

1 Matrices

🌱 4 semaines

VAISSÉS/DONN/PLUS/NAH1 déjà fait

Thème Graphe et matrices

• Contenu

- a) *Graphe, sommets, arêtes, Exemple du graphe complet.*
- b) *Sommets, arêtes, degré, ordre d'un graphe, chaîne, longueur d'une chaîne, graphe connexe.*
- ✓ *Notion de matrice (tableau de nombres réels). Matrice carrée, matrice colonne, matrice ligne. Opérations. Inverse, puissances d'une matrice carrée.*
- c) *Exemples de représentations matricielles : matrice d'adjacence d'un graphe, matrices de transition géométriques d'un plan, systèmes linéaires ; suites récurrentes.*
- ✓ *Exemples de calcul de puissances de matrices carrées d'ordre 2 ou 3.*
- ✓ *Suite de matrices colonnes (U_n) vérifiant une relation de récurrence du type $U_{n+1} = AU_n + C$.*
- d) *Graphe orienté pondéré associé à une chaîne de Markov à deux ou trois états.*
- e) *Chaîne de Markov à deux ou trois états, distribution initiale, représentée par une matrice ligne H , matrice de transition, graphe pondéré associé.*
- f) *Pour une chaîne de Markov à deux ou trois états, de matrice P , Matrice P^n ou P^n de P^n , distribution après n transitions, représentées comme la matrice ligne H/P^n .*
- g) *Distributions invariantes d'une chaîne de Markov à deux ou trois états.*

• Capacités

- a) *Modéliser une situation par un graphe.*
- b) *Modéliser une situation par une matrice.*
- c) *Associer un graphe orienté pondéré à une chaîne de Markov à deux ou trois états.*
- ✓ *Calculer l'inverse, les puissances d'une matrice carrée.*
- ✓ *Dans le cadre de la résolution de problèmes, utiliser le calcul matriciel, notamment l'inverse et les puissances d'une matrice carrée, pour résoudre un système linéaire, étudier une suite récurrente linéaire, calculer le nombre de chemins de longueur donnée entre deux sommets d'un graphe, étudier une chaîne de Markov à deux ou trois états (calculer des probabilités, déterminer une probabilité invariante).*

• Démonstrations

- a) *Expression du nombre de chemins de longueur n reliant deux sommets d'un graphe à l'aide de la puissance n -ième de la matrice d'adjacence.*
- b) *Pour une chaîne de Markov, expression de la probabilité de passer de l'état i à l'état j en n transitions, de la matrice ligne représentant la distribution après n transitions.*

• Problèmes possibles

- a) *Étude de graphes eulériens.*
- ✓ *Interpolation polynomiale.*
- b) *Marche aléatoire sur un graphe, Étude asymptotique.*
- c) *Modèle de diffusion épidémiologique.*
- d) *Modèle de vote prédictif discret, élection coupée de deux suites récurrentes.*
- e) *Algorithme PageRank.*