Chapitre 11 — Probabilités

Une **expérience aléatoire** est une expérience **renouvelable à l'identique**, dont on connait les **issues**, et dont le résultat est **imprévisible**.
Chaque renouvellement de l'expérience s'appelle **épreuve**.

contrairement à une expérience **déterministe** comme en Physique, où des conditions identiques conduisent à des résultats identiques –aux erreurs de mesure près

■ **Exemple 11.1** lien

a) On lance un jeton et on note la face obtenue. Appelons succès le fait d'obtenir pile. On répète cette expérience 100 fois, on compte le nombre de succès X, et calcule la proportion de succès $f = \dfrac{X}{100}$.

b) On lance le jeton jusqu'à obtenir un succès, et l'on note le nombre de lancers nécessaires S. On répète cette expérience 100 fois, et on calcule le nombre moyen de lancers nécessaires pour obtenir le premier succès $\overline{S}$.

c) Voir la figure 11.1.

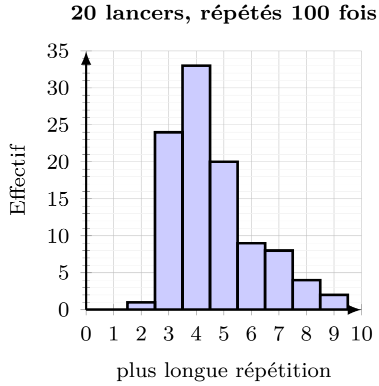


Figure 11.1 – Pour 20 lancers, on compte la répétition de piles, ou la répétition de faces la plus longue.

Ces résultats expérimentaux suggèrent l'existence d'une **loi du hasard** : *le nombre moyen de coups nécessaires pour obtenir le premier succès est l'inverse de la fréquence moyenne de succès.* On ne parle pas de nombres liés à une expérience donnée, mais de « nombres idéaux » dont ceux de l'expérience se rapprochent.

Postulat 11.1 — La loi naïve des grands nombres. Lorsqu'une expérience aléatoire a un nombre fini de résultats possibles, chacun de ces résultats possède une probabilité d'**apparaître**.

Quand on répète un grand nombre de fois l'expérience, la proportion d'apparition de chaque résultat est voisine de sa probabilité.

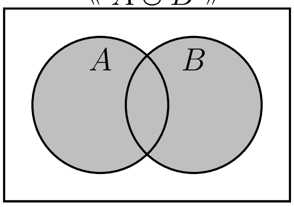
Principe fondamental. Vous en verrez d'autres versions plus formalisées au lycée et au delà.

11.1 Vocabulaire

Pour une expérience aléatoire :

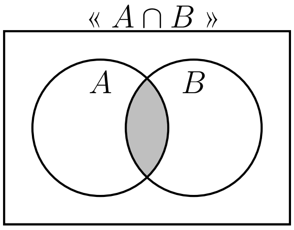
- une issue est notée ω, ou ω_1, $\omega_2, \ldots$. à lire « oméga »
- l'univers Ω désigne l'ensemble des issues possibles
  $\Omega = \{\omega_1; \omega_2; \omega_3; \ldots; \omega_n\}$.
  n désigne le nombre total d'issues.
- un événement E est une partie de Ω : $E \subset \Omega$
- ω **réalise** l'événement E signifie $\omega \in E$.

« $A \cup B$ »



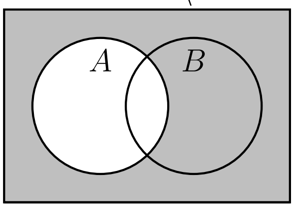
Ω

« $A \cap B$ »



Ω

« $\overline{A} = \Omega \setminus A$ »



Ω

Card$(E) = |E|$ est le **cardinal** (on dit aussi taille) d'un événement E. C'est le nombre d'issues qui réalisent E.

Définition 11.1 — Opérations sur les événements. Pour tous événements A et B d'un univers Ω :

- l'événement $A \cup B$ est l'**union** de A et B.
  L'événement ω réalise $A \cup B$ s'il réalise A **OU** s'il réalise B.
  $\omega \in A \cup B$ si $\omega \in A$ **ou** $\omega \in B$
- l'événement $A \cap B$ est l'**intersection** de A et B.
  L'événement ω réalise $A \cap B$ s'il réalise A **ET** s'il réalise B.
  $\omega \in A \cap B$ si $\omega \in A$ **et** $\omega \in B$
- l'événement $\overline{A}$ est l'événement **contraire** de A.
  L'événement ω réalise $\overline{A}$ si ne réalise **PAS** A
  $\omega \in \overline{A}$ si $\omega \notin A$

- $E = \Omega$ est un **événement certain** : toutes les issues réalisent E.
- $\emptyset$ est l'**événement impossible** : aucune issue réalise $\emptyset$.
- Deux événements E et F sont **incompatibles** si $E \cap F = \emptyset$.

Expérience aléatoire *Exemple : lancer de dé cubique*	Univers aléatoire Ω *Exemple :* $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
Résultat d'une expérience aléatoire *Exemple : le dé est tombé sur 1*	Élément de Ω, appelé événement élémentaire ou éventualité *Exemple :* $\omega = 1$
Évenement $\mathcal{E}$ *Exemple :* $\mathcal{E} =$*« obtenir un numéro pair »*	Partie E de Ω, appelé événement *Exemple :* $E = \{2, 4, 6\}$
Réalisation d'un événement $\mathcal{E}$	Élément $\omega \in E$
L'événement $\mathcal{E}$ ne se produit pas *Exemple : « le numéro n'est pas multiple de* 2 *»*	Partie complémentaire $\overline{E}$ de Ω *Exemple :* $\overline{\{2, 4, 6\}} = \{1; 3; 5\}$
Les événements $\mathcal{E}$ et $\mathcal{F}$ se réalisent	Intersection $E \cap F$ de Ω
Au moins l'un des événements $\mathcal{E}$ ou $\mathcal{F}$ est réalisé	Union $E \cup F$ de Ω
Probabilité d'un événement $\mathcal{E}$	Somme des probabilités $p(\omega)$ des éléments ω de E

Table 11.1 – Mini dictionnaire : énoncés en francais $\leftrightarrow$ modélisation mathématique

11.2 Loi de probabilité

Pour un univers donné, on fixe une loi de probabilité.

Définition 11.2 — définition constructive d'une loi de probabilité. Pour un univers $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n\}$.

a) on attribue à chaque événement élémentaire ω une probabilité positive $p(\omega) \geqslant 0$

b) la somme des probabilité des événements élémentaires vaut 1 : $p(\omega_1) + p(\omega_2) + \ldots + p(\omega_n) = 1$

c) Pour tout événement E, la probabilité $P(E)$ est égale à la probabilité des événements élémentaires qui le composent.

$$P(\Omega) = \sum_{\omega\in\Omega} p(\omega) = 1$$

$$P(\{\omega\}) = p(\omega)$$
$$P(E) = \sum_{\omega\in E} p(\omega)$$

■ **Exemple 11.2** Expérience aléatoire : lancer un dé cubique et noter la surface. $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. On choisit la loi de probabilité :

$\omega_i \in \Omega$	1	2	3	4	5	6	Total
$p(\omega_i)$	0	0,5	0,1	0,3	0,01	0,09	

$$P(\Omega) = p(1) + p(2) + p(3) + p(4) + p(5) + p(6) =$$

$A =$ « obtenir un nombre pair », $P(A) = p(2) + p(4) + p(6) =$

$B =$ « obtenir un nombre inférieur ou égal à 2 » ; $P(B) =$

$C =$ « obtenir un 7 » ; $P(C) =$

$\overline{A} =$ $P(\overline{A}) =$

$\overline{B} =$ $P(\overline{B}) =$

Convention lycée Dans tout exercice où figurent des expressions tel que « dés équilibrés », « tirage au hasard », « urnes opaque et jetons indiscernables au toucher »... le modèle choisi sera celui de l'équiprobabilité : tous les événements élémentaires ont la même probabilité.

Définition 11.3 — situation d'équiprobabilité. Pour un univers $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n\}$.

a) $p(\omega_1) = p(\omega_2) = \ldots = p(\omega_n) = \dfrac{1}{\text{Card}(\Omega)}$

b) Pour tout événement E on a $P(E) = \dfrac{\text{Card}(E)}{\text{Card}(\Omega)}$.

■ **Exemple 11.3** En supposant l'équiprobabilité l'exemple 11.2 donne :

$$p(1) = p(2) = p(3) = p(4) = p(5) = p(6) =$$

$P(\Omega) =$

$A =$ « obtenir un nombre pair », $P(A) =$

$B =$ « obtenir un nombre inférieur ou égal à 2 » ; $P(B) =$

$C =$ « obtenir un 7 » ; $P(C) =$

$\overline{A} =$ $P(\overline{A}) =$

$\overline{B} =$ $P(\overline{B}) =$

Théorème 11.2 — formulaire. Toute loi de probabilité sur un univers Ω vérifie les propriétés suivantes :

loi unitaire

loi positive

$P(A) + P(\overline{A}) = 1$

loi additive

(P1) $P(\Omega) = 1$ et $P(\emptyset) = 0$

(P2) Pour tout événement A $\quad 0 \leqslant P(A) \leqslant 1$

(P3) Pour tout événement A

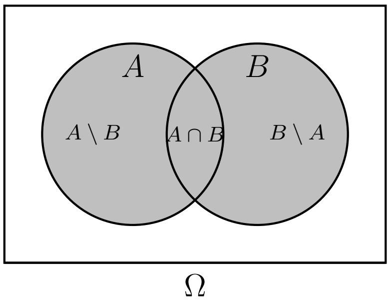
$$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

(P4) Si A et B sont des événements incompatibles alors :

$$\text{Si } A \cap B = \emptyset \text{ alors } P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

(P5) Pour tous événements A et B :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



R Écriture alternative de P5 :

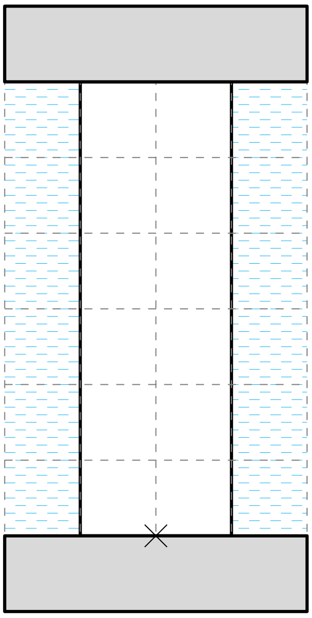
$$P(A \cup B) + P(A \cap B) = P(A) + P(B)$$

11.3 TP : La traversée du pont

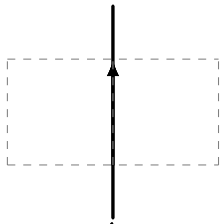
Objectif : estimation d'une probabilité dans le cas où celle-ci est difficile à calculer

Pour rentrer chez lui, maitre "Drunken fist" Lee doit traverser une passerelle rectigne de deux mètres de largeur qu'habituellement il traverse en 6 pas en ligne droite. Après une fête bien arrosée, il a une chance sur 2 de faire un pas en avant et tout droit, une chance sur 4 de faire un pas en avant et vers la droite et une chance sur 4 de faire un pas en avant et vers la gauche...

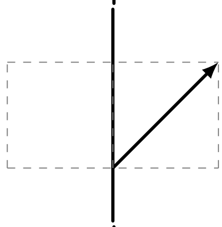
Quelles sont ses chances d'arriver au bout sans tomber dans l'eau ?



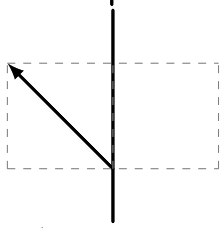
Une chance sur 2



Une chance sur 4

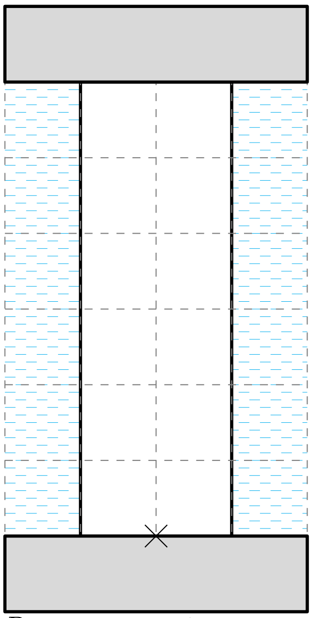


Une chance sur 4

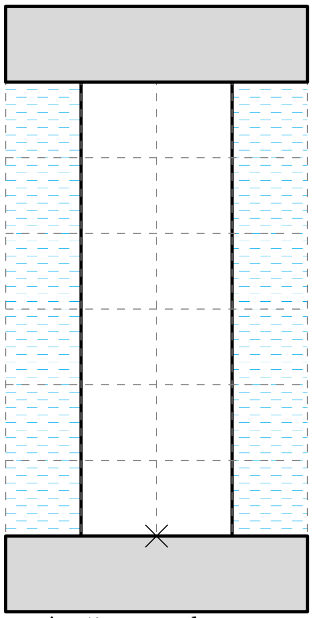


1) Donner une règle permettant de **simuler** sa traversée à l'aide du dé à 4 faces donné.
   Tracer son parcours sur le pont. Faire trois essais successifs.

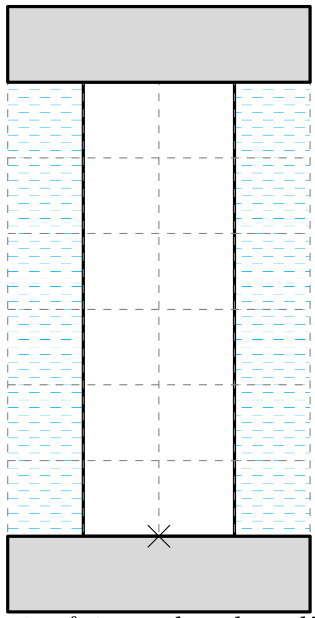
essai n° 1



essai n° 2



essai n° 3

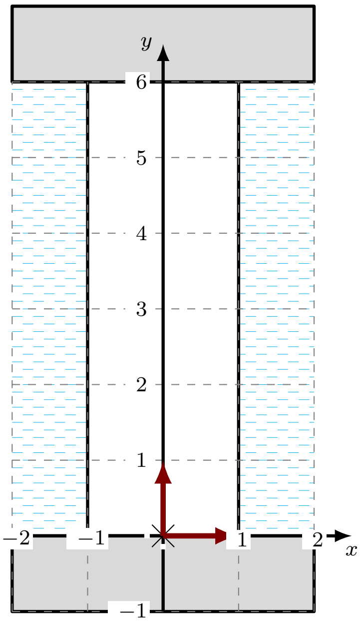


Remarque : si on est au bord droit après 5 pas, alors avancer vers la droite fait tomber dans l'eau.

2) **Mise en commun** des résultats de tous les élèves de la classe : compter le nombre de fois où on est arrivé au bout sans tomber dans l'eau parmi les $3 \times \ldots\ldots$ élèves de la classe.

3) En déduire une **estimation de la probabilité** d'arriver au bout sans tomber dans l'urne.

4) **Simulation à l'aide d'un script Python**



Code incomplet à télécharger sur la pythonette depuis le lien.

La fonction d'appel `traverse()` retourne `True` si on traverse le pont, et `False` s'il tombe à l'eau.

a) Préciser la condition de sortie de boucle à la ligne 4.

b) Compléter la ligne 13 pour que `traverse()` retourne `True` si la traversée est réussie.

c) La fonction d'appel `frequence()` retourne la proportion de traversées réussies sur un total de 1000 essais.
Compléter le script de la fontion `frequence()`.

d) Tester le programme. Est il en accord avec l'expérience menée en 1) ?

```
1  from random import randint
2  def traverse() :
3      x , y = 0 , 0          # point de départ est l'origine du repère
4      while ......... and ......... and ......... :
5          i = randint(1,4)    # choisir au hasard un entier entre 1 et 4
6          if i == 1 :
7              x = x - 1           # avancer vers la gauche
8          elif i == 4 :
9              x = x + 1           # avancer vers la droite
10         else :
11             x = x               # avancer droit
12         y = y + 1               # avancer d'un pas
13     if ......... and ......... and ......... :
14         return True         # traversée réussie
15     else :
16         return False        # tombé à l'eau
17
18 def frequence() :
19     compteur = 0
20     for i in range(....) :
21         if traverse() :
22             ...
23     return ...
```

Démonstration.

a) On lance le dé D4, si on obtient 1, on fait 1 pas vers la gauche. Avec 4 on fait un pas vers la droite. Et pour 2 et 3 on fait un pas vers l'avant.

b) La mise en commun donne une valeur proche de 50 traversées.

c) La fréquence de traversées réussies est proche de 0.47.

d)

■

```python
from random import randint
def traverse() :
    x , y = 0 , 0
    while y < 6 and x >= -1 and x <= 1 :
        i = randint(1,4)
        if i == 1 :
            x = x - 1
        elif i == 4 :
            x = x + 1
        else :
            x = x
        y = y + 1
    if y == 6 and x >= -1 and x <= 1 :       #
        return True
    else :
        return False

def frequence() :
    compteur = 0
    for i in range(1000) :
        if traverse() :
            compteur = compteur + 1
    return  compteur/1000
```

11.4 Exercices : Probabilités

Exercice 1 — Décrire l'univers, des événements et lister les issues possibles. Compléter

1) On lance cinq fois une pièce de monnaie. La sortie de Pile rapporte 1 point. La sortie de Face ne rapporte rien. On s'intéresse à la somme des points obtenus à l'issue des cinq lancers

   L'univers est $\Omega =$ . . . . On compte $|\Omega| =$ . . . . issues incompatibles.

2) On lance deux dés cubiques dont les faces sont numérotées de 1 à 6 et on soustrait le plus petit résultat obtenu du plus grand. Le résultat est nul si le lancer produit un double.

   L'univers est $\Omega =$ . . . . On compte $|\Omega| =$ . . . . issues incompatibles.

3) Dans un restaurant les clients choisissent une entrée parmi tomates (T) ou sambusa (S), un plat principal parmi pizza (P), burger (B) ou végétarien (V) et pour le dessert une glace (G) ou un fromage (F). On suppose qu'ils choisissent un de chaque au hasard, lister tous les choix possibles :

   L'univers est $\Omega = \{TPG\ ;$ . . . . $\}$

   On compte $|\Omega| =$ . . . . issues incompatibles.

4) On tire une carte d'un jeu de 32 cartes[1]. On appelle:
   - C l'événement « la carte tirée est un cœur ($\heartsuit$) »
   - F l'événement « la carte tirée est une figure (A, R, D, V) »

   Décrire chaque événement par une phrase et donner le nombre d'issues incompatibles qui le réalisent :

   $C \cap F =$« . . . . » $|C \cap F| =$ . . . . . .

   $C \cup F =$« . . . . » $|C \cup F| =$ . . . . . .

   $\overline{C} =$« . . . . » $|\overline{C}| =$ . . . . . .

   $\overline{C} \cap F =$« . . . . » $|\overline{C} \cap F| =$ . . . . . .

   $\overline{C \cup F} =$« . . . . » $|\overline{C \cup F}| =$ . . . . . .

5) Deux épidémies sévissent en même temps dans un lycée, la gastro-entérite et un rhume. On choisit un élève au hasard et on nomme:
   - G l'événement « l'élève a la gastro-entérite »
   - R l'événement « l'élève a un rhume »

   Décrire à l'aide de G, R, $\overline{G}$, $\overline{R}$, $\cap$ et $\cup$ chacun des événements suivants :

   « l'élève a la gastro-entérite et le rhume » = ...

   « l'élève a le rhume mais pas la gastro-entérite » = ...

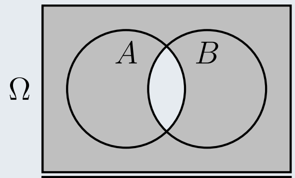
   « l'élève a au moins une des deux maladies » = ...

   « l'élève n'a aucune des deux maladies » = ...

---

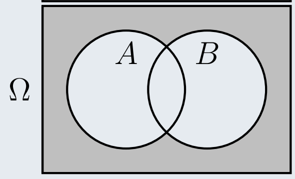
1. dans un jeu de 32 cartes, on trouve quatre couleurs (Carreau $\diamondsuit$ et Coeur $\heartsuit$ sont de couleur rouge. Trèfle $\clubsuit$ et Pique $\spadesuit$) et, dans chaque couleur, on a une série de 8 cartes (7, 8, 9, 10, Valet, Dame, Roi, As).

Les relations de **de Morgan** facilitent l'interprétation de certaines opérations sur les événements :



$$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$$

Les issues qui ne réalisent pas simultanément A ET B
sont celles qui ne réalisent pas A OU ne réalisent pas B.



$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

Les issues qui ne réalisent pas A OU B
sont celles qui simultanément ne réalisent pas A ET ne réalisent pas B.

Exercice 2 On considère l'expérience aléatoire ou un élève présente une excuse pour un devoir non rendu. Soit les événements $A =$« l'élève dit la vérité » et $B =$ « le professeur accuse l'élève de mentir ».

1) Énumérer les issues possibles de cette expérience aléatoire.

$\Omega =$ ....

2) Traduisez à l'aide de A, B, $\overline{A}$, $\overline{B}$, $\cap$ et $\cup$ chacun des événements suivants :

.... = « l'élève dit la vérité et le professeur l'accuse à tort ».

.... = « l'élève ment ».

.... = « l'élève dit la vérité ou le professeur le croit ».

3) Énoncer les événements

$\overline{A} \cup B =$ ....

$\overline{A \cup B} =$ ....

$\overline{A \cap B} =$ ....

$\overline{\overline{A}} =$ ....

Exercice 3 Un docteur expérimente un nouveau traitement thérapeutique à des malades atteints de cancer. Ω désigne l'ensemble des patients. Soit les événements $A =$ « le patient est vivant », $B =$ « le patient a suivi le traitement » et $C =$ « le patient réside en ville »

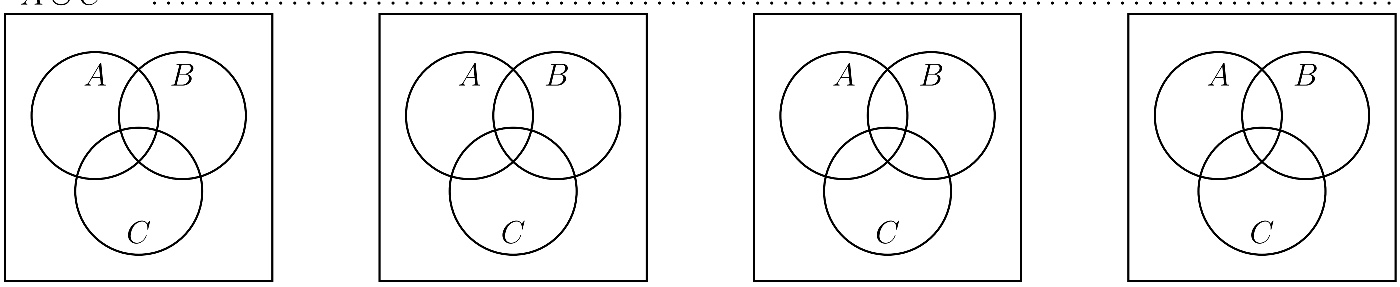
1) Énoncer puis représenter les évenements suivants dans les 4 premiers diagrammes de Venn :

$A \cap B =$ ....

$A \cap \overline{C} =$ ....

$A \cap \overline{B} \cap C =$ ....

$A \cup C =$ ....



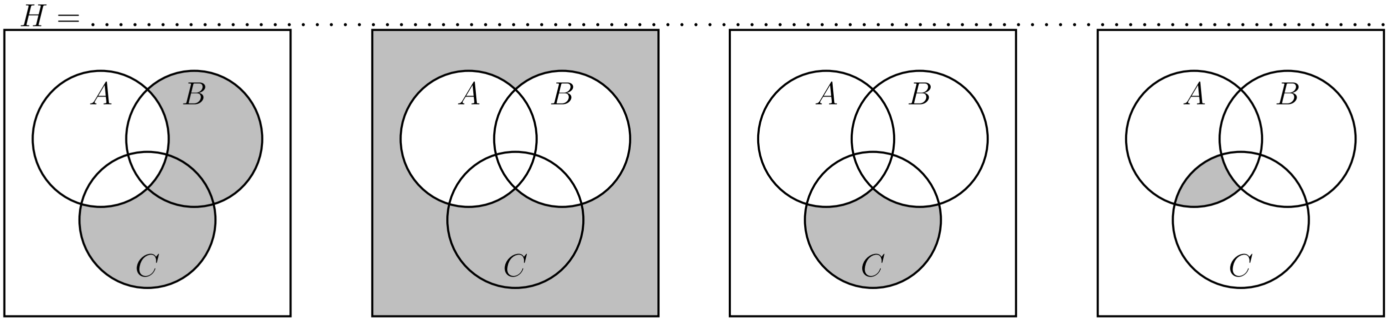
2) Pour chaque diagramme de Venn, donnez la notation correspondant à la partie colorée et énoncez les événements. Plusieurs écritures sont possibles.

$E =$ ....

$F =$ ....

$G =$ ....

$H =$ ....



Exercice 4

On lance un dé cubique pipé. Le tableau ci-contre représente la loi de probabilité de cette expérience.

ω	1	2	3	4	5	6
$P(\omega)$	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3	

1) Calculer $P(6)$: ....

2) Calculer la probabilités des événements suivants (écrire $P(..)=$...)

$A =$ « La face obtenue est paire »; ....

$B =$ « la face obtenue est supérieur ou égale à 5 » ....

Exercice 5

On lance un dé cubique pipé. Le tableau ci-contre représente la loi de probabilité de cette expérience.

ω	1	2	3	4	5	6
$P(\omega)$	0.1	0,15	0,2		0,3	0,05

1) Calculer $P(4)$ ....

2) Calculer la probabilités de l'événement $A =$ « La face obtenue est un carré parfait »:

....

3) On lance ce dé 50 fois. Estimer le nombre d'observation de l'événement A.

....

Exercice 6 On considère la loi de probabilité ci-dessous : $(0 < a < 1)$:

1) Déterminer la valeur de a.

....

....

ω	1	2	3	4	5
$P(\omega)$	$3a$	$2a$	$0,01$	a	$3a$

2) On répète l'expérience 20 fois. Estimer le nombre d'observation d'un nombre premier.

....

Exercice 7 Complétez

1) $P(\Omega) = \ldots\ldots\ldots\ldots$ L'événement impossible est noté $\ldots\ldots\ldots\ldots$ Sa probabilité est $\ldots\ldots\ldots\ldots$

2) Deux événements A et B sont incompatibles lorsque $\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

3) Si A et B sont incompatibles alors $P(A \cup B) = \ldots\ldots + \ldots\ldots$ et $P(A \cap B) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

4) $\overline{B}$ est l'événement $\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ $P(\overline{B}) = 1 - \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

5) Robin des Bois atteint sa cible avec une probabilité de $0,7$. La probabilité qu'il la rate est $\ldots\ldots\ldots$

6) Si $P(A) = 0.3$, $P(A \cap B) = 0.2$ et $P(B) = 0.5$ alors

$P(\overline{B}) = 1 - P(\ldots\ldots) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

et $P(A \cup B) = P(\ldots\ldots) + P(\ldots\ldots) - P(\ldots\ldots) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

7) Les événements $A \cap B$ et $\overline{A} \cap B$ sont $\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$, et $P(A \cap B) + P(\overline{A} \cap B) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

8) Si $P(A) = 0,7$, $P(B) = 0,5$, $P(A \cap B) = 0,3$ alors :

$P(\overline{A}) = 1 - P(\ldots\ldots) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$P(\overline{A} \cap B) = P(\ldots\ldots\ldots) - P(\ldots\ldots\ldots) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$P(\overline{A} \cup B) = P(\ldots\ldots) + P(\ldots\ldots) - P(\ldots\ldots) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Exercice 8 A et B sont deux événements incompatibles. On a : $P(A) = 0,4$ et $P(B) = 0,22$. Déterminer:

$P\left(\overline{A}\right) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$P\left(\overline{B}\right) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$P\left(A \cup B\right) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Exercice 9 Soit S et T deux événements tels que : $P(S) = 0,5$, $P(T) = 0,6$, $P(S \cup T) = 0,9$. Déterminer :

$P\left(S \cap T\right) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$P\left(\overline{S \cup T}\right) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$P\left(\overline{S \cap T}\right) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Exercice 10 — Entrainement formules.

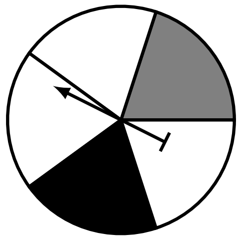
1) $P(E) = 0,34$, $P(E \cup F) = 0,65$ et $P(E \cap F) = 0,23$. Calculer $P(F)$.
2) $P(E) = 0.3$, $P(F) = 0.6$ et $P(E \cup F) = 0.8$. Calculer $P(E \cap F)$
3) $P(E) = 0,35$, $P(\overline{F}) = 0,4$ et $P(E \cap F) = 0,1$. Calculer $P(F)$ puis $P(E \cup F)$
4) $P(E) = 0.3$, $P(\overline{F}) = 0.65$ et $P(E \cap F) = 0.2$. Calculer $P(E \cup F)$.
5) $P(E) = 0,5$, $P(F) = 0,24$ et $P(E \cap F) = 0,1$. Calculer $P(\overline{E \cup F})$.
6) $P(\overline{E}) = 0,7$; $P(E \cap F) = 0,2$ et $P(E \cup F) = 0,7$. Calculer $P(\overline{F})$.

Exercice 11 Expliquer pourquoi il n'existe pas d'événements V et F tel que $P(V) = 0,4$, $P(F) = 0,3$ et $P(V \cup F) = 0,8$.

Exercice 12 Expliquer pourquoi il n'existe pas d'événements V et F tel que $P(V) = 0,6$, $P(F) = 0,4$ et $P(V \cap F) = 0,5$.

> Les exercices qui suivent illustrent différentes méthodes de modélisation d'expérience aléatoires : diagrammes d'univers (dont diagrammes de Venn), tableaux à double entrée, arbres de dénombrements... Ces représentations visent à identifier les **éventualités/issues équiprobables**.

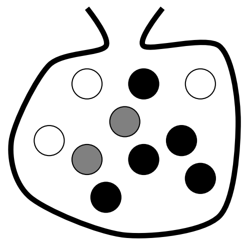
Exercice 13
On fait tourner une aiguille, elle pointe au hasard sur des 3 couleurs.
Identifier les issues et compléter le tableau de la loi de probabilité.



ω				**Total**
$P(\omega)$				

Exercice 14 Le sac représenté contient des boules blanches, grises et noires indiscernables au toucher. On pioche une urne au hasard et on note sa couleur.

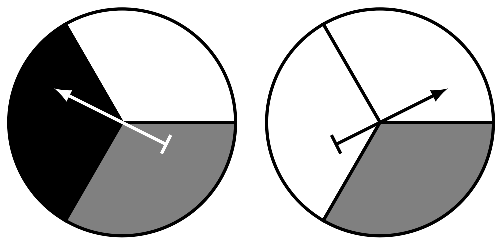
Identifier les issues possibles et compléter le tableau de la loi de probabilité.



ω				**Total**
$P(\omega)$				

Exercice 15 On fait tourner deux aiguilles et on note le couple de couleurs obtenues.On suppose que les aiguilles s'arrètent au hasard sur les secteurs de même taille.
1) Complète le diagramme de l'univers de cette expérience :

		issues équiprobables aiguille n° 2		
		Blanc		
issues équiprobables de la pièce	Noir	(N ; B)		



Aiguille n° 1 **Aiguille n° 2**

2) P(« obtenir deux couleurs identiques ») = ...

3) P(« obtenir deux couleurs différentes ») = ...

Exercice 16

On lance un jeton et un dé cubique équilibrés.
Compléter le diagramme de l'univers des issues possibles et déterminer :
P(« obtenir face ou un diviseur de 12 ») = ...

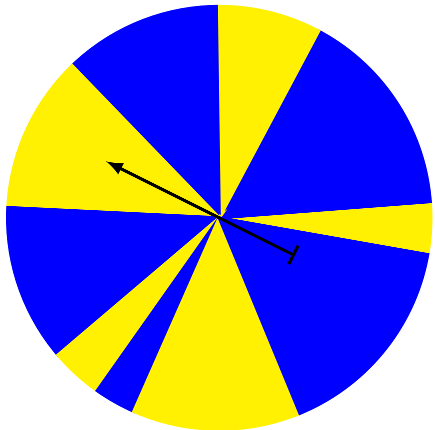
		issues équiprobables du dé					
		1					
issues équiprobables de la pièce	Pile	P1					

Exercice 17 — paradoxe des bancs. Dans la cours du lycée, il y a trois bancs à deux places. Oto est déjà assis pour prendre son déjeuner. Tasha va s'asseoir au hasard. Quark affirme que la probabilité qu'ils se retrouvent sur le même banc est de $\frac{1}{3}$. Nog pense plutôt que cette probabilité est de $\frac{1}{5}$
1) Expliquer pourquoi Quark et Nog ont raison !
2) Surligner les passages des énoncés des exercices précédents qui suggèrent une équiprobabilité.

Exercice 18 Pour la roue de loterie ci-dessous, le joueur Bleu gagne si l'aiguille s'arrête sur la couleur bleue, et le joueur Jaune gagne si l'aiguille s'arrête sur la couleur jaune.

1) Faire tourner l'aiguille distribuée 24 fois, et relever la fréquence obtenue de victoire de chaque joueur. Mettre en commun avec votre binôme et compléter le tableau de fréquence.

	Bleu	**Jaune**	**Total**
fréquence sur 24 lancers			
fréquence du binôme sur 24 lancers			
fréquence relative sur 48 lancers			

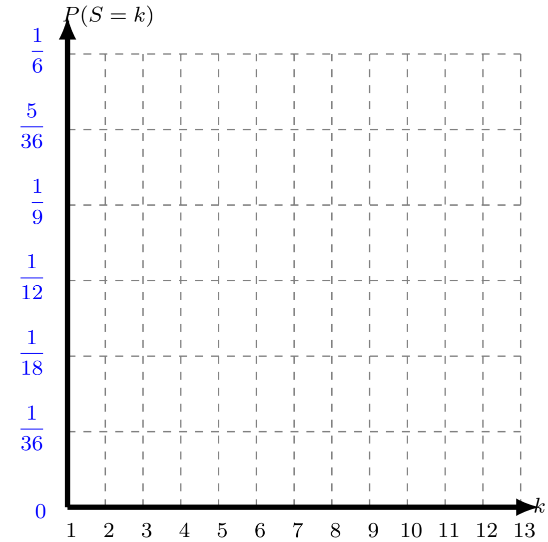


2) Donner une estimation de la probabilité de gagner du joueur Bleu.
3) Donner une estimation au degré près de la somme des angles au centre des secteurs bleus de la roue.

Exercice 19 — Avec deux dés. On lance simultanément un dé Noir et un dé Bleu (cubiques) et on note la somme S des deux nombres obtenus. On cherche la loi de probabilité des sommes possibles.

1) Complète le tableau à double entrée ci-dessous avec les sommes obtenues.

		Dé n° 2					
		1	2	3	4	5	6
Dé n° 1	1						
	2						
	3						
	4						
	5						
	6						



2) Sachant que les deux dés sont équilibrés, en déduire la loi de probabilité des sommes obtenues

k	2											Total
$P(S = k)$												

3) Représenter dans le graphique ci-dessus la loi de probabilité de la somme.
4) Déterminer les probabilités des événements suivants (ÉCRIRE CLAIREMENT $P(\ldots) = \ldots$):

$A =$ « somme égale à 4 » ....

$B =$ « somme égale à 12 ....

$C =$ « somme supérieure ou égale à 7 » ....

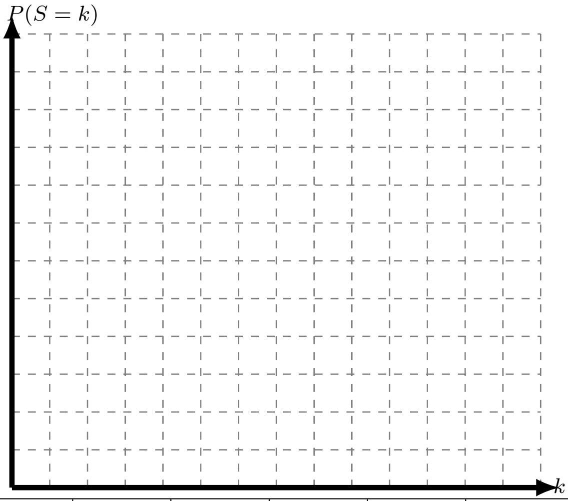
$D =$ « somme strictement inférieure à 4 » ......

$E =$ « somme paire » ....

$F =$ « somme égale à 7 et produit égal à 12 » ..

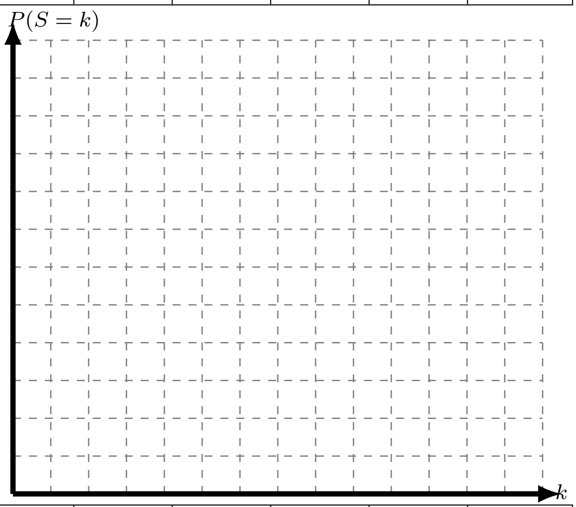
Exercice 20 Détermine et représente la loi de la somme des faces pour les dés distribués. On supposera que les dés sont équilibrés, et on choisira les échelles adaptées.

		Dé n° 2					
Dé n° 1							



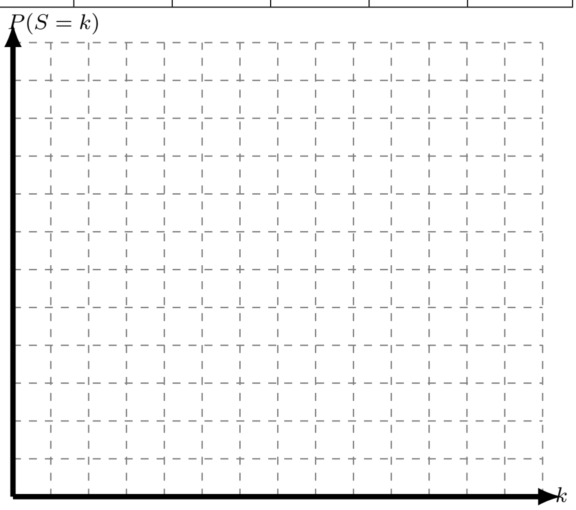
k											Total
$P(S = k)$											

		Dé n° 2					
Dé n° 1							



k											Total
$P(S = k)$											

		Dé n° 2					
Dé n° 1							

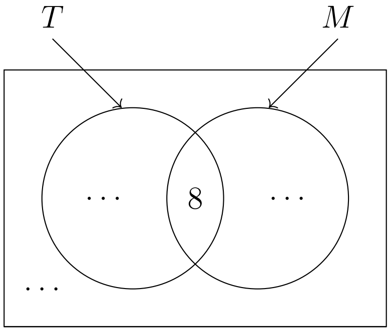


■ **Exemple 11.4 — modéliser avec des diagrammes de Venn ou des tableaux croisés des effectifs.**

Sur 60 élèves d'un lycée :

- 8 font club Théatre et Musique
- 6 font club Théatre mais pas Musique.
- 19 font le club Musique.

1) Compléter le tableau croisé des effectifs et le diagramme de Venn



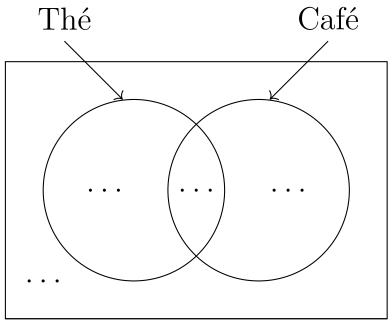
Card$(\Omega) = 60$

	T	$\overline{T}$	**Total**
M	**8**		
$\overline{M}$			
Total			**60**

2) On choisit un élève au hasard parmi ceux du lycée.
   Déterminer la probabilité que l'élève choisi ne fasse partie d'aucun club : $P(\overline{M} \cap \overline{T}) = \dfrac{}{60}$

Exercice 21 Sur 85 personnes interrogées sur leur préférences entre café et thé : 18 n'aiment aucune des boissons, 29 aiment le thé mais pas le café et 22 aiment le café, mais pas le thé.
Soit les événements : $C =$« l'individu aime le café » et $T =$ « l'individu aime le thé ».

1) Compléter le tableau effectifs croisés et le diagramme de Venn
2) On choisit un individu au hasard. Donner la probabilité qu'il aime le café et le thé.



Card$(\Omega) = \ldots$

	T	$\overline{T}$	**Total**
C			
$\overline{C}$			
Total			85

Exercice 22 Afin de mieux connaître sa clientèle, une station de sports d'hiver a effectué une enquête auprès de 250 skieurs. Voici la synthèse des réponses au sondage:

- deux tiers des personnes qui viennent tous les week-ends possèdent leur matériel;
- la moitié des personnes venant deux semaines par an possèdent également leur matériel;
- 44% des personnes interrogées louent sur place.

On considère les événements suivants.

- M: « la personne possède son matériel »;
- L : « la personne loue ses skis sur place »;
- A : « la personne loue ses skis ailleurs »;
- S : « la personne vient une semaine par an »;
- W : « la personne vient tous les week-ends »;
- Q : « la personne vient deux semaines par an ».

	M	L	A	Total
S	25			
W			5	30
Q		30		100
Total				250

1) Compléter le tableau ci-contre présentant la synthèse des réponses.
2) On choisit au hasard un client parmi les 250 personnes. Déterminer les probabilités :

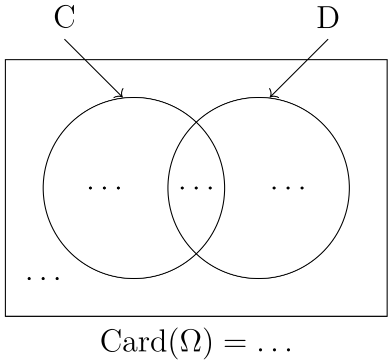
$P(Q) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ $P(L) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ $P(\overline{M}) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$P(Q \cap L) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ $P(Q \cup L) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ $P(\overline{Q} \cap L) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Exercice 23 Sur 100 personnes interrogées : 23 affirment posséder un chat, 31 affirment posséder un chien et 56 affirment posséder ni chat ni chien.

Soit les événements : $C =$« l'individu a un chat » et $D =$ « l'individu a un chien ».

1) Compléter le diagramme de Venn et le tableau croisé des effectifs.
2) On choisit un individu au hasard. Donner la probabilité qu'il a un chien et un chat ?

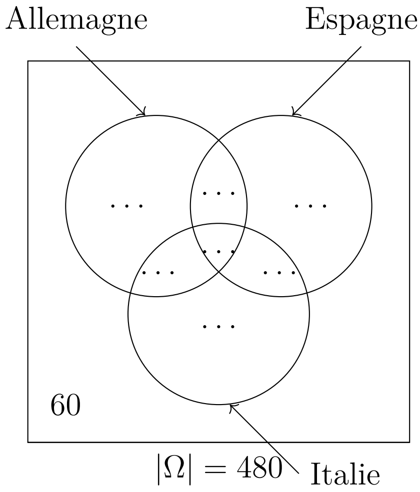


	D	$\overline{D}$	**Total**
C			
$\overline{C}$			
Total			

Exercice 24
Dans un établissement scolaire, on a interrogé 480 élèves de Seconde sur leur séjour en Espagne, en Italie et en Allemagne :

- 220 élèves ont séjourné en Allemagne ;
- 218 élèves en Italie et 217 en Espagne ;
- 105 ont séjourné en Italie et en Espagne ;
- 100 ont séjourné en Italie et en Allemagne
- 93 ont séjourné en Espagne et en Allemagne ;
- 60 élèves n'ont séjourné dans aucun des 3 pays.

1) Compléter le diagramme de Venn.
2) On interrroge au hasard un élève. Quelle est la probabilité qu'il a séjourné dans les 3 pays ?



> C'est à vous de décider si l'expérience aléatoire est modélisable par un tableau croisé des effectifs ou diagramme de Venn

Exercice 25 Un nouveau test antidopage est testé sur 36 athlètes. Voici les résultats.

- Il y a 9 athlètes dopés et 6 testés positifs.
- 13 athlètes sont soit dopés soit testés positifs.

On considère les événements $D =$« l'athlète est dopé » et $T^+ =$« l'athlète est testé positif ». Définir par une phrase les événements $D \cap \overline{T^+}$ (Faux négatif) et $\overline{D} \cap T^+$ (Faux positif) et déterminer leur probabilités.

Exercice 26 — Des groupes de spécialité. Dans une classe de 2$^{\text{nde}}$, il y a 35 élèves :

- 19 ont pris l'enseignement d'exploration « Méthodes et pratiques scientifiques », les autres ont pris l'enseignement d'exploration « Littérature et société » ;
- il y a 15 garçons ;
- 12 filles ont pris l'enseignement d'exploration « Méthodes et pratiques scientifiques ».

On choisit un élève au hasard dans la classe, chaque élève ayant la même probabilité d'être choisi, et on définit les évènements suivants :

- M : l'élève choisi a pris l'enseignement d'exploration « Méthodes et pratiques scientifiques » ;
- G : l'élève choisi est un garçon.

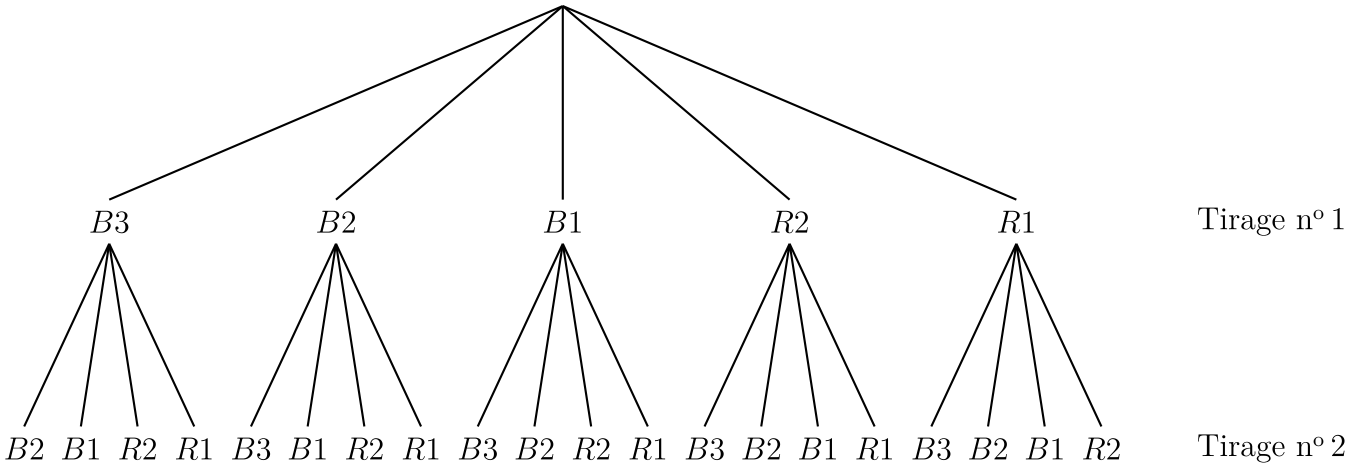
1) Déterminer les probabilités des évènements M et G.
2) Définir par une phrase les évènements $M \cap G$, $M \cup G$ et $\overline{M} \cap G$ et déterminer leurs probabilités.

■ Exemple 11.5 — Modéliser à l'aide d'un arbre de probabilité.

Une boite opaque contient 2 rubans rouges et 3 rubans bleus. On tire au hasard 1 premier ruban de la boite sans regarder (et sans le remettre), puis un second, et on note les couleurs de chaque.

On compte 4 issues possibles (non équiprobbles ! il y a plus de rubans bleus que de rouges !)

- $BB =$ « tirer deux rubans bleus »
- $RR =$ « tirer deux rubans rouges »
- $BR =$ « tirer un ruban bleu puis un ruban rouge »
- $RB =$ « tirer un ruban rouge puis un ruban bleu »



- L'expérience aléatoire est constituée de 2 expériences aléatoires élémentaires (1^er tirage ...).
- Chaque niveau correspond à une expérience aléatoire élémentaire.
- Les bifurcations à chaque niveau correspondent aux issues possibles d'une l'expérience élémentaire.
- Chaque chemin le long de l'arbre correspond à une issue. Le chemin $R1B3$ correspond à l'issue « $R1$ au tirage nº 1 PUIS $B3$ au tirage nº 2 ».
- Les chemins différents sont des issues incompatibles.
- Les issues sont **équiprobables si le nombre de bifurcations à chaque niveau est le même pour tous les noeuds**. Ici $\frac{1}{20}$.

$P(RR) = P(R1R2) + P(R2R1) = \dfrac{2}{20}$,

$P(BR) = P(\{R1B1, R2B1, R1B2, R2B2, R1B3, R2B3\}) = \dfrac{6}{20}$.

$P(RB) =$ ....

$P(BB) =$ ....

$P(\text{un ruban rouge est tiré au premier tirage}) =$ ....

$P(\text{un ruban rouge est tiré au second tirage}) =$ ....

Exercice 27 On reprend l'exercice précédent avec une boite opaque contenant 2 rubans rouges, 3 rubans bleus, mais cette fois on remmet dans la boite le premier ruban tiré.

1) Comment est modifié l'arbre précédent ? Rajouter en rouge les branches supplémentaires.

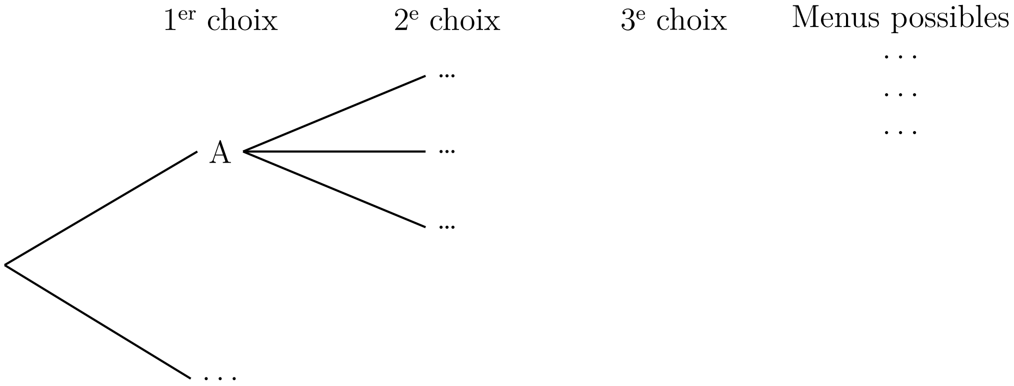
2) Déduire la nouvelle valeur de $P(RR) =$ ....

3) Quelle est la probabilité de tirer aucun ruban rouge ? ....

4) $P(\text{un ruban rouge est tiré au second tirage}) =$ ....

Exercice 28 — le menu. Au restaurant scolaire le menu se compose forcement d'une entrée, d'un plat et d'un dessert. Les élèves doivent choisir une entrée parmi Artichaut (A) ou Betterave (B), puis choisir un plat parmi Cheval (C), Daube (D) ou Escalope (E) et choisir un dessert parmi Fromage (F) ou Gâteau (G).

1) Compléter l'arbre et identifier tous menus possibles.



2) On choisit un menu au hasard. Déterminez les probabilités :

$P(E) = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$	$P(\overline{C}) = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$
$P(A \cup F) = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$	$P(\overline{A} \cap \overline{F}) = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

Exercice 29 — Garçons ou filles ?. On s'intérèsse aux familles de trois enfants, sans jumeaux, et en ne tenant compte que du sexe des enfants. On suppose qu'à chacune des 3 naissances, les issues $F =$ « l'enfant est une fille » ou $G =$ « l'enfant est un garçon » sont équiprobables.

1) Construire l'arbre des probabilités correspondant à la situation décrite (famille de 3 enfants). Identifier les issues possibles.
2) Déterminer, sans justifier, la probabilité de chacun des évènements suivants :

A : « la famille n'a aucune fille ».	C : « la famille a au moins deux filles ».
B : « la famille a exactement deux filles ».	D : « la famille a une unique fille ».

Exercice 30 — pause thé. Un singe, un penguin et un mathématicien vont un salon de thé pour déguster leur cake favori. Chacun laisse son chapeau à l'entrée. En repartant, ils mettent les chapeaux aléatoirement.

1) Construire l'arbre des probabilités correspondant à trois choix successifs d'un chapeau.
2) Quelle est la probabilité qu'aucun des trois singes, ne soit reparti avec son chapeau de départ ?

Exercice 31 On lance un jeton équilibré 4 fois d'affilée.

1) Construire l'arbre des probabilités correspondant à quatre lancers.
2) Quelle est la probabilité de l'événement « obtenir au moins 3 fois Pile ».

Exercice 32 — Tirage successif sans remise. On tire au hasard une carte d'un jeu de 32 cartes, on note sa couleur (Cœur, Carreau, Pique ou Trèfle), sans la remettre dans le jeu avant d'en tirer une seconde.

1) Si on représente la situation par un arbre de probabilité, combien d'issues possibles devront apparaitre ?
2) Sans représenter l'arbre des isues, donner les probabilités suivantes :

$P($tirer 2 cœurs$)$	$P($tirer deux fois la même carte$)$
$P($ne pas tirer de cœur$)$	$P($tirer deux cartes différentes$)$

11.5 Club Maths : problèmes de probabilité

Exercice 33 — Bataille à 3 dés : Dés d'Oskar.

Dans une bataille de dés à 3 joueurs, chacun des joueurs A, B et C choisit un dé. Le joueur C est le dernier à choisir. Le vainqueur d'une manche est celui qui obtient le plus grand résultat.

Oskar van Deventer, créateur néerlandais de puzzles, a inventé un jeu de 7 dés bien particulier : quel que soit le choix des joueurs A et B, le joueur C peut choisir un dé qui a plus de chance de donner un plus grand résultat que les deux autres.

1) Relevez les faces des 7 dés :

- Blanc :
- Ivoire :
- Jaune :
- Vert :
- Rouge :
- Bleu :
- Marron :

2) Le joueur A choisit le dé ivoire, et B choisit le dé Marron. À l'aide des tableaux double entrée suivants, montrer que si le joueur C choisit le dé Blanc, il aura plus de chance d'obtenir un plus grand résultat que chacun des joueur A et B.

		Dé		
Dé				

		Dé		
Dé				

bat ; bat ;

3) En utilisant les diagrammes pour comparer les différents dés, élaborer une stratégie du dé à choisir par le joueur C selon selon les dés choisis par les joueurs A et B.

		Dé		
Dé				

		Dé		
Dé				

		Dé		
Dé				

		Dé		
Dé				

bat ; bat ; bat ; bat

		Dé		
Dé				

		Dé		
Dé				

		Dé		
Dé				

		Dé		
Dé				

bat ; bat ; bat ; bat

		Dé		
Dé				

		Dé		
Dé				

		Dé		
Dé				

		Dé		
Dé				

bat ; bat ; bat ; bat

		Dé		
Dé				

		Dé		
Dé				

		Dé		
Dé				

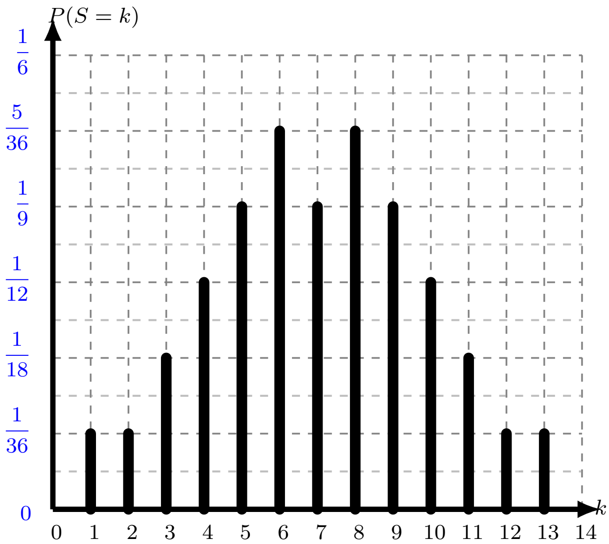
		Dé		
Dé				

bat ; bat ; bat ; bat

éléments de réponse de l'exercice 20.

Bleu et Noir

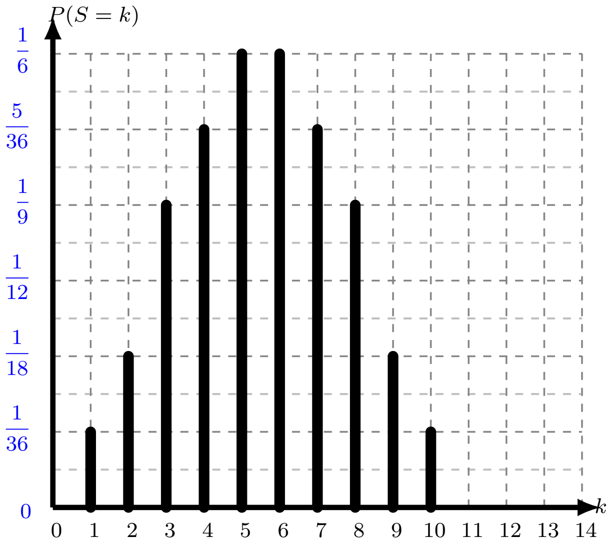
		Dé Bleu					
		0	2	3	4	5	7
Dé Noir	1	1	3	4	5	6	8
	2	2	4	5	6	7	9
	3	3	5	6	7	8	10
	4	4	6	7	8	9	11
	5	5	7	8	9	10	12
	6	6	8	9	10	11	13



k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	Total
$P(S=k)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{36}{36}=1$

Rouge et Noir

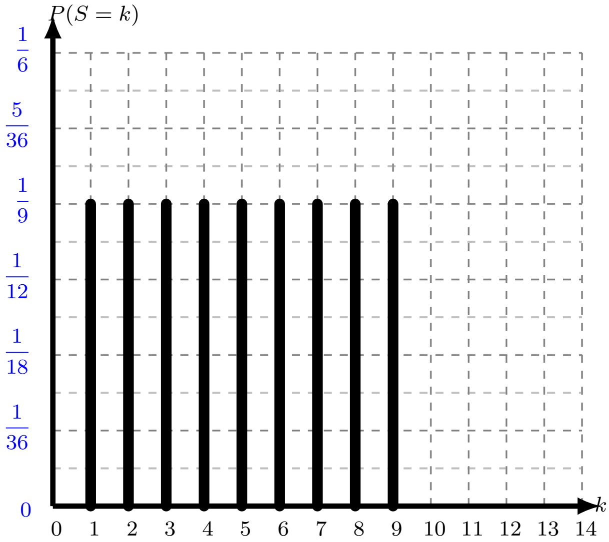
		Dé Rouge					
		0	1	2	2	3	4
Dé Noir	1	1	2	3	3	4	5
	2	2	3	4	4	5	6
	3	3	4	5	5	6	7
	4	4	5	6	6	7	8
	5	5	6	7	7	8	9
	6	6	7	8	8	9	10



k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	Total
$P(S=k)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$				$\frac{36}{36}=1$

Rouge et Bleu

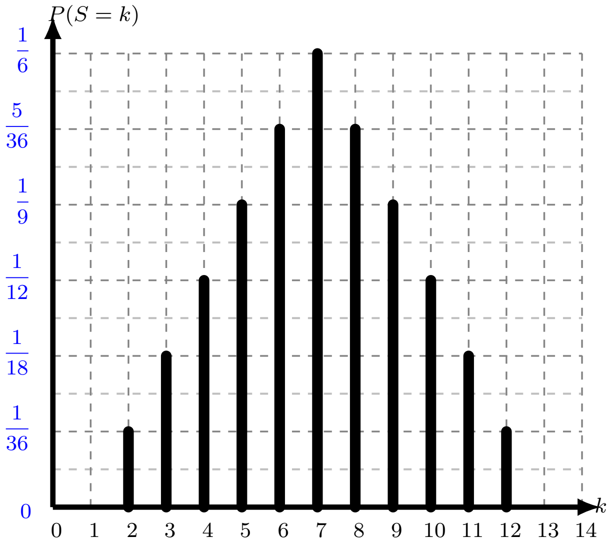
		Dé Bleu					
		1	2	3			
Dé Red	0	1	2	3			
	3	4	5	6			
	6	7	8	9			



k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	Total
$P(S=k)$	$\frac{4}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{4}{36}$					$\frac{36}{36}=1$

d3 standard et d12 non standard

(même graphique et loi de probabilité pour les dés de Sicherman)



		Dé d12											
		1	2	3	4	4	5	5	6	6	7	8	9
Dé d3	1	2	3	4	5	5	6	6	7	7	8	9	10
	2	3	4	5	6	6	7	7	8	8	9	10	11
	3	4	5	6	7	7	8	8	9	9	10	11	12

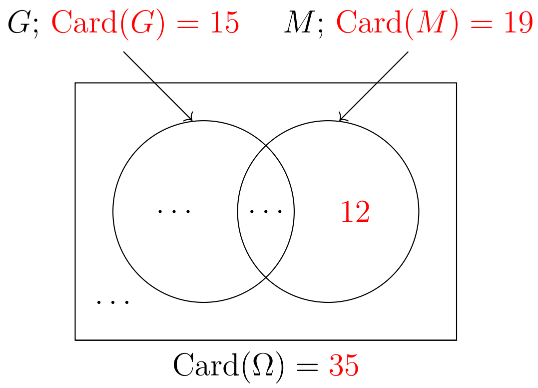
k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	Total
$P(S=k)$		$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$		$\frac{36}{36}=1$

■

solution de l'exercice 26.

Le choix est laissé à l'élève de trouver les effectifs des 4 sous-catégories. Il, elle peut s'aider d'un tableau double-entrée, ou d'un diagramme de Venn (et même d'un arbre des effectifs, plus rare en France). En rouge les valeurs provenant de la lecture directe de l'énoncé.

	G	$\overline{G}$	**Total**
M	7	12	19
$\overline{M}$	8	8	16
Total	15	20	35



L'élève doit avant de répondre aux questions identifier pour l'expérience aléatoire "choisir au hasard un élève dans la classe"

— les issues : 35 élèves. Donc $\text{Card}(\Omega) = 35$.

— les issues sont équiprobables, convention lycée avec le mot "au hasard".

1) $P(M) = \dfrac{\text{Card}(M)}{\text{Card}(\Omega)} = \dfrac{19}{35}$.

2) $P(M) = \dfrac{\text{Card}(G)}{\text{Card}(\Omega)} = \dfrac{15}{35}$.

3) $M \cap G$= « l'élève choisi est un garçon ET a pris méthodes scientifiques ».
$P(M \cap G) = \dfrac{\text{Card}(M \cap G)}{\text{Card}(\Omega)} = \dfrac{7}{35}$.

4) $M \cup G$= « l'élève choisi est un garçon OU a pris méthodes scientifiques ».
$P(M \cup G) = \dfrac{\text{Card}(M \cup G)}{\text{Card}(\Omega)} = \dfrac{7 + 12 + 8}{35} = \dfrac{27}{35}$.

5) $\overline{M} \cap G$= « l'élève choisi est un garçon ET n'a pas pris méthodes scientifiques ».
$P(\overline{M} \cap G) = \dfrac{\text{Card}(\overline{M} \cap G)}{\text{Card}(\Omega)} = \dfrac{8}{35} = \dfrac{8}{35}$.

■

11.6 TP : Principe de la surréservation

Une compagnie aérienne dispose d'un avion de 100 places. Des études statistiques révèlent que toutes les personnes ayant réservé leur place ne se présentent pas toujours à l'embarquement et qu'il reste ainsi, en général, des places libres dans l'avion. Ceci signifie donc que des personnes supplémentaires pourraient aussi voyager sur ce même avion, améliorant ainsi d'autant la rentabilité du voyage pour la compagnie.

Plus précisément, les études statistiques ont montré qu'une personne ayant réservé une place dans l'avion a une chance sur 10 de ne pas se présenter à l'embarquement. La compagnie décide alors de pratiquer de la « surréservation »: elle vend 107 réservations de ses 100 places disponibles.

L'expérience aléatoire On modélise un vol par une expérience aléatoire :

1) sur 107 réservations, chaque personne se comporte indépendamment des autres avec une chance sur 10 de ne pas se présenter à l'embarquement.
2) On note alors le nombre N de personnes qui se présentent à l'embarquement.
   a) Combien d'issues différentes compte cette expérience.
   b) Les issues sont elles équiprobables ?
   c) Décrire par une phrase les événements
      $A =$ « $N = 95$ ».
      $B =$ « $N = 107$ ».
      $C =$ « $N > 100$ ».
   d) La compagnie propose chaque réservation au prix de 500 euros non remboursables. Dans le cas de surréservation, pour satisfaire néanmoins les personnes ne pouvant embarquer et devant attendre le vol suivant, elle propose de leur rembourser 1500 euros.
      Pour chacun des événements précédents calculer la valeur de la recette réalisé sur le vol. Comparer la à la recette réalisée si la compagnie ne pratiquait pas la surréservation.
   e) Exprimer à l'aide de N la recette pour un vol avec surréservation (2 cas à considérer).

> Déterminer la loi de probabilité de N dépasse le cadre de la seconde. L'objectif de TP est de simuler l'expérience aléatoire afin d'évaluer la probabilité de surréservation de cette compagnie, c'est-à-dire la probabilité que plus de 100 personnes se présentent à l'embarquement.
> Combien peut espérer gagner cette compagnie ? Combien peut-elle espérer gagner de plus que si elle proposait exactement (et uniquement) 100 places à la réservation ?

Simulation à l'aide d'un tableur Tableur à compléter en ligne à l'adresse link.dgpad.net/6qGn (codes wims).

Simulation à l'aide de Python Code à compléter en ligne à l'adresse link.dgpad.net/JLZT (codes wims).

11.6.1 Utilisation d'un tableur

Simulation de la surréservation sur un vol

a) Saisir la formule « =SI(ALEA.ENTRE.BORNES(1;10)=1;0;1) » dans la cellule A1.
Que permet de calculer et simuler cette formule ? Expliquer son fonctionnement (*à l'aide de phrases avec sujet, verbe et complément*).

b) Recopier cette formule vers la droite pour en obtenir 107 réalisations (jusqu'en DC1)
Procédure : sélectionne la cellule A1 *> copie depuis la barre des outils (CTRL+C) > sélectionne les cellules* B1:DC1 *> coller (CTRL+V)*

c) Dans la cellule DD1, saisir la formule « =SOMME(A1:DC1) ».
Que représente le nombre calculé par cette formule ?
Cocher et décocher la case dans la cellule DG1 pour actualiser les calculs. Dans quel intervalle ce nombre semble-t-il varier ?

Simulation de la surréservation sur 1000 vols

a) Saisir la formule « =SI(DD1>100;1;0) dans la cellule DE1.
Expliquer le fonctionnement de cette formule et le résultat qu'elle retourne.

b) Réaliser une simlation de 1000 vols en recopiant les formules de la première ligne sur les 1000 premières lignes.
Procédure : sélectionne les cellules A1:DD1 *(clique et glisse) > copie (CTRL+C) > sélectionne les cellules* A2:A1000 *> coller (CTRL+V)*

c) Quelle formule peut-on utiliser pour comptabiliser le nombre de vols pour lesquels l'effectif des passagers se pésentant à l'embarquement est supérieur à 100.
Quelle est la fréquence (ou proportion) de vols pour lesquels l'effectif des passagers se présentant à l'embarquement est supérieur à 100 ?
Entre quelles valeurs semble varier cette fréquence ?

Bénéfices réalisés grâce à la surréservation On suppose que la compagnie aérienne vend 107 billets par vol au prix de 500 €. Pour éviter le mécontentement des éventuels clients qui ne pourraient pas embarquer sur le vol, la compagnie prévoit de les dédommager de 1500 €.

a) Quelle serait la recette réalisée par la compagnie pour un vol si elle ne vendait que les 100 réservation correspondant au nombre de place disponibles dans l'avion ?

b) Modifier la feuille de calcul du tableur pour calculer pour chacun des 1000 vols simulés le montant de la recette correspondante.
Indication : réfléchir à une formule à saisir dans la cellule DF1*, et la recopier dans la colonne* DF.

c) Quelle est la recette totale pour les 1000 vols simulés par le tableur ? Comparer la avec une recette pour 1000 vols sans surréservation.

11.6.2 Utilisation d'un script Python

```
1  from random import randint
2  def passagers() :
3      nbr = 0
4      for i in range(...) :
5          if randint(1,10) != 1 :
6              nbr = nbr + 1
7      return nbr
8
9  def recette(n) :
10     # n = nbr de passagers
11     if n <= 100 :
12         return ...
13     else :
14         return ...
15
16 def surreservations()
17     compteur = 0
18     for i in range(1000)
19         if passagers() > 100
20         compteur =  ...
21     return compteur
22
23 def recettes() :
24     r = 0
25     for
26         ...
27         ...
28     return r
```

a) Compléter la ligne 4 pour que la fonction `passagers()` retourne le nombre de passagers se présentant à un vol.

b) Compléter la fonction d'appel `recette()` qui prend pour agument le nombre de passagers se présentant à l'embarquement et retourne la recette totale du vol.

c) La fonction `surreservations()` retourne la **proportion** de vols en situation de surréservation sur 1000 vols simulés.
Compléter la ligne et corriger les erreurs du script (4 erreurs de syntaxe, et 1 erreur sur calcul à faire).

d) Ecrire le script de la fontion recette qui calcule la recette moyenne sur 1000 vols simulés.