

A.5 Évaluation n° 11 La fonction exponentielle

Il sera tenu compte dans la notation de la propreté ainsi que de la justification apportée à chacune des réponses.

Le barème est donné à titre indicatif. Il pourra être modifié ultérieurement.

L'usage de la calculatrice est **autorisé**.

Durée : 50 minutes ; Coeff : 1

Exercice 1 — Propriétés algébriques de l'exponentielle.

3 points

Simplifier les expressions suivantes :

$$\begin{array}{l|l|l} A = \frac{e^{-2}e^5}{e^3e^{-1}} & B = \left(\frac{e^5}{e^{-3}}\right)^3 & C = \frac{(e^{-5})^2}{ee^{-6}} \\ D = \frac{e^xe}{e^{3x-5}} & E = \frac{e^{x-7}}{e^{2x}} & F = \frac{e^{3x+5}}{e^{-2x+1}} \end{array}$$

Exercice 2 — Fonction exponentielle et dérivée.

4 points

Pour tout réel $x \in \mathbb{R}$, calculer les dérivées des fonctions suivantes et en donner une forme la plus simple possible :

$$\text{a) } f(x) = (x^2 + 3x - 1)e^{-x} \quad \left| \quad \text{b) } g(x) = \frac{e^{2x}}{x^2 + 1} \right.$$

Exercice 3 — Une fonction.

7 points

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $I = [-4; 5]$ par $f(x) = (x^2 - x)e^{2x}$.

On note par \mathcal{C}_f sa courbe représentative.

1. Montrer que pour tout réel $x \in I$, $f'(x) = (2x^2 - 1)e^{2x}$.
2. Étudier le signe de $f'(x)$ sur I et dresser le tableau de variations complet de la fonction f .
3. Déterminer l'équation de la tangente à \mathcal{C}_f au point d'abscisse 1.

Exercice 4 — Équations et inéquations.

6 points

Résoudre dans \mathbb{R} les équations et inéquations suivantes d'inconnue x .

1. $e^{-4x+1} = e^{x-1}$
2. $e^{-x-1} = e^{2x+4}$
3. $e^{x^2-2x+3} = 1$
4. $e^{-2x-3} - e^{x+5} \geq 0$