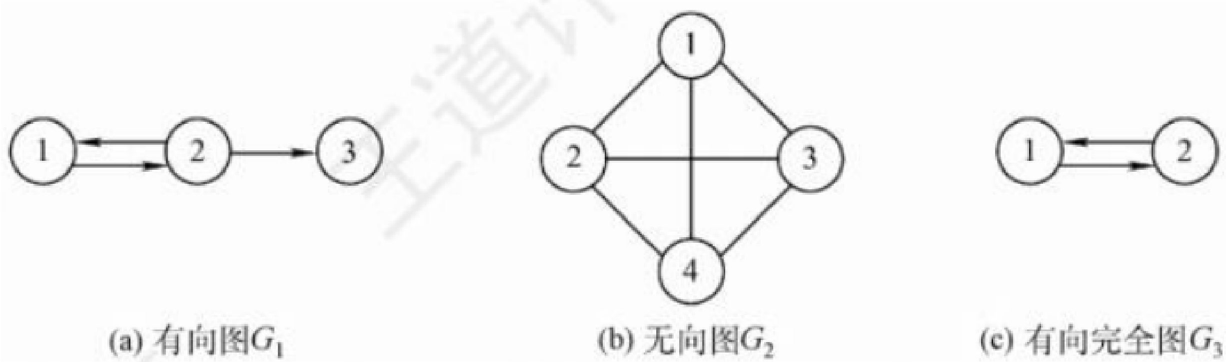

图 6.1 图的示例

$$G_1 = (V_1, E_1)$$
$$V_1 = \{1,2,3\}$$
$$E_1 = \{<1,2>, <2,1>, <2,3>\}$$

$$G_2 = (V_2, E_2)$$
$$V_2 = \{1,2,3,4\}$$
$$E_2 = \{(1,2),(1,3),(1,4),(2,3),(2,4),(3,4)\}$$

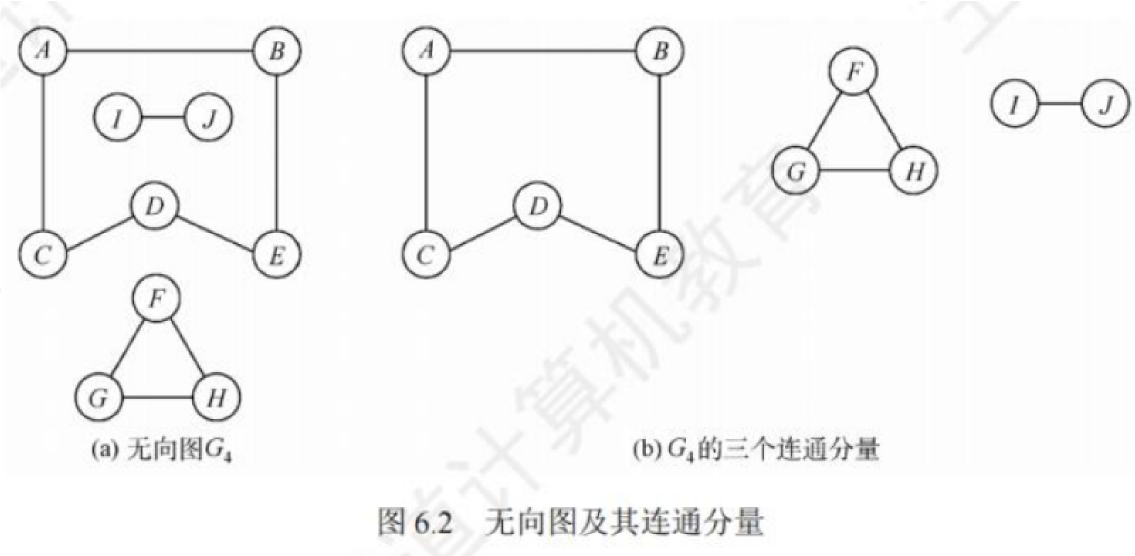

图 6.2 无向图及其连通分量

图 6.3　图 G_1 的强连通分量

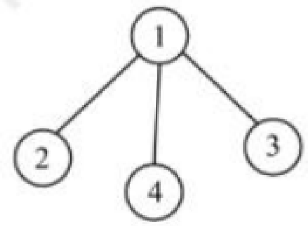

图 6.4　图 G_2 的一个生成树