Métodos Numéricos e Otimização Não-Linear

Trabalho 2

Grupo nº 35

Pedro Pereira (A80627)
Sofia Marques (A87963)
Pedro Pereira (A89232)
José Martins (A90122)

1 de fevereiro de 2021

Introdução

A equação escolhida reflete a expressão usada por um departamento de marketing de forma a estimar o lucro máximo das vendas de um novo telemóvel, dada por:

$(20000 + 5\sqrt{a} - 60p)(p - B) - C - a$, sendo a o valor a investir na campanha de marketing, B o preço de produção por unidade, C o valor investido para o desenvolvimento do produto e p o preço do telemóvel.

Para representar um problema de aplicação real, utilizámos valores algo realistas nas variáveis da equação. Estes foram: $B = 100$ (preço de produção do telemóvel), $C = 800000$.

Fonte do problema: `http://www.est.uc3m.es/esp/nueva_docencia/comp_col_get/lade/optimizacion_simulacion/doc_generica/04_NonLinear.pdf`

O objetivo e as condições de aplicabilidade da função do MATLAB usada

Assim, o objetivo desta função consiste em encontrar os valores ótimos para o investimento de marketing e preço do telemóvel de forma a maximizar o lucro da empresa.

```
function [f] = smartphones(x)
% Equação que nos vai permitir maximizar o lucro
% a partir da rotina fminunc

% x1 = a = valor a investir na campanha de marketing
% x2 = p = preço do telemóvel

s = (20000 +5*sqrt(x(1))-60*x(2))*(x(2)-100)-800000-x(1);
f = -s;
end
```

Figura 1: Ficheiro m utilizado

Uma vez que se trata de um problema de maximização, foi trocado o sinal da função para poder assim ser resolvido como um problema de minimização, e serem utilizadas as funções de minimização. É ainda importante referir que este se trata de um problema diferenciável, sendo por essa razão utilizada a função *fminunc* para a resolução do mesmo.

Testes Computacionais

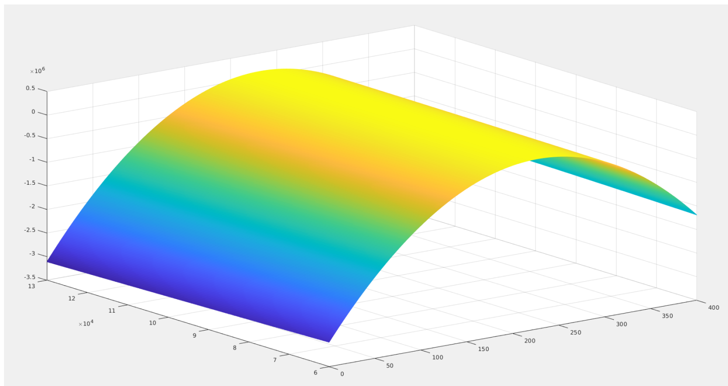

Figura 2: Gráfico da função original

Utilizamos inicialmente como ponto inicial $x1 = 150000$ e $x2 = 150$, uma vez que analisando a equação nos pareceu evidente que $x2$ teria de ser superior a 100, e estimamos também que $x1$ deveria ser na ordem das centenas de milhar.

Sendo assim, utilizando estes valores, a rotina *fminunc* encontra o valor de $x1 = 1.0600 * 10^5$ e $x2 = 230.2326$ em 10 iterações e com um $fmin = -1.1163 * 10^5$ (que se traduz num máximo de $1.1163 * 10^5$ na função original). Através da opção do *optimset* para mostrar as iterações, foi apresentada a seguinte tabela:

```
>> [xmin, fmin, exitflag, output] = fminunc('smartphones',[150000 150], op)
                                                        First-order
 Iteration  Func-count       f(x)        Step-size       optimality
     0           3         303175                         9.94e+03
     1           9         209810       0.00100639        8.74e+03
     2          12        -108216                1           0.143
     3          33        -108312           597871            32.9
     4          36        -109534                1             283
     5          39        -110711                1             363
     6          42        -111432                1             216
     7          45        -111613                1            53.4
     8          48        -111628                1          0.0986
     9          51        -111628                1          0.0112
    10          54        -111628                1         0.00017
```

O valor da norma do gradiente obtido $(1.7 * 10^{-4})$ foi próximo de 0, indicando que os valores obtidos são relevantes.

Variando os pontos iniciais, obteve-se os seguintes resultados:
Ponto inicial $x1 = 10000$ e $x2 = 100$

```
>> [xmin7, fmin7, exitflag7, output7] = fminunc('smartphones', [10000, 100], op)
                                                        First-order
 Iteration  Func-count       f(x)        Step-size       optimality
     0           3         810000                         1.45e+04
     1          12         -12640      0.00627586         3.58e+03
     2          15       -66041.7               1             2.02
     3          36       -79251.3          597871              706
     4          39       -90801.1               1              407
     5          42        -102502               1             44.1
     6          45        -108568               1             13.6
     7          48        -111125               1             14.7
     8          51        -111596               1             13.9
     9          54        -111627               1             3.48
    10          57        -111628               1            0.427
    11          60        -111628               1           0.0559
    12          63        -111628               1          0.00251
```

Podemos ver que com este ponto inicial mais longe do ótimo, a função *fminunc* demora 12 iterações, e obtém os mesmos valores:
$fmin = -1.1163 * 10^5$
$x1 = 1.0600 * 10^5$ e $x2 = 230.2326$

Alterando no *optimset* a opção *HessUpdate* para 'dpf', utilizando as restantes opções predefinidas, e o ponto inicial $x1 = 150000$ e $x2 = 150$ (utilizados no 1º exemplo) obteve-se os seguintes valores:
$fmin = -1.0872 * 10^5$
$x1 = 1.4316 * 10^5$ e $x2 = 229.7989$
O valor da norma do gradiente obtido foi de 315.9418, muito do longe do esperado, que seria um valor próximo de 0. Isto indica-nos que este resultado obtido não é relevante.

Como último teste, utilizando agora a rotina de otimização $fminsearch$ e com os pontos iniciais $x1 = 150000$ e $x2 = 150$ (utilizados no 1º exemplo) obtivemos os mesmos valores, porém o número de iterações é muito superior, sendo este igual a 71. Isto deve-se ao facto da rotina $fminunc$ tomar partido da diferenciabilidade da função, obtendo assim a solução ótima de uma forma mais eficiente.

Conclusão

Após analisar os diferentes testes efetuados, é possível verificar que para maximizar o lucro da venda deste novo telemóvel, é necessário gastar $1.0600 * 10^5$ € na campanha de marketing e o preço do telemóvel deve ser igual a 230.2326€ para que se consiga atingir o lucro máximo de $1.1163 * 10^5$ €. Esta parece-nos uma solução viável para o problema escolhido.

Com a ajuda das aulas práticas e teóricas, sentimo-nos bastante confortáveis a trabalhar com a plataforma MATLAB, percebendo desde logo a sua vantagem na resolução de problemas deste tipo. A maior dificuldade encontrada no decorrer deste projeto foi provavelmente encontrar problemas de otimização não linear sem restrições que nos parecessem relevantes. Pensamos ter encontrado um problema interessante e relevante à matéria, mostrando uma possível aplicação da otimização não linear.