Frage Differenzierbarkeit vs Stetigkeit der Ableitung

Mittwoch, 9. Mai 2018 12:59

Sei $f:[a,b] \to \mathbb{R}$ stetig, diff'bar auf $[a,b]-\{x_0\}$ und $f':[a,b]-\{x_0\}$ stetig ergänzbar in x_0.

Dann gilt: $f:[a,b] \to \mathbb{R}$ ist diff'bar mit $f'(x_0) = \lim\limits_{\substack{x \to x_0 \\ x \neq x_0}} f'(x)$

<u>Beweis:</u> $\lim\limits_{\substack{x \to x_0 \\ x \neq x_0}} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \overset{\substack{f \text{ stetig} \\ \text{BdH}}}{=} \lim\limits_{x \to x_0} \frac{f'(x)}{1} = \lim\limits_{x \to x_0} f'(x) = a \in \mathbb{R}$ (denn $\lim\limits_{\substack{x \to x_0 \\ x \neq x_0}} f'(x)$ existiert nach Annahme).

Da der GW $\lim\limits_{\substack{x \to x_0 \\ x \neq x_0}} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ existiert ist f diff'bar in x_0. $\square$