Métodos Numéricos e Otimização Não-Linear

Trabalho 1

Versão A

Grupo nº 35

Pedro Pereira (A80627)
Sofia Marques (A87963)
Pedro Pereira (A89232)
José Martins (A90122)

1 de fevereiro de 2021

Introdução

Neste primeiro projeto foi-nos proposto a utilização do MATLAB para a resolução de um problema de equações não lineares. O problema que encontrámos pertence à área da física e consiste na equação de Colebrook-White. Esta equação é usada para casos de fluxo torbulento ($R > 4000$) e relaciona o fator de atrito de Darcy-Weisbach com o diâmetro de um tubo, a rugosidade da parede do tubo e o número de Reynolds. A obtenção do fator de atrito é muito útil pois permite calcular perdas de energia na superficie interna de um tubo.

Equação de Colebrook-White: $1/\sqrt{f} = -2log_{10}(k/(3,7D) + 2,52/(R_e\sqrt{f}))$, sendo f o fator de atrito, k a rugosidade da parede do tubo (m), D o diâmetro do tubo (m) e R o número de Reynolds.

Para representar um problema de aplicação real, utilizámos valores realistas nas variáveis da equação. Estes foram: $k = 0.0012m$ (coeficiente de rugosidade do ferro fundido), $D = 0.4m$ e $R = 80000$.

```
function [f] = colebrook(x)
%Colebrook-White - equação que permite determinar o fator de atrito de
%Darcy-Weisbach no caso de fluxo turbulento (R > 4000)

%x = fator de atrito
k = 0.0012; %rugosidade da parede do tubo (m)
D = 0.400; %diâmetro do tubo (m)
R = 80000; %número de Reynolds (> 4000)

f = (-2 * log10((k / D / 3.72) + (2.51 / (R * sqrt(x)))) - 1/sqrt(x));
end
```

Figura 1: Ficheiro m utilizado

Testes Computacionais

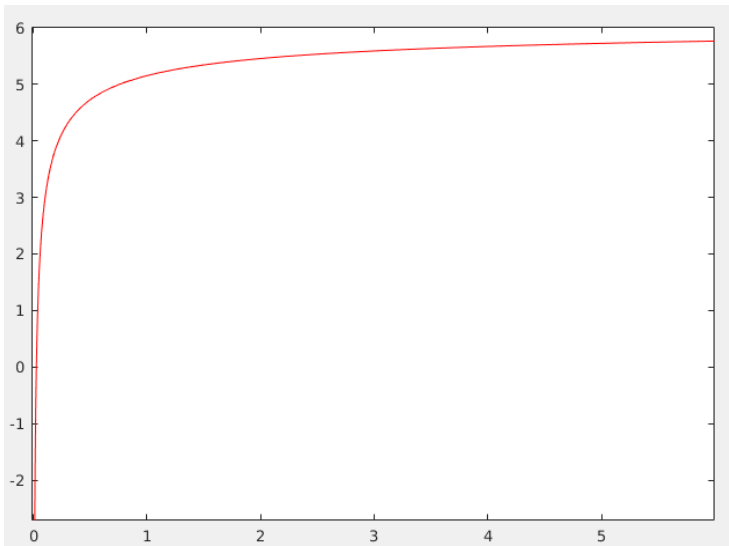

Figura 2: Gráfico da função

Um ponto inicial que permitisse a convergência foi facilmente encontrado, tendo depois sido verificado que qualquer valor no intervalo de [-10000,10000] permitia a solução da equação, utilizando as opções predefinidas do *optimset*.

Com a opções predefinidas do *optimset*, com os valores das variáveis indicados anteriormente e utilizando um ponto inicial x = 1, a rotina *fsolve* encontra o valor de $x = 0,0277$ em 21 iterações e com um $fsol = 9.4147e{-}14$.

Utilizando ainda estas definições predefinidas, variando o ponto inicial, resultam os seguintes resultados:

Ponto inicial $x = 5$:

```
>> [xsol, fsol, exitflag, output1] = fsolve('colebrook',5,op)

                                          Norm of      First-order   Trust-region
 Iteration  Func-count     f(x)          step         optimality    radius
     0          2         32.7716                          0.265               1
     1          4         32.1501              1           0.366               1
     2          6         28.5496            2.5             1.5             2.5
     3          7         28.5496           6.25             1.5            6.25
     4          8         28.5496         1.5625             1.5            1.56
     5         10         27.1015       0.390625             2.3           0.391
     6         12         11.2544       0.976563            35.7           0.977
     7         13         11.2544       0.315129            35.7            2.44
     8         15         3.06359      0.0787823            71.7          0.0788
     9         16         3.06359      0.0427275            71.7           0.197
    10         18          1.5253      0.0106819            70.4          0.0107
    11         20        0.655404      0.0216758             130          0.0267
    12         22       0.0139443     0.00503148            13.9          0.0267
    13         24     1.03745e-05     0.00100323           0.359          0.0267
    14         26     6.31793e-12    2.89181e-05         0.00028          0.0267
    15         28     2.72744e-25    2.26023e-08        5.81e-11          0.0267
```

$fsol = -5.2225e{-}13$ e como esperado $xsol = 0.0277$.

Ponto inicial $x = 10$:

```
>> [xsol, fsol, exitflag, output1] = fsolve('colebrook',10,op)

                                         Norm of      First-order   Trust-region
 Iteration  Func-count     f(x)          step         optimality    radius
     0          2         34.3395                       0.0957               1
     1          4         34.1327              1         0.112               1
     2          6         33.4252            2.5          0.18             2.5
     3          8         16.9889           6.25            17            6.25
     4          9         16.9889       0.999115            17            15.6
     5         10         16.9889       0.249779            17            0.25
     6         12         14.4633      0.0624447          24.1          0.0624
     7         14        0.140733       0.156112          34.6           0.156
     8         16      0.00166343     0.00407058          4.63            0.39
     9         18     1.57444e-07     0.00035958        0.0441            0.39
    10         20     1.44798e-15    3.56734e-06      4.23e-06            0.39
    11         22     2.27981e-28    3.42174e-10      1.68e-12            0.39
```

$fsol = -1.5099e{-}14$ e como esperado $xsol = 0.0277$.

Apesar de 10 ser uma pior aproximação inicial do que 5, a rotina *fsolve* demora menos iterações a encontrar o x aproximado. Não conseguimos encontrar razão que explicasse isto.

Ponto inicial $x = 100000$:

```
>> [xsol, fsol, exitflag, output1] = fsolve('colebrook',100000, op)

                                         Norm of      First-order   Trust-region
 Iteration  Func-count     f(x)          step         optimality    radius
     0           2        38.2366                      1.01e-07              1

No solution found.
```

$xsol$ não encontrado.

Utilizando *format long* e variando as opções *Tolfun* e *Tolx* obtemos os seguintes resultados com o ponto inicial x=1:

Tolfun = Tolx = 1e-6 (predefinido): $xsol = 0.027736238173341$ em 21 iterações.
Tolfun = Tolx = 1e-20: $xsol = 0.027736238173340$ em 22 iterações.
Tolfun = Tolx = 1e-40: $xsol = 0.027736238173340$ em 22 iterações.

Conclusão

O valor do fator de atrito obtido através da equação de Colebrook-White para os valores das variáveis anteriormente apresentados é então aproximadamente 0,0277.

A maior dificuldade encontrada no decorrer deste projeto foi encontrar problemas de equações não lineares que justificassem o seu estudo. Com a ajuda das aulas práticas, sentimo-nos bastante confortáveis a trabalhar com a plataforma MATLAB, percebendo desde logo a sua vantagem na resolução de problemas deste tipo. Pensámos ter obtido resultados de acordo com o esperado e portanto ter cumprido com os requisitos da proposta de trabalho. Este projeto, para além de se apresentar como um reforço da matéria em causa, permitiu-nos perceber a possível utilidade da mesma na vida real.