

TRƯỜNG ĐẠI HỌC SÀI GÒN
KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN



Môn: Trí tuệ nhân tạo nâng cao

Bài tập tuần Lab04

Giảng viên hướng dẫn: Đỗ Như Tài

Sinh viên thực hiện

Nguyễn Thành Long

MSSV: 3121410297

Huỳnh Hoàng Huy

MSSV: 3121410226

Nguyễn Trần Uyên Nhi

MSSV: 3122410281

Phan Thanh Thịnh

MSSV: 3123410360

Tháng 10 - 2025

Mục lục

Phần A: Phân tích Độ phức tạp Không gian Trạng thái và Cây Trò chơi trong Connect 4	4
1 Giới thiệu Tổng quan	5
2 Phân tích không gian trạng thái	6
2.1 Ước tính giới hạn trên	6
2.2 Các ràng buộc thực tế thu hẹp không gian trạng thái	6
2.3 Đối chiếu quy mô thực tế	6
2.4 Đánh giá Tác động	7
3 Phân tích Cây Trò chơi (Game Tree)	8
3.1 Phương pháp ước tính độ phức tạp	8
3.2 Phân tích quy mô Ước tính	8
3.3 Đánh giá tác động	8
4 Sự cần thiết của các Thuật toán Tìm kiếm Thông minh	9
4.1 Phân tích các chiến lược bắt buộc	9
4.2 Tổng hợp và kết luận	9
Phần B: Triển khai Agent Minimax cho Trò chơi "Mean" Connect 4	10
1 Giới thiệu	11
2 Định nghĩa Bài toán Tìm kiếm	12
3 Phân tích Độ phức tạp	13
3.1 Kích thước Không gian Trạng thái	13
3.2 Kích thước Cây Trò chơi	13
4 Triển khai Agent Minimax	15
4.1 Thuật toán Minimax với Cắt tĩa Alpha-Beta	15
4.2 Hàm Đánh giá Heuristic	15
4.3 Tối ưu hóa: Sắp xếp Nước đi (Optimization: Move Ordering)	16
4.4 Xử lý Nước đi Mở đầu (Handling Opening Moves)	16
5 Đánh giá Thực nghiệm	17
5.1 Ảnh hưởng của Kích thước Bàn cờ đến Thời gian Thực thi	17
5.2 Hiệu quả của Tối ưu hóa Sắp xếp Nước đi	17
5.3 So sánh Agent với các Độ sâu Tìm kiếm Khác nhau	18
5.4 Ảnh hưởng của độ sâu tìm kiếm đến hiệu suất của Agent	18
6 Kết luận	19
Phần C: Phân tích Hiệu suất Thuật toán Minimax trong Trò chơi Chấm và Hộp	20
1 Giới thiệu bài toán	21

2	Độ phức tạp của Bài toán	22
2.1	Không gian trạng thái	22
2.2	Kích thước Cây Trò chơi	22
3	Đánh giá Hiệu quả Chiến lược của Tác nhân Minimax	24
3.1	Kiểm tra trên các Tình huống Cụ thể	24
3.2	So sánh Hiệu suất với Tác nhân Ngẫu nhiên	24
4	Hiệu suất Tính toán và Giới hạn Thực thi	26
4.1	Ảnh hưởng của Kích thước Bàn cờ và Độ sâu Tìm kiếm	26
4.2	Xác định Giới hạn Khả thi	26
5	Đánh giá Hiệu quả của các Kỹ thuật Tối ưu hóa	28
5.1	Hiệu quả của Sắp xếp Nước đi (Move Ordering)	28
5.2	Tác động của Hàm Lượng giá Heuristic	28
6	Kết luận và Nhận định	29

Thành viên	Nhiệm vụ được giao	Đánh giá của nhóm trưởng
Nguyễn Thành Long	Thiết kế slide thuyết minh, biên tập báo cáo tổng bằng \LaTeX ..	Hoàn thành 100%
Phan Thanh Thịnh	Phát triển <i>dots and boxes</i> .	Hoàn thành 100%
Nguyễn Trần Uyển Nhi	Phát triển <i>connect4</i> .	Hoàn thành 100%
Huỳnh Hoàng Huy	Phát triển <i>mean connect4</i>	Hoàn thành 100%

Bảng 0.1: Bảng phân công công việc của nhóm

Phần A: Phân tích Độ phức tạp Không gian Trạng thái và Cây Trò chơi trong Connect 4

1 Giới thiệu Tổng quan

Tài liệu này cung cấp một phân tích chuyên sâu về độ phức tạp tính toán của trò chơi Connect 4. Mặc dù có luật chơi đơn giản, Connect 4 ẩn chứa một chiều sâu chiến lược đáng kể, đặt ra một thách thức tính toán thú vị cho các hệ thống trí tuệ nhân tạo (AI), biến nó trở thành một môi trường thử nghiệm kinh điển cho các thuật toán tìm kiếm đối kháng.

Việc hiểu rõ quy mô của "không gian trạng thái" (tất cả các cấu hình bàn cờ hợp lệ) và "cây trò chơi" (tất cả các chuỗi nước đi có thể) là nền tảng cốt lõi để thiết kế các tác nhân AI hiệu quả. Các con số này không chỉ định lượng độ khó của trò chơi mà còn giải thích tại sao các phương pháp tìm kiếm toàn diện (brute-force) là bất khả thi, từ đó khẳng định sự cần thiết của các thuật toán thông minh hơn.

Cấu trúc của tài liệu sẽ đi sâu vào hai khái niệm cốt lõi này. Đầu tiên, chúng ta sẽ phân tích và định lượng kích thước của không gian trạng thái. Tiếp theo, chúng ta sẽ khám phá quy mô khổng lồ của cây trò chơi. Cuối cùng, dựa trên những phân tích này, tài liệu sẽ lập luận về sự cần thiết của các thuật toán tìm kiếm thông minh như Minimax với giới hạn độ sâu, hàm lượng giá heuristic và cắt tỉa Alpha-Beta để xây dựng một AI có khả năng cạnh tranh.

2 Phân tích không gian trạng thái

Không gian trạng thái của một trò chơi là tập hợp tất cả các cấu hình bàn cờ hợp lệ có thể xảy ra. Việc xác định kích thước của không gian này là bước đầu tiên để đánh giá độ khó của trò chơi từ góc độ tính toán. Nó cho chúng ta biết có bao nhiêu "bài toán" riêng biệt mà một AI có thể phải đối mặt.

2.1 Ước tính giới hạn trên

Một cách tiếp cận ban đầu để ước tính quy mô này là thực hiện một phép tính thô, bỏ qua tất cả các luật chơi phức tạp. Bàn cờ Connect 4 tiêu chuẩn có 6 hàng và 7 cột, tổng cộng 42 ô. Mỗi ô có thể ở một trong ba trạng thái: Trống, do Người chơi 1 chiếm giữ, hoặc do Người chơi 2 chiếm giữ.

Nếu không có bất kỳ ràng buộc nào, tổng số cấu hình bàn cờ có thể là:

$$3^{42} = 1.09418989 \times 10^{20}$$

Phân tích: Con số này là một sự phóng đại cực lớn xấp xỉ 109 nghìn tỷ tỷ. Nó bao gồm vô số trạng thái không thể xảy ra trong một ván cờ thực tế, ví dụ như một bàn cờ chứa đầy quân của Người chơi 1 hoặc các quân cờ lơ lửng giữa không trung.

2.2 Các ràng buộc thực tế thu hẹp không gian trạng thái

Số lượng trạng thái thực tế có thể đạt được (reachable states) từ vị trí ban đầu nhỏ hơn rất nhiều do các luật chơi cơ bản của Connect 4:

- **Ràng buộc Trọng lực (Gravity):** Đây là ràng buộc quan trọng nhất. Một quân cờ không thể "lơ lửng" ở một ô mà ô ngay bên dưới nó còn trống. Chỉ riêng quy tắc này đã vô hiệu hóa phần lớn trong số 3^{42} vị trí lý thuyết, vì nó ràng buộc vị trí của mỗi quân cờ vào trạng thái của các quân cờ bên dưới nó, làm giảm đáng kể các cấu hình hợp lệ trong mỗi cột.
- **Ràng buộc Số lượng Quân cờ (Turn-based):** Vì người chơi đi theo lượt, số lượng quân cờ của hai bên chỉ có thể bằng nhau hoặc chênh lệch đúng một quân. Một trạng thái có 5 quân của Người chơi 1 và chỉ 2 quân của Người chơi 2 là không thể xảy ra.
- **Ràng buộc Trạng thái Kết thúc (Terminal States):** Trò chơi sẽ dừng lại ngay khi một người chơi tạo được một hàng 4 quân. Do đó, các trạng thái mà cả hai người chơi cùng có một hàng 4 quân là không hợp lệ, vì ván cờ lẽ ra đã kết thúc trước đó.

2.3 Đối chiếu quy mô thực tế

Sau khi áp dụng tất cả các ràng buộc và chỉ đếm các trạng thái hợp lệ, các nhà khoa học máy tính đã tính toán chính xác số lượng trạng thái của Connect 4 là 4,531,985,219,092 (khoảng 4.5 nghìn tỷ).

Sự khác biệt giữa ước tính thô và con số thực tế là rất lớn, được thể hiện trong Bảng 2.1.

Loại Ước tính	Số lượng Trạng thái (Ước tính)
Thô (Giới hạn trên)	109 nghìn tỷ tỷ
Thực tế (Reachable States)	4,5 nghìn tỷ

Bảng 2.1: So sánh ước tính thô và thực tế

2.4 Đánh giá Tác động

Mặc dù nhỏ hơn đáng kể so với các trò chơi như cờ vua (ước tính không gian trạng thái khoảng 10^{47}), con số 4.5 nghìn tỷ vẫn quá lớn để một tác nhân AI có thể duyệt qua hoặc lưu trữ toàn bộ (brute-force). Điều này cho thấy rằng một AI thành công không thể "nhớ" mọi tình huống, mà phải có khả năng "suy luận" và tìm kiếm một cách hiệu quả.

Trong khi 4.5 nghìn tỷ trạng thái đại diện cho tập hợp các bài toán riêng biệt mà một AI có thể phải đối mặt, thách thức thực sự nằm ở việc điều hướng các con đường giữa chúng. Điều này dẫn chúng ta đến một khái niệm thậm chí còn đồ sộ hơn: cây trò chơi.

3 Phân tích Cây Trò chơi (Game Tree)

Cây trò chơi là một cấu trúc dữ liệu biểu diễn tất cả các chuỗi nước đi có thể xảy ra trong một ván cờ. Gốc của cây là trạng thái ban đầu, và mỗi nút lá đại diện cho một ván cờ đã kết thúc. Sự khác biệt cơ bản so với không gian trạng thái là:

- **Không gian trạng thái** đếm các cấu hình bàn cờ độc nhất.
- **Cây trò chơi** đếm các con đường (trình tự nước đi) để đến các cấu hình đó.

3.1 Phương pháp ước tính độ phức tạp

Kích thước của cây trò chơi thường được ước tính bằng công thức b^d

3.2 Phân tích quy mô Ước tính

Sử dụng các giá trị trên, chúng ta có thể ước tính số lượng nút lá (số lượng ván cờ hoàn chỉnh về mặt lý thuyết) của cây trò chơi Connect 4:

$$7^{42} = 3.119735 \times 10^{35}$$

Lập luận: Con số này (khoảng 312 nghìn tỷ tỷ tỷ) lớn hơn không gian trạng thái một cách đáng kinh ngạc. Lý do cốt lõi là cùng một trạng thái bàn cờ có thể được tiếp cận thông qua nhiều trình tự nước đi khác nhau. Ví dụ, việc thả quân vào cột A rồi đến cột B sẽ tạo ra cùng một trạng thái bàn cờ như thả vào cột B rồi đến cột A. Tuy nhiên, một thuật toán tìm kiếm như Minimax (nếu không được tối ưu hóa bằng các kỹ thuật như 'bảng chuyển vị' - transposition tables) sẽ khám phá từng con đường này một cách độc lập.

3.3 Đánh giá tác động

Hiện tượng này được gọi là "bùng nổ tổ hợp" (combinatorial explosion). Quy mô ước tính xấp xỉ $3.12e + 35$ của cây trò chơi khẳng định một cách chắc chắn rằng việc duyệt toàn bộ cây là hoàn toàn bất khả thi đối với bất kỳ siêu máy tính nào, dù là hiện tại hay trong tương lai gần.

Chính vì sự bùng nổ tổ hợp này, chúng ta không thể "giải quyết mạnh" (strongly solve) Connect 4 bằng cách duyệt toàn bộ cây. Thay vào đó, chúng ta phải dựa vào các chiến lược tìm kiếm thông minh và có giới hạn.

4 Sự cần thiết của các Thuật toán Tìm kiếm Thông minh

Thách thức về "bùng nổ tổ hợp" của cây trò chơi đòi hỏi một cách tiếp cận chiến lược thay vì sức mạnh tính toán thuần túy. Để một AI có thể "suy nghĩ" hiệu quả, nó phải áp dụng một bộ công cụ gồm ba chiến lược phụ thuộc lẫn nhau: 1) giới hạn phạm vi tìm kiếm, 2) đánh giá những điều chưa biết, và 3) tối ưu hóa quá trình tìm kiếm đó.

4.1 Phân tích các chiến lược bắt buộc

Để xây dựng một AI đủ mạnh, ba kỹ thuật sau đây là gần như bắt buộc:

- **Tìm kiếm có Giới hạn Độ sâu (Depth-Limited Search)** Thay vì nhìn trước toàn bộ 42 nước đi, AI chỉ "nhìn trước" một số lượng nước đi nhất định (ví dụ: $d = 10$). Việc giới hạn độ sâu này làm giảm đáng kể không gian tìm kiếm. Ví dụ, việc khám phá một cây con có độ sâu 10 ($7^{10}282$ triệu nút) là một nhiệm vụ hoàn toàn có thể quản lý được đối với máy tính hiện đại, trái ngược với con số xấp xỉ $3.12e + 35$ khổng lồ.
- **Hàm Lượng giá Heuristic (Heuristic Evaluation Function)** Vì tìm kiếm bị giới hạn và không đi đến cuối ván cờ, AI cần một cách để "chấm điểm" các trạng thái bàn cờ ở độ sâu giới hạn đó. Hàm lượng giá heuristic cung cấp một ước tính về mức độ "tốt" của một vị trí cho một người chơi. Ví dụ, một vị trí có hai hàng 3 quân sẽ được chấm điểm cao hơn một vị trí không có mối đe dọa nào.
- **Cắt tỉa Alpha-Beta (Alpha-Beta Pruning)** Đây là một kỹ thuật tối ưu hóa cho Minimax, cho phép "cắt bỏ" việc khám phá các nhánh của cây trò chơi mà thuật toán có thể chứng minh một cách logic rằng chúng không thể ảnh hưởng đến kết quả cuối cùng. Bằng cách không xét đến các nước đi rõ ràng là kém tối ưu, nó cho phép AI tìm kiếm sâu hơn trong cùng một khoảng thời gian.

•

4.2 Tổng hợp và kết luận

Tóm lại, sự khác biệt về quy mô giữa không gian trạng thái (4.5 nghìn tỷ) và cây trò chơi ($3.12e + 35$) là rất lớn và có ý nghĩa sâu sắc. Độ phức tạp khổng lồ của cây trò chơi chính là lý do tại sao các thuật toán tìm kiếm kinh điển như Minimax không thể được áp dụng một cách toàn diện.

Do đó, sự thành công trong việc xây dựng một tác nhân AI có khả năng cạnh tranh không đến từ sức mạnh tính toán để duyệt hết mọi khả năng. Thay vào đó, nó đến từ sự kết hợp thông minh của các chiến lược thực dụng. Cách tiếp cận này—hy sinh sự đảm bảo về một giải pháp hoàn hảo để đổi lấy một giải pháp chất lượng cao và khả thi về mặt tính toán—là một nguyên tắc nền tảng trong việc ứng dụng AI vào các vấn đề phức tạp, vượt xa khỏi phạm vi các trò chơi trên bàn cờ.

Phần B: Triển khai Agent Minimax cho Trò chơi "Mean" Connect 4

1 Giới thiệu

Báo cáo này trình bày chi tiết về quá trình phát triển và đánh giá một agent thông minh cho "Mean" Connect 4, một biến thể phức tạp của trò chơi Connect 4 cổ điển. Mục tiêu của dự án là triển khai một agent có khả năng đưa ra quyết định chiến lược tối ưu bằng cách sử dụng các kỹ thuật tìm kiếm đối kháng (adversarial search). Thuật toán Minimax, một phương pháp nền tảng trong lĩnh vực trí tuệ nhân tạo cho các trò chơi hai người chơi, đã được lựa chọn làm giải pháp cốt lõi.

Trò chơi "Mean" Connect 4 tuân theo các quy tắc tiêu chuẩn: hai người chơi lần lượt thả các quân cờ màu vào một lưới dọc 6 hàng và 7 cột, với mục tiêu là người đầu tiên tạo được một hàng gồm bốn quân cờ của mình theo chiều ngang, dọc hoặc chéo. Tuy nhiên, điểm khác biệt của biến thể này nằm ở một quy tắc "mean" (chơi xấu): thay vì thả một quân cờ mới, người chơi có thể chọn di chuyển một quân cờ của đối thủ từ hàng dưới cùng của bàn cờ đến bất kỳ cột hợp lệ nào khác. Quy tắc này làm tăng đáng kể độ phức tạp chiến lược của trò chơi.

Báo cáo này được cấu trúc để cung cấp một cái nhìn tổng quan toàn diện về dự án. Báo cáo sẽ bắt đầu với định nghĩa chính thức về bài toán tìm kiếm, phân tích độ phức tạp của không gian trạng thái và cây trò chơi. Tiếp theo, báo cáo sẽ đi sâu vào các chi tiết triển khai kỹ thuật của agent Minimax, bao gồm các tối ưu hóa quan trọng như cắt tỉa alpha-beta và hàm đánh giá heuristic. Cuối cùng, một loạt các đánh giá thực nghiệm sẽ được trình bày để phân tích hiệu suất và tính thông minh của agent.

Để bắt đầu, việc định nghĩa trò chơi một cách chính thức dưới dạng một bài toán tìm kiếm là bước nền tảng để áp dụng các thuật toán một cách hiệu quả.

2 Định nghĩa Bài toán Tìm kiếm

Việc định nghĩa chính thức một trò chơi thành một bài toán tìm kiếm cung cấp nền tảng lý thuyết cần thiết để áp dụng một cách có hệ thống các thuật toán tìm kiếm như Minimax. Đối với "Mean" Connect 4, bài toán được định nghĩa qua năm thành phần cốt lõi sau đây.

- **Trạng thái Ban đầu (Initial state):** Trạng thái khởi đầu của trò chơi là một mảng NumPy kích thước 67 chứa đầy các giá trị 0.
- **Hành động (Actions):** Với một trạng thái s và người chơi P hiện tại, tập hợp các hành động hợp lệ là sự kết hợp của hai loại:
 - Hành động “Play”: Thả một quân cờ của người chơi P vào bất kỳ cột c nào chưa bị lấp đầy.
 - Hành động “Mean”: Chọn một cặp $(c_{\text{remove}}, c_{\text{place}})$, trong đó c_{remove} là một cột có quân cờ của đối thủ ở hàng dưới cùng, và c_{place} là một cột bất kỳ chưa bị lấp đầy để đặt quân cờ đó vào.
- **Mô hình Chuyển đổi (Transition model):** Hàm $result(s, a)$ trả về trạng thái bàn cờ mới sau khi thực hiện hành động a . Một khía cạnh quan trọng là một bản sao của trạng thái bàn cờ (s') được tạo ra trước khi thực hiện hành động, đảm bảo tính bất biến (*immutability*) — nền tảng của các thuật toán tìm kiếm.
 - Nếu a là “Play”: Quân cờ của người chơi P được đặt vào hàng trống thấp nhất của cột đã chọn trên bản sao bàn cờ.
 - Nếu a là “Mean”: Trên bản sao bàn cờ, quân cờ của đối thủ ở hàng dưới cùng của cột c_{remove} được lấy ra, các quân cờ phía trên nó rơi xuống một hàng, và quân cờ bị lấy ra được đặt vào hàng trống thấp nhất của cột c_{place} .
- **Kiểm tra Trạng thái Kết thúc (Test for terminal state):** Một trạng thái được coi là kết thúc nếu một trong ba điều kiện sau được thỏa mãn:
 - Người chơi MAX (P_1) tạo được một hàng bốn quân cờ liên tiếp (thắng).
 - Người chơi MIN (P_2) tạo được một hàng bốn quân cờ liên tiếp (thua).
 - Bàn cờ đã được lấp đầy hoàn toàn (hòa).
- **Hàm Ích lợi (Utility for terminal states):** Hàm ích lợi gán một giá trị số cho mỗi trạng thái kết thúc:
 - +1: Nếu người chơi MAX (P_1) thắng.
 - -1: Nếu người chơi MIN (P_2) thắng.
 - 0: Nếu ván đấu hòa.

Với định nghĩa rõ ràng này, chúng ta có thể tiến hành phân tích độ phức tạp tính toán của trò chơi.

3 Phân tích Độ phức tạp

Phân tích độ phức tạp của không gian trạng thái và cây trò chơi là điều cần thiết để hiểu rõ thách thức tính toán mà agent phải đối mặt. Sự phân tích này cũng lý giải cho sự cần thiết của các kỹ thuật tối ưu hóa trong thuật toán tìm kiếm.

3.1 Kích thước Không gian Trạng thái

Không gian trạng thái của “**Mean**” Connect 4 lớn hơn đáng kể so với phiên bản tiêu chuẩn. Cận trên (*upper bound*) của không gian trạng thái được ước tính là:

$$127^7 \approx 6.5 \times 10^{14}$$

Cách tính toán này được giải thích như sau:

- Một cột đơn lẻ có 6 ô. Mỗi ô có 3 khả năng (trống, P1, P2), nhưng do các quân cờ luôn rơi xuống dưới cùng, cách tiếp cận hợp lý hơn là xem xét theo số lượng quân cờ trong cột. Một cột có thể chứa k quân cờ (với $k = 0 \dots 6$). Với k quân cờ, có 2^k cách sắp xếp các quân cờ của P1 và P2.
- Tổng số cấu hình có thể có cho một cột là tổng của tất cả các khả năng:

$$\sum_{k=0}^6 2^k = 2^7 - 1 = 127$$

- Vì có 7 cột được coi là độc lập, nên cận trên của tổng số trạng thái là:

$$127^7 \approx 6.5 \times 10^{14}$$

Hành động “**Mean**” cho phép người chơi di chuyển quân cờ của đối thủ, dẫn đến các trạng thái mà số lượng quân cờ giữa hai người chơi có thể chênh lệch nhiều hơn một. Điều này làm cho không gian trạng thái có thể đạt được của “**Mean**” Connect 4 lớn hơn đáng kể so với Connect 4 tiêu chuẩn (ước tính khoảng 4.5×10^{12} trạng thái).

3.2 Kích thước Cây Trò chơi

Về mặt lý thuyết, cây trò chơi của “**Mean**” Connect 4 là **vô hạn** (*infinite*). Điều này xuất phát từ hai yếu tố chính:

- **Hệ số rẽ nhánh (b):** Hệ số rẽ nhánh tối đa lớn hơn nhiều so với Connect 4 tiêu chuẩn. Nó được tính bằng tổng số hành động “play” và “mean”:

$$b_{\max} = 7_{(\text{play})} + (7_{(\text{remove})} \times 7_{(\text{place})}) = 7 + 49 = 56$$

- **Độ sâu (d):** Trong khi Connect 4 tiêu chuẩn phải kết thúc sau 42 lượt đi, “**Mean**” Connect 4 có thể **không bao giờ kết thúc**. Một hành động “mean” (lấy 1 quân, đặt 1 quân) tạo ra sự thay đổi ròng về số lượng quân cờ trên bàn là 0. Điều này cho phép hai người chơi có thể rơi vào *vòng lặp vô hạn*, liên tục di chuyển quân cờ của nhau mà không bao giờ lấp đầy bàn cờ.

Bản chất vô hạn này không chỉ buộc ta phải sử dụng **tìm kiếm giới hạn độ sâu** (*depth-limited search*) mà còn đòi hỏi một **hàm đánh giá heuristic** phức tạp để ước tính giá trị của các trạng thái không phải là trạng thái kết thúc. Phần này sẽ được trình bày chi tiết trong mục tiếp theo.

4 Triển khai Agent Minimax

Agent được triển khai dựa trên thuật toán Minimax, nhưng được tăng cường với các kỹ thuật thiết yếu để có thể hoạt động hiệu quả trong không gian tìm kiếm rộng lớn của "Mean" Connect 4. Các thành phần chính của agent bao gồm thuật toán Minimax với cắt tỉa alpha-beta, một hàm đánh giá heuristic để ước tính giá trị các trạng thái, và các chiến lược tối ưu hóa như sắp xếp nước đi và xử lý các nước đi mở đầu.

4.1 Thuật toán Minimax với Cắt tỉa Alpha-Beta

Nguyên lý cốt lõi của Minimax là một thuật toán tìm kiếm đệ quy, nó khám phá cây trò chơi để tìm ra nước đi tối ưu. Thuật toán này hoạt động dựa trên giả định rằng cả hai người chơi đều chơi một cách hoàn hảo: người chơi MAX sẽ cố gắng tối đa hóa điểm số của mình, trong khi người chơi MIN sẽ cố gắng tối thiểu hóa điểm số đó. Cắt tỉa Alpha-Beta là một tối ưu hóa quan trọng cho Minimax. Nó giúp giảm đáng kể số lượng các nút cần phải duyệt trong cây tìm kiếm bằng cách loại bỏ (cắt tỉa) những nhánh mà thuật toán xác định rằng chúng không thể ảnh hưởng đến quyết định cuối cùng.

4.2 Hàm Đánh giá Heuristic

Khi sử dụng **tìm kiếm giới hạn độ sâu** (*depth-limited search*), agent không thể nhìn thấy kết quả cuối cùng của ván đấu. Do đó, một **hàm đánh giá heuristic** là cần thiết để ước tính “giá trị” hoặc “ích lợi” (*utility*) của các trạng thái không phải là trạng thái kết thúc (*non-terminal states*) khi đạt đến giới hạn độ sâu.

Hàm heuristic được triển khai dựa trên **hai chiến lược chính**:

- **Ưu tiên Cột giữa (Center Column Priority)**: Các quân cờ nằm ở cột trung tâm được trao một điểm số cao hơn, tính bằng:

$$\text{center_score} = \text{center_count} \times 3$$

Lý do: Các ô trung tâm tham gia vào nhiều đường thắng tiềm năng nhất (bao gồm ngang, dọc và cả hai đường chéo), do đó kiểm soát vùng trung tâm giúp tăng khả năng chiến thắng.

- **Đánh giá “Cửa sổ” (Window Scoring)**: Agent quét qua tất cả các “cửa sổ” gồm 4 ô liên tiếp trên bàn cờ (ngang, dọc và chéo) và gán điểm dựa trên thành phần của mỗi cửa sổ. Logic tính điểm được xác định như sau:

Điểm số	Điều kiện “cửa sổ” (window)
+100,000	4 quân cờ của agent (nước đi chiến thắng)
+50	3 quân cờ của agent và 1 ô trống (mối đe dọa thắng)
+10	2 quân cờ của agent và 2 ô trống (tiềm năng phát triển)
-75	3 quân cờ của đối thủ và 1 ô trống (cần chặn ngay)

Tổng điểm heuristic của một trạng thái được tính bằng cách cộng tất cả các điểm của các cửa sổ cộng với điểm ưu tiên cột giữa. Giá trị này cung cấp cho agent một ước lượng định lượng về mức độ “tốt” của trạng thái hiện tại khi không thể mở rộng tìm kiếm sâu hơn.

4.3 Tối ưu hóa: Sắp xếp Nước đi (Optimization: Move Ordering)

Hiệu quả của cắt tỉa alpha-beta phụ thuộc rất nhiều vào thứ tự các nước đi được duyệt. Nếu agent khám phá các nước đi "tốt" trước, nó sẽ tìm ra các giá trị alpha và beta tốt hơn sớm hơn, dẫn đến việc cắt tỉa được nhiều nhánh hơn.

Chiến lược sắp xếp nước đi được triển khai rất đơn giản nhưng hiệu quả: ưu tiên các cột gần trung tâm của bàn cờ. Thay vì duyệt các hành động theo thứ tự mặc định (ví dụ: từ cột 0 đến 6), agent sẽ sắp xếp chúng để thử các cột như 3, 2, 4 trước. Logic này dựa trên nguyên tắc chung rằng các nước đi ở trung tâm thường có giá trị chiến lược cao hơn.

4.4 Xử lý Nước đi Mở đầu (Handling Opening Moves)

Một **bàn cờ trống** là **trường hợp tệ nhất** đối với **cắt tỉa alpha-beta** (*alpha-beta pruning*). Ở trạng thái ban đầu, tất cả các nước đi đều có giá trị heuristic gần như trung tính, khiến việc cắt tỉa trở nên kém hiệu quả và thời gian tính toán cho nước đi đầu tiên là lâu nhất.

Để giải quyết vấn đề này, một chiến lược "**Sách lược mở đầu**" (**Opening Book**) đã được triển khai. Thay vì thực hiện tìm kiếm tốn kém, agent sẽ tự động chọn nước đi mạnh nhất đã được biết trước. Cụ thể, việc triển khai bỏ qua hoàn toàn quá trình tìm kiếm nếu thỏa mãn điều kiện sau:

$$\text{np.count_nonzero}(\text{board} == \text{EMPTY}) \geq (\text{board.size} - 2)$$

Điều kiện này đảm bảo chiến lược được áp dụng không chỉ cho bàn cờ hoàn toàn trống mà còn cho cả **nước đi thứ hai của trò chơi**, giúp agent ngay lập tức chọn **cột trung tâm** — một lựa chọn có giá trị chiến lược cao trong Connect 4.

Sau khi đã triển khai các thành phần này, bước tiếp theo là tiến hành **đánh giá thực nghiệm** để xác nhận hiệu suất của agent.

5 Đánh giá Thực nghiệm

Phần này trình bày các kết quả từ một loạt các thử nghiệm được thiết kế để xác thực hiệu suất của agent Minimax đã triển khai. Các thí nghiệm này nhằm mục đích đo lường trí thông minh của agent, hiệu suất tính toán dưới các điều kiện khác nhau, và hiệu quả của các kỹ thuật tối ưu hóa đã được áp dụng.

5.1 Ảnh hưởng của Kích thước Bàn cờ đến Thời gian Thực thi

Thí nghiệm này đo lường mối quan hệ giữa kích thước bàn cờ (cụ thể là số cột, quyết định hệ số rẽ nhánh) và thời gian cần thiết để agent đưa ra quyết định. Một độ sâu tìm kiếm cố định ($\text{depth} = 4$) được sử dụng trên các bàn cờ có số cột khác nhau. Sự tăng trưởng bùng nổ của không gian trạng thái được minh họa trong Bảng 5.1.

Kích thước Bảng	Số cột (Hệ số rẽ nhánh)	Thời gian (s)
6×4	4	0.0442
6×5	5	0.1081
6×6	6	0.2819
6×7	7	0.5757

Bảng 5.1: Mối quan hệ giữa thời gian thực thi và kích thước của bàn cờ

Phân tích: Kết quả cho thấy rõ ràng rằng **thời gian thực thi** tăng theo **cấp số nhân** khi **hệ số rẽ nhánh** (số cột khả dụng) tăng lên. Điều này hoàn toàn phù hợp với **độ phức tạp thời gian lý thuyết** của thuật toán Minimax:

$$O(b^d)$$

5.2 Hiệu quả của Tối ưu hóa Sắp xếp Nước đi

Thí nghiệm này so sánh trực tiếp hiệu suất của agent Minimax có và không có chiến lược sắp xếp nước đi ưu tiên trung tâm. Cả hai phiên bản được chạy trên cùng một trạng thái bàn cờ ở các độ sâu tìm kiếm khác nhau để đo lường thời gian thực thi và tổng số nút cây đã duyệt.

Việc sắp xếp nước đi mang lại một sự cải thiện vượt trội về hiệu suất. Kết quả thực nghiệm được thể hiện trong Bảng 5.2.

Độ sâu	Time (No Order)	Nodes (No Order)	Time (Ordered)	Nodes (Ordered)	Cải thiện (Nodes) %
5	1.5360	3,432	0.7010	1,767	48.51%
6	8.0402	15,710	3.2227	7,482	52.37%
7	25.6258	54,119	7.1623	14,975	72.33%

Bảng 5.2: Hiệu quả của kỹ thuật *Move Ordering* trong thuật toán Alpha-Beta

Phân tích: Việc **sắp xếp nước đi** (*move ordering*) mang lại một sự **cải thiện vượt trội về hiệu suất**. Kết quả cho thấy số lượng nút cần duyệt giảm từ **48% đến 72%**, dẫn đến việc **rút ngắn đáng kể thời gian tính toán**.

Sự cải thiện này càng trở nên rõ rệt hơn khi **độ sâu tìm kiếm** (d) tăng lên, vì việc cắt tỉa alpha-beta hoạt động hiệu quả nhất khi các nước đi “tốt” được xét trước. Điều này đồng nghĩa với việc giảm mạnh số lượng nút mở rộng trong cây tìm kiếm.

Kết quả này **xác thực một cách thực nghiệm** tầm quan trọng lý thuyết của kỹ thuật sắp xếp nước đi trong việc **tối đa hóa hiệu quả của cắt tỉa alpha-beta**, giúp đưa hiệu năng thực tế của thuật toán đến gần với giới hạn tối ưu lý thuyết của nó.

5.3 So sánh Agent với các Độ sâu Tìm kiếm Khác nhau

5.4 Ảnh hưởng của độ sâu tìm kiếm đến hiệu suất của Agent

Để đánh giá tác động của độ sâu tìm kiếm đến "*trí thông minh*" của agent, một trận đấu đã được thiết lập giữa hai agent heuristic:

- **P1 (MAX):** Agent với độ sâu tìm kiếm $d = 5$.
- **P2 (MIN):** Agent với độ sâu tìm kiếm $d = 3$.

Kết quả của trận đấu duy nhất này cho thấy một kết quả bất ngờ: **agent với độ sâu tìm kiếm nông hơn (Depth 3) đã giành chiến thắng**.

Phân tích: Kết quả này trái với trực giác thông thường rằng một agent “nhìn xa hơn” sẽ luôn vượt trội. Một lời giải thích khả dĩ cho hiện tượng này là **hiệu ứng chân trời** (*horizon effect*).

Agent có độ sâu tìm kiếm 5 có thể đã tránh được một mối đe dọa trước mắt, nhưng lại bị dẫn vào một cái bẫy được thiết lập bởi agent Depth 3 — mà hậu quả của nó chỉ trở nên rõ ràng sau 6 hoặc 7 nước đi, vượt quá giới hạn tìm kiếm hiện tại.

Trong khi đó, nước đi của agent Depth 3, dù có vẻ kém tối ưu trong ngắn hạn, lại vô tình dẫn đến một trạng thái trò chơi thuận lợi hơn ngoài tầm nhìn của đối thủ.

Kết quả này minh chứng cho sự **tương tác phức tạp giữa độ sâu tìm kiếm và hàm đánh giá heuristic**, đồng thời nhấn mạnh rằng việc tăng độ sâu không phải lúc nào cũng đồng nghĩa với tăng hiệu suất trong mọi tình huống trò chơi.

6 Kết luận

Dự án này đã triển khai thành công một **agent Minimax hiệu suất cao** cho trò chơi "*Mean*" *Connect 4*, chứng minh tính hiệu quả của các kỹ thuật tìm kiếm đối kháng cổ điển trong việc giải quyết các bài toán trò chơi phức tạp.

Tổng kết kết quả thực nghiệm

Các kết quả thực nghiệm đã mang lại những phát hiện quan trọng sau:

- **Hành vi chiến lược:** Agent thể hiện hành vi thông minh, có khả năng xác định chính xác các nước đi thắng và các nước đi phòng thủ bắt buộc trong phạm vi độ sâu tìm kiếm của nó.
- **Phụ thuộc vào độ sâu và hệ số rẽ nhánh:** Hiệu suất tính toán của agent phụ thuộc mạnh mẽ vào hệ số rẽ nhánh (số cột) và độ sâu tìm kiếm, hoàn toàn phù hợp với phân tích độ phức tạp lý thuyết $O(b^d)$.
- **Hiệu quả của các tối ưu hóa:** Các kỹ thuật như *cắt tỉa alpha-beta*, *sắp xếp nước đi ưu tiên trung tâm* và *chiến lược opening book* đóng vai trò then chốt. Chúng không chỉ giúp tăng tốc đáng kể mà còn là điều kiện cần để việc tìm kiếm trở nên khả thi trên bàn cờ kích thước tiêu chuẩn.
- **Ảnh hưởng của độ sâu tìm kiếm:** Mặc dù sức mạnh của agent nhìn chung có tương quan với độ sâu tìm kiếm, các kết quả bất thường vẫn có thể xuất hiện do các hiện tượng như *hiệu ứng chân trời* (*horizon effect*). Điều này nhấn mạnh sự tương tác phức tạp giữa độ sâu tìm kiếm và hàm đánh giá heuristic trong các trạng thái trò chơi cụ thể.

Kết luận tổng quát

Tóm lại, dự án đã cho thấy rằng bằng cách kết hợp **thuật toán Minimax nền tảng** với các **hàm heuristic được thiết kế cẩn thận** và **chiến lược tối ưu hóa hợp lý**, chúng ta có thể xây dựng được một đối thủ máy tính mạnh mẽ, có khả năng đưa ra các quyết định gần với tư duy chiến thuật của con người — ngay cả trong một trò chơi có không gian tìm kiếm rộng lớn và phức tạp như "*Mean*" *Connect 4*.

Phần C: Phân tích Hiệu suất Thuật toán Minimax trong Trò chơi Chấm và Hộp

1 Giới thiệu bài toán

Trò chơi Chấm và Hộp (Dots and Boxes) là một bài toán tìm kiếm đối kháng kinh điển, nơi hai người chơi cạnh tranh để hoàn thành các ô vuông 1×1 trên một lưới điểm. Mặc dù có luật chơi đơn giản, độ phức tạp chiến lược của trò chơi tăng lên nhanh chóng theo kích thước bàn cờ, đặt ra một thách thức tính toán đáng kể. Mục tiêu chính của báo cáo này là phân tích chi tiết hiệu suất, hiệu quả chiến lược và các giới hạn của thuật toán Minimax có áp dụng kỹ thuật cắt tỉa alpha-beta, dựa trên một loạt các kết quả thử nghiệm cụ thể.

Báo cáo được cấu trúc thành các phần chính để cung cấp một cái nhìn toàn diện. Đầu tiên, chúng ta sẽ phân tích độ phức tạp theo hàm mũ của không gian trạng thái và cây trò chơi để lý giải sự cần thiết của các thuật toán tìm kiếm thông minh. Tiếp theo, báo cáo sẽ đánh giá hiệu quả chiến lược của tác nhân Minimax thông qua các tình huống cụ thể và so sánh với một tác nhân ngẫu nhiên. Sau đó, trọng tâm sẽ chuyển sang phân tích hiệu suất tính toán, định lượng mối quan hệ giữa các tham số đầu vào và thời gian thực thi. Cuối cùng, chúng ta sẽ đánh giá tác động của các kỹ thuật tối ưu hóa như sắp xếp nước đi và hàm lượng giá heuristic.

Để hiểu rõ thách thức tính toán này, trước hết, chúng ta phải định lượng độ phức tạp theo cấp số nhân của bài toán.

2 Độ phức tạp của Bài toán

Để lý giải tại sao việc tìm kiếm một lời giải tối ưu trong trò chơi Chấm và Hộp là một bài toán khó, điều cần thiết là phải hiểu rõ về độ phức tạp tính toán của nó. Hai khía cạnh quan trọng nhất là không gian trạng thái (tổng số cấu hình bàn cờ hợp lệ) và kích thước cây trò chơi (số lượng các chuỗi nước đi có thể xảy ra). Phân tích này cho thấy việc duyệt toàn bộ các khả năng là không khả thi đối với cả những bàn cờ có kích thước khiêm tốn, từ đó nhấn mạnh vai trò của các thuật toán thông minh như Minimax.

2.1 Không gian trạng thái

Không gian trạng thái của trò chơi tăng trưởng theo cấp số nhân với số lượng cạnh (E) trên bàn cờ. Với một bàn cờ kích thước $n \times n$ ô, tổng số cạnh được tính bằng công thức:

$$E = 2 \times n \times (n + 1)$$

Mỗi cạnh có thể ở hai trạng thái (đã vẽ hoặc chưa), và cần thêm thông tin về lượt của người chơi. Do đó, một ước lượng cận trên cho tổng số trạng thái có thể có là:

$$2 \times (E + 1)$$

Sự tăng trưởng bùng nổ của không gian trạng thái được minh họa trong Bảng 2.1.

Kích thước bàn cờ $n \times n$	Ước tính số trạng thái tối đa
1×1	32
2×2	8,192
3×3	33,554,432
4×4	2,199,023,255,552

Bảng 2.1: Ước tính số trạng thái tối đa theo kích thước bàn cờ

Dữ liệu trên cho thấy rằng, ngay cả với một bàn cờ nhỏ 2×2 , số trạng thái đã đạt đến hàng nghìn. Từ kích thước 3×3 , con số này vượt quá 33 triệu, và ở 4×4 nó tăng lên đến hàng nghìn tỷ. Rõ ràng, việc duyệt hoặc lưu trữ toàn bộ không gian trạng thái là bất khả thi trong thực tế, và do đó các kỹ thuật tìm kiếm hiệu quả như Minimax hay Alpha-Beta pruning trở nên cần thiết.

2.2 Kích thước Cây Trò chơi

Cây trò chơi, biểu diễn tất cả các chuỗi nước đi có thể có, còn lớn hơn đáng kể so với không gian trạng thái. Nguyên nhân là vì cây trò chơi biểu diễn các *chuỗi* nước đi, và nhiều chuỗi khác nhau (ví dụ, vẽ cạnh A rồi đến B) có thể dẫn đến cùng một trạng thái bàn cờ như chuỗi vẽ cạnh B rồi đến A. Kích thước của cây trò chơi có thể được ước tính bằng $E!$ (giai thừa của số cạnh), thể hiện sự hoán vị của các nước đi. Các ước tính cho thấy sự bùng nổ còn lớn hơn:

- Bàn 2×2 (12 cạnh): Kích thước cây trò chơi ước tính khoảng $4.790e + 08$.
- Bàn 3×3 (24 cạnh): Kích thước cây trò chơi ước tính nằm trong khoảng từ $6.204e + 23$ đến $7.950e + 25$ nút.

Những con số khổng lồ này khẳng định rằng việc khám phá toàn bộ cây trò chơi, ngay cả đối với một bàn cờ 3×3 , là hoàn toàn bất khả thi về mặt tính toán. Độ phức tạp theo hàm mũ của bài toán là động lực chính thúc đẩy việc áp dụng các kỹ thuật tìm kiếm giới hạn độ sâu, cắt tỉa alpha-beta và các hàm lượng giá heuristic, vốn là trọng tâm của các phân tích tiếp theo trong báo cáo này.

3 Đánh giá Hiệu quả Chiến lược của Tác nhân Minimax

Sau khi xác định rằng việc duyệt toàn bộ là không khả thi, mục tiêu tiếp theo là xác minh rằng thuật toán Minimax, ngay cả khi bị giới hạn về độ sâu tìm kiếm, vẫn có khả năng đưa ra các quyết định "thông minh" và có tính chiến lược cao. Phần này đánh giá hiệu quả của tác nhân Minimax thông qua các kịch bản cụ thể và so sánh hiệu suất với một tác nhân cơ sở.

3.1 Kiểm tra trên các Tình huống Cụ thể

Để kiểm tra khả năng ra quyết định của tác nhân, chúng tôi đã tạo ra ba bàn cờ thủ công với các tình huống chiến lược rõ ràng. Kết quả cho thấy tác nhân hoạt động đúng như kỳ vọng:

- Bàn 1 (Tình huống sắp hoàn thành ô): Khi chỉ còn một cạnh duy nhất để hoàn thành một ô, tác nhân đã chọn chính xác nước đi ('v', 0, 1). Đây là lựa chọn tối ưu để ghi điểm ngay lập tức và giành thêm một lượt đi.
- Bàn 2 (Tình huống có nhiều lựa chọn): Đối mặt với nhiều cơ hội, tác nhân đã ưu tiên nước đi ('v', 0, 2), một lựa chọn giúp tối đa hóa điểm số trong ngắn hạn thay vì một nước đi không mang lại lợi ích trước mắt.
- Bàn 3 (Tình huống tạo chuỗi): Trong một kịch bản phức tạp hơn, tác nhân đã chọn nước đi ('v', 0, 1). Điều này thể hiện cơ chế cốt lõi của Minimax: bằng cách duyệt trước cây trò chơi đến một độ sâu nhất định, hàm lượng giá của thuật toán đã xác định chính xác rằng nước đi này sẽ dẫn đến một trạng thái tương lai nơi nó có thể chiếm được một *chuỗi* ô, mang lại điểm utility tổng thể cao nhất trong cây tìm kiếm.

Các thử nghiệm này xác nhận rằng tác nhân Minimax có khả năng nhận diện cơ hội tức thời, đánh giá các lựa chọn và đưa ra các quyết định mang tính chiến lược để tối đa hóa điểm số.

3.2 So sánh Hiệu suất với Tác nhân Ngẫu nhiên

Để định lượng sự vượt trội của Minimax, chúng tôi đã cho tác nhân (sử dụng độ sâu tìm kiếm là 4) thi đấu 200 ván với một tác nhân chọn nước đi hoàn toàn ngẫu nhiên trên bàn cờ 2×2 . Kết quả cho thấy sự áp đảo tuyệt đối. 3.1.

Kết quả	Số ván	Tỷ lệ
Minimax Thắng	172	86%
Minimax Thua	6	3%
Hoà	22	11%

Bảng 3.1: Kết quả so sánh giữa Minimax (depth=4) và tác nhân ngẫu nhiên

Với tỷ lệ thắng lên đến 86%, rõ ràng chiến lược tìm kiếm của Minimax hiệu quả hơn rất nhiều so với việc lựa chọn ngẫu nhiên. Tỷ lệ thua 3% không phải là một sự bất thường mà là một hệ quả có thể dự đoán được của việc giới hạn độ sâu tìm kiếm ($\text{depth} = 4$).

Một chuỗi các nước đi ngẫu nhiên, dù có vẻ không tối ưu, đôi khi có thể vô tình tạo ra một cạm bẫy chiến lược phức tạp nằm ngoài tầm nhìn của tác nhân, dẫn đến thất bại.

Các bằng chứng thực nghiệm đã xác thực hiệu quả chiến lược của thuật toán Minimax. Điều này tạo nền tảng vững chắc để chúng ta tiếp tục đi sâu vào phân tích khía cạnh quan trọng không kém: hiệu suất tính toán.

4 Hiệu suất Tính toán và Giới hạn Thực thi

Đây là phần trọng tâm của báo cáo, tập trung vào việc phân tích mối quan hệ định lượng giữa các tham số đầu vào—cụ thể là kích thước bàn cờ và độ sâu tìm kiếm—và thời gian thực thi của thuật toán. Việc hiểu rõ mối quan hệ này giúp chúng ta xác định các giới hạn khả thi trong thực tế và lý giải tại sao việc cân bằng giữa chất lượng nước đi và tốc độ phản hồi là cực kỳ quan trọng.

4.1 Ảnh hưởng của Kích thước Bàn cờ và Độ sâu Tìm kiếm

Các thử nghiệm đo lường thời gian thực thi trung bình cho một nước đi trên các bàn cờ và độ sâu khác nhau cho thấy một xu hướng rõ ràng: **thời gian tính toán tăng theo cấp số nhân** khi tăng bất kỳ tham số nào.

Bảng 4.1 tóm tắt một số kết quả tiêu biểu.

Kích thước bàn cờ ($n \times n$)	Độ sâu (Depth)	Thời gian trung bình (giây)
2×2	3	0,005
2×2	5	0,082
3×3	3	0,021
3×3	5	0,669
4×4	3	0,070
4×4	5	3,772

Bảng 4.1: Ảnh hưởng của kích thước bàn cờ và độ sâu tìm kiếm đến thời gian thực thi trung bình

Phân tích kết quả

- **Tăng độ sâu:** Trên bàn cờ 3×3 , việc tăng độ sâu tìm kiếm từ 3 lên 5 khiến thời gian tăng từ 0.021 giây lên 0.669 giây — tức là tăng hơn **31 lần**.
- **Tăng kích thước bàn cờ:** Khi giữ nguyên độ sâu 5, việc tăng kích thước bàn cờ từ 3×3 lên 4×4 khiến thời gian tăng từ 0.669 giây lên 3.772 giây — tức là tăng hơn **5.6 lần**.

Kết quả này phản ánh trực tiếp **sự bùng nổ tổ hợp (combinatorial explosion)** của cây trò chơi. Mỗi khi tăng độ sâu, số lượng nút cần duyệt tăng theo lũy thừa của hệ số phân nhánh; tương tự, bàn cờ lớn hơn có hệ số phân nhánh cao hơn, dẫn đến sự tăng trưởng thời gian tính toán tương ứng. Hiện tượng này phù hợp với độ phức tạp lý thuyết của thuật toán Minimax, được biểu diễn bởi $O(b^d)$.

4.2 Xác định Giới hạn Khả thi

Dựa trên kết quả trên, chúng ta có thể xác định giới hạn thực tế của thuật toán. Với thời gian gần 4 giây cho một nước đi trên bàn cờ 4×4 ở độ sâu 5, thuật toán đã đạt đến giới hạn thực thi cho các ứng dụng yêu cầu tương tác thời gian thực, nơi độ trễ dưới một giây thường được mong đợi. Nếu tăng độ sâu lên 6 hoặc áp dụng trên bàn cờ 5×5 , thời gian tính toán chắc chắn sẽ vượt quá mức hợp lý (ví dụ, hàng chục giây hoặc vài phút cho mỗi nước đi).

Điều này cho thấy thuật toán Minimax với cắt tỉa alpha-beta, mặc dù hiệu quả, nhưng không thể mở rộng cho các bài toán quá lớn mà không có sự đánh đổi về độ sâu tìm kiếm—và do đó, là chất lượng của nước đi.

Hiệu suất tính toán là một rào cản lớn, nhưng có thể được giảm thiểu thông qua các kỹ thuật tối ưu hóa, một chủ đề sẽ được khám phá trong phần tiếp theo.

5 Đánh giá Hiệu quả của các Kỹ thuật Tối ưu hóa

Để làm cho thuật toán Minimax trở nên thực tiễn hơn khi đối mặt với không gian tìm kiếm lớn, việc áp dụng các kỹ thuật tối ưu hóa là rất quan trọng. Phần này tập trung vào hai kỹ thuật chính: *sắp xếp nước đi (move ordering)* để tăng hiệu quả của cắt tỉa alpha-beta, và việc sử dụng một *hàm lượng giá heuristic (heuristic evaluation function)* mạnh mẽ hơn để cải thiện chất lượng quyết định khi độ sâu tìm kiếm bị giới hạn.

5.1 Hiệu quả của Sắp xếp Nước đi (Move Ordering)

Lý thuyết cho thấy việc sắp xếp các nước đi tiềm năng, ưu tiên những nước đi "tốt" nhất, sẽ giúp cắt tỉa alpha-beta hoạt động hiệu quả hơn, giảm đáng kể số lượng nút cần duyệt. Tuy nhiên, kết quả thử nghiệm trên bàn cờ 2×2 cho thấy số nút duyệt và thời gian tính toán gần như không thay đổi khi có và không có áp dụng chiến lược sắp xếp nước đi. Lý giải cho kết quả này là do không gian tìm kiếm của bàn cờ 2×2 quá nhỏ. Ở quy mô này, thuật toán duyệt qua tất cả các nhánh một cách nhanh chóng, khiến lợi ích của việc cắt tỉa sớm không được thể hiện rõ ràng. Mặc dù vậy, có thể khẳng định rằng trên các bàn cờ lớn hơn với cây trò chơi phức tạp hơn, kỹ thuật này được kỳ vọng sẽ có tác động lớn và giúp giảm đáng kể thời gian tính toán.

5.2 Tác động của Hàm Lượng giá Heuristic

Chất lượng của hàm lượng giá heuristic có ảnh hưởng trực tiếp đến sức mạnh chiến lược của tác nhân, đặc biệt khi phải cắt ngắn tìm kiếm ở một độ sâu nhất định. Để kiểm chứng điều này, chúng tôi đã cho hai tác nhân thi đấu với nhau:

- **Tác nhân 1:** Sử dụng hàm lượng giá đơn giản, chỉ tính chênh lệch điểm số từ các ô đã hoàn thành.
- **Tác nhân 2:** Sử dụng hàm lượng giá phức tạp hơn, tính cả điểm số và các ô có 3 cạnh (cơ hội ghi điểm ngay lập tức).

Kết quả trận đấu trên bàn cờ 3×3 rất rõ ràng: tác nhân với heuristic phức tạp hơn đã chiến thắng thuyết phục với tỉ số điểm là 6-3.

Điều này chứng minh rằng một heuristic ưu việt cung cấp một đánh giá tĩnh (static evaluation) chính xác hơn về các trạng thái ở nút lá của cây tìm kiếm bị cắt ngắn. Bằng cách gán giá trị không chỉ cho các ô đã hoàn thành mà còn cho các mối đe dọa sắp xảy ra (ô có 3 cạnh), nó cho phép tác nhân đưa ra các quyết định chiến lược đúng đắn, mô phỏng một cuộc tìm kiếm sâu hơn nhiều mà không phải chịu chi phí tính toán tương ứng. Tóm lại, mặc dù không phải tất cả các kỹ thuật tối ưu hóa đều có tác dụng rõ rệt trên các bài toán quy mô nhỏ, việc thiết kế một hàm lượng giá heuristic chất lượng cao là yếu tố then chốt để nâng cao sức mạnh của một tác nhân Minimax.

6 Kết luận và Nhận định

Báo cáo này đã tiến hành phân tích sâu rộng về hiệu suất của thuật toán Minimax có cắt tỉa alpha-beta trong bối cảnh trò chơi Chấm và Hộp. Các thử nghiệm đã cung cấp những hiểu biết quan trọng về cả điểm mạnh và giới hạn của phương pháp này. Các phát hiện chính của báo cáo được tóm tắt như sau:

- **Độ phức tạp bùng nổ:** Phân tích đã khẳng định rằng độ phức tạp của trò chơi Chấm và Hộp tăng theo hàm mũ theo kích thước bàn cờ. Điều này làm cho việc tìm kiếm toàn bộ cây trò chơi trở nên bất khả thi ngay cả với các bàn cờ có kích thước khiêm tốn.
- **Hiệu quả chiến lược đã được xác thực:** Tác nhân Minimax thể hiện khả năng ra quyết định tối ưu trong các tình huống chiến lược cụ thể. Khi so sánh với một tác nhân ngẫu nhiên, Minimax cho thấy sự vượt trội áp đảo, khẳng định tính đúng đắn của thuật toán trong việc lựa chọn nước đi.
- **Giới hạn về hiệu suất:** Thời gian thực thi có mối quan hệ trực tiếp và tăng theo cấp số nhân với kích thước bàn cờ và độ sâu tìm kiếm. Các thử nghiệm đã chỉ ra giới hạn thực tiễn của thuật toán, khi thời gian cho một nước đi trở nên quá dài trên các bàn cờ cỡ trung bình với độ sâu tìm kiếm hợp lý.
- **Tầm quan trọng của Heuristic:** Chất lượng của hàm lượng giá là yếu tố then chốt để cân bằng sự đánh đổi giữa hiệu suất tính toán và sức mạnh chiến lược. Một heuristic được thiết kế tốt là điều kiện tiên quyết để một tác nhân tìm kiếm có độ sâu giới hạn trở nên khả thi và mạnh mẽ.

Nhận định cuối cùng: Thuật toán Minimax với cắt tỉa alpha-beta là một giải pháp mạnh mẽ và hiệu quả cho trò chơi Chấm và Hộp ở quy mô nhỏ và trung bình. Nó cung cấp một nền tảng vững chắc cho việc xây dựng các tác nhân thông minh với hành vi chiến lược hợp lý. Tuy nhiên, khả năng mở rộng của nó bị giới hạn nghiêm ngặt bởi sự bùng nổ tổ hợp vốn có của bài toán. Đối với các bàn cờ lớn hơn hoặc yêu cầu thời gian phản hồi nhanh hơn, việc đầu tư vào các hàm lượng giá heuristic phức tạp hơn hoặc khám phá các phương pháp tìm kiếm tiên tiến khác (như Monte Carlo Tree Search) là những hướng đi cần thiết trong tương lai.