

多元线性回归-线性最小二乘回归

曲线拟合的最小二乘法

已知

t_1	t_2	...	t_m
f_1	f_2	...	f_m

求函数 $S(t) \in \text{span}\{\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_m\}$ 使得残量

$$\|r\|_2 = \|[S(t_1) - f_1, S(t_2) - f_2, \dots, S(t_m) - f_m]\|_2$$

达到最小

线性最小二乘问题

定义

给定矩阵 $A \in R^{m \times n}$ 及向量 $b \in R^m$ ，确定 $x \in R^n$ ，使得

$$\|Ax - b\|_2 = \|r(x)\|_2 = \min_{y \in R^n} \|r(y)\|_2 = \min_{y \in R^n} \|Ay - b\|_2$$

这就是线性最小二乘问题，简称为 $LS(LeastSquares)$ 问题。最小二乘问题的解 x 又称做线性方程组

$$Ax = b$$

的最小二乘解。

定理（法方程）

$$A^T Ax = A^T b$$

该方程组被称为最小二乘问题的正则化方程组或法方程组。

求解

$$x = (A^T A)^{-1} A^T b$$