Chapitre

Puissances et notation scientifique

2

2.1 Arithmétique sur les nombres rationnels

Entrainement http://mathsmentales.net/

— addition de relatifs http://bref.jeduque.net/hd71fr

— soustraction de relatifs http://bref.jeduque.net/dnpufe

— multiplication de relatifs http://bref.jeduque.net/fhxet7, 3 relatifs http://bref.jeduque.net/jbk1tp

— quotient de relatifs http://bref.jeduque.net/7rcvbu

Entrainement http://mathsmentales.net/

— simplifier des fractions http://bref.jeduque.net/l7kjum

— inverse de décimaux classiques, d'entiers, de fractions avec notation puissance http://bref.jeduque.net/2nwzhd

— multiplication de fractions http://bref.jeduque.net/us89im

— division de fractions http://bref.jeduque.net/0sdpuf

— addition/soustraction de fractions, niveau 5^{e} http://bref.jeduque.net/log0ei

— addition/soustration et simplification de fractions, niveau 4^{e} http://bref.jeduque.net/qxlwy1

2.1.1 Exercices : opérations sur les nombres rationnels

Object : revoir quelques règles opératoires sur les nombres relatifs et fractions

Exercice 1 — **mélange d'opérations.**

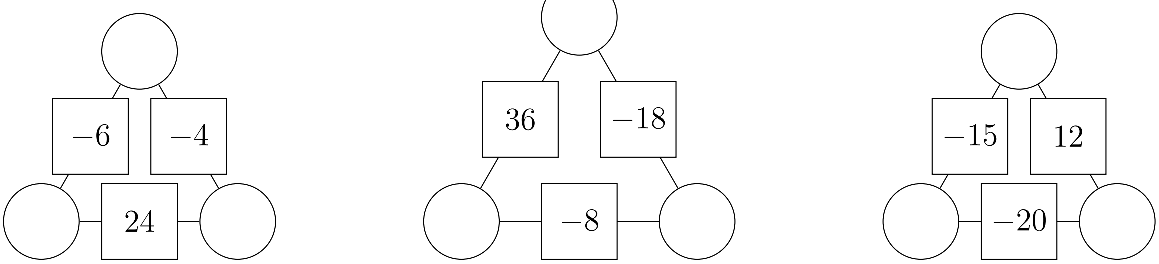
$-4-8=\dots\dots\dots$	$12-(-6)=\dots\dots$	$-12\times(-6)=\dots\dots$	$100\times(-72)=\ \dots$	$\dfrac{82}{-4}=\dots\dots\dots\dots$
$-5+8=\dots\dots\dots$	$12+(-6)=\dots\dots$	$72-100=\dots\dots\dots$	$8-17=\ \dots\dots\dots$	$-9\times0{,}1=\dots\dots$
$-4\times8=\dots\dots\dots$	$\dfrac{12}{-6}=\dots\dots\dots\dots$	$-100-72=\dots\dots$	$-9\times(-6)=\ \dots\dots$	$0{,}7+(-2{,}7)=\dots$

Exercice 2 — . Complétez par > , < ou = :

$10-(-10)\dots\dots\dots\dots0$	$-6-6\dots\dots\dots\dots\dots0$	$-6\times(-8)\dots\dots\dots\dots0$	$-9-(-10)\dots\dots\dots\dots0$
$0-(-5)\dots\dots\dots\dots\dots0$	$6-(-8)\dots\dots\dots\dots\dots0$	$-12+10\dots\dots\dots\dots\dots0$	$-\dfrac{2}{-3}+0\dots\dots\dots\dots\dots0$

$(-3)\times(-5)\times(-7)\times(-9)\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots0$	$3{,}86\times2{,}9\times(-7{,}98)\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots0$
$(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots0$	$831\times(-123)\times0\times(-239)\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots0$

Exercice 3 — **Arithmagones multiplicatifs.** Complétez sachant que les nombres dans les carrés sont égaux au produit des deux nombres dans les cercles voisins.

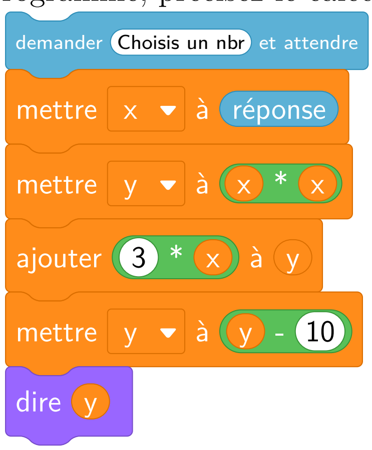


Exercice 4 — **priorités opératoires.**

$7+3\times(-2)=\dots\dots\dots$	$-7\times10+5=\dots\dots\dots$	$-4\times25+6=\dots\dots\dots$	$7+3\times(-2)=\dots\dots\dots$
$-64-14=\dots\dots\dots\dots$	$12-2\times3=\dots\dots\dots\dots$	$22-12\div-2=\dots\dots\dots$	$1-1\times(-1)=\dots\dots\dots$
$-3-7\times2=\dots\dots\dots\dots$	$17-12-2=\dots\dots\dots\dots$	$36-6\times(-5)=\dots\dots\dots$	$\dfrac{-1\times(-1)}{-1-1}=\ \dots\dots\dots$

Exercice 5 — **programmes de calculs.** Pour chaque programme, précisez le calcul à faire ainsi que le

On choisit (-3)
$x=$
$y=$
$y=$
$y=$
Le script affiche



On choisit (-4)
$x=$
$y=$
$y=$
$y=$
Le script affiche

```
demander (Choisis un nbr) et attendre
mettre x à réponse
mettre y à (1 + x)
mettre y à (3 * y)
mettre y à (y - 3)
dire y
```

On choisit (-3)
$x =$
$y =$
$y =$
$y =$
Le script affiche

```
demander (Choisis un nbr) et attendre
mettre x à réponse
mettre y à (3 + x)
mettre z à (x - 5)
mettre y à (y * z)
dire y
```

On choisit (2)
$x =$
$y =$
$z =$
$y =$
Le script affiche

```
demander (Choisir un nbr) et attendre
mettre x à réponse
si <x > 15> alors
    mettre y à (4 * x)
    mettre y à (100 - y)
sinon
    mettre y à (x - 10)
    mettre y à (2 * y)
dire y
```

On choisit (-5)	On choisit (-20)
$x =$	$x =$
Condition $x > -15$ est	Condition $x > -15$ est
$y =$	$y =$
$y =$	$y =$
Le script affiche	Le script affiche

Exercice 6 — substitutions.

1) Si $x = 9$ alors $3x - 2 =$ ....

2) Si $x = 5$ alors $-12x - 8 =$ ....

3) Si $x = -2$ alors $10x - 8 =$ ....

4) Si $x = 4$ alors $3x(2x + 1) =$ ....

5) Si $x = -4$ alors $-(2x - 3) =$ ....

6) Si $x = 4$ alors $x^2 - 9x + 20 =$ ....

7) Si $x = -2$ alors $5x^2 - 6x =$ ....

8) Si $x = -2$ alors $3x^2 - 2x + 5 =$ ....

9) Si $x = -4$ alors $-x^2 + 3x =$ ....

10) Si $x = -1$ alors $-x^2 - 2x + 3 =$ ....

■ **Exemple 2.1 — multiplier et diviser.** Simplifier les expressions suivants comme fractions d'entiers :

$$\begin{aligned} A &= \frac{7}{8} \times \frac{64}{70} \\ &= \frac{7 \times 8}{8 \times 70} \\ &= \frac{7 \times 8 \times 8}{8 \times 7 \times 10} \\ &= \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= \frac{11}{5} \times (-6) \\ &= \frac{11}{5} \times \frac{(-6)}{1} \\ &= \frac{11 \times (-6)}{5} \\ &= \frac{-66}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= 14 \div \frac{1}{10} \\ &= 14 \times 10 \\ &= 140 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= \frac{7}{10} \div 5 \\ &= \frac{7}{10} \times \frac{1}{5} \\ &= \frac{7 \times 1}{10 \times 5} \\ &= -\frac{7}{50} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &= \frac{2}{7} \div \frac{5}{4} \\ &= \frac{2}{7} \times \frac{4}{5} \\ &= \frac{2 \times 4}{7 \times 5} \\ &= -\frac{8}{35} \end{aligned}$$

Exercice 7 — mélange produit et division de rationnels. Simplifier les expressions suivantes

$\frac{-3}{5} \times \frac{-5}{3}$	$\left(\frac{-7}{9}\right)^2$	$\frac{-3}{4} \times \frac{1}{7}$	$7 \times \frac{2}{5}$	$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{5}$	$\frac{2}{5} \div \frac{-3}{4}$
$\frac{7}{10} \div 3$	$\frac{1}{3} \div \frac{-3}{5}$	$7 \div \frac{2}{5}$	$6 \div \frac{-1}{6}$	$\frac{9}{2} \div \frac{2}{3}$	$\frac{-1}{8} \div 8$

Exercice 8 — mélange addition et produit de rationnels. Simplifie les expressions suivantes.

$A = \frac{5}{3} \times \frac{5}{3}$	$B = \frac{5}{3} + \frac{5}{3}$	$C = \frac{5}{7} - \frac{15}{7}$	$D = \frac{5}{7} \times \frac{15}{7}$	$E = 2 - \frac{5}{11}$	$F = 2 \times \frac{5}{11}$

■ **Exemple 2.2 — Sommes de fractions.** Simplifier les expressions suivants comme fractions d'entiers :

Même dénominateur

$$\begin{aligned} A &= \frac{2}{5} + \frac{1}{5} \\ &= \frac{2+1}{5} \\ &= \frac{3}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= \frac{5}{8} - \frac{1}{4} \\ &= \frac{5}{8} - \frac{1 \times 2}{4 \times 2} \\ &= \frac{5}{8} - \frac{2}{8} \\ &= \frac{5-2}{8} = \frac{3}{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= \frac{2}{5} + 2 \\ &= \frac{7}{5} + \frac{2 \times 5}{5} \\ &= \frac{7}{5} + \frac{10}{5} \\ &= \frac{17}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= \frac{3}{4} - \frac{2}{5} \\ &= \frac{3 \times 5}{4 \times 5} \times \frac{2 \times 4}{5 \times 4} \\ &= \frac{15}{20} - \frac{8}{20} \\ &= -\frac{7}{20} \end{aligned}$$

1. Écrire l'expression pour avoir que des additions de fractions de dénominateur positifs
2. Trouver le plus petit dénominateur commun et écrire les fractions équivalentes
3. Ajoute les numérateurs. Respecte les règles d'addition de relatifs.
4. Écrire la somme sur le dénominateur.
5. Simplifie si possible la réponse obtenue

Exercice 9 — addition.

$A = \frac{8}{3} + \frac{15}{2}$ | $B = \frac{11}{4} + \frac{7}{3}$ | $C = \frac{1}{8} + \frac{7}{12}$ | $D = \frac{5}{6} - \frac{4}{15}$ | $E = -\frac{3}{2} - \frac{5}{-6}$ | $F = \frac{-7}{3} - \frac{13}{5}$

Exercice 10 — priorités.

$A = \frac{2}{5} + \frac{3}{5} \times 2$ | $B = \frac{2}{3} \times \frac{1}{6} + \frac{5}{6}$ | $C = \frac{13}{6} - \frac{3}{6} \times 5$ | $D = \frac{5}{4} - \frac{3}{4} + \frac{2}{-4}$ | $E = \frac{5}{6} - \frac{-3}{4} - \frac{1}{-6}$

2.2 Puissances à exposants positifs

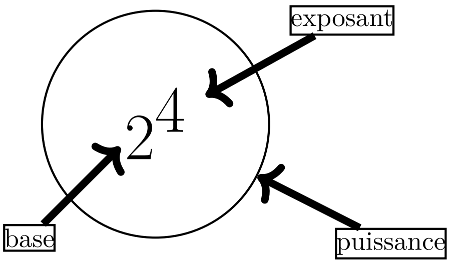


Figure 2.1 – « 2 à la puissance 4 »
« 2 élevée à la puissance 4 »
« 2 puissance 4 »

■ **Exemple 2.3 — Les puissances de** 2.

$2^1 = 2$

$2^2 = 2 \times 2$

$2^3 = 2 \times 2 \times 2$

$2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$

$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

$2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

Notation 2.1 — Les puissances d'un nombre a.

$a^1 = a$	l'exposant 1 n'est pas écrit
$a^2 = a \times a = aa$	le carré de a
$a^3 = a \times a \times a = aaa$	le cube de a
$a^4 = a \times a \times a \times a = aaaa$	
$a^5 = a \times a \times a \times a \times a = aaaaa$	

■ **Exemple 2.4 — Les puissances de** -2.

$(-2)^1 = -2$

$(-2)^2 = (-2) \times (-2) = 4$

$(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$

$(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = 16$

$(-2)^5 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = -32$

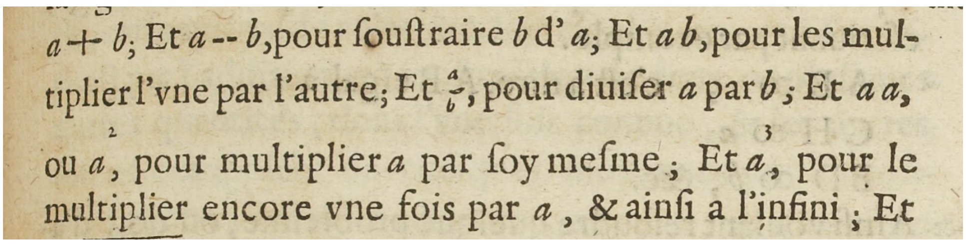

$a + b$; Et $a -- b$, pour ſouſtraire b d' a; Et $a\,b$, pour les multiplier l'vne par l'autre; Et $\frac{a}{b}$, pour diuiſer a par b; Et $a\,a$, ou a^2, pour multiplier a par ſoy meſme; Et a^3, pour le multiplier encore vne fois par a, & ainſi a l'infini; Et

Figure 2.2 – Cette notation est due à Descartes « Discours de la méthode » (1637).

2.2.1 Exercices : puissances à exposants positifs

Exercice 1 Complète le tableau.

On dit	**On écrit**	**On doit calculer**
2 à la puissance 4	2^4	$2 \times 2 \times 2 \times 2$
3 à la puissance 4		$3 \times 3 \times 3 \times 3$
	6^3	
5 à la puissance 3		
		$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$
	3^9	
	$\left(\frac{1}{2}\right)^4$	
dix à la puissance trois		
le carré de 17 ...		
le cube de 42 ...		

Exercice 2 — puissances à base entières. Donne l'écriture décimale des puissances suivantes :

$3^2 =$	$0^4 =$	$2^1 =$	$6^3 =$
$2^3 =$	$3^3 =$	$10^4 =$	$1^{400} =$
$10^2 =$	$4^2 =$	$1^8 =$	$400^1 =$
$2^4 =$	$10^3 =$	$5^3 =$	$2^6 =$

Exercice 3 Entourez la bonne réponse

1/ 2^5 est égal à $\ldots$	2×5	$2+2+2+2+2$	$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$
2/ 5^5 est égal à $\ldots$	55	25	3125
3/ $\ldots$ est le plus grand	3^2	2^3	$5^2 - 2^3$
4/ $\ldots$ est le carré d'un entier	2	4	8
5/ $\ldots$ est le cube d'un entier	1	6	9
6/ $5^x = 5$ alors $x = \ldots$	0	1	2
7/ Si $\ldots$ alors $x^2 = 2x$	$x = 1$	$x = 2$	$x = 3$

Exercice 4 — cubes à connaitre. Complétez et retenir la liste des 6 premiers cubes :

$1^3 =$	$3^3 =$	$5^3 =$
$2^3 =$	$4^3 =$	$6^3 =$

Exercice 5 — Les carrés parfaits à connaitre. Les carrés de nombres entiers sont dits « carrés parfaits ». Complétez et retenir la liste suivante (vous pouvez utiliser les touches $\boxed{x^2}$ $\boxed{x^3}$ et $\boxed{x^{\blacksquare}}$) :

$1^2 =$	$6^2 =$	$11^2 =$
$2^2 =$	$7^2 =$	$12^2 =$
$3^2 =$	$8^2 =$	$13^2 =$
$4^2 =$	$9^2 =$	$14^2 =$
$5^2 =$	$10^2 =$	$15^2 =$

■ **Exemple 2.5 — puissances de base fractionnaires ou négatives.**

$$\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{2 \times 2 \times 2}{5 \times 5 \times 5} = \frac{8}{125}$$

$(0,1)^2 = 0,1 \times 0,1 = 0,001$
$(0,2)^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$
Pensez à $2 \times 2 = 4$, mais chaque nombre est 10 fois plus petit, le produit est 100 fois plus petit.

$(-3)^2 = (-3) \times (-3) = 9$
$(-1)^5 = -1 \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = -1$
Si l'exposant est pair, la puissance est positive.
Si l'exposant est impair la puissance est négative.

Exercice 6 — 🖩. Simplifie sous forme de fractions ou écriture décimale :

$(0,3)^2 =$	$\left(\frac{7}{10}\right)^2 =$	$(0,2)^3 =$	$1,2^2 =$	$\left(\frac{3}{10}\right)^3 =$
$(0,4)^2 =$	$(0,5)^2 =$	$0^4 =$	$\left(\frac{2}{5}\right)^3 =$	$(0,4)^3 =$

Exercice 7 — 🖩. Simplifie sous forme de fractions ou écriture décimale :

$(-7)^2 =$	$(-5)^2 =$	$(-10)^2 =$	$(-4)^3 =$	$\left(\frac{-4}{7}\right)^2 =$
$(-3)^3 =$	$(-1)^3 =$	$(-2)^4 =$	$(-5)^1 =$	$\left(\frac{-3}{2}\right)^3 =$

Exercice 8 — 🖩. Complétez par $>$, $<$ ou $=$:

$(-3)^3$ 0	2^6 .... 2^7	1^6 .... 1^7	$(-9)^4$ 0
$(-1)^6$ 1	$(-2)^{10}$ 1024	$(-1)^{90}$ 1	$(0,2)^3$ .... $(-0,2)^3$

Exercice 9 — 🖩.

1) Sachant que $6^4 = 1296$ et $6^5 = 7776$, on peut dire $(-6)^4 =$ .... $(-6)^5 =$ ....
2) Sachant que $7^3 = 343$, on peut dire $(-7)^3 =$ .... $\left(-\frac{1}{7}\right)^3 =$ .... $(-0,7)^3 =$ ....
3) Sachant que $9^4 = 6561$, on peut dire $(-9)^4 =$ .... $\left(-\frac{1}{9}\right)^4 =$ .... $(-0,9)^4 =$ ....
4) Si $(-2)^x > 0$ alors x est un nombre .... (positif/ négatif/ impair / pair)
5) $(-1)^{2022} + (-1)^{2022} =$ ....

2.3 Puissances à exposants négatifs

Pour tout nombre a non nul,

$$a^0 = 1$$

Pour tout nombre a non nul, a^{-1} désigne l' « inverse de a ».

$$a^{-1} = \frac{1}{a} \qquad \frac{1}{a^{-1}} = a$$

$a = a^1$ et a^{-1} sont de même signes.
$a \times a^{-1} = 1$.

■ **Exemple 2.6** Pour tout nombre non nul a :

$5^{-1} =$ $\qquad$ $2^{-1} = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}$

$\frac{1}{5^{-1}} = 5$ $\qquad$ $\frac{1}{2^{-1}} = 2$

$(-1)^{-1} = \frac{1}{-1} = -1$ $\qquad$ $\frac{1}{a^{-1}} = a$

$\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} = \frac{3}{2}$

Pour tout nombre a non nul, a^{-2} désigne l' « inverse du carré de a » ou « carré de l'inverse de$a$ ».

$$a^{-2} = \frac{1}{a^2} = \left(\frac{1}{a}\right)^2 \qquad \frac{1}{a^{-2}} = a^2$$

a^{-3} désigne l' « inverse du cube de a » ou « cube de l'inverse de a ».

$$a^{-3} = \frac{1}{a^3} = \left(\frac{1}{a}\right)^3 \qquad \frac{1}{a^{-3}} = a^3$$

Plus généralement, pour tout entier n (positif ou négatif), a^{-n} désigne l' « inverse de a^n » ou encore « (inverse de a) à la puissance n ».

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n \qquad \frac{1}{a^{-n}} = a^n$$

a^2 et a^{-2} sont de même signes.
$a^2 \times a^{-2} = 1$.

■ **Exemple 2.7** Pour tout nombre non nul a :

$5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$

$\frac{1}{5^{-2}} = 5^2$

$a^{-4} = \frac{1}{a^4} = \left(\frac{1}{a}\right)^4$

$(-2)^4 > 0$ $\qquad$ $(-2)^{-4} > 0$

2.3.1 Exercices : puissances à exposants négatifs

■ **Exemple 2.8** Examine puis complète les tableaux suivants.

2^4	
2^3	
2^2	
2^1	
2^0	
2^{-1}	
2^{-2}	

3^3	
3^2	
3^1	
3^0	
3^{-1}	
3^{-2}	
3^{-3}	

5^3	
5^2	
5^1	
5^0	
5^{-1}	
5^{-2}	
5^{-3}	

10^3	
10^2	
10^1	
10^0	
10^{-1}	
10^{-2}	
10^{-3}	

■ **Exemple 2.9** Simplifie les puissances suivantes sous forme d'entiers ou de fractions irréductibles.

$4^0 =$ $\qquad (-2)^0 =$ $\qquad \left(\frac{1}{5}\right)^0 =$ $\qquad 4^{-2} = \frac{1}{4^2} =$ $\qquad \frac{1}{5^{-2}} =$

Exercice 1 — . Mêmes consignes

$5^{-2} =$

$6^0 =$

$(-2)^0 =$

$2^{-3} =$

$(-2)^{-3} =$

$10^{-2} =$

$1^0 =$

$4^{-2} =$

$(-4)^{-2} =$

$3^{-4} =$

$6^{-2} =$

$9^{-2} =$

$\left(\frac{2}{3}\right)^0 =$

$\left(\frac{1}{7}\right)^{-1} =$

$\left(\frac{3}{8}\right)^{-1} =$

$\frac{1}{6^{-2}} =$

Exercice 2 — . Complétez par $>$, $<$ ou $=$:

6^0 0

5^{-1} 1

2^1 1

4^{-2} 1

25^0 0

1^{100} 1

$(-1)^{-1}$.........0

10^{-2} 1

$\frac{1}{7^{-2}}$ 1

$(-3)^{-4}$.........0

Exercice 3 — .

1) $(-2)^1 =$..........$(-2)^0 =$..........$(-2)^{-1} =$..........$(-2)^{-2} =$..........$(-2)^{-3} =$..........

2) Sachant que $2^{15} = 32\ 768$, on peut dire $(-2)^{15} =$ .... $2^{-15} =$ .... $(-2)^{-15} =$ ....

3) Sachant que $4^5 = 1024$, on peut dire $(-4)^5 =$ .... $4^{-5} =$ .... $\left(\frac{1}{4}\right)^5 =$ ....

Complétez en uti8lisant les nombres pas plus d'une fois : $\boxed{-2}$; $\boxed{-1}$; $\boxed{0}$; $\boxed{1}$; $\boxed{2}$; $\boxed{3}$; $\boxed{4}$; $\boxed{5}$; $\boxed{6}$.

$\boxed{}^{\boxed{}} = 0$ $\qquad \left(\boxed{}\right)^{\boxed{}} = 1$ $\qquad \boxed{}^{\boxed{}} = \frac{1}{36}$ $\qquad \left(\frac{\boxed{}}{\boxed{}}\right) = \frac{1}{32}$

2.3.2 Exercices : exposants et priorités

> Les exposants sont prioritaires sur les autres opérations.
> Il faut mettre des parenthèses pour clarifier les bases.

■ **Exemple 2.10 — Nous faisons.**

$$\begin{aligned} A &= 7+3^2 \\ &= 7+3\times 3 \\ &= 7+9 \\ &= 16 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} B &= (7+3)^2 \\ &= (7+3)\times(7+3) \\ &= 10\times 10 \\ &= 100 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} C &= 12-2^3 \\ &= 12-2\times 2\times 2 \\ &= 12-8 \\ &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= 3\times 5^2 \\ &= 3\times 5\times 5 \\ &= \\ &= \end{aligned} \qquad \begin{aligned} E &= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &= (3\times 5)\times(3\times 5) \\ &= \\ &= \end{aligned}$$

Exercice 4 — , à vous. Mêmes consignes. Présenter les calculs à la verticale.

$A = 3+5\times 3+5$ | $B = 7+3\times 5^2$ | $C = 9+1\times 2^4$ | $D = 3^2\times 11-1$

$A = 48\div 2^4$ | $B = (48\div 2)^4$ | $C = -\dfrac{5^2}{3}$ | $D = -\left(\dfrac{5}{3}\right)^2$

$A = -1^0$ | $B = -(-1)^0$ | $C = -3^2$ | $D = -5^{-2}$

Exercice 5 — Vrai ou faux ?.

	Vrai	Faux
1/ $5^2 = 10$	☐	☐
2/ 3^2 signifie 3×2	☐	☐
3/ $\frac{4^2}{3} = \frac{16}{3}$	☐	☐
4/ $(-10)^2 = 20$	☐	☐
5/ $1^{400} = 400$	☐	☐
6/ Si $x=-3$ alors $x^2 = -9$	☐	☐
7/ 2	☐	☐

	Vrai	Faux
1/ $(-6)^{-1} = 6$	☐	☐
2/ $2^3 = 6$	☐	☐
3/ $(-3)^2 = 9$	☐	☐
4/ $(-3)^3 = -27$	☐	☐
5/ $\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{6}$	☐	☐
6/ Si $x=-3$ alors $-x^3 = 9$	☐	☐
7/ 1	☐	☐

2.4 Puissances de 10

$$\begin{aligned}
10^6 &= 1\ 000\ 000\\
10^3 &= 1\ 000\\
10^2 &= 100\\
10^1 &= 10\\
10^0 &= 1\\
10^{-1} &= \tfrac{1}{10} = 0{,}1\\
10^{-2} &= \tfrac{1}{10^2} = \left(\tfrac{1}{10}\right)^2 = 0{,}01\\
10^{-3} &= \tfrac{1}{10^3} = \left(\tfrac{1}{10}\right)^3 = 0{,}001\\
10^{-9} &= \tfrac{1}{10^9} = \left(\tfrac{1}{10}\right)^9 = 0{,}000\ 000\ 001
\end{aligned}$$

Si n est un entier positif : $10^n = 1\underbrace{00\ldots0}_{n \text{ zéros}}$ $\quad 10^{-n} = \underbrace{0{,}00\ldots0}_{n \text{ zéros}}1$

Table 2.1 – Les préfixes des unités

Puissance	écriture décimale	Nom	Préfixe	Symbole
10^9	1 000 000 000	milliard	giga	G
10^6	1 000 000	million	méga	M
10^3	1 000	mille	kilo	k
10^2	100	cent	hecto	h
10^1	10	dix	déca	da
10^0	1	un		
10^{-1}	0,1	dixième	déci	d
10^{-2}	0,01	centième	centi	c
10^{-3}	0,001	millième	milli	m
10^{-6}	0,000 001	millionnième	micro	µ
10^{-9}	0,000 000 000 1	milliardième	nano	n

R Attention pour les unités d'aire et de volumes. $1\,\text{m} = 10^2$ cm mais $1\,\text{m}^2 = 10^4$ cm^2 et $1\,\text{m}^3 = 10^6$ cm^3.

Théorème 2.11 — Écriture scientifique d'un décimal. Tout nombre décimal s'écrit sous la forme « $a \times 10^n$ ».

a est un nombre décimal (positif ou négatif) ayant **exactement un chiffre non nul à gauche** de la virgule.

n est un entier relatif (positif ou négatif).

L'**ordre de grandeur** de ce nombre est le produit de l'entier le plus proche du décimal de l'écriture scientifique par la puissance de 10 de cette écriture scientifique.

2.4.1 Exercices : puissances de 10 et écriture scientifique

à retenir Si n est un entier positif : $10^n = 1\underbrace{00\ldots0}_{n \text{ zéros}}$ $10^{-n} = \underbrace{0{,}00\ldots0}_{n \text{ zéros}}1$

Exercice 1 Donner l'écriture décimale des nombres suivants :

$6{,}54 \times 10^1 =$	$-9{,}65 \times 10^2 =$ ....
$5{,}32 \times 10^{-1} =$	$-9{,}65 \times 10^{-2} =$ ....
$67{,}4 \times 10^{-1} =$	$6{,}08 \times 10^5 =$ ....
$-87{,}5 \times 10^3 =$	$0{,}008\ 75 \times 10^{-7} =$ ....
$-87{,}5 \times 10^{-3} =$	$120 \times 10^{-5} =$ ....

L'écriture scientifique d'un nombre est une écriture sous la forme $a \times 10^n$.

- a est un nombre décimal, avec $1 \leqslant a < 10$
- n est un entier (positif ou négatif)

■ **Exemple 2.12 — écriture scientifique de grand nombres décimaux.**

1) Placer le séparateur décimal juste après le premier chiffre non nul
2) Ecrire les chiffres, en ignorant les zéros qui ne sont pas entre chiffres non nuls.
3) compter le nombre de déplacements du séparateur décimal et en déduire l'exposant de 10.

$12\ 800 = 1{,}28 \times 10^{\cdots}$	La virgule a été déplacée de ... places
$3\ 590\ 000 = 3{,}59 \times 10^{\cdots}$	La virgule a été déplacée de ... places
$170\ 400 = 1{,}704 \times 10^{\cdots}$	La virgule a été déplacée de ... places

Exercice 2 Donner les écritures scientifiques des nombres décimaux suivants.

35 200=	2 070 000=	89 160 000=
186 000 000=	4 810=	16 700=

Jadzia écrit le nombre 23 500 en notation scientifique $23{,}5 \times 10^3$. A-t-elle raison ?

■ **Exemple 2.13 — écriture scientifique de nombres décimaux très proches de zéro.**

$0{,}345 = 3{,}45 \times 10^{\cdots}$	La virgule a été déplacée de ... places
$0{,}056\ 4 = 5{,}64 \times 10^{\cdots}$	La virgule a été déplacée de ... places
$0{,}000\ 042\ 1 = 4{,}21 \times 10^{\cdots}$	La virgule a été déplacée de ... places

Exercice 3 Donner les écritures scientifiques des nombres décimaux suivants.

0,706=	0,009 85=	0,000 002 64=
0,042=	0,000 35=	0,000 003 28 =

■ **Exemple 2.14 — convertir des longueurs et les exprimer à l'aide de notation scientifique.**
Le rayon de la terre est 4 600 km=4 600 000 m=4,6 $\times 10^{\cdots}$ m.

Exercice 4 — . Complétez.

1) 5 km= ....(5 $\times 10^1$ m/5 $\times 10^2$ m/5 $\times 10^3$ m/5 $\times 10^4$ m)

2) 1 480 cm = ... m = ... m (notation scientifique).

3) 8,2 $\times 10^2$ km = ... m = ... m (notation scientifique).

4) Un gratte-ciel fait 828 m. Exprimer sa hauteur en mètres sous forme scientifique .... m

5) En astronomie, *une année lumière* correspond à 950 000 000 km. Exprimer la en km sous forme scientifique .... km

6) La distance Terre-Soleil est d'environ 149,6 millions de km. Exprimer la distance en mètres sous forme scientifique .... m

   En notation scientifique on écrit .... m

7) 270 km séparent Le Péage-de-Roussillon de Marseille. Exprimer la distance en mètres sous forme scientifique ....

8) Une particule de poussière fait 0,000 000 000 753 km de diamètre. Donner la longueur en cm sous forme de notation scientifique. ....

Exercice 5 Compléter les pointillés par une puissance de 10.

15 km = 1,5 $\times$ .... m	6 Go = 6$\times$ .... octets	5 m^2 = 5 $\times$ .... mm^2
0,075 mm = 7,5 $\times$ .... m	57 ko = 5,7$\times$ .... octets	42 cm^2 = 4,2 $\times$ .... mm^2
30μm = 3 $\times$ .... m	3,2 mm =3,2$\times$ .... km	358 cm^3 = 3,58 $\times$ .... mm^3
5 M W h = 5$\times$ .... W h	7 000 000m = 7 $\times$ .... mm	68 300 cm^3 = 3,58 $\times$ .... m^3

Exercice 6 — point calculatrice . . Utilisez les touches $\boxed{\times 10^x}$ $(10^{■})$ et $(a\times 10^n)$ exprimer sous forme scientifique les expressions suivantes :

$(5 \times 10^3) \times (3 \times 10^{-2}) =$	$(5 \times 10^3) \times (3 \times 10^2) =$ ....
$(3 \times 10^3) \div (5 \times 10^{-2}) =$	$(3 \times 10^{-2}) \div (5 \times 10^{-2}) =$ ....
$(5 \times 10^3) - (3 \times 10^{-2}) =$	$(5 \times 10^3) + (3 \times 10^{-2}) =$ ....

$\times 10$ $\times 10$ $\times 10$ $\times 10$ $\times 10$ $\times 10$

km	hm	dam	m	dm	cm	mm

$\times 100$ $\times 100$ $\times 100$ $\times 100$ $\times 100$ $\times 100$

<table>
<tr><th rowspan="2">km^2</th><th colspan="2">hm^2</th><th colspan="2">dam^2</th><th rowspan="2">m^2</th><th rowspan="2">dm^2</th><th rowspan="2">cm^2</th><th rowspan="2">mm^2</th></tr>
<tr><td></td><td>ha</td><td></td><td>a</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

$\times 1\,000$ $\times 1\,000$ $\times 1\,000$ $\times 1\,000$ $\times 1\,000$ $\times 1\,000$

<table>
<tr><th rowspan="2">km^3</th><th rowspan="2">hm^3</th><th rowspan="2">dam^3</th><th rowspan="2">m^3</th><th colspan="3">dm^3</th><th colspan="3">cm^3</th><th rowspan="2">mm^3</th></tr>
<tr><td>hL</td><td>daL</td><td>L</td><td>dL</td><td>cL</td><td>mL</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

2.5 Produit et quotient de puissances

Théorème 2.15 — Règle. Pour tous entiers m, n (positifs ou négatifs), et tous nombres a, b non nuls :

$$a^p \times a^q = a^{p+q}$$

■ **Exemple 2.16**

$$4^2 \times 4^3 = \quad 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^5 = 4^{2+3}$$

$$4^2 \times 4^{-3} =$$

$$4^{-2} \times 4^{-3} =$$

Théorème 2.17 — Règle. Pour tous entiers m, n (positifs ou négatifs), et tous nombres a, b non nuls :

$$\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$$

Démonstration. $\dfrac{a^p}{a^q} = a^p \times \dfrac{1}{a^q} = a^p \times a^{-q} = a^{p-q}$ ■

2.5.1 Exercices : produit et quotient de puissances

Règle Si les bases sont les mêmes, je multiplie deux puissances en ajoutant les exposants.
Si les bases ne sont pas les mêmes, je ne multiplie pas les deux puissances en ajoutant les exposants !

Exercice 1 Écrire comme puissance d'un entier.

$3^2 \times 3^4 =$ ....

$3 \times 3^2 =$ ....

$3^7 \times 3^0 =$ ....

$5 \times 5 \times 5 =$ ....

$7^4 \times 7^2 \times 7 =$ ....

$10^7 \times 10 \times 10^1 =$ ....

$3^8 \times 3^{-1} \times 3 \times 3^{-2} \times 3 =$ ....

$(-3)^7 \times (-3) \times (-3)^1 =$ ....

$a \times a \times a^2 =$ ....

$a^0 \times a^3 =$ ....

Exercice 2 — Vrai ou faux ?. Pensez à jusitifez à l'aide de la règle de multiplication.

	Vrai	Faux
1/ $3 \times 3 = 9$	☐	☐
2/ $3^2 \times 3^5 = 9^{2+5}$	☐	☐
3/ $6^7 + 6^7 = 6^{14}$	☐	☐
4/ $6^7 \times 6^7 = 6^{49}$	☐	☐
5/ $4^2 \times 4^3 = 16^{2+3}$	☐	☐
6/ $7^3 + 6^2 = 13^{2+3}$	☐	☐

	Vrai	Faux
1/ $7^3 + 7^2 = 7^{2+3}$	☐	☐
2/ $7^3 \times 6^2 = 42^{2+3}$	☐	☐
3/ $6^3 \times 6^2 = 6^{2+3}$	☐	☐
4/ $2^7 \times (-2)^3 = (-2)^{10}$	☐	☐
5/ $1^{400} \times 1^{200} = 600$	☐	☐
6/ $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2} \times \left(\frac{1}{5}\right)^4 = \left(\frac{1}{5}\right)^2$	☐	☐

Exercice 3 Simplifiez.

$3^5 \div 3^1 =$ ....

$4^{10} \div 4^3 =$ ....

$3^8 \div 3^2 =$ ....

$3^8 \div 3^8 =$ ....

$(-4)^3 \div (-4)^2 =$ ....

$6^4 \div 6^8 =$ ....

$8^{-2} \div 4^3 =$ ....

$4^2 \div 4^{-3} =$ ....

Exercice 4 — Vrai ou faux ?. Si faux, expliquer l'erreur commise.

	Vrai	Faux
1/ $5^{10} \div 5^5 = 5^2$	☐	☐
2/ $3^2 \times 3^5 = 9^{2+5}$	☐	☐
3/ $\frac{10}{10} = 1$	☐	☐
4/ $\frac{5}{5^2} = 5 \div 5^2$	☐	☐
5/ $\frac{2^6}{2^2} = 1^4$	☐	☐
6/ $\frac{15^7}{5^3} = 3^4$	☐	☐

	Vrai	Faux
1/ $8^6 \div 8^4 = 8^2$	☐	☐
2/ $10^5 \div 2^3 = 5^2$	☐	☐
3/ $2^{15} \div 2^3 = 2^5$	☐	☐
4/ $2^{15} \div 2^3 = 2^5$	☐	☐
5/ $\frac{3^5}{3^5} = 1$	☐	☐
6/ $\frac{9}{9^2} = 9^{-2}$	☐	☐

Exercice 5 Ecrire comme une puissance de 2.

$\frac{2^5}{2^4} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

$\frac{2^{-7}}{2^3} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

$\frac{2^3}{2^{-2}} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

$\frac{2}{2^{-4}} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

$\frac{2^{-3}}{2^{-2}} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

$\frac{1}{2^{-2}} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

$\frac{2^4}{2^0} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

$\frac{2^7 \times 2^{-3}}{2^5} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

$\frac{2 \times 2 \times 2^3}{2^{-3}} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

$\frac{2^3 \times 2^8}{2^2 \times 2^{-5}} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

Exercice 6 Plusieurs réponses Entourez la ou les bonnes réponses.

1/ $\frac{408^{409}}{408} = \dots$	408^{409}	409^{408}	408^{408}	407^{409}
2/ $\frac{5^6}{5^{10}} = \dots$	5^4	5^{16}	5^{-4}	5^{-16}
3/ $2 \times 2^4 = \dots$	4^4	4^5	2^4	2^5
4/ $\frac{7^{-5}}{7^{-9}} = \dots$	7^{-4}	7^{-14}	7^{14}	7^4
5/ $\frac{1}{10^3} = \dots$	10^{-3}	0,000 1	0,001	1000
6/ $5^{-7} \times 5 \times 5^6 = \dots$	5^4	5^{16}	5^{-4}	5^{-16}
7/ $10 \times 10^{-3} \times 10^5 = \dots$	10^{-8}	10^{-15}	10^2	10^3
8/ $\frac{10^{-5}}{10^7} \times \frac{10^6}{10^7} = \dots$	10^{-13}	10^{-6}	10^{-48}	1^{-6}
9/ $a^7 \times a^7$	$2a^7$	a^{14}	a^{49}	$2a^{49}$
10/ $a^5 + a^5 =$	$2a^5$	a^{10}	a^{25}	$2a^{25}$
11/ $a^6 = \dots$	$(-a)^3 \times (-a)^3$	$(-a)^2 \times (-a)^4$	$(-a)^3 \times (-a)^2$	$a^3 \times a^2$

■ **Exemple 2.18**

$2^3 \times 3 \times 5^2 \times 2^2 \times 3^2 \times 5 = 2^3 \times 2^2 \times 3 \times 3^2 \times 5 = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

$5a^2 \times 7a^3 = 5 \times 7 \times a^2 \times a^3 = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

$2x^3 \times 4x^7 = 2 \times 4 \times x^3 \times x^7 = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

$(-3a^5b^2) \times (6a^2b^{-2}) = (-3) \times 6 \times a^5 \times a^2 \times b^2 \times b^{-2} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$

Exercice 7 Simplifie si possible.

$3^2 \times 5^3 \times 7^2 \times 3^5 \times 7^5 = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$

$4y \times 2y^2 = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

$(-5x^3) \times (-3)x^4 = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

$3b^3 \times b^5 = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

$a^5b^2 \times a^2b = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

$3ab^2 \times 2ab = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

$6ab \times 2b^4 = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

$5a \times 2a^4 \times 3a^2 = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

$6ab \times 2b^4 = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

$10ab^2 \times 3b = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

2.6 Puissances de produits

Règle : puissance d'un produit est le produit des puissances
Pour tout nombre a et b, et entiers p (positifs) on a :

$$(ab)^p = a^p b^p$$

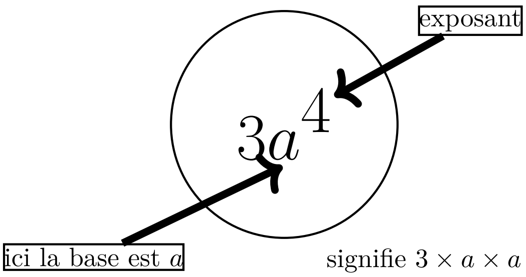
■ **Exemple 2.19**

- $(2a)^3 = 2a \times 2a \times 2a = 2^3 \times a^3$
- $(-5a)^2 = (-5)a \times (-5)a = (-5)^2 a^2$
- $(ab)^{-1} = \dfrac{1}{ab} = \dfrac{1}{a}\dfrac{1}{b} = a^{-1}b^{-1}$

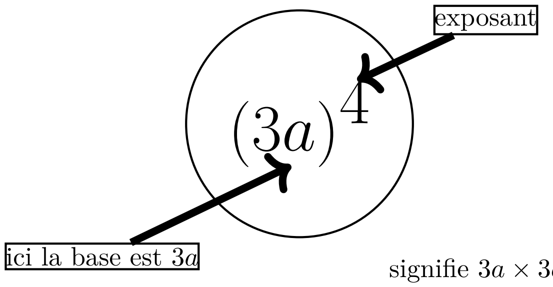
Définition 2.1 Un monôme en x est un terme de la forme cx^n :

- le **coefficient** c est un nombre quelconque
- le **degré du monôme** n un entier positif ou nul.

2.6.1 Exercices : puissances de produits



signifie $3 \times a \times a \times a \times a$



signifie $3a \times 3a \times 3a \times 3a$

■ **Exemple 2.20** Simplifie :

$2(x^{10})^4 = 2 \times x^{10} \times x^{10} \times x^{10} \times x^{10} =$ ....

$(5x^3)^2 = 5x^3 \times 5x^3 =$ ....

$(-2x)^3 = (-2)x \times (-2)x \times (-2)x = (-2)(-2)(-2) \times xxx =$ ....

$(-x)^2 = ((-1)x)^2 = (-1)x \times (-1)x =$ ....

$-x^2 = -1 \times x^2 = (-1) \times xx =$ ....

$2(-x)^4 = 2 \times (-x) \times (-x) \times (-x) \times (-x) =$ ....

$(2x)^2 \times (-x)^3 = 2x \times 2x \times 2x \times (-x) \times (-x) \times (-x) = 2^2 \times xx \times (-1)^3 \times xxx =$ ....

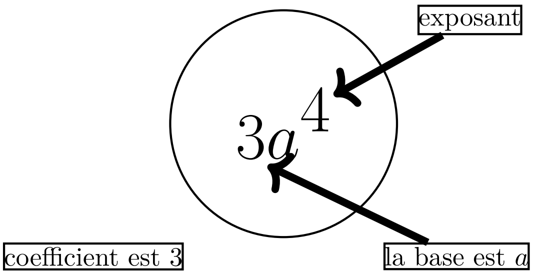
Exercice 1 Complète le tableau

Expression	Écriture développée	Écriture simplifiée
$(b^7)^3$	$b^7 \times b^7 \times b^7$	b^{21}
	$ab \times ab \times ab$	
$(-y^5)^2$		
$(4y)^2$		
$(5b^4)^3$		
	$7y^3 \times 7y^3$	
$(a^3b)^2$		
$(2a)^3$		
$(4b^{12})^2$		

Exercice 2 — Vrai ou Faux ?.

	Vrai	Faux
1/ $8 \times y \times y = (8y)^2$	☐	☐
2/ $2a \times 2a \times 2a = (2a)^3$	☐	☐
3/ $7b \times 7b \times 7b = 7b^3$	☐	☐

	Vrai	Faux
1/ $(xy)^2 = x^2y^2$	☐	☐
2/ $(9a^3)^2 = 9a^5$	☐	☐
3/ $(9a^3)^2 = 18a^6$	☐	☐



Dans $3a^4$ est un monôme en a.

- a est la variable, elle est aussi la base de la puissance
- L'exposant 4 est le degré du monôme.
- Le coefficient est 3.

$3a^4 = 3 \times a \times a \times a \times a$

■ **Exemple 2.21**

$3x$ est un monôme en x : l'exposant est 1, et le coefficient est 3.

$-4x^3$ est un nomonôme en x : l'exposant est 3, et le coefficient est -4.

Exercice 3 Complétez

expression	$3a^2$	$-5x^3$	$-5x^3$	$-x^2$	$-2x^2$	x	$-x^2$
coefficient	3						
base(s)	a						
exposant(s)	2						

Exercice 4 Simplifie les expressions suivantes.

$(3x)^2 =$ ....

$(2x)^2 =$ ....

$(-x)^2 =$ ....

$(-x^2)^3 =$ ....

$(3x)^3 =$ ....

$(3x^2)^3 =$ ....

$(-4x)^3 =$ ....

$-(4x)^2 =$ ....

Exercice 5 — Mélange d'opérations. Écrire sous forme d'une puissance de 10.

$A = \dfrac{10^3 \times 10^{-5}}{10^2}$ ....

$B = \dfrac{10^{-2} \times 10^{-9}}{(10^3)^4}$ ....

$C = \dfrac{(10^{-2})^5}{10^7 \times 10^{-8}}$ ....

$D = \dfrac{10^2 \times 10^{-9}}{10^{-7}}$ ....

$E = \dfrac{10^7 \times 10^5}{10^{-3} \times 10^{-1}}$ ....

$F = \dfrac{(10^4)^3}{10^8 \times 10^{-2}}$ ....

Exercice 6 — . Retrouvez l'écriture scentifique de :

$6300 \times 10^4 = 6{,}3 \times 10^{\cdots} \times 10^4 = 6{,}3 \times 10^{\cdots}$

$450 \times 10^6 =$ ....

$81\,500\,000 \times 10^{-13} =$ ....

$0{,}012\,500 \times 10^{-12} =$ ....

2.7 Sudomath puissances de 10 et écriture scientifique

Dans ce Sudoku, chaque nombre de -4 à 4 doit être présent une et une seule fois sur les lignes, les colonnes et les régions. (Les régions sont les 9 carrés de 3×3 cases.)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1			0	1				-1	-4
2		1		-1			0		
3					0		3		-2
4	0		-3	3					
5							2		
6	-1					2	1		
7	-2		1		-1				
8			-1			0	-2	2	
9	2	4				1	-1	-4	

Mettre les nombres suivants sous la forme d'une puissance de 10, ou compléter l'égalité. Mettre l'**exposant** dans la case demandée.

7G: 0,001

5C: $\dfrac{1}{10\ 000}$

5E: $\dfrac{1}{10^2}$

6H: 1

3F: un millième

7D: 100

6E: $10^4 \times 10^{-4}$

9I: $\dfrac{10^5}{10^8}$

5B: $10^2 \times 10$

7B: $10^{-2} \times 10^2$

8H: $\dfrac{10^{-2}}{10^{-6}}$

5D: $\dfrac{10^6}{10^6}$

5H: $10^3 \times 10^{-5}$

3A: $\dfrac{10^6}{10^2}$

3D: $\dfrac{10^{-6}}{10^{-2}}$

3H: $10^{-5} \times (10^2)^3$

6B: $\dfrac{10^2 \times 10^{-6}}{10^3 \times 10^{-5}}$

Écrire les nombres suivants en écriture scientifique et mettre l'**exposant** de 10 dans la case demandée :

2C: 0,038

6I: 1 540

1I: 0,001 59

4I: 0,78

6C: 87 000

2A: 0,000 45

3C: $0{,}052 \times 10^4$

2F: $\dfrac{0{,}3 \times 10^2 \times 5 \times 10^{-3}}{4 \times 10^{-5}}$

7I: $\dfrac{2 \times 10^{-5} \times 1{,}2 \times 10^3}{3 \times 10^{-2}}$

5F: $\dfrac{72 \times (10^4)^{-3} \times 2 \times 10^{-3}}{0{,}9 \times 10^{-12}}$

2E: $\dfrac{98 \times 10^{-14} \times 9 \times 10^{13}}{\left(7 \times 10^{-2}\right)^2}$

solution du sudoku 2.7

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	3	-3	0	1	2	-2	4	-1	-4
2	-4	1	-2	-1	4	3	0	-3	2
3	4	-1	2	-4	0	-3	3	1	-2
4	0	2	-3	3	1	4	-4	-2	-1
5	1	3	-4	0	-2	-1	2	4	-3
6	-1	-2	4	-3	-4	2	1	0	3
7	-2	0	1	2	-1	-4	-3	3	4
8	-3	-4	-1	4	3	0	-2	2	1
9	2	4	3	-2	-3	1	-1	-4	0

2.8 Sudomath puissances à bases différentes de 10

Dans ce Sudoku, chaque nombre de 1 à 9 doit être présent une et une seule fois sur les lignes, les colonnes et les régions. (Les régions sont les 9 carrés de 3×3 cases.)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	9					7			
2		3			2				5
3					3	5			
4	2				5	4			8
5			1						
6	3			6					4
7		2			4				
8					1	6		8	
9	5					2			

1B: $(5^2 - 3^2) \div 4$

1D: 5^0

1H: $(5^2 - 4^2) \div 3$

3H: $\ldots^2 = 36$

4B: $\frac{2^4 \times 3^5}{2^3 \times 3^4}$

4C: $\dfrac{3^7 \times 3^5}{3^6 \times 3^4}$

4H: $7^5 \times 7^{-5}$

1I: $1^4 + 1^6$

2D: 3^2

3A: 2^3

3G: $(4^3 + 5^2 \times 4^2)^0$

3C: $\dfrac{2^5}{2^4}$

5G: $6^5 \times 6^{-4}$

5B: $\frac{2^4 \times 5^4}{2^7 \times 2^{-3} \times 5^3}$

8A: $2^2 + 3^2 \times 3^{-1}$

9D: $\dfrac{3^{14} \times 3^{-16}}{3^{10} \times 3^{-13}}$

5F: $(4^3 - 7^2) \div 5$

6B: $2^9 \times 2^{-6}$

6C: $(3^2 + 5 \times 2^3) \div 7$

6H: $(-2)^4 \times (-2)^{-3} \times (-1)^3$

7A: $2^4 \times 3^{-4} \times 2^{-3} \times 3^5$

7D: $2^3 \times 2^0$

7I: $8^2 \div 4^3$

9I: $(10^2 - 8^2) \div (3^2 - 3 \times 5^0)$

6E: $3^4 \times 3^{-5} \times 3^3$

solution du sudoku 2.8

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	9	4	5	1	6	7	8	3	2
2	1	3	6	9	2	8	4	7	5
3	8	7	2	4	3	5	1	6	9
4	2	6	9	7	5	4	3	1	8
5	4	5	1	1	8	3	6	9	7
6	3	8	7	6	5	9	5	2	4
7	6	2	3	8	4	9	7	5	1
8	7	9	4	5	1	6	2	8	3
9	5	1	8	3	7	2	9	4	6

2.9 Problèmes

Problème 1 La moitié de 4^{20} est (2^{20} / 4^{10} / 2^{10} / 4^{19} / 2^{39} / 2^{19}). Justifiez.

Problème 2 — Calcul mental mathémagique.

On vous donne la table des puissances de 2 ci-dessous.

$2^1 = 2$	$2^{11} = 2\ 048$	$2^{21} = 2\ 097\ 152$
$2^2 = 4$	$2^{12} = 4\ 096$	$2^{22} = 4\ 195\ 304$
$2^3 = 8$	$2^{13} = 8\ 192$	$2^{23} = 8\ 388\ 608$
$2^4 = 16$	$2^{14} = 16\ 384$	$2^{24} = 16\ 777\ 216$
$2^5 = 32$	$2^{15} = 32\ 768$	$2^{25} = 33\ 554\ 432$
$2^6 = 64$	$2^{16} = 65\ 536$	$2^{26} = 67\ 108\ 864$
$2^7 = 128$	$2^{17} = 131\ 072$	$2^{27} = 134\ 217\ 728$
$2^8 = 256$	$2^{18} = 262\ 144$	$2^{28} = 268\ 435\ 456$
$2^9 = 512$	$2^{19} = 524\ 288$	$2^{29} = 536\ 870\ 912$
$2^{10} = 1\ 024$	$2^{20} = 1\ 048\ 576$	$2^{30} = 1\ 073\ 741\ 824$

À l'aide des règles de calcul des puissances, calculer les nombres suivants sans utiliser la calculatrice.

1) 32×16
2) $4 \times 64 \times 1024$
3) $4 \times 16 \times 32 \times 64$
4) $1024 \div 64$
5) $1\ 048\ 576 \div 32\ 768$
6) $1\ 073\ 741\ 824 \div 64$
7) 128^2
8) $1\ 024^3$