单周期生产模型

为了满足冬季市场需求，某服装公司正在加工皮制外衣、鹅绒外套、保暖裤和手套，所有产品由 4 个不同的生产车间生产：剪裁、保暖处理、缝纫和包装。服装公司已收到其他公式的产品订单。合同规定对于未按时交货的订单产品将予以惩罚。下表提供了本问题的相关数据：

车间	每件产品的生产时间/小时				生产能力/小时
	皮制外衣	鹅绒外套	保暖裤	手套	
剪裁	0.3	0.3	0.25	0.15	1000
保暖	0.25	0.35	0.3	0.1	1000
缝纫	0.45	0.5	0.4	0.22	1000
包装	0.15	0.15	0.1	0.05	1000
需求	800	750	600	500	
单位利润	￥30	￥40	￥20	￥10	
单位惩罚	￥15	￥20	￥10	￥8	

试为公司设计最优的生产计划

数学模型

变量定义如下

x_1 = 皮制外衣的数量

x_2 = 鹅绒外衣的数量

x_3 = 保暖裤的数量

x_4 = 手套的数量

当需求不满足时，公司会被处罚，这意味着，问题的目标是极大化净收入，定义为：

净收入 = 总利润 – 总惩罚

总利润很容易地表示为 $30x_1 + 40x_2 + 20x_3 + 10x_4$。

总惩罚是短缺量的函数（=需求量-每种产品的供应量）。这些短缺量可以由下列需求上限来确定：

$x_1 \le 800$，$x_2 \le 750$，$x_3 \le 600$，$x_4 \le 500$

如果需求约束满足严格的不等式，则没有满足相应的需求。例如，如果生产了 650 件皮夹克，则x_1=650，这样就得到了皮夹克的短缺量 800-650=150. 则可以定义新的非负变量用代数形式表示任何产品的短缺量，即

$$s_j = 产品j的短缺数量，j = 1,2,3,4$$

在这种情况下，需求约束可以被写成

$$x_1 + s_1 = 800，x_2 + s_2 = 750，x_3 + s_3 = 600，x_4 + s_4 = 500$$

$$x_j \ge 0，s_j \ge 0，j = 1,2,3,4$$

现在用$15s_1+20s_2+10s_3+8s_4$来计算出短缺惩罚的费用，因此，目标函数可以写成

$$\max\ z=30x_1+40x_2+20x_3+10x_4-15s_1-20s_2-10s_3-8s_4$$

为了得到完整的模型，还有些约束是表示生产能力的限制，即：

$$0.3x_1+0.3x_2+0.25x_3+0.15x_4\leq 1000\ (\textit{剪裁})$$

$$0.25x_1+0.35x_2+0.3x_3+0.1x_4\leq 1000\ (\textit{保暖})$$

$$0.45x_1+0.5x_2+0.4x_3+0.22x_4\leq 1000\ (\textit{缝纫})$$

$$0.15x_1+0.15x_2+0.1x_3+0.05x_4\leq 1000\ (\textit{包装})$$