2007年8月 Aug. 2007

# 基于蚁群算法的最优路径选择问题的研究

夏立民, 王 华, 窦 倩, 陈 玲

(首都师范大学 信息工程学院, 北京 100037)

摘 要:交通网络中最优路径的选择尤为重要,各国学者在这方面做了大量的研究和改进。提出了一种基于蚁群算法的最优路径选择问题的新方法。在最优路径的选择过程中采用蚁群算法并对其进行建模,能够发挥算法并行性、正反馈、协作性等特点,使各蚂蚁个体之间相互协作,在较短的时间内发现较优解。研究及模拟实验结果表明,蚁群算法是一种鲁棒性较强的新型模拟仿生算法,具有较好的发展前景。

关键词: 蚁群算法; 交通网络; 最优路径; 信息素; 模拟进化算法

中图法分类号: TP182 文献标识码: A 文章编号: 1000-7024 (2007) 16-3957-03

## Research for optimal routing problem based on ant colony algorithm

XIA Li-min, WANG Hua, DOU Qian, CHEN Ling

(Institute of Information Engineering, Capital Normal University, Beijing 100037, China)

Abstract: It's necessary to choose the optimal route in traffic network. Various foreign researchers have done a lot of research and improvement. A new method about choosing the optimal routing problem based on ant colony algorithm is presented. In the process of choosing the best path, ACA is used and built a mathematic model for this. In this model, the ACA's characters such as parallelism, positive feedback and collaboration are exerted, with which the unit could collaborate each other and could find the better solution in shorter time. The study and simulation results indicate that ACA is a new simulated bionic algorithm with robust, and it has a better progress foreground.

Key words: ant colony algorithm (ACA); transport network; optimal routing; pheromone; simulated evolutionary algorithm

#### 0 引 言

路径规划问题(path planning problem, PPP)是在给定的城市道路网中寻找出一条从起始点到目标点之间的最优路径的问题。在解决这个问题方面各国学者已经做了大量的研究,其中包括Dijkstra算法及其改进、启发式搜索算法、模糊算法、神经网络、遗传算法[1-5]等。蚁群算法(ant colony algorithm, ACA)是 20世纪 90 年代由意大利学者 M. Dorigo、V. Maniezzo、A. Colorini等人通过模拟自然界蚂蚁觅食行为提出的一种全新的模拟进化算法,并用该算法求解了旅行商问题(traveling salesman problem, TSP)、作业车间调度问题 (job-shop scheduling problem, JSP)和二次分配(quadratic assignment problem, QAP)等问题,取得了一系列较好的实验结果[6-8]。本文提出了一种利用蚁群算法来求解最优路径选择的方法。

## 1 蚁群算法原理

在自然界中蚂蚁几乎是瞎子,却能发现食物与蚁巢之间

的最短距离。生态学家经过大量细致的观察研究发现, 蚂蚁 个体是借助信息素来实现这一点的。蚂蚁在寻找食物的运动 过程中会分泌这种物质, 其它蚂蚁能够在运动过程中感知该 物质,大量的蚂蚁共同合作通过信息素浓度的变化来指导其 运动方向。当它们碰到一个还没有走过的路口时,就随机地 挑选一条路径前行,同时释放出与路径长度有关的信息素。路 径越长,释放的信息素浓度就越低。当后来的蚂蚁再次碰到 这个路口时,选择信息素浓度较高路径的概率就会相对较大。 最优路径上的信息素浓度越来越大, 而其它的路径上信息素 浓度却会随着时间的流逝而消减。不仅如此、蚂蚁还能够适 应环境的变化, 当蚁群运动路线上突然出现障碍物时, 蚂蚁能 够很快地重新找到一条最优路径。经过某一路径的蚂蚁越多, 路径上的这种信息素的强度就越大,蚂蚁选择该路径的概率 就越大。因此;由大量蚂蚁组成的蚁群觅食的集体行为就表 现为信息素的正反馈现象。在蚂蚁寻找食物的过程中, 虽然 单个蚂蚁的选择能力有限,但通过信息素的作用,蚁群之间的 个体交换着路径信息,最终能找出最优路径,如图1所示。

收稿日期: 2006-07-25 E-mail: lmxia1221@163.com

基金项目: 北京市教委基金项目 (KM200410028013)。

作者简介: 夏立民(1981一), 男, 山东安丘人, 硕士研究生, 研究方向为人工智能、智能交通、数据挖掘; 王华(1964一), 女, 北京人, 博士, 副教授, 研究方向为软件工程、人工智能、电力系统自动化; 窦倩(1982一), 女, 北京人, 硕士研究生, 研究方向为人工智能、人工情感、智能教学系统; 陈玲(1982一), 女, 湖南岳阳人, 硕士研究生, 研究方向为人工智能、智能交通。

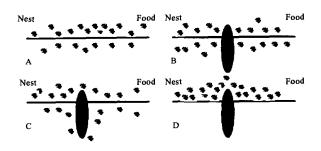


图 1 蚂蚁寻找最优路径的原理

图 1 中: A 蚂蚁沿着食物源和蚁巢之间的路径行进。B 在行进路上出现障碍物,蚂蚁以同样的概率选择向左或者向右行进的路线。C 在较短的路径上蚂蚁释放的信息素比较长路径上的信息素浓度高。D 蚂蚁都选择信息素浓度高的那条路径较短的线路,最终找到最优的路径。

蚁群算法就是在对上述蚂蚁觅食过程进行模拟的过程中 而产生的。算法具有正反馈、分布式计算以及富于建设性的 贪婪启发式搜索等特性。正反馈有助快速发现较好的解,分布 式计算则避免了在迭代过程中早熟现象的出现,而贪婪启发式 搜索的运用则使在搜索过程中较早地发现可接受解成为可能。

#### 2 基于蚁群算法的最优路径选择

#### 2.1 最优路径问题的描述

城市道路网有道路路线、交叉路口等物理属性,同时也具有路线长度、通行时间、路况等各种其它逻辑属性。用节点来表示城市道路网中的交叉路口,连接两节点之间的边表示道路路线,并将路线的长度、通行时间、路况等属性表示为该边的权值,那么就可以把道路网络抽象为一个带权有向图。

给定一个带权有向图G为二元组G=(V,{E}),其中V是包含n个节点的集合,E是包含h条边(弧段)的集合, $<i_j>$ 是E中从节点i至j的边, $w_{ij}$ 是i之 $i_j>$ 的非负权值。设S,T分别为V中的起始节点和目标节点,则最优路径问题就是指在带权有向图G中,寻找从指定起始节点S到目标节点T的一条具有最小权值总和的路径。

## 2.2 蚁群算法模型及描述

最优路径选择问题与蚂蚁进行觅食的行为过程类似。给定一个有n个节点的城市道路网的最优路径选择问题,可以将起始节点S看作蚁巢,目标节点T看作是蚂蚁所要寻找的食物源,个体在从起始节点开始经过一定的路段、节点后,最终到达目的节点;并且在路径选择过程中,个体根据本身及外部条件的变化选择合适的路线。这样,最优路径的选择问题就可转化为人工蚁群觅食过程中的寻找最优路径的问题。这里假设人工蚂蚁总共有m只,每只蚂蚁满足如下的行为规则:①能够释放出引导蚂蚁进行路径选择的信息素;②根据与当前节点相连接的路径上的信息素浓度和路径的长度,以相应的概率来选择下一个节点;③不再选择已经走过的节点为下一个节点;④在寻找食物时,通过信息素寻找下一个节点,同时释放出信息素;⑤按一定的路径长度释放相应浓度的信息素,并且所释放信息素的浓度会随时间的推移而逐步减小。

设b(t)表示t时刻位于节点i的蚂蚁数目,则 $m=\sum\limits_{i=1}^{n}b_{i}(t)$ ;  $\tau_{ij}(t)$ 为

t时刻路径<i,j>上的信息素浓度, $\Gamma$ ={ $\tau_i(t)|\nu_i,\nu_i \in V$ }是t时刻集合V中节点两两连接的边 $e_i$ 上残留的信息素浓度的集合。在初始时刻各条路径上信息素浓度相等,并设 $\tau_i(0)$ =const,基于蚁群算法的最优路径选择就是通过在有向图G=( $V,E,\Gamma$ )中寻找节点,使其获得最小的耗费权值来实现的。

蚂蚁k(k=1,2,···,m)在运动过程中,根据各条路径上的信息 素浓度决定其转移方向。这里用禁忌表tabu<sub>k</sub>(k=1,2,···,m)来记 录蚂蚁k当前所走过的节点,路径集合随着tabu<sub>k</sub>进化过程作动 态调整。在路径选择过程中,蚂蚁根据各条路径上的信息素 浓度及路径的启发式信息来计算状态转移概率<sup>18</sup>。设p'<sub>k</sub>(t)表示 在t时刻蚂蚁k由节点i转移到节点j的状态转移概率

$$p_{y}^{k}(t) = \begin{cases} \frac{\left[\tau_{y}(t)\right]^{a} \cdot \left[\eta_{u}(t)\right]^{\beta}}{\sum_{j \in allowed, } \left[\tau_{u}(t)\right]^{a} \cdot \left[\eta_{u}(t)\right]^{\beta}}, & \text{if } j \in allowed, \\ 0. & \text{if } ||\cdot|| \end{cases}$$

式中:  $allowed_i$ ={ $V-tabu_i$ }——蚂蚁k下一步允许选择的节点; $\alpha$ ——信息启发式因子,表示轨迹的相对重要性,反映了蚂蚁在运动过程中所积累的信息素在蚂蚁运动时所起的作用,其值越大,则该蚂蚁越倾向于选择其它蚂蚁已经经过的路径,蚂蚁之间协作性的越强:  $\beta$ 为期望启发式因子,表示能见度的相对重要性,反映了蚂蚁在运动过程中启发信息素在蚂蚁选择路径中受重视的程度,其值越大,则该状态转移概率越接近于贪心规则;  $\eta_i(t)$ 为启发函数,其表达式如下

$$\eta_{\theta}(t) = \frac{1}{d_{\theta}} \tag{2}$$

式中: $d_{ij}$ —相邻两个节点i,j之间路径 $\langle i,j \rangle$ 的距离。对蚂蚁k而言, $d_{ij}$ 越小,则 $\eta_{ij}(t)$ 越大, $p_{ij}^{*}(t)$ 也就越大。显然,该启发函数表示蚂蚁从节点i转移到节点j的期望程度 $i^{(i)}$ 。

为避免残留信息素过多而引起残留信息淹没启发信息,在每只蚂蚁走完一步或者完成对所有n个节点的遍历(也即一个循环结束)后,要对残留信息进行更新处理。用τ<sub>i</sub>(t)表示在t时刻路径<i,)>上的信息素浓度,则在t+1时刻此路径上的信息素浓度为

$$\tau_{ij}(t+1)=(1-\rho)\cdot\tau_{ij}(t)+\Delta\tau_{ij}(t) \tag{3}$$

$$\Delta \tau_{ij}(t) = \sum_{i=1}^{m} \Delta \tau_{ij}^{k}(t) \tag{4}$$

式中: $\rho$ ——信息素挥发系数, $\rho$  $\in$ [0,1),则 $1-\rho$ 表示信息素浓度残留因子,表示残留的信息素的相对重要程度。 $\Delta \tau_{i}(t)$ 表示在时刻t到t12 (1) 之间路径 $< i_{i} >$  上的信息素浓度增量,初始时刻 $\Delta \tau_{i}(0)$ =0, $\Delta \tau_{i}(t)$ 表示第k只蚂蚁在时刻t到t12 (1) 在路径 $< i_{i} >$  上增加的信息素浓度。

根据信息素浓度更新策略的不同,Dorigo M 提出了 3 种不同的基本蚁群算法模型,分别称之为 Ant-Cycle 模型、Ant-Quantity 模型及 Ant-Density 模型,其差别在于 $\Delta \tau \dot{\chi}(t)$ 的求法不同<sup>[7]</sup>。在这里采用 Ant-Quantity 模型,其表述为

$$\Delta t \vec{q}(t) = \begin{cases} \frac{Q}{d_y} , \text{若第 } k \text{ 只蚂蚁在 } t \text{ 和 } t+1 \text{ 之间经过}(i,j) \\ 0 \text{ 否则} \end{cases}$$
 (5)

Q为一个常量,用来表示每只蚂蚁所释放的信息素浓度总量,它在一定程度上影响算法的收敛速度 $^{(0)}$ , $d_i$ 与前述一致,表示节点i与节点j之间路径< i,j>的长度,即增加的信息素浓度与所经过的路径的长度有关,这非常符合实际中蚂蚁觅食释

放信息素行为的过程。

在以上算法中,参数 $m, \rho, Q, \alpha, \beta$ 的最佳组合可以由实验确定。

#### 2.3 算法步骤及实验验证

依据本中的蚁群算法模型及描述,设计算法步骤如下:

- (1)初始化各参数,输入基础数据,计数器Ne=0;
- (2) 将m只蚂蚁随机均匀的放到N个节点V={V<sub>1</sub>,V<sub>2</sub>,···,V<sub>N</sub>}上,得到 节点i的蚂蚁集 $S_i$ 和蚂蚁数 $b_i$ ,初始化 $tabu_k$ 以及 $allowed_{k,i}=0$ (已完 成任务蚂蚁数); 初始点为 0 的蚂蚁的过程变量Pro[k]=1, 初始 点为非 0 点的蚂蚁的过程变量Pro[k]=2;
- (3)在节点i取蚂蚁k,判断其初始节点。若为0点,则按转 移规则公式 (1) 确定节点j, 更新 $tabu_k$ ,  $S_i$ ,  $b_i$ 。且若Pro[k]=1,则 Pro[k]=2, 跳转到第(4)步; 而当Pro[k]=2时, 若j点为初始节点, 则当前蚂蚁数目1++,并跳转到第(3)步,否则跳转到第(4)步。 若为非 0点,则按照转移规则公式(1)确定转移节点/,更新  $tabu_k, S_i, b_i$ 。并且当Pro[k]=1时,若j点为 0,则Pro[k]=2,并跳转 到第(3)步; 当Pro[k]=2时, 若j点为初始节点,则l++,并跳转到 第(3)步,否则跳转到第(4)步;
  - (4)更新S<sub>i</sub>,重复第(3)步和第(4)步,直到b=0;
- (5)在所有蚂蚁都移动一次后,按局部更新规则公式(3)、 (4)进行信息素的更新;
- (6)更新所有节点的b,,若所有节点上蚂蚁数量b=0或l=m, 跳转到第(7)步,否则跳转到第(3)步;
- (7)由 $tabu_k$ 生成路径集 $L=\{L_1,L_2,\cdots L_m\}$ ,寻找可行解,得到可 行解集 $A=\{A_1,A_2,\cdots A_p\}$ ;若未发现可行解,在近似解中进行选择, 并跳转到第(8)步;
- (8) 计算本次搜索到的最优路径 $L^{\prime}(q)$ , 并得到迄今为止 的最优路径, $L^*=\min\{L^*(q),L^*\}$ ,按全局更新公式(5)进行信息 素更新:
- (9)若N<sub>c</sub>≥N<sub>c</sub>,则算法终止,并输出L\*;否则N<sub>c</sub>++,并跳转到 第(2)步。

对上述算法进行编程实现,并采用数据验证,实验中选用 有48个节点。实验基础数据如表1所示。

设置参数 $m=20, N_{c_m}=100, \alpha=2, \beta=2, \tau_u=10, \rho=0.1$ , 初始 $Q_0=$ 0。运行到第47次时,就可以找到一条最优路径为:1->8->9-> 38->31->44->18->28->7->36->30->27->19->37->6->43->17->20-> 33->12->15->46->40->11->23->14->25->13->47->21->39->32->24-> 10->35->45->4->26->42->2->29->48->5->41->34->3->16->22->1, 其长度约为 37 160.6 m。

在算法迭代的过程中,其最优路径的进化过程,当前最短 路径状态以及蚂蚁的运行过程分别如图 2、3、4 所示。









进化曲线

路径状态

图 4 最优路径 选择过程

由以上实验验证结果可以看出:蚁群算法能够相对较快 地找到一条最优路径,在较少的迭代次数内就能够找到较合 理的解。

### 3 结束语

将蚁群算法应用于交通网络最优路径的选择过程中,能 充分发挥算法的协作性、正反馈和分布式并行计算的特点。实 验结果表明,算法具有较好的进化能力,并能获得满足条件的 最优路径。在进一步的研究中,将利用蚁群算法进行动态最 优路径选择,以充分发挥蚂蚁能够实时绕开障碍,寻找到最优 路径的特性。

## 参考文献:

- [1] 唐文武,施晓东,朱大奎.GIS 中使用改进的 Dijkstra 算法实现 最短路径的计算[J].中国图像图形学报,2000,5(12):1019-1023.
- Jagadesh G R, Shrinkthan T, Quek K H. Heuristic techniques for [2] accelerating hierarchical routing on road networks [J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation System, 2003,3 (4): 301-309.
- [3] 关柱霞、赵剡、刘莹青.一种基于模糊理论的最佳路径选择方法 [J].华北工学院学报,2001,22(1):75-78.
- Wen Huimin, Yang Zhaosheng. Study on the shortest path algori-[4] thm based on fluid neural network of in vehicle traffic flow guidance system[C]. Proceeding of the IEEE International Conference on Vehicle Electronics. Changchun: IEEE, 1999:110-113.

表 1	空岭某础数据	
75	그는 내장 세우 선택 경기 제품	

节点编号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	. 12	
横坐标(m)	6 3 7 4	2 233	5 530	401	3 082	7 608	7 573	7 265	6 898	1 112	5 468	5 989	
纵坐标(m)	1 453	10	1 424	841	1 644	4 458	3 716	1 268	1 885	2 049	2 606	2 873	
节点编号	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	
横坐标(m)	4 706	4 612	6 347	6 107	7 611	7 462	7 732	5 900	4 483	6 101	5 199	1 633	
纵坐标(m)	2 674	2 035	2 683	669	5 184	3 590	4 723	3 561	3 369	1 110	2 183	2 809	
节点编号	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	
横坐标(m)	4 307	675	7 555	7 541	3 177	7 352	7 545	3 245	6 426	4 608	23	7 248	
纵坐标(m)	2 322	1 006	4 819	3 981	765	4 506	2 801	3 305	3 173	1 198	2 216	3 779	
节点编号	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	
横坐标(m)	7 762	7 392	3 484	6 271	4 985	1 916	7 280	7 509	10	6 807	5 185	3 023	
纵坐标(m)	4 595	2 244	2 829	2 135	140	1 569	4 899	3 239	2 676	2 993	3 258	1 942	

结构张量的特征向量w<sub>1</sub>,w<sub>2</sub>,w<sub>3</sub>和κ,并令

$$\begin{cases}
c_1 = \mu \\
c_2 = \mu
\end{cases}$$

$$c_3 = \begin{cases}
\mu & \text{if } \kappa = 0 \\
\mu + (1 - \mu) \exp(-\frac{C}{\kappa}) & \text{else}
\end{cases}$$
(20)

为特征值,可构成三维扩散张量

$$\mathbf{D} = (\mathbf{w}_1 \, \mathbf{w}_2 \, \mathbf{w}_3) \begin{pmatrix} c_1 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & c_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{w}_1^T \\ \mathbf{w}_2^T \\ \mathbf{w}_3^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ b & d & e \\ c & e & g \end{pmatrix}$$
(21)

其中: 0<µ<1,C>0 — 根据实际情况设置的参数,通常设置  $C=1,c_1$ 和 $c_2$ 为一个较小的正数, $c_1$ 所对应的特征向量与梯度方 向平行, c2所对应的特征向量与梯度方向垂直, c3是一个与结 构张量特征值的差值有关的增函数,所对应的特征向量也与 梯度方向垂直。

构造扩散张量后,扩散方程的迭代公式中的二维图像数 据将变为图像序列的三维图像数据,并且有

$$div(\mathbf{D}\nabla f') = (\partial_{x}\partial_{y}\partial_{z}) \begin{pmatrix} a & b & c \\ b & d & e \\ c & e & g \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial_{x}f^{i} \\ \partial_{y}f^{i} \\ \partial_{z}f^{i} \end{pmatrix}$$
(22)

同样,将微分用对称中心差分来代替,可以形成三维一致 增强性扩散迭代公式。并且仿照二维算法步骤可以设计具体 的三维一致增强性扩散算法步骤。

对由地震数据体转换得到的图像序列的大量分析认识 到,三维地震图像数据体也具有线性结构,而且该结构对地震 解释中储层分布的预测和储量估计具有重要意义。利用三维 一致增强性扩散算法,并且选择合适的扩散参数对地震图像 序列进行了大量实验,取得了明显的效果。图  $4(\sigma=0.6,\rho=1,$  $\mu$ =0.0001,L=3, $\Delta t$ =0.2)给出了地震水平切片处理前后的图像, 可以看出,处理后图像在不失真的情况下,噪声得到明显抑 制,纹理结构不但得到恢复,而且得到很好的保护和增强。

#### 5 结束语

本文首先由扩散方程的物理意义和尺度空间理论引出基 于偏微分方程的扩散去噪方法。通过具有线性结构图像的纹 理特征分析认为, 在去噪的过程中应考虑该类图像的结构特 征,而一致增强性扩散具有这个优点。进而重点研究了一致 增强性扩散模型,分析了它的扩散去噪过程,设计出具体的算 法步骤。在此基础上,针对具有线性结构的三维图像数据,进 一步给出了三维一致增强性扩散模型。在选择合适的扩散参





(a) 原切片图像

(b) 处理后的图像

图 4 三维一致增强性扩散对地震水平切片图像的实验

数情况下,一致增强性扩散算法对具有线性结构图像(例如指 纹图像和地震图像等)的实验均取得了很好的去噪效果,在未 出现假象的条件下,图像的结构特征能够得到很好的保护和 增强,验证了一致增强性扩散具有去噪和保护、增强纹理结构 的特点,具有广泛的应用领域。

#### 参考文献:

- [1] Weichert J.Coherence-enhancing diffusion filtering[J]. International Journal of Computer Vision, 1999, 31(2/3):111-127.
- 耿茵茵,蔡安妮.一种非线性扩散线形纹理图像增强的方法[J]. [2] 计算机辅助设计与图形学学报,2002,14(2):140-143.
- [3] Dam E B. Evaluation of diffusion schemes for multi-scale watershed segmentation [D]. Denmark: University of Copenhagen, 2000.
- [4] Chen C, Wang C.A simple edge preserving filtering technique for constructing multi-resolution systems of images[J].Pattern Recognition Letters, 1999, 20:495-506.
- [5] Weickert J.Nonlinear diffusion filtering[J]. Handbook of Computer Vision and Applications, 1999(2):423-450.
- [6] Sarti A, Mikula K, Sgallari F. Nonlinear multiscale analysis of 3D echocardiographic sequences[J]. IEEE Trans Medical Imaging, 1999,18:453-466.
- [7] Peter Bakker J.Image structure analysis for seismic interpretation[D]. Technische Universiteit Delft, 2002:12-36.
- Weickert J, Scharr H. A scheme for coherence-enhancing diffusion filtering with optimized rotation invariance[J]. Journal of Visual Communication and Image Representation, 2002, 13(1/2): 103-118.
- [9] Deguchi K,Izumitani T,Hontani H.Detection and enhancement of line structures in an image by anisotropic diffusion[J]. Pattern Recognition Letters, 2002, 23:1399-1406.

#### (上接第 3959 页)

- [5] Chang W A, Ramakrishna R S.A genetic algorithm for shortest path routing problem and the sizing of populations [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2002,6 (6): 566-
- [6] 萧蕴诗,李炳宇,吴启迪.求解TSP问题的模式学习并行蚁群算 法[J].控制与决策,2004,19(8):885-888.
- [7] Zhou P,Li X P,Zhang H F.An ant colony algorithm for job shop scheduling problem[C]. Proceedings of the 5th World Congress on Intelligent Control and Automation.2004:2889-2903.
- [8] Joseph J, John W P. Allometric scaling of ant foraging trail networks[J]. Evolutionary Ecology Research, 2003, 5:297-303.
- [9] 段海滨.蚁群算法原理及其应用[M].北京:科学出版社,2005.