

## 基于窄波束和平地假设的运动补偿方向研究

曾乐天\* 邢孟道 陈士超

(西安电子科技大学雷达信号处理国防科技重点实验室 西安 710071)

**摘要:** 窄波束和平地假设是在合成孔径雷达(SAR)运动补偿过程中常用的一种假设,其指明可以将SAR平台相对场景中任意点目标运动误差的空变近似为相同最短斜距处波束中心视线方向上相应点目标的距离空变。该文在正侧视模式和斜视模式运动补偿模型的基础上,从理论上证明了仅存在高度误差时,窄波束和平地假设运动补偿最优的方向垂直于雷达波束中心视线,说明了沿该方向进行运动补偿的原因,并用仿真实验验证了其正确性。

**关键词:** 合成孔径雷达;运动误差;窄波束和平地假设;运动补偿最优方向

中图分类号:TN957.51

文献标识码:A

文章编号:1009-5896(2014)10-2464-05

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2013.01671

## The Research on the Direction of Motion Compensation According to the Narrow Beam and Flat Earth Hypothesis

Zeng Le-tian Xing Meng-dao Chen Shi-chao

(National Key Laboratory for Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China)

**Abstract:** The narrow beam and flat earth hypothesis is a widely used assumption in Synthetic Aperture Radar (SAR) motion compensation. It proposes an approach in dealing with the space variance of the motion errors of the moving platform relative to arbitrary point targets in the scene, which is approximately considered as the space variance of the associated distance of the same range gate in the direction of radar beam center. Based on the narrow beam and flat earth hypothesis, this paper derives an implied conclusion that the optimal direction of motion compensation is perpendicular to the line of sight transmitted from the radar beam center only when the height error exists. This analysis is suitable for both broadside and squinted motion compensation models. Then, the reason of the hypothesis in carrying out motion compensation is presented in detail and its validity is confirmed by means of simulated experiments.

**Key words:** Synthetic Aperture Radar (SAR); Motion errors; Narrow beam and flat earth hypothesis; Optimal direction of motion compensation

### 1 引言

基于SAR回波数据的运动补偿<sup>[1-3]</sup>是SAR成像研究中的热点问题之一,其最大的问题和难点在于运动误差具有空变性。为使运动补偿实时、简单、高效地进行,可以根据窄波束和平地假设,引入一定的近似<sup>[4]</sup>。所谓窄波束假设是指在波束照射范围内,平台相对于任意点目标的运动误差与该目标实际所处的方位波束角无关,可以近似用相同最短斜距处平台相对于波束中心处相应点目标的运动误差来代替,忽略视线误差的方位空变性。平地假设是指被成像的场景基本为一个平面,无地形高度变化。

基于雷达回波数据的运动补偿是沿着垂直于雷

达波束中心视线的方向进行的,使得运动误差对SAR成像的影响减小到一定的水平,现将这一方向称为运动补偿的最优方向。文献[1,5,6]都采用沿着最优方向进行运动补偿的方法,得到了聚焦良好的图像,但它们并未对为何要沿着最优方向进行运动补偿进行详细探讨,只是默认该方向是做运动补偿的最优方向。在雷达分别工作在正侧视模式和斜视模式的情况下,仅存在高度误差时,本文针对这一问题,给出了详细的证明过程,揭示了沿该方向做运动补偿能取得最好效果的原因,为运动补偿理论的发展奠定了理论基础,并为对其后续研究的不断深化提供了支撑。

### 2 正侧视模式下运动补偿的最优方向

定义垂直于理想航迹的平面为法平面。此处考虑运动误差<sup>[7-10]</sup>仅为高度误差的情况,运动误差对回波数据的影响只须考虑雷达天线相位中心(APC)

2013-10-29收到,2014-03-17改回

国家自然科学基金优秀青年基金(61222108)和国家“十二五”预研项目(51307030102)资助课题

\*通信作者:曾乐天 zengletianlxm@gmail.com

的位置误差<sup>[11-13]</sup>。

如图 1 所示<sup>[1]</sup>, SAR 平台工作在正侧视模式下, 以  $O$  为原点建立空间直角坐标系  $Oxyz$ , 取理想航迹的方向(方位向)为  $x$  轴, 实线表示实际航迹,  $x'$  表示平台的瞬时位置坐标,  $A(x')$  点表示平台在某一时刻的实际位置,  $N(x')$  点表示在理想航迹上与  $A(x')$  点对应的位置,  $O_1$  为  $N(x')$  点在地面上的投影, 且  $|O_1N| = H$ 。在波束照射范围内, 场景中任意一点  $P(x, r)$ , 到平台实际位置  $A(x')$  和理想位置  $N(x')$  瞬时距离  $|AP|$  和  $|NP|$  的表达式分别为

$$R_A(x', x, r) = \sqrt{(x' - x)^2 + (r + \delta r(x', x, r))^2} \quad (1)$$

$$R_N(x', x, r) = \sqrt{(x' - x)^2 + r^2} \quad (2)$$

其中,  $|AP_0| = r + \delta r(x', x, r)$ ,  $|NP_0| = r$ 。记  $|NA| = d$ ,  $\vartheta(x', r)$  表示俯仰角。同理,  $R_A(x', x, r)$  还可表示为

$$\begin{aligned} R_A(x', x, r) &= \sqrt{R_N^2 + |d|^2 - 2R_N|d|\cos\angle ANP} \\ &= \sqrt{R_N^2 + d \cdot d - 2 \cdot R_N \cdot d \cdot I} \end{aligned} \quad (3)$$

式中,  $I$  为  $NP$  对应的单位向量。

根据窄波束和平地假设<sup>[14]</sup>, 运动误差的空变性可以近似地仅用距离的空变性来代替, 即在波束照射范围内, SAR 平台相对于任意点目标  $P(x, r)$  的运动误差都可以近似用平台相对于波束中心线上相同最短斜距处点目标  $P_0(x', r)$  的运动误差来代替, 有

$$|AP| - |NP| \approx |AP_0| - |NP_0| = \delta r(x', x', r) \quad (4)$$

记  $\delta R(x', x, r) = |AP| - |NP|$ ,  $\delta R(x', x', r) = |AP_0| - |NP_0| = \delta r(x', x', r)$ , 则

$$\begin{aligned} \delta R(x', x, r) &= R_A(x', x, r) - R_N(x', x, r) \\ &= \sqrt{R_N^2 + d \cdot d - 2R_N \cdot d \cdot I} - R_N \\ &= R_N \left[ \sqrt{1 + \frac{d \cdot d}{R_N^2} - 2 \frac{d \cdot I}{R_N}} - 1 \right] \end{aligned} \quad (5)$$

我们的目的是要使  $|\delta R(x', x, r) - \delta R(x', x', r)|$  达到最小, 即  $\delta R(x', x, r)$  和  $\delta R(x', x', r)$  的近似程度达到最高, 这样根据窄波束和平地假设, 用 SAR 平台相对于波束中心处点目标  $P_0(x', r)$  的运动误差  $\delta R(x', x', r)$

对波束照射范围内 SAR 平台相对于任意点目标  $P(x, r)$  的运动误差  $\delta R(x', x, r)$  进行补偿之后, 所得残余的运动误差达到最小, 运动补偿的效果将达到最好。

对于式(5), 当  $d(x') \cdot I(x', x, r) \approx d(x') \cdot I(x', x', r)$  时,  $\delta R(x', x, r) \approx \delta R(x', x', r)$ , 对运动误差进行补偿达到的效果最好。我们可以在波束照射范围内找到任意点目标  $P(x, r)$ , 当其到平台实际位置  $A(x')$  和理想位置  $N(x')$  的距离之差等于波束中心线方向上的点目标  $P_0(x', r)$  到  $A(x')$  和  $N(x')$  的距离之差时, 即波束照射范围内 SAR 平台相对于任意点目标的运动误差均等于 SAR 平台相对于波束中心视线上相应点目标的运动误差, 则  $P(x, r)$  的轨迹为 3 维空间上的双曲面, 其与地平面的交线为双曲线, 且在该双曲线上的点沿雷达波束中心视线方向的运动误差不具有方位空变性, 该双曲线称为等斜距误差曲线。此时, SAR 平台相对具有不同方位波束角的任意点目标运动误差均可等效为 SAR 平台相对波束中心线上相同最短斜距处点目标的运动误差, 进行运动补偿时等效为只考虑对相应波束中心线上的点目标运动误差进行补偿, 则沿着等斜距误差曲线在雷达波束中心视线处的切线方向,  $|\delta R(x', x, r) - \delta R(x', x', r)|$  达到最小, 二者的近似程度最高, 运用窄波束和平地假设进行运动补偿是最优的, 同时这一近似大大简化了运动补偿过程。

对于波束照射范围内任意点目标  $P(x, r)$  的位置轨迹所形成的双曲面, 假设其半长轴和半短轴长度分别为  $a$  和  $b$ , 焦距的长度为  $c$ , 如上所述, 有

$$2c = |d(x')| \quad (6)$$

$$\| |AP| - |NP| \| = \delta r(x', x', r) = 2a \quad (7)$$

成立, 则

$$b^2 = c^2 - a^2 = \frac{|d(x')|^2}{4} - \frac{\delta r^2(x', x', r)}{4} \quad (8)$$

如图 2 所示, SAR 平台所在法平面的几何, 分别以  $N$  和  $O_1$  为原点, 建立  $y_r N z_r$  坐标系和  $y_0 O_1 z_0$  坐标系,  $z_r$  轴与  $z_0$  轴的夹角为  $\beta$ ,  $P_0$  为  $P$  在法平面内的投影, 则根据窄波束和平地假设, 在  $y_r N z_r$  坐标系中,  $P_0$  点的轨迹方程满足:

$$\frac{(y_r + d/2)^2}{a^2} - \frac{z_r^2}{b^2} = 1 \quad (9)$$

保持  $\angle NAP$  不变, 绕轴  $NA$  旋转, 得到 3 维空间内  $P$  点的轨迹表达式。

$$\frac{(y_r + d/2)^2}{a^2} - \frac{z_r^2}{b^2} - \frac{x_r^2}{b^2} = 1 \quad (10)$$

而  $Nx_r y_r z_r$  坐标系和  $O_1 x_0 y_0 z_0$  坐标系之间有如式(11)形式的转换关系:

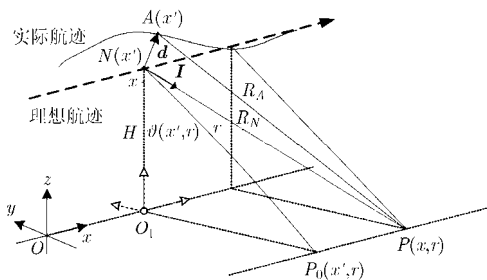


图 1 正侧视模式下 SAR 运动几何

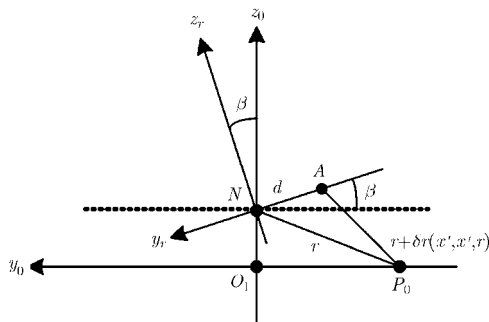


图2 垂直于理想航迹的 SAR 几何

$$\left. \begin{aligned} x_r &= x_0 \\ y_r &= y_0 \cos \beta - (z_0 - H) \sin \beta \\ z_r &= y_0 \sin \beta + (z_0 - H) \cos \beta \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

结合图 1,  $O_1x_0y_0z_0$  坐标系和  $Oxyz$  坐标系之间的转换关系如式(12)所示。

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= x - x' \\ y_0 &= y \\ z_0 &= z \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

根据式(11)和式(12), 有

$$\left. \begin{aligned} x_r &= x - x' \\ y_r &= y \cos \beta - (z - H) \sin \beta \\ z_r &= y \sin \beta + (z - H) \cos \beta \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

将式(13)代入式(10), 可得在  $Oxyz$  坐标系中  $P(x, r)$  点的轨迹方程为

$$\left[ \frac{y \cos \beta - (z - H) \sin \beta + d/2}{a^2} - \frac{[y \sin \beta + (z - H) \cos \beta]^2}{b^2} - \frac{(x - x')^2}{b^2} \right] = 1 \quad (14)$$

下面求该双曲面与地平面交线, 令  $z = 0$ , 式(14)变为

$$\left( \frac{y \cos \beta + H \sin \beta + d/2}{a^2} - \frac{(y \sin \beta - H \cos \beta)^2}{b^2} - \frac{(x - x')^2}{c^2} \right) = 1 \quad (15)$$

式(15)即为  $P(x, r)$  的等斜距误差曲线。若要得到根据窄波束和平地假设进行运动补偿的最优方向, 则需要求出该双曲线在雷达波束中心视线上的切线方向。在式(15)两边对  $x$  求导, 可得

$$\frac{dy}{dx} = \left[ \frac{(1/b^2)(x - x')}{\left\{ (y/a^2) \cos^2 \beta + (H/a^2) \sin \beta \cos \beta + (d/(2a^2)) \cos \beta - (y/b^2) \sin^2 \beta + (H/b^2) \sin \beta \cos \beta \right\}} \right] \quad (16)$$

在雷达波束中心视线上, 有  $x - x' = 0$ ,  $dy/dx = 0$ 。由此可得, 在正侧视模式下, 当仅存在高度误差时, 窄波束和平地假设运动补偿的最优

方向平行于方位向, 并且垂直于雷达波束中心视线的方向。下面讨论斜视模式下窄波束和平地假设运动补偿方向的情形。

### 3 斜视模式下运动补偿的最优方向

如图 3 所示, 以  $O$  为原点建立空间直角坐标系  $Oxyz$ , 在斜视模式下 SAR 运动几何中, 斜视角为  $\theta_s$ , 波束中心所指的方向与垂直理想航迹的平面夹角为  $\theta$ , 即该方向所在平面为  $ANP$ , 其它参数的含义与图 1 相同。当仅存在高度误差时, 运动误差出现在法平面与  $ANP$  的交线方向上。这样, 我们可以将斜视模式<sup>[14-16]</sup>下窄波束和平地假设运动补偿方向的推导等价为先在正侧视模式下进行窄波束和平地假设处理, 然后通过坐标系之间的转换关系, 将所得到的正侧视模式转换为在不同坐标系下的斜视模式进行处理, 从而推导出斜视模式下窄波束和平地假设运动补偿方向的指向, 下面对该过程进行具体的讨论。

在  $O_1x_0y_0z_0$  坐标系中,  $y_0$  轴与  $PO_1$  重合,  $z_0$  轴与  $O_1N$  重合, 则  $Oxyz$  坐标系中的斜视成像模式在  $O_1x_0y_0z_0$  坐标系中来看就等效成了正侧视成像模式, 此时在  $O_1x_0y_0z_0$  坐标系中, 可以根据正侧视模式的情况进行相应的处理, 与正侧视模式下的推导完全相同, 此处忽略。下面对坐标系进行转换, 坐标系转换示意图如图4所示。将  $O_1x_0y_0z_0$  坐标系绕  $z_0$  轴顺时针旋转角度  $\theta$ , 可得到  $O_1x_1y_1z_1$  坐标系, 再将  $O_1x_1y_1z_1$  坐标系左移  $x' + r \tan \phi$  个单位长度, 可得  $Oxyz$  坐标系。

综上, 窄波束和平地假设运动补偿的最优方向垂直于  $O_1P$ , 也垂直于  $NP$ 。如图 5 所示, 在  $NP_0P$  平面中, 以  $O$  点在理想航迹上的投影为新的坐标原点  $O_2$ ,  $P$  点坐标为  $(x' + r \tan \phi, -r \sin \vartheta(x', r))$ , 则在  $O_1x_0y_0z_0$  坐标系中经过  $P$  点, 斜率为  $\tan \theta_s$  的直线方程表达式变为

$$y - (-r \sin \vartheta(x', r)) = \tan \theta_s (x - x' - r \tan \phi) \quad (17)$$

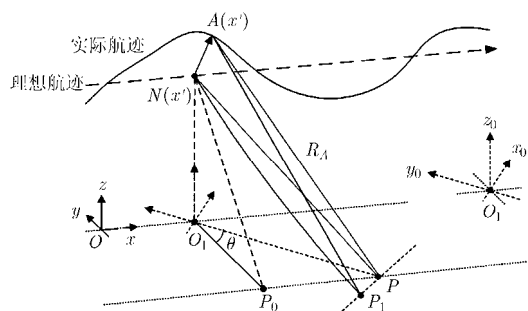


图3 斜视模式下 SAR 运动几何

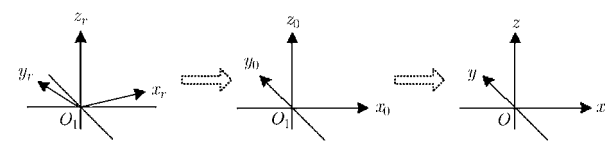


图 4 坐标系转换示意图

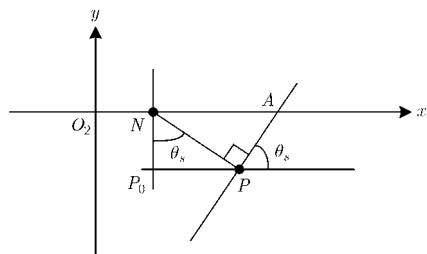


图 5 斜视模式下基于窄波束和平地假设的最优方向示意图

因此，在斜视模式下，当仅存在高度误差时，窄波束和平地假设运动补偿最优的方向不再平行于方位向，而是垂直于雷达波束中心的视线方向。

4 仿真实验

当雷达分别工作在正侧视和斜视模式(斜视角为  $40^\circ$ )且只存在高度误差时，平台高度相对于场景中心点的变化曲线如图 6 所示，其余仿真参数见表 1。根据窄波束和平地假设，沿着垂直于雷达波束中心视线的方向做运动补偿，得到位于场景中心处点目标的回波信号相位，如图 7 所示。

表 1 仿真参数

波长	3.14 cm
脉冲宽度	5 $\mu$ s
信号带宽	90 MHz
采样频率	100 MHz
脉冲重复频率	500 Hz
飞行速度	80 m/s
最短斜距	4984 m

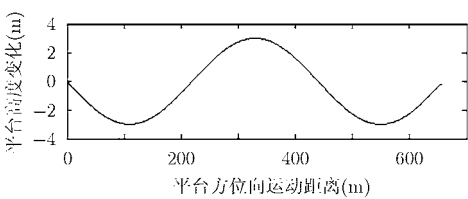
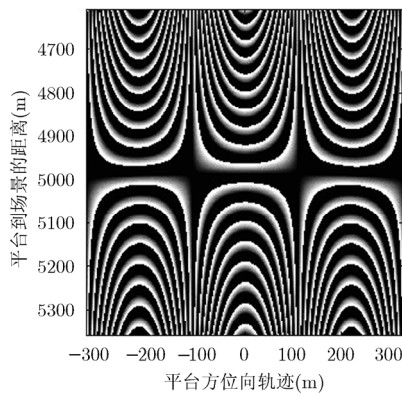


图 6 平台高度随平台位置在方位向变化的轨迹

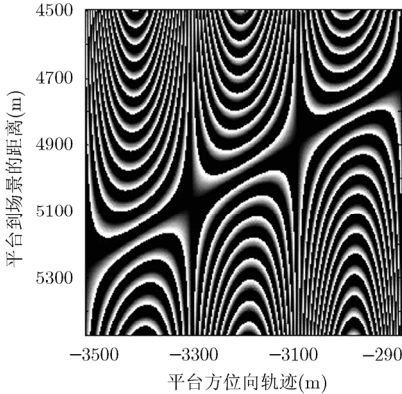
对波束照射范围内的任意点目标来说，根据窄波束和平地假设，用雷达波束中心视线方向上和该目标所在相同距离门处点目标的运动误差去补偿该运动误差，所得残余的运动误差将达到最小。沿着等斜距误差曲线的方向进行运动补偿，对解耦合和后续补偿空变运动误差操作的影响将达到最小，即在窄波束和平地假设下，运动补偿最优的方向为使残余运动误差达到最小时的方向。

如图 7(a)所示，在正侧视情况下，波束和平地假设运动补偿最优的方向与方位向相同，这是因为在每个方位采样点处均沿着垂直于雷达波束视线方向进行运动补偿，在第 253 个距离单元处，所得相位差的值在运动补偿最优方向上的变化范围达到最小，所得结果与理论推导吻合，从而验证了该结论的正确性。

与正侧视条件下的情况不同，在斜视模式下，如图 7(b)所示，窄波束和平地假设运动补偿的最优方向不再平行于方位向，而是垂直于雷达波束中心视线的方向。此时，窄波束和平地假设运动补偿最优方向的斜率大约为 0.84，而根据表 1 中的仿真参数，在无运动误差情况下，从理论上计算出的窄波束和平地假设运动补偿最优方向的斜率大约为 0.84，从而验证了斜视条件下窄波束和平地假设运动补偿最优方向的正确性，与理论推导的结果相一致。



(a)正侧视时的信号相位



(b)斜视角为  $40^\circ$  时的信号相位

图 7 沿运动补偿最优的方向进行补偿后回波信号的相位

## 5 结束语

运动误差的空变性是 SAR 运动补偿过程中的难点, 可以考虑采用一定的近似, 简单、高效地进行运动补偿。本文在正侧视模式和斜视模式运动补偿模型的基础上, 从理论上详细证明了当仅存在高度误差时, 两种不同模式下窄波束和平地假设运动补偿最优的方向均垂直于雷达波束中心视线, 用仿真实验验证了该结论的正确性, 为运动补偿理论后续研究的不断深化提供了一定的支撑。

## 参 考 文 献

- [1] 张磊. 高分辨 SAR/ISAR 成像及误差补偿技术研究[D]. [博士学位论文], 西安电子科技大学, 2012.  
Zhang Lei. Study on high resolution SAR/ISAR imaging and error correction[D]. [Ph.D. dissertation], Xidian University, 2012.
- [2] Zhang Lei, Sheng Jia-lian, Xing Meng-dao, *et al.* Wavenumber-domain autofocusing for highly squinted UAV SAR imagery[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2012, 12(5): 1574-1588.
- [3] Yang Lei, Xing Meng-dao, Wang Yong, *et al.* Compensation for the NsRCM and phase error after polar format resampling for airborne spotlight SAR raw data of high resolution[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2013, 10(1): 165-169.
- [4] Fornaro G. Trajectory deviations in airborne SAR: analysis and compensation[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1999, 35(3): 997-1009.
- [5] Fornaro G, Franceschetti G, and Perna S. On center-beam approximation in SAR motion compensation[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2006, 3(2): 276-280.
- [6] 杨磊, 徐刚, 唐禹, 等. 包络相位联合自聚焦高分辨 SAR 运动补偿[J]. *系统工程与电子技术*, 2012, 34(10): 2010-2017.  
Yang Lei, Xu Gang, Tang Yu, *et al.* Jointly autofocus of range shift and phase error for high resolution SAR motion compensation[J]. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2012, 34(10): 2010-2017.
- [7] Zamparelli V, Perna S, and Fornaro G. An improved topography and aperture dependent motion compensation algorithm[C]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Symposium(IGARSS)*, Munich, 2012: 5805-5808.
- [8] Ding Ze-gang, Liu Luo-si, Zeng Tao, *et al.* Improved motion compensation approach for squint airborne SAR[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2013, 51(8): 4378-4387.
- [9] Xu Gang, Xing Meng-dao, Zhang Lei, *et al.* Robust autofocusing approach for highly squinted SAR imagery using the extended wavenumber algorithm[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2013, 51(10): 5031-5046.
- [10] 张英杰, 王彦平, 谭维贤, 等. 机载前视阵列 SAR 运动补偿研究[J]. *雷达学报*, 2013, 2(2): 168-179.  
Zhang Ying-jie, Wang Yan-ping, Tan Wei-xian, *et al.* Motion compensation for airborne forward looking synthetic aperture radar with linear array antennas[J]. *Journal of Radars*, 2013, 2(2): 168-179.
- [11] 保铮, 邢孟道, 王彤. 雷达成像技术[M]. 北京: 电子工业出版社, 2005: 185-228.  
Bao Zheng, Xing Meng-dao, and Wang Tong. Radar Imaging Technique[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2005: 185-228.
- [12] Cumming I G and Wong F H. Digital Processing of Synthetic Aperture Radar Data: Algorithm and Implementation[M]. Norwood, MA: Artech House, 2005: 322-379.
- [13] Carrara G, Goodman S, and Majewski M. Spotlight Synthetic Aperture Radar: Signal Processing Algorithm[M]. Boston, MA: Artech House, 1995: 200-244.
- [14] Perna S. Airborne synthetic aperture radar models, focusing and experiments[D]. [Ph.D. dissertation], Università di Napoli Federico II, 1999.
- [15] Fornaro G, Sansosti E, Lanari R, *et al.* Role of processing geometry in SAR raw data processing[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2002, 38(2): 441-454.
- [16] Fornaro G, Franceschetti G, and Perna S. Motion compensation errors: effects on the accuracy of airborne SAR images[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2005, 41(4): 1338-1352.

曾乐天: 男, 1988 年生, 博士生, 研究方向为合成孔径雷达成像。

邢孟道: 男, 1975 年生, 教授, 研究方向为合成孔径雷达成像、目标识别等。

陈士超: 男, 1985 年生, 博士生, 研究方向为双基合成孔径雷达成像。