Chapitre

Les nombres relatifs

3.1 Droite orientée

Définition 3.1 Un nombre positif est un nombre précédé du signe +. Par exemple (+4); (+10); (+2); (+4,35); Un nombre négatif est un nombre précédé du signe -. Par exemple (-4); (-2); (-154); (-1,5); (-2,4)

(0) est le nombre nul. Il est positif et négatif. Un nombre relatif est un nombre positif ou négatif.²

On représente les nombres relatifs par droite orientée : orientation le sens de lecture avec une flèche et l'origine de la droite graduation et unité de longueur que l'on reporte régulièrement de part et d'autre de l'origine.

Définition 3.2 À tout nombre relatif x, correspond un point M(x) de la droite graduée. On dit que x est l'abscisse de M.

Définition 3.3 On appelle valeur absolue d'un nombre relatif xla distance de x à l'origine O. On la note |x|.

- Exemple 3.1 La valeur absolue correspond à la valeur numérique considérée sans tenir compte de son signe.
- a) |-5| = La distance à zéro de (-5) = 5.
- b) |-2| = La distance à zéro de (-2) = 2.
- c) |+3| = La distance à zéro de (+3) = 3.
- d) |6| = La distance à zéro de (6)=6.
 - Entre deux nombres positifs, le plus grand est celui qui a la plus grande valeur absolue.
 - Entre deux nombres négatifs, le plus grand est celui qui a la plus petite valeur absolue.
 - Un nombre positif est toujours supérieur à un nombre négatif

² Les nombres négatifs ont été introduit pour désigner des dettes. On les utilise pour montrer des températures négatives, des altitudes négatives, des étages de niveau négatif

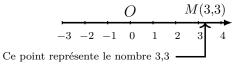


Figure 3.1 – Les nombres négatifs sont places à gauche de l'origine O. Les nombres positifs à sa droite

¹ par convention on peut ne pas écrire le signe + devant les nombres positifs

2 3 Les nombres relatifs

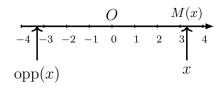


Figure 3.2 – Les nombres opposés sont représentés par des points symétriques par rapport à l'origine O.

Définition 3.4 — **Nombre opposé.** Deux nombres relatifs sont opposés l'un de l'autre lorsqu'ils ont la même valeur absolue mais des signes différents.

On note -a l'opposé du nombre a.

- **Exemple 3.2** |5| = |-5|. On peut dire :
- $-5 = \operatorname{oppose}(5)$.
- 5 = oppose(-5) = -(-5).

|3,2| = |-3,2|. On peut dire :

- -3.2 = opposé(3.2).
- 3.2 = -(-3.2).

3.2 Sommes de relatifs

■ Exemple 3.3 — Addition de relatifs (5^e).

$$(+5) + (+3) =$$
 $(-5) + (-3) =$
 $(-5) + (+3) =$
 $(-7 + 3) =$
 $(+5) + (-3) =$
 $(-6) + (-4) =$



renforcement Si les nombres ont le même signe, on ajoute les valeurs absolues

bataille Si les nombres sont de signes contraires, on soustrait les valeurs absolues.

Le signe du résultat sera le même que le nombre qui avait la plus grande valeur absolue.

D'après les règles d'addition de relatifs :

$$oppos\acute{e}(a) + a = (-a) + a = 0$$

- **■** Exemple 3.4 Soustraction de deux relatifs (5^e).
- **Exemple 3.5** (-3,5)-(+6)= (-6)-(-3.5)=

Règle de soustraction

Soustraire, c'est additionner l'opposé

$$a - b = a + (-b)$$



Figure 3.3 – Utiliser l'image des ballons et cailloux pour illustrer les règles d'addition de relatifs, puis de soustraction

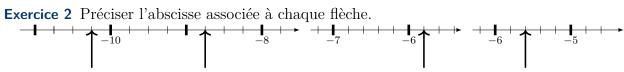
3.2 Sommes de relatifs

3

3.2.1 Exercices

Exercice 1

- c) Placer les points : G(-5,8), H(-2,2), J(-3,9) -6 -5 -4 -3 -2 -1



Exercice 3

- a) Ordonne les nombres suivants du plus petit au plus grand (-4,42); (-3,9); (-7,43); (-1,96); (+8,18); (+1,33); (-1,61); (+6,29); (+8,8); (+0,85);
- b) Même question avec les nombres décimaux suivants : (-55,81);(+78,84);(+60,84);(-69,7);(+71,44);(+54,9);(+3,01);(-62,53);(-31,41);(-52,07);

Exercice 4 Donne l'entier relatif correspondant à chaque phrase :

- a) L'opposé de 6
- b) La valeur absolue de -4
- c) La distance à zéro de 1
- d) L'opposé de -5

- e) L'opposé de -10
- f) La valeur absolue de 12
- g) L'opposé de -20

18 + (-25) = ?

h) Deux nombres dont la valeur absolue est 8

■ Exemple 3.6 — addition d'entiers de signes différents.

$$-3+15=$$
?
$$|-3|=3 \quad |15|=15$$

$$15-3=12$$
 comme $|15|>|-3|,$ le signe est positif

$$-3 + 15 = 12$$
 $18 + (-25) =$

Exercice $5 - \blacksquare$.

$$a = -12 + 29$$
 $d = -15 + 7$ $g = 98 + (-36)$ $j = -36 + 11$
 $b = -1 + 10$ $e = 5 + (-12)$ $h = -26 + 75$ $k = 22 + (-8)$
 $c = 8 + (-8)$ $f = -38 + 14$ $i = 20 + (-15)$ $l = -44 + 32$

Défi : écrit deux problèmes qui nécessitent l'addition de nombres de signes contraires, et dont la somme est négative pour l'un, et positive pour l'autre.

Exercice $6 - \mathbf{H}$.

$$a = 8 - 15$$
 $d = 12 - (-16)$ $g = -6 - 9$ $j = 20 - (-15)$ $b = 3 - 12$ $e = 8 - (-8)$ $h = 8 - 8$ $k = -18 - (-4)$ $c = 11 - (-4)$ $f = 0 - 5$ $i = -7 - 4$ $l = 9 - 11$

Défi : écrire les étapes nécessaire pour réaliser la soustraction -3 - (-10 - 6).

Exercice 7 — **f**. Calculer

■ Exemple 3.7 — Addition de 5 nombres relatifs.

Exercice 8 — **A**. Calculer

$$a = (-4) + (-9) + (-5) + (+20) + (-9)$$

$$b = (+17) + (-17) + (-14) + (+12) + (+10)$$

$$c = (-20) + (-17) + (-19) + (-20) + (+6)$$

$$d = (+3) + (-3) + (-13) + (-3) + (-10)$$

$$e = (-18) + (+10) + (-6) + (-20) + (-10)$$

$$f = (+11) + (+15) + (-16) + (-19) + (-5)$$

■ Exemple 3.8 — Somme de 5 nombres relatifs.

Exercice 9 — **f**. Calculer

$$a = (-2) - (+11) - (-3) + (+4) - (-1)$$

$$b = (-6) + (+20) - (+4) + (+14) - (-18)$$

$$c = (-13) + (-13) + (+4) - (-9) + (-5)$$

$$d = (-15) + (+7) - (-11) + (+10) + (+1)$$

$$e = (-11) + (-19) - (+1) + (+12) - (-19)$$

$$f = (-4) - (+1) - (-19) + (+12) + (+8)$$

3.2 Sommes de relatifs 5

solution de l'exercice 5 .
$$a = 17$$
; $b = 9$; $c = 0$; $d = -8$; $e = -7$; $f = -24$; $g = 62$; $h = 49$; $i = 5$; $j = -25$; $k = 14$; $l = -12$.

solution de l'exercice 6 . $a = -7$; $b = -9$; $c = 15$; $d = 28$; $e = 16$; $f = -5$; $g = -15$; $h = 0$; $i = -11$; $j = 35$; $k = -14$; $l = -2$.

solution de l'exercice 7 .

solution de l'exercice 8 . $a = -7$; $b = 8$; $c = -70$; $d = -26$; $e = -44$; $f = -14$; $g = -19$; $h = -49$;

Simplification des écritures et somme

Dans une somme de nombres relatifs on peut :

- a) écrire le 1^{er} terme sans parenthèses
- b) écrire un nombre positif sans le signe « + » et sans les parenthèses
- c) si deux signes identiques se suivent, on remplace par « + »
- d) si deux signes contraires se suivent, on remplace par un signe « »

Dès qu'une somme algébrique est simplifiée, on la considère comme une suite de relatifs positifs ou négatifs que l'on doit AJOUTER par renforcement ou bataille.

solution de l'exercice 9 .
$$a = -5$$
; $b = 42$; $c = -18$; $d = -14$; $e = 0$; $f = -34$;

CLG Jeanne d'Arc, 4^e Année 2021/2022

3.3 Multiplication et division de relatifs

■ Exemple 3.9

Example 3.9
$$-1 \times 3 = -1 + (-1) + (-1)$$

$$-1 \times 2 = -1 + (-1)$$

$$-1 \times 1 = -1$$

$$-1 \times 0 = 0$$

$$+1$$

$$+1$$

$$-1 \times (-1) =$$

$$-1 \times (-2) =$$

$$-1 \times (-3) =$$

Le produit d'un nombre relatif avec -1 est égal à son opposé :

$$(-1) \times x = x \times (-1) = -x$$

■ Exemple 3.10

$$-2 \times 3 = -1 \times 2 \times 3 = -6$$

$$-2 \times (-3) = -1 \times 2 \times (-1) \times 3 = -1 \times (-1) \times 2 \times 3 = 6$$

$$-5 \times (-7) = -1 \times (-1) \times 5 \times 7 = 35$$

Règles de multiplication de deux relatifs

Pour multiplier de deux nombres relatifs, on multiple leurs valeurs absolues et on applique la règle de signe. ³ positif si les deux nombres sont du même signe négatif si les deux nombres sont de signes différents

■ Exemple 3.11

$$A = 3 \times (-5)$$
 $A = -3 \times (-6)$ $A = -4 \times 5$ $A = 5 \times 9$
= = = =

Si on multiplie plusieurs nombres relatifs différents de zéro :

- Si le nombre de facteurs négatifs est pair, le produit est positif;
- Si le nombre de facteurs négatifs est impair, le produit est négatif;

■ Exemple 3.12

- $-3 \times (-4) \times 2 \times (-2) \times (-5)$ est positif car 4 facteurs négatifs
- $-2 \times 3 \times 2 \times (-5) \times (-2)$ est négatif car 3 facteurs négatifs.

 $a \times b = |a| \times |b|$

3.3 Multiplication et division de relatifs

7

Définition 3.5 a et b deux nombres relatifs.

Le quotient $a \div b = \frac{a}{b}$ désigne « un nombre qui donne a quand on le multiplie par b » Autrement dit $\frac{a}{b} \times b = a$



■ Exemple 3.13

a)
$$35 \div 5 = \frac{(35)}{(5)} = 7 \operatorname{car} 7 \times 5 = 35$$

b)
$$(-12) \div (+3) = \frac{(-12)}{(+3)} = (-4) \operatorname{car} (-4) \times (+3) = (-12)$$

c)
$$(-28) \div (-7) = \frac{(-28)}{(-7)} =$$
 can

d)
$$(+18) \div (-3) = \frac{(+18)}{(-3)} =$$
 car

e)
$$0 \div (-5) = \frac{0}{-5} =$$
 car

f)
$$-5 \div 0 = \frac{-5}{0} = \text{non défini car ?} \times 0 = -5.$$



$$4 \left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}$$

Règles de division de deux relatifs

Pour diviser deux nombres relatifs, on divise leurs valeurs absolues et on applique la règle de signe. 4

positif si les deux nombres sont du même signe négatif si les deux nombres sont de signes différents



Le quotient de deux relatifs peut ne pas être un nombre décimal. On peut en donner une valeur approchée. Par exemple $10 \div (-7) = \frac{10}{-7} = -\frac{10}{7}$ ce qui vaut -1,43 au centième près.

3.3.1 Exercices

Exercice 1 — **f**. Calculer

$$a = 8 \times 4$$
 $d = -6 \times 3$ $g = -16 \times (-5)$ $j = -10 \times (-6)$ $b = 5 \times (-4)$ $c = -3 \times (-2)$ $f = -12 \times 7$ $i = -3 \times 9$ $j = -10 \times (-6)$ $k = -2 \times (-2)$ $l = 4 \times (-12)$

Quel est le signe du produit de deux nombres non nuls dont la somme vaut zéro? Justifier.

Quel est le signe de deux nombres non nuls, dont le produit est positif et la somme est négative?

■ Exemple 3.14 — Multiplier plusieurs relatifs.

$$A = -3 \times (-4) \times (-5)$$
 $B = 3 \times (-8) \times (-2)$ $C = -4 \times 0 \times 5$
= = = = = =

Exercice 2 — **f**. Calculer

Ce calcul est-il correct : $-3 \times 4 \times (-6) \times 2 = -12 \times (-12) = 144$.

■ Exemple 3.15 — Puissances de nombres relatifs.

$$(-4)^2 = (-4) \times (-4)$$
 $-4^2 =$ $-4^3 =$ $(-4)^2 =$ $=$ $=$

Exercice 3 — **a.** Calculer

$$a = -6^{2}$$
 $c = 5^{3}$ $e = (-5)^{3}$ $g = (-1)^{2}$ $i = -2^{3}$ $k = -(-4)^{2}$ $k = -(-4)^{2}$ $k = -(-4)^{2}$ $k = -(-4)^{2}$ $k = -(-4)^{2}$

Est-ce qu'un nombre négatif élevé à une puissance impair est toujours négatif? Explique ta réponse.

Exercice 4 — 🖬 Un mélange d'opérations. Calculer les expressions suivantes.

$$A = -4 \times 5$$
 $C = 3 \times (-8)$ $E = -3(-2 - 6)$ $G = -11 \times (-9)$ $I = 3(-5)^2$ $E = -6 \times (-4)$ $D = -4 + 6$ $E = 11(-11)$ $E = -101 + 9$ $E = -$

■ Exemple 3.16 — Multiplier plusieurs relatifs.
$$A = -72 \div (-8) \quad B = \frac{-63}{9} \qquad A = 40 \div 5 \qquad A = 02 \div (-12) \qquad B = \frac{-10}{0}$$

$$= \qquad \qquad = \qquad$$

Exercice 5 — **.** Donner l'écriture décimale des expressions suivantes.

$$a = \frac{-100}{-10}$$

$$b = 125 \div 25$$

$$c = 0 \div (-18)$$

$$d = \frac{-20}{0}$$

$$d = \frac{-20}{0}$$

$$e = \frac{-121}{11}$$

$$f = 13 \div 0$$

$$g = 144 \div (-6)$$

$$h = \frac{0}{29}$$

$$i = \frac{-108}{12}$$

$$j = \frac{63}{3}$$

$$k = \frac{-24}{-6}$$

$$l = \frac{-15}{0}$$

$$m = -13 \div 2$$

$$n = \frac{-7}{-4}$$

$$o = -\frac{-15}{-2}$$

$$p = \frac{45}{-6}$$

Donne un exemple qui montre que l'ordre est important lors d'une division de deux relatifs

Exercice 6 À l'aide de la calculatrice donner la valeur exacte, ou approchée au centième près de chaque quotient:

$$a = \frac{-100}{16}$$

$$b = \frac{25}{-3}$$

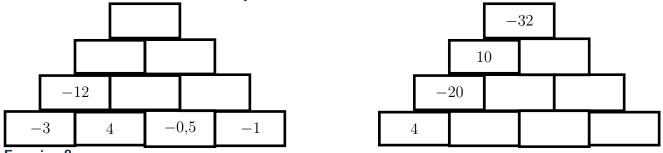
$$c = \frac{-68}{-7}$$

$$d = \frac{-3}{-25}$$

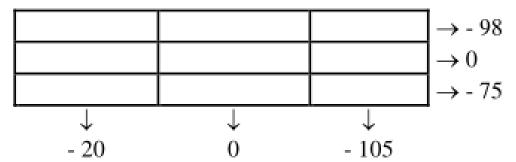
$$e = -5535 \div 450$$

$$f = -5535 \div (-1230)$$

Exercice 7 Dans ces pyramides le nombre dans chaque case est égal au produit des nombres dans les deux carrés situés en dessous. Compléter les.



Exercice 8 Placer les nombres -7, -5, -3, -2, 0, 2, 3, 5 et 7 dans les neuf cases de tableau de façon que les produits des trois nombres d'une même ligne ou d'une même colonne soient égaux aux valeurs indiquées.



3 Les nombres relatifs

■ Exemple 3.17 — Organiser un calcul. Nous faisons.

Exercice 9 — A vous. Calculer les expressions suivantes en respectant les priorités de calcul.

$$A = 5 \times 4 \div (-2)$$

$$B = 5 \times (-5 + 11)$$

$$C = 18 - 8 \div 2$$

$$D = 16 - (-4) \times (-2)$$

$$E = -3 \times 7 + 3 \times 5$$

$$F = -2 \times 11 - 1 \times (-5)$$

$$G = 6 \times (-7) - 3 \times 2$$

$$H = -3 \times (-1) - (-2) \times (-4)$$

$$I = -5 \times 6 - 7 \times (-8)$$

Exercice 10 — Programmes de calculs.

- ① Choisir un nombre
- 2 Soustraire 5 à ce nombre
- 3 Multiplier le résultat par -4

Exercice 11

- ① Choisir un nombre
- ② Multiplier le résultat par -4
- 3 Soustraire le nombre choisi
- 4 Multiplier par -3

- a) Montrer que si le nombre choisi est 7 le résultat est -8.
 - $7 \longrightarrow \longrightarrow$
- b) Qu'obtient-on si l'on choisit -3?
- c) x est le nombre choisi. Exprimer le résultat à l'aide de x.
 - a) Montrer que si le nombre choisi est 2 le résultat est 30.
 - b) Qu'obtient-on si l'on choisit -6?
 - c) x est le nombre choisi. Exprimer le résultat à l'aide de x.

Exercice 12 — extrait du Brevet, Métropole 2021.

- ① Choisir un nombre
- 2 Prendre le carré du nombre de départ
- 3 Ajouter le triple du nombre de départ
- 4 Soustraire 10 au résultat

- a) Montrer que si on choisit 4 le résultat est 18.
- b) Qu'obtient-on si l'on choisit -3?
- c) x est le nombre choisi. Exprimer le résultat à l'aide de x.

Exercice 13 — extrait du Brevet, Polynésie 2020.

- ① Choisir un nombre
- 2 Ajouter 2 au nombre de départ
- 3 Élever au carré le résultat

Exercice 14

- ① Choisir un nombre
- ② Calculer son double
- 3 Lui soustraire 5.
- 4 Multiplier le résultat par le nombre de départ augmenté de 2.

- a) Qu'obtient-on si l'on choisit -7?
- b) x est le nombre choisi. Exprimer le résultat à l'aide de x.
 - a) Montrer que si on choisit 1 le résultat est -9.
 - b) x est le nombre choisit. Quelle expression correspond au résultat obtenu par le programme de calcul.

$$A = (x^2 - 5) \times (x + 2)$$
$$B = (2x - 5) \times x + 2$$
$$C = (2x - 5) \times (x + 2)$$

$$D = 2x - 5 \times x + 2$$

Exercice 15

- 1 demander Choisis un nombre ... et attendre

 2 mettre A và réponse

 3 ajouter 2 à A v

 4 répéter 2 fois

 5 mettre A và A * -3

 6 mettre A và A / -2

 7 dire A
- Exercice 16

8 dire (D)

1 demander Choisis un nombre ... et attendre
2 mettre A và réponse
3 mettre B và A * 2
4 ajouter -5 à B v
5 mettre C và A * -5
6 ajouter 3 à C v
7 mettre D và B * C

Soit le script Scratch ci-contre.

- a) Montrer que si l'on choisit -7, le script affiche 22,5
- b) Quelle est la valeur affichée si l'on choisit 0?
- c) x est le nombre choisi. Quelle expression correspond au résultat affiché par le script?

$$A = x + 2 \times 2 \times (-3) \div (-2)$$

$$B = (x+2) \times (-3) \div (-2)$$

$$C = (x+2) \times 2(-3) \div (-2)$$

$$D = (x+2) \times (-3)^2 \div (-2)$$

Soit le script Scratch ci-contre.

- a) Montrer que si on choisit 1 le résultat est 6.
- b) Quelle est la valeur affichée si l'on choisit 0?
- c) x est le nombre choisit. Quelle expression correspond au résultat affiché par le script?

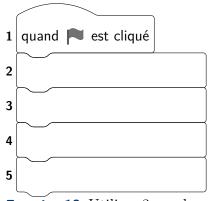
$$A = \left(x^2 - 5\right) \times \left(x + 3\right)$$

$$B = 2x - 5 \times x + 2$$

$$C = (2x - 5) \times (x + 2)$$

d) En substituant x dans la bonne expression de la question précédente, expliquer ce qu'affiche le script si l'on choisit -10.

Exercice 17 Compléter l'algorithme ci-dessous afin d'effectuer le calcul donné.

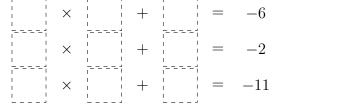


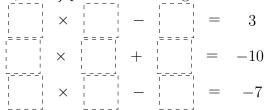
- a) Calculer $A = -2 4 \times (-6 5)$. Détailler les étapes.
- b) Disposer les instructions ci-dessous dans l'ordre pour calculer la valeur de A.





Exercice 18 Utiliser 3 nombres différents parmi $\{-1; 2; -3; 4; -5\}$ pour rendre les égalités vraies.





12 3 Les nombres relatifs

solution de l'exercice 1 . a=32; b=-20; c=6; d=-18; e=63; f=-84; g=82; h=-56; i=-27; j=60; k=4; l=-48.

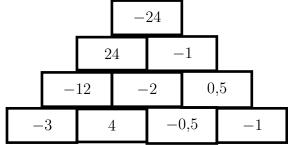
solution de l'exercice 2 . a=-144; b=0; c=28; d=36; e=-280; f=-216; g=180; h=-120; i=-24; j=-27; k=0; l=40.

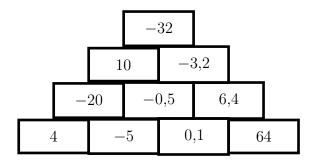
solution de l'exercice 3 . $a=-36;\ b=35;\ c=125;\ d=-125;\ e=-125;\ f=-1;\ g=1;\ h=-1;$ $i=-8;\ j=-81;\ k=-16;\ l=64.$

solution de l'exercice 4.

solution de l'exercice 5 . $a=10;\ b=5;\ c=0;\ d$ non défini; $e=-11;\ f$ non défini; $g=-24;\ h=0;$ $i=-9;\ j=21;\ k=4;\ l$ non défini ; $k=-6.5;\ m=1.75; n=-7.5;\ p=-7.5;$

solution de l'exercice 7





Année 2021/2022 CLG Jeanne d'Arc, 4e