

\*详细教程: <https://zhuanlan.zhihu.com/p/93647900>

### 一、核心思路:

并查集被很多Oier认为是最简洁而优雅的数据结构之一, 主要用于解决一些**元素分组**的问题。它管理一系列不相交的集合, 并支持两种操作:

- **合并 (Union) : 把两个不相交的集合合并为一个集合。**
- **查询 (Find) : 查询两个元素是否在同一个集合中。**

### 二、应用场景

当然, 这样的定义未免太过学术化, 看完后恐怕不太能理解它具体有什么用。所以我们先来看看并查集最直接的一个应用场景: 亲戚问题。

(洛谷P1551) 亲戚

题目背景:

若某个家族人员过于庞大, 要判断两个是否是亲戚, 确实还很难, 现在给出某个亲戚关系图, 求任意给出的两个人是否具有亲戚关系。

题目描述:

规定:  $x$ 和 $y$ 是亲戚,  $y$ 和 $z$ 是亲戚, 那么 $x$ 和 $z$ 也是亲戚。如果 $x,y$ 是亲戚, 那么 $x$ 的亲戚都是 $y$ 的亲戚,  $y$ 的亲戚也都是 $x$ 的亲戚。

输入格式:

第一行: 三个整数 $n,m,p$ , ( $n \leq 5000, m \leq 5000, p \leq 5000$ ), 分别表示有 $n$ 个人,  $m$ 个亲戚关系, 询问 $p$ 对亲戚关系。

以下 $m$ 行: 每行两个数 $M_i, M_j$ ,  $1 \leq M_i, M_j \leq N$ , 表示 $M_i$ 和 $M_j$ 具有亲戚关系。

接下来 $p$ 行: 每行两个数 $P_i, P_j$ , 询问 $P_i$ 和 $P_j$ 是否具有亲戚关系。

输出格式

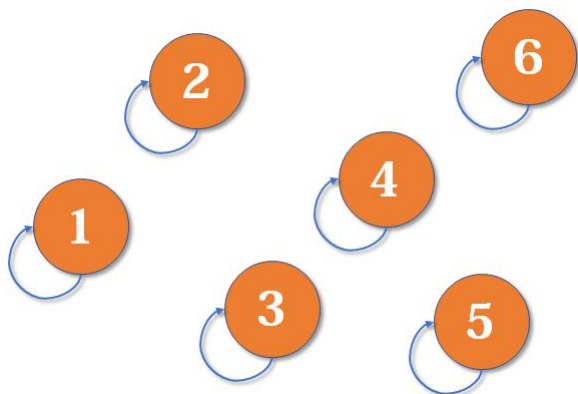
$P$ 行, 每行一个' Yes' 或' No' 。表示第 $i$ 个询问的答案为 "具有" 或 "不具有" 亲戚关系。

这其实是一个很有现实意义的问题。我们可以建立模型, 把所有人划分到若干个不相交的集合中, 每个集合里的人彼此是亲戚。为了判断两个人是否为亲戚, 只需看它们是否属于同一个集合即可。因此, 这里就可以考虑用并查集进行维护了。

### 三、并查集的引入

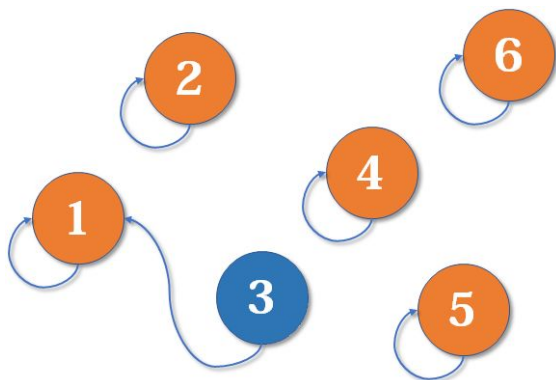
**并查集的重要思想在于, 用集合中的一个元素代表集合。**

我曾看过一个有趣的比喻, 把集合比喻成帮派, 而代表元素则是帮主。接下来我们利用这个比喻, 看看并查集是如何运作的。

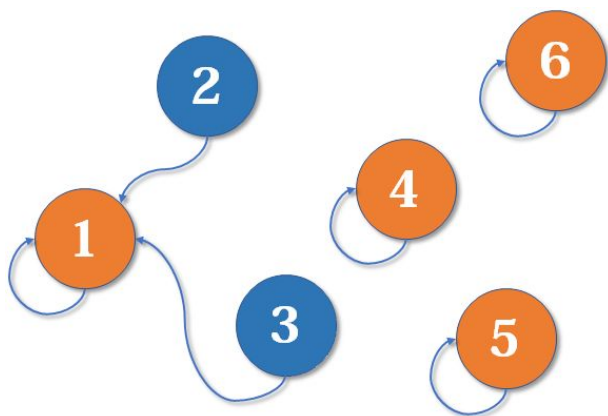


最开始，所有大侠各自为战。他们各自的帮主自然就是自己。（对于只有一个元素的集合，代表元素自然是唯一的那个元素）

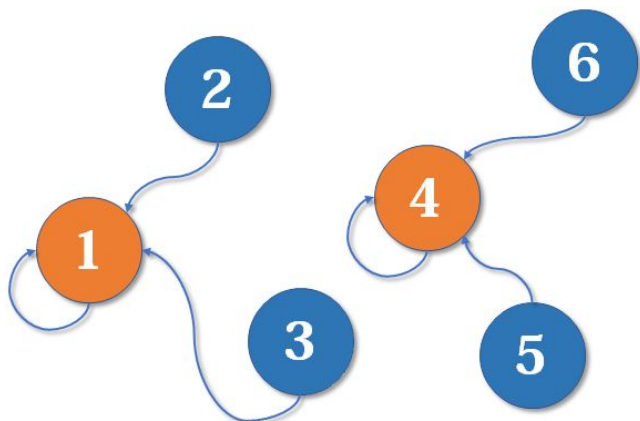
现在1号和3号比武，假设1号赢了（这里具体谁赢暂时不重要），那么3号就认1号作帮主（合并1号和3号所在的集合，1号为代表元素）。



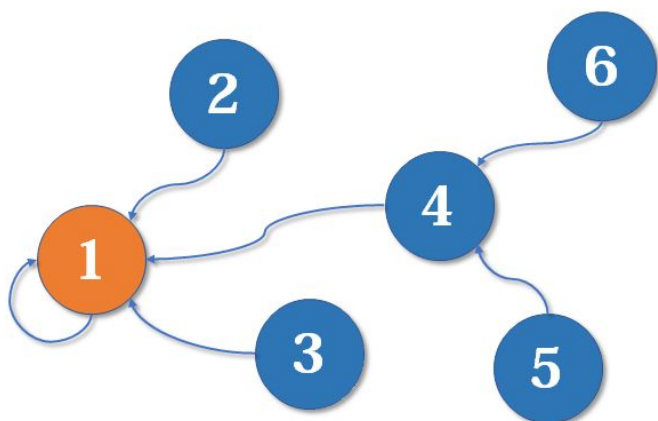
现在2号想和3号比武（合并3号和2号所在的集合），但3号表示，别跟我打，让我帮主来收拾你（合并代表元素）。不妨设这次又是1号赢了，那么2号也认1号做帮主。



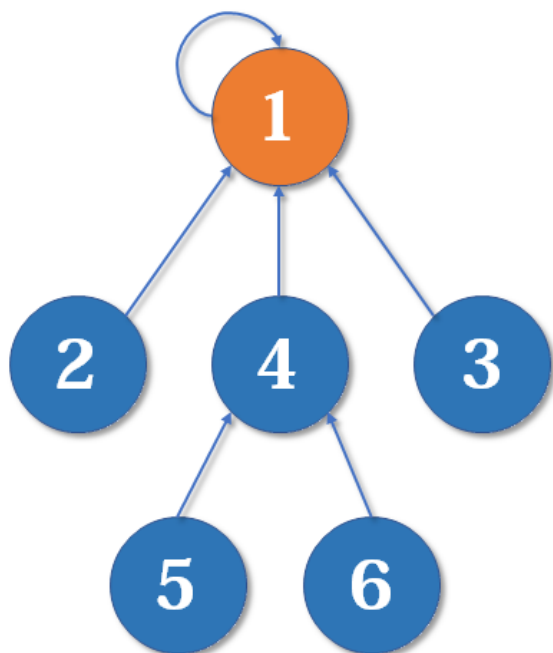
现在我们假设4、5、6号也进行了一番帮派合并，江湖局势变成下面这样：



现在假设2号想与6号比，跟刚刚说的一样，喊帮主1号和4号出来打一架（帮主真辛苦啊）。1号胜利后，4号认1号为帮主，当然他的手下也都是跟着投降了。



好了，比喻结束了。如果你有一点图论基础，相信你已经觉察到，这是一个树状的结构，要寻找集合的代表元素，只需要一层一层往上访问父节点（图中箭头所指的圆），直达树的根节点（图中橙色的圆）即可。根节点的父节点是它自己。我们可以直接把它画成一棵树：



（好像有点像个火柴人？）

#### 四、代码

用这种方法，我们可以写出最简单版本的并查集代码。

初始化

```
int fa[MAXN];
inline void init(int n)
{
    for (int i = 1; i <= n; ++i)
        fa[i] = i;
}
```

假如有编号为1, 2, 3, ..., n的n个元素，我们用一个数组fa[]来存储每个元素的父节点（因为每个元素有且只有一个父节点，所以这是可行的）。一开始，我们先将它们的父节点设为自己。

查询

```
int find(int x)
{
    if(fa[x] == x)
        return x;
    else
        return find(fa[x]);
}
```

我们用递归的写法实现对代表元素的查询：一层一层访问父节点，直至根节点（根节点的标志就是父节点是本身）。要判断两个元素是否属于同一个集合，只需要看它们的根节点是否相同即可。

合并

```
inline void merge(int i, int j)
{
    fa[find(i)] = find(j);
}
```

合并操作也是很简单的，先找到两个集合的代表元素，然后将前者的父节点设为后者即可。当然也可以将后者的父节点设为前者，这里暂时不重要。本文末尾会给出一个更合理的比较方法。