Online Object Tracking: A Benchmark

本文总结了这篇文章中关于 Related Work 部分的归类总结，以便以后参考。Object Tracking 任务主要包括 3 个子任务：Target Representation Scheme (或 Appearance Model)、Search Scheme、Model Update，下面就分别从这三个方面来总结各自的研究成果。

- 首先 Linear Model 的含义是模型对于未知参数是线性的，而不要求对 input 是否线性，事实上为了通常 input 都是经过非线性处理的。未知参数的线性形式为分析提供了方便，当然同时也一定程度上限定了模型的能力。最简单的一个线性模型就是 Linear Regression，它对于 input 和未知参数都是线性的。
- **Linear Model**:

  给定一个含有 N 个数据的训练数据集 $\{\mathbf{x}_n\}$（其中 $n = 1, ..., N$），同时给定了训练数据的标签值 $\{t_n\}$。

✓问题定义:

$$y(\mathbf{x}, \mathbf{w}) = w_0 + \sum_{j=1}^{M-1} w_j \phi_j(\mathbf{x}) = \sum_{j=0}^{M-1} w_j \phi_j(\mathbf{x}) = \mathbf{w}^T \phi(\mathbf{x})$$

其中 M 定义了模型的尺寸或者复杂度；$\phi_j(\mathbf{x})$ 称为 *basis functions*，一般是非线性的，可以看作是原始 input 的一种变换或者特征提取。

Linear Regression 中 basis function 选择的就是 $\phi_j(\mathbf{x}) = x_j$；Polynomial Regression 中选择的是 $\phi_j(\mathbf{x}) = x^j$。

还有一些常用的 basis functions 有:

$$\text{Gaussian Basis Function :} \phi_j(\mathbf{x}) = \exp\{-\frac{(x-\mu_j)^2}{2s^2}\}$$

$$\text{Sigmodial Basis Function :} \phi_j(\mathbf{x}) = \sigma(\frac{x-\mu_j}{s})$$

此外，还有 Fourier basis、wavelets 正交基等。

✓解决方案:

• Least Squares 最小二乘法：就是最小化 sum-of-squares error function（均方误差），目标函数为:

$$E_D(\mathbf{w}) = \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{N}\{t_n - \mathbf{w}^T\phi(\mathbf{x}_n)\}^2$$

• Maximum Likelihood Estimation (MLE) 最大似然估计：假设一个 Gaussian 噪声 ϵ，即 $t = y(\mathbf{x}, \mathbf{w}) + /epsilon$，则在训练数据样本 i.d.d. 的前提下，对数似然为:

$$\ln p(\mathbf{t}|\mathbf{X}, \mathbf{w}, \beta) = \sum_{n=1}^{N} \ln \mathcal{N}(t_n|\mathbf{w}^T\phi(\mathbf{x}_n), \beta^{-1}) = \frac{N}{2}\ln\beta - \frac{N}{2}\ln(2\pi) - \beta E_D(\mathbf{w})$$

其中的 $E_D(\mathbf{w}) = \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{N}\{t_n - \mathbf{w}^T\phi(\mathbf{x}_n)\}^2$ 就是最小二乘法的目标函数，二者最终殊途同归，即：最小二乘法 $\Longleftrightarrow$ 高斯噪声假设下的 MLE。

通过令梯度为 0 可以得出参数 $\mathbf{w}$ 的解:

$$\mathbf{w}_{ML} = (\Phi^T\Phi)^{-1}\Phi^T\mathbf{t}$$

，其中 Φ