Chapitre

Ensembles 2

2.1 Vocabulaire des ensembles

■ **Exemple 2.1** Soit les ensembles $A = \{43; 0; 7; 188\}$, $B = \{7; 4; 82\}$ et $D = \{188; 0; 43\}$.

L'ordre d'écriture des éléments entre accolades n'est pas important : $\{43; 0; 7; 188\} = \{7; 43; 188; 0\}$.

7 est un élément, $\{7\}$ est un ensemble.

43; 0; 7 et 188 sont les **éléments** de l'ensemble A.

$43 \in A$ se lit « 43 **appartient** à A ».

$82 \notin A$ se lit « 82 **n'appartient pas** à A ».

$D \subset A$ car tout élément de D **appartient** à A.

$B \not\subset A$. B n'est pas un sous-ensemble de A.

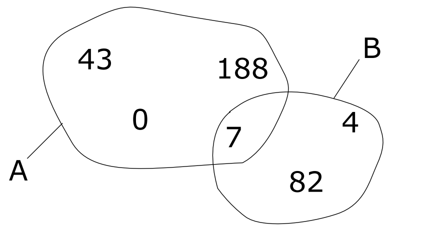


Figure 2.1 – Diagramme des ensembles A et B

R Les éléments d'un ensemble doivent être distincts deux-à-deux.
$\{0; 5; 0\}$ n'est pas une écriture correcte.

Définition 2.1 Un ensemble E est constitué d'éléments.

$a \in E$ se lit « l'élément a appartient à l'ensemble E ».

$a \notin E$ se lit « l'élément a n'appartient pas à l'ensemble E ».

Définition 2.2 F est un **sous-ensemble** de l'ensemble E si tous les éléments de F appartiennent aussi à E. On écrira :

$F \subset E$ se lit « l'ensemble F est **inclus** dans l'ensemble E ».

Exercice 1

1. Compléter à l'aide de $\in$, $\ni$, $\notin$, $\not\ni$, $\subset$, $\supset$:

   $7 \dots A$ $\quad 43 \dots A$ $\quad \{43; 7; 188\} \dots A$ $\quad A \dots 4$

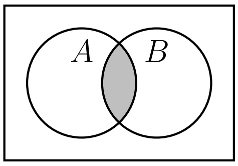
   $7 \dots B$ $\quad \{7\} \dots B$ $\quad B \dots 43$ $\quad B \dots \{4; 7\}$

2. Donner un ensemble inclus à la fois dans A et dans B.

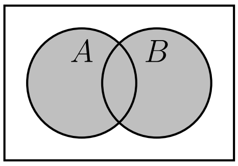
2.1.1 Exercices : diagrammes de Venn et opérations sur les ensembles

> Les diagrammes de Venn nous permettent de représenter des ensembles ainsi que leurs éléments. L'univers noté Ω est l'ensemble de tous les éléments.

« $A \cap B$ » désigne l'*intersection* des ensembles A et B. C'est l'ensemble des éléments appartenants à A **ET** appartenants à B.

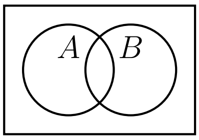


« $A \cup B$ » désigne l'*union* des ensembles A et B. C'est l'ensemble des éléments appartenants à A **OU** appartenants à B.

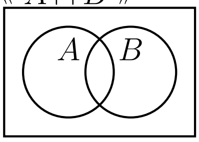


Exercice 2 Coloriez les ensembles indiqués sur chaque diagramme de Venn.

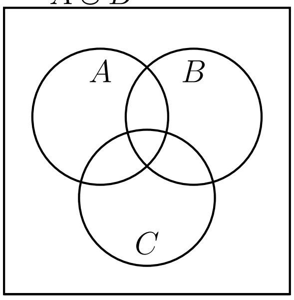
« A »



« $A \cap B$ »

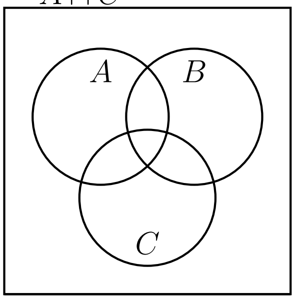


$A \cup B$



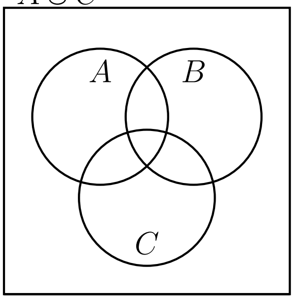
Ω

$A \cap C$



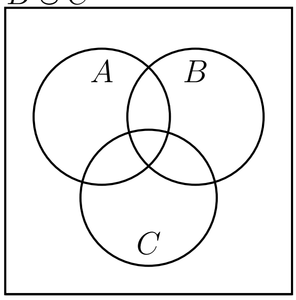
Ω

$A \cup C$



Ω

$B \cup C$



Ω

Exercice 3 Placer les nombres dans la bonne partie du diagramme de Venn

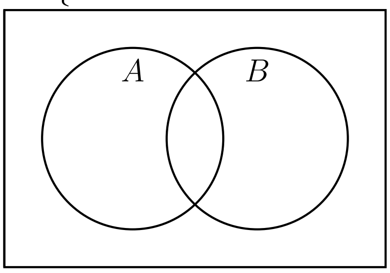
$\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$

$A =$ les nombres sont premiers

$B =$ les nombres sont pairs

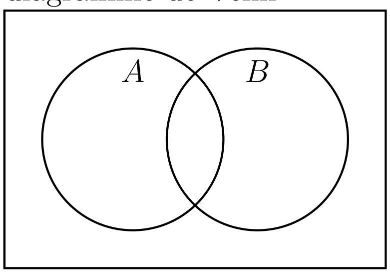
$A \cup B = \{$

Ω



Exercice 4 Placer les nombres dans la bonne partie du diagramme de Venn

Ω



$\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$

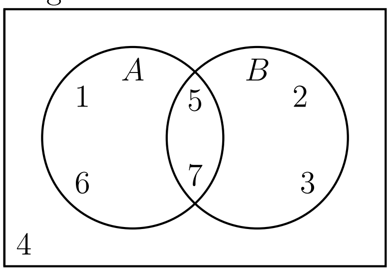
$A =$ les nombres sont des carrés parfaits

$B =$ les nombres sont impairs

$A \cup B = \{$

Exercice 5 Complète les ensembles suivants à partir du diagramme de Venn.

Ω



$\Omega = \{$

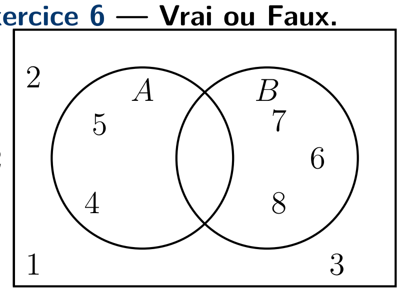
$A = \{$

$A \cap B = \{$

$A \cup B = \{$

Exercice 6 — Vrai ou Faux.

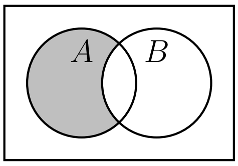
Ω



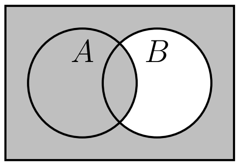
	Vrai	Faux
1/ $4 \in A$	☐	☐
2/ $5 \in B$	☐	☐
3/ $A \cap B = \{5; 7; 8\}$	☐	☐
4/ $\Omega = A \cup B$	☐	☐
5/ $A \cap B = \emptyset$	☐	☐

> $\overline{A}$ est le complémentaire de A. C'est l'ensemble des éléments qui ne sont pas dans A.
> $A \cap \overline{B}$ est l'intersection de A et du complémentaire de B. C'est l'ensemble des éléments qui sont dans A mais pas dans B.

La région grise représente « $A \cap \overline{B}$ »

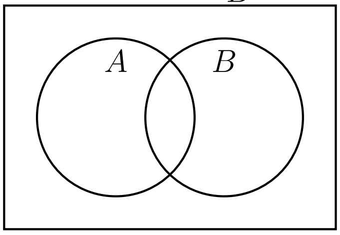


La région grise représente « $A \cup \overline{B}$ », c'est l'ensemble des éléments qui sont dans A ou ne sont pas dans B.

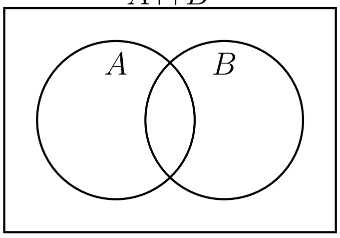


Exercice 7 Coloriez les ensembles indiqués sur chaque diagramme de Venn.

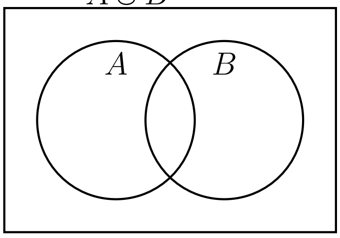
$\overline{B}$



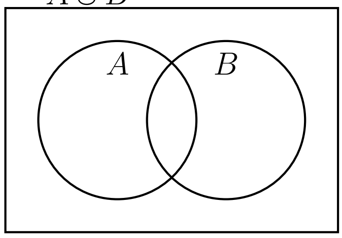
$\overline{A \cap B}$



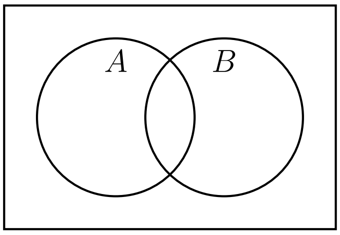
$\overline{A \cup B}$



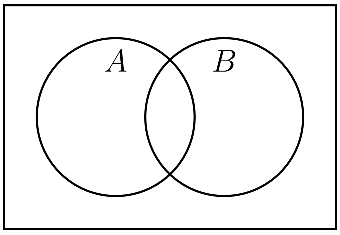
$A \cup \overline{B}$



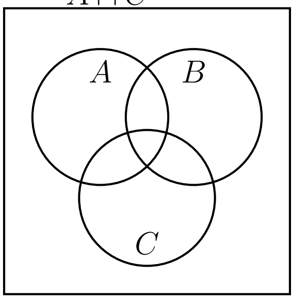
$\overline{A} \cap B$



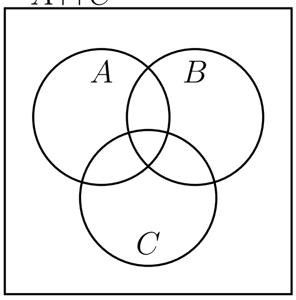
$\overline{A} \cap \overline{B}$



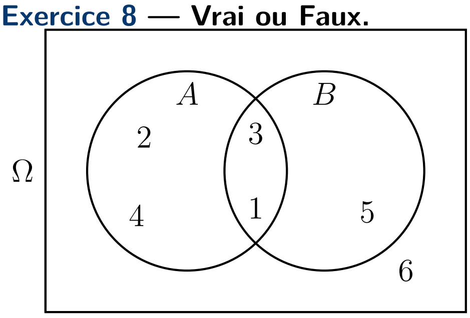
$A \cap \overline{C}$



$\overline{A \cap C}$

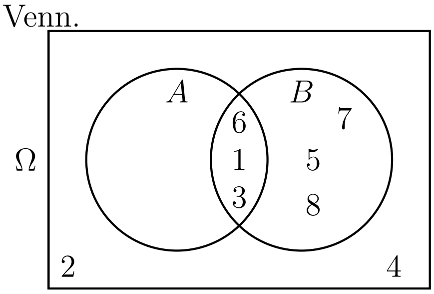


Exercice 8 — Vrai ou Faux.



	Vrai	Faux
1/ $\overline{A} = \{1; 3; 5; 6\}$	☐	☐
2/ $A \cap B = \{1; 3\}$	☐	☐
3/ $6 \in B$	☐	☐
4/ $\overline{B} = \{5\}$	☐	☐
5/ $A = \{1; 2; 3; 4\}$	☐	☐
6/ $\overline{A \cup B} = \{6\}$	☐	☐

Exercice 9 Complète les ensembles suivants à partir du diagramme de Venn.



$\overline{A} = \{$

$\overline{B} = \{$

$\overline{A \cap B} = \{$

$\overline{A \cup B} = \{$

$\overline{A} \cap \overline{B} = \{$

Exercice 10 Complète le diagramme de Venn pour représenter les informations suivantes

$\Omega = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 20\}$

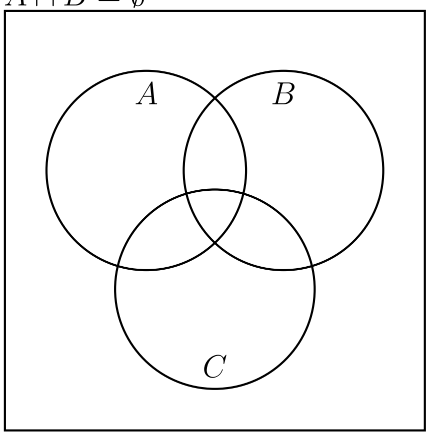
$A = \{3; 5; 7; 9\}$

$B = \{0; 4; 6\}$

$\overline{C} = \{1; 3; 4; 6; 9; 20\}$

$A \cap C = \{5; 7\}$

$A \cap B = \emptyset$



2.2 Ensembles particuliers

Définition 2.3 — $\mathbb{N}$ ensemble des entiers naturels.

$$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; 4; \dots\}$$

Définition 2.4 — $\mathbb{Z}$ ensemble des entiers relatifs .

$$\mathbb{Z} = \{\dots; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \dots\}$$

Il est composé des nombres entiers naturels et de leurs opposés. Tout entier naturel est un entier relatif : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$

Définition 2.5 — nombres décimaux. L'ensemble des nombres qui peuvent s'écrire sous forme du produit d'une puissance de 10 par un entier non divisible par 10 sont dit décimaux.

$$\mathbb{D} = \left\{ a \times 10^n \quad \middle| \quad a \in \mathbb{Z} \quad \text{non divisible par 10 et } n \in \mathbb{Z} \right\}$$

■ **Exemple 2.2 — écriture décimale $\neq$ nombre décimal.**

a) $26500 = 265 \times 10^2$

b) $2{,}65 = 265 \times 10^{-2}$

c) $0{,}001\,65 = 165 \times 10^{-5}$

d) $\frac{3}{5} = 0{,}6 = 6 \times 10^{-1}$

e) $\frac{7}{25} = 0{,}32 = 32 \times 10^{-2}$

f) $\frac{1}{3} \notin \mathbb{D}$

R L'expression « nombre à virgule » est imprécise pour décrire un nombre décimal.

- $\dfrac{2}{5} \in \mathbb{D}$ mais il n'y a pas de virgule dans $\dfrac{2}{5}$.
- $\dfrac{1}{3} = 0.333\dots$, mais $\dfrac{1}{3} \notin \mathbb{D}$.

Définition 2.6 — nombres rationnels. L'ensemble des nombres réels qui peuvent s'écrire comme une fraction irréductible d'entiers sont dit rationnels.

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \quad \middle| \quad a \in \mathbb{Z},\ b \in \mathbb{Z}^*, \quad \text{sans diviseurs communs} \right\}$$

■ **Exemple 2.3 — écriture fractionnaire$\neq$nombres rationnels.**

a) $9{,}75 = -13 = \dfrac{-13}{1} \in \mathbb{Q}$

b) $13{,}2 = \dfrac{132}{10} = \dfrac{66 \times 2}{5 \times 2} = \dfrac{66}{5} \in \mathbb{Q}$

c) $9{,}75 = \dfrac{975}{100} = \dfrac{195 \times 5}{20 \times 5} = \dfrac{195}{20} = \dfrac{39 \times 5}{4 \times 5} = \dfrac{39}{4} \in \mathbb{Q}$

d) $\dfrac{\sqrt{2}}{2} \notin \mathbb{Q}$

■ **Exemple 2.4 — Écriture décimale de nombres rationnels.**

$251 \div 25 = 10{,}04$;

$150 \div 7 = 21{,}\underline{428571}\dots$;

$1 \div 49 = 0{,}\underline{020408163265306122448979591836734693877551}\dots$

Définition 2.7 — $\mathbb{R}$ ensemble des nombres réels. Les nombres réels sont classés dans les catégories suivantes :

$\mathbb{N}$ nombres entiers positifs (partie fractionnaire est nulle).

$\mathbb{Z}$ nombres entiers positifs ou négatifs

$\mathbb{D}$ nombre décimaux, s'écrivent comme fraction décimale. Leur écriture décimale est finie.

$\mathbb{Q} \cap \overline{\mathbb{D}}$ rationnels mais pas décimaux : s'écrivent comme fraction d'entiers, et leur écriture décimale est périodique.
Les nombres rationnels ont une représentation finie en fraction continue.

$\mathbb{R} \cap \overline{\mathbb{Q}}$ nombres irrationnels. Leur écriture décimale est infinie et non périodique (exemple avec $\sqrt{2}$, π et exploration de son écriture décimale).
Les nombres irrationnels ont une représentation infinie en fraction continue .

L'écriture 0,499 999 99... n'est pas considérée une écriture décimale infinie périodique.

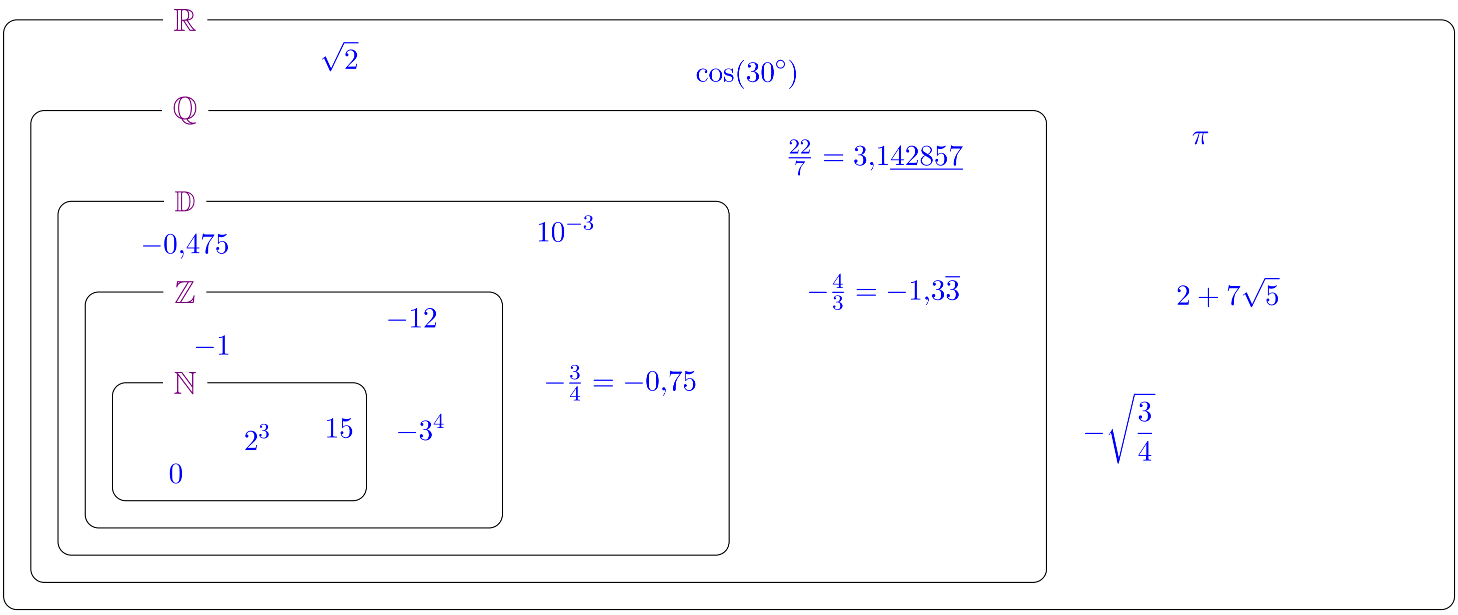


Figure 2.2 – $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

R Les ensembles étoilé désignent les ensembles précédents sans l'élément 0 : $\mathbb{N}^* = \mathbb{N} \setminus \{0\}$, $\mathbb{Z}^* = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ et $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
De manière plus générale, on peut écrire $\mathbb{R} \setminus \{-2; 4; 5\}$ pour désigner l'ensemble des nombres réels autre que -2, 4 et 5.

2.2.1 Exercices : ensembles de réels

Exercice 11 Compléter par $\in$, $\notin$ et $\ni$:

$245\ldots\mathbb{N}$; $\quad 2^5\ldots\mathbb{N}$; $\quad \frac{3}{15}\ldots\mathbb{N}$; $\quad \frac{15}{3}\ldots\mathbb{Z}$; $\quad 0\ldots\mathbb{N}^*$; $\quad -5\ldots\mathbb{Z}$; $\quad 4{,}3\ldots\mathbb{N}$ $\quad \dfrac{2}{3}\ldots\mathbb{D}$; $\quad \dfrac{\sqrt{2}}{2}\ldots\mathbb{Q}$;

$5-\dfrac{4}{9}=\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}\ldots\mathbb{Q}$; $\quad \dfrac{12}{5}\times\dfrac{1}{9}=\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}\ldots\mathbb{Q}$; $\quad \dfrac{5}{4}+\dfrac{13}{12}=\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}\ldots\mathbb{D}$; $\quad \dfrac{8}{3}+\dfrac{11}{12}=\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}\ldots\mathbb{D}$

Tout nombre décimal s'écrit :

- $b\times10^n$ avec $b\in\mathbb{Z}$ entier non divisible par 10 et $n\in\mathbb{Z}$.
- écriture scientifique : $a\times10^n$ avec $a\in\mathbb{D}$ est la matisse, $0\leqslant a<10$ et $n\in\mathbb{Z}$

L'**ordre de grandeur** du nombre est alors le produit de l'entier le plus proche de a par 10^n

Exercice 12 Compléter pour écrire les nombres décimaux sous les 2 formes.

1) $0.0425 =$ .... 425×10^{-4} = ... 4.25×10^{-2}. Ordre de grandeur est ....4×10^{-2}

2) $0{,}948\,7 =$ .... $\times10^{\cdots\cdots}$ = ... $\times10^{\cdots\cdots}$. Ordre de grandeur est ....

3) $470{,}84 =$ .... $\times10^{\cdots\cdots}$ = ... $\times10^{\cdots\cdots}$. Ordre de grandeur est ....

4) $97{,}65 =$ .... $\times10^{\cdots\cdots}$ = ... $\times10^{\cdots\cdots}$. Ordre de grandeur est ....

5) $637{,}8 =$ .... $\times10^{\cdots\cdots}$ = ... $\times10^{\cdots\cdots}$. Ordre de grandeur est ....

6) $0{,}001\,52 =$ .... $\times10^{\cdots\cdots}$ = ... $\times10^{\cdots\cdots}$. Ordre de grandeur est ....

7) $10{,}42 =$ .... $\times10^{\cdots\cdots}$ = ... $\times10^{\cdots\cdots}$. Ordre de grandeur est ....

Définition 2.8 Un encadrement décimal à 10^{-n} près d'un réel x est deux nombres décimaux a et b tel que $b-a=10^{-n}$ et $a\leqslant x\leqslant b$.

■ **Exemple 2.5** $3{,}141\leqslant\pi\leqslant3{,}142$ est un encadrement décimal à $3,141-3,142=0,001=10^{-3}$ près.

Exercice 13 Donner un encadrement décimal à 10^{-4} des nombres réels suivants :

a) $\sqrt{2}$ | b) $\frac{1}{125}$ | c) $\frac{22}{7}$ | d) π | e) $\cos(35°)$

■ **Exemple 2.6** Écrire sous forme de fraction irréductible les rationnels suivants :

$x=0,\underline{7}=0{,}777\ldots$ $\qquad y=0,\underline{371}=0{,}371\,371\,371\ldots$ $\qquad z=1,4\underline{32}=1{,}432\,323\,2\ldots$

Exercice 14 Même consignes :

$a=\ 0,\underline{5}=0{,}555\ldots$ | $c=\ 0,\underline{45}=0{,}454\,545\ldots$ | $e=\ 5,\underline{41}=5{,}414\,141\ldots$

$b=\ 0,\underline{14}=0{,}141\,414\ldots$ | $d=\ 0,\underline{152}=0{,}152\,152\,152\ldots$ | $f=\ 1,2\underline{76}=1{,}276\,767\,6\ldots$

■ **Exemple 2.7**

a) $\dfrac{3\pi}{5\pi} =$ | b) $\dfrac{2}{7} =$ | c) $3 \times \left(\dfrac{1}{3} - \dfrac{3}{4}\right) - \dfrac{5}{6} =$

Exercice 15 Cochez les cases correspondants aux ensembles auxquels chaque nombre appartient :

	N	Z	D	Q	R
1/ $2{,}25$	☐	☐	☐	☐	☐
2/ $\dfrac{7}{4}$	☐	☐	☐	☐	☐
3/ $\dfrac{19}{25}$	☐	☐	☐	☐	☐
4/ $-\dfrac{4}{3}$	☐	☐	☐	☐	☐
5/ $\dfrac{6-(-5)+1}{(-8)/2}$	☐	☐	☐	☐	☐
6/ $1+2\sqrt{3}$	☐	☐	☐	☐	☐
7/ $1+2\sqrt{4}$	☐	☐	☐	☐	☐
8/ $3-\sqrt{-4+5\times 8}$	☐	☐	☐	☐	☐
9/ $2{,}3\times 10^{-12}$	☐	☐	☐	☐	☐
10/ $\dfrac{\sqrt{100}}{100}$	☐	☐	☐	☐	☐
11/ $\dfrac{5\sqrt{2}}{12\sqrt{2}}$	☐	☐	☐	☐	☐
12/ $\left(\sqrt{5}\right)^2$	☐	☐	☐	☐	☐

Exercice 16 — Vrai ou Faux ?. Si faux, donner un contre-exemple à l'aide de l'exercice15.

	Vrai	Faux
1/ Un nombre décimal ne peut pas être un nombre entier.	☐	☐
2/ Un nombre décimal est un rationnel.	☐	☐
3/ Un nombre irrationnel peut être un entier.	☐	☐
4/ Un nombre entier relatif est un décimal.	☐	☐
5/ Le produit de deux nombres décimaux est un décimal.	☐	☐
6/ Le quotient de deux nombres décimaux est toujours un décimal.	☐	☐
7/ Le quotient de deux nombres décimaux peut être un décimal.	☐	☐
8/ Le produit de deux nombres rationnels est toujours un rationnel.	☐	☐
9/ Le produit de deux nombres irrationnels est toujours un irrationnel.	☐	☐
10/ Le quotient de deux nombres irrationnels peut être un entier.	☐	☐

solution de l'exercice 14.

$a=\frac{5}{9}$; $b=\frac{14}{99}$; $c=\frac{45}{99}=\frac{5}{11}$; $d=\frac{152}{999}=\frac{19}{111}$; $10e=5+\frac{41}{99}$ et $e=\frac{536}{990}=\frac{268}{495}$; $10f=12+\frac{76}{99}$ et $f=\frac{1264}{990}=\frac{632}{495}$. ■

solution de l'exercice 15.

	N	Z	D	Q	R
1/ 2,25	☐	☐	☒	☒	☒
2/ $\frac{7}{4}$	☐	☐	☒	☒	☒
3/ $\frac{19}{25}$	☐	☐	☒	☒	☒
4/ $-\frac{4}{3}$	☐	☐	☐	☒	☒
5/ $\frac{6-(-5)+1}{(-8)/2}$	☐	☒	☒	☒	☒
6/ $1+2\sqrt{3}$	☐	☐	☐	☐	☒
7/ $1+2\sqrt{4}$	☒	☒	☒	☒	☒
8/ $3-\sqrt{-4+5\times 8}$	☒	☒	☒	☒	☒
9/ $2{,}3\times 10^{-12}$	☐	☐	☒	☒	☒
10/ $\frac{\sqrt{100}}{100}$	☐	☐	☒	☒	☒
11/ $\frac{5\sqrt{2}}{12\sqrt{2}}$	☐	☐	☐	☒	☒
12/ $\left(\sqrt{5}\right)^2$	☒	☒	☒	☒	☒

■

solution de l'exercice 16.

	Vrai	Faux
1/ Un nombre décimal ne peut pas être un nombre entier.	☒	☐
2/ Un nombre décimal est un rationnel.	☒	☐
3/ Un nombre irrationnel peut être un entier.	☐	☒
4/ Un nombre entier relatif est un décimal.	☒	☐
5/ Le produit de deux nombres décimaux est un décimal.	☒	☐
6/ Le quotient de deux nombres décimaux est toujours un décimal.	☐	☒
7/ Le quotient de deux nombres décimaux peut être un décimal.	☒	☐
8/ Le produit de deux nombres rationnels est toujours un rationnel.	☒	☐
9/ Le produit de deux nombres irrationnels est toujours un irrationnel.	☐	☒
10/ Le quotient de deux nombres irrationnels peut être un entier.	☒	☐

■

2.3 Valeur absolue et écart entre nombres

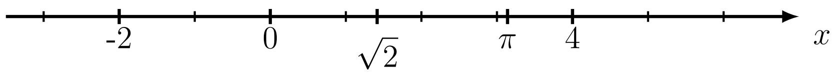


Figure 2.3 – L'ensemble des réels est représenté par une droite graduée. Chaque nombre réel correspond à un unique point de la droite graduée. Réciproquement, à chaque point de la droite graduée correspond un unique réel, appelé *abscisse* de ce point.

Définition 2.9 Pour tout nombre $a \in \mathbb{R}$, la **valeur absolue** de a est la distance qui sépare le point d'abscisse a de l'origine d'abscisse 0 sur la droite graduée. On la note $|a|$:

$$|a| = \begin{cases} a & \text{Si } a \geqslant 0 \\ -a & \text{Si } a < 0 \end{cases}$$

Utilisation

L'écart entre deux réels a et $b \in \mathbb{R}$ est donnée par $|a-b| = |b-a|$.

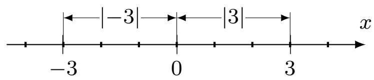


Figure 2.4 – Deux nombres opposés ont la même valeur absolue.

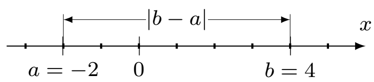


Figure 2.5 – L'écart entre 4 et -2.

■ **Exemple 2.8**

a) $|-3| = |3| = 3$. Les nombres -3 et 3 sont à égales distances de 0, leurs valeurs absolues sont égales.
b) L'écart entre 4 et -2 est $|4-(-2)| = |4+2| = |6| = 6$.
c) Vrai ou Faux ? $\left|\pi - \dfrac{22}{7}\right| \leqslant 2 \times 10^{-3}$
d) donner des exemples variés pour préparer l'exercice 1.

2.3.1 Exercices : valeur absolue

Exercice 17

	Vrai	Faux
1/ $\lvert -5\rvert = 5$	☐	☐
2/ $\lvert 8\rvert = 8$	☐	☐
3/ $\lvert 3-5\rvert = -2$	☐	☐
4/ $\lvert -7-5\rvert = 2$	☐	☐
5/ $\lvert 3-5\rvert = \lvert 3+5\rvert$	☐	☐
6/ $\lvert 3-5\rvert = \lvert -5-3\rvert$	☐	☐
7/ $\lvert 7-5\rvert = \lvert 5-7\rvert$	☐	☐
8/ $\lvert -7-5\rvert = \lvert 7+5\rvert$	☐	☐
9/ $\left\lvert \frac{1}{6}-\frac{1}{2}\right\rvert = \frac{1}{3}$	☐	☐
10/ $\left\lvert \frac{-4}{7}\right\rvert = \frac{4}{7}$	☐	☐

	Vrai	Faux
1/ $\left\lvert -\sqrt{2}\right\rvert = 1{,}414\,213$	☐	☐
2/ $\lvert \pi-3\rvert = \pi-3$	☐	☐
3/ $\left\lvert \sqrt{3}-1\right\rvert = -(1-\sqrt{3})$	☐	☐
4/ $\left\lvert \sqrt{3}-2\right\rvert = -(2-\sqrt{3})$	☐	☐
5/ $\left\lvert \sqrt{5}-2\right\rvert = 1-\sqrt{5}$	☐	☐
6/ $\left\lvert 10^{5}\right\rvert = 10^{5}$	☐	☐
7/ $\left\lvert 10^{-3}\right\rvert = 10^{3}$	☐	☐
8/ $\left\lvert -10^{-3}\right\rvert = 10^{3}$	☐	☐
9/ $\left\lvert 10^{3}-10^{4}\right\rvert = 10^{3}+10^{4}$	☐	☐
10/ $\left\lvert 10^{3}-10^{-4}\right\rvert = 10^{3}-10^{-4}$	☐	☐

■ **Exemple 2.9 — Je fais.** Calculer les expressions suivantes

$A = \lvert 3-10\rvert$	$B = \lvert 3(-6)\rvert$	$C = \lvert -14+20\rvert$	$D = 3\lvert -15+10\rvert$
$=$	$=$	$=$	$=$
$=$	$=$	$=$	$=$
$=$	$=$	$=$	$=$

Exercice 18 — , À vous.

A= $\lvert 4-15\rvert$	D= $\lvert 15+26\rvert$	G= $\lvert 3(-4)\rvert + \lvert 2(-18)\rvert$	J= $\lvert 3\rvert + 2\lvert -10\rvert$
B= $-3\lvert 6-12\rvert$	E= $7\lvert 3(-4)\rvert$	H= $-3\lvert 26-12\rvert$	K= $\lvert -2+(-4\times 2)\rvert$
C= $\lvert (-7)(-4)\rvert$	F= $-\lvert 15-46\rvert$	I= $\lvert 5-4\rvert - \lvert -6\rvert$	L= $-2\lvert 1+4\rvert$

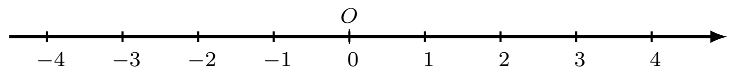
> Défi : Trouve deux nombres qui rendent l'égalité suivante vraie: $\lvert 30-\ldots\rvert = 10$.

Exercice 19 On considère une droite graduée. Entourer le(s) égalité(s) qui correspondent à l'énoncé. Plusieurs réponses sont possibles.

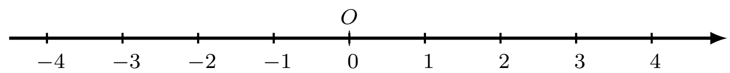
1/ La distance du point $A(3)$ à $B(2)$ vaut...	$\|2-3\|$	$\|3-2\|$	$\|3+2\|$
2/ La distance du point $A(3)$ à $C(-2)$ vaut...	$\|-2-3\|$	$\|3-2\|$	$\|3+2\|$
3/ La distance du point $C(-2)$ à $D(-5)$ vaut...	$\|-2-5\|$	$\|-2+5\|$	$\|-5+2\|$
4/ La distance du point $M(x)$ à $A(3)$ vaut 1	$\|x+3\|=1$	$\|x-3\|=1$	$\|-x+3\|=1$
5/ La distance du point $M(x)$ à $B(-2)$ vaut 1	$\|x+2\|=1$	$\|x-2\|=1$	$\|x+1\|=-2$

■ **Exemple 2.10 — Je fais.**

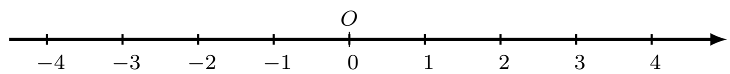
$a)$ Placer les points A et B dont l'abscisse x vérifie $|x|=2$.



$b)$ Placer les points C et D dont l'abscisse x vérifie $|x-3|=0{,}5$.



$c)$ Placer les points E et F dont l'abscisse x vérifie $|x+3|=0{,}5$.



Exercice 20 Déterminer les solutions dans $\mathbb{R}$ des équations suivantes :

$a)$ $|x|=5$
$b)$ $|x|=3$
$c)$ $|x|=0$
$d)$ $|x|=-2$
$e)$ $|x-5|=2$
$f)$ $|x-6|=0{,}1$
$g)$ $|x+6|=0{,}1$
$h)$ $|x-10|=0{,}01$
$i)$ $|x+5|=0{,}01$

Exercice 21 Compléter les pointillés par $>$ ou $<$:

$a)$ $|3,7| \ \ldots\ |3,8|$
$b)$ $|-2,5| \ \ldots\ |-2,4|$
$c)$ $|-\pi| \ \ldots\ |3,14|$
$d)$ $|-1,41| \ \ldots\ |-\sqrt{2}|$
$e)$ $\left|\pi-\frac{333}{106}\right| \ \ldots\ 10^{-6}$
$f)$ $\left|\pi-\frac{355}{113}\right| \ \ldots\ 10^{-6}$

solution de l'exercice 20 .

$S_1 = \{-5, 5\}$; $S_2 = \{-3, 3\}$; $S_3 = \{0\}$; $S_4 = \{\}$; $S_5 = \{3, 7\}$; $S_6 = \{5.9, 6.1\}$; $S_7 = \{-6.1, -5.9\}$; $S_8 = \{9.99, 10.01\}$; $S_9 = \{-3.01, -2.99\}$; ■

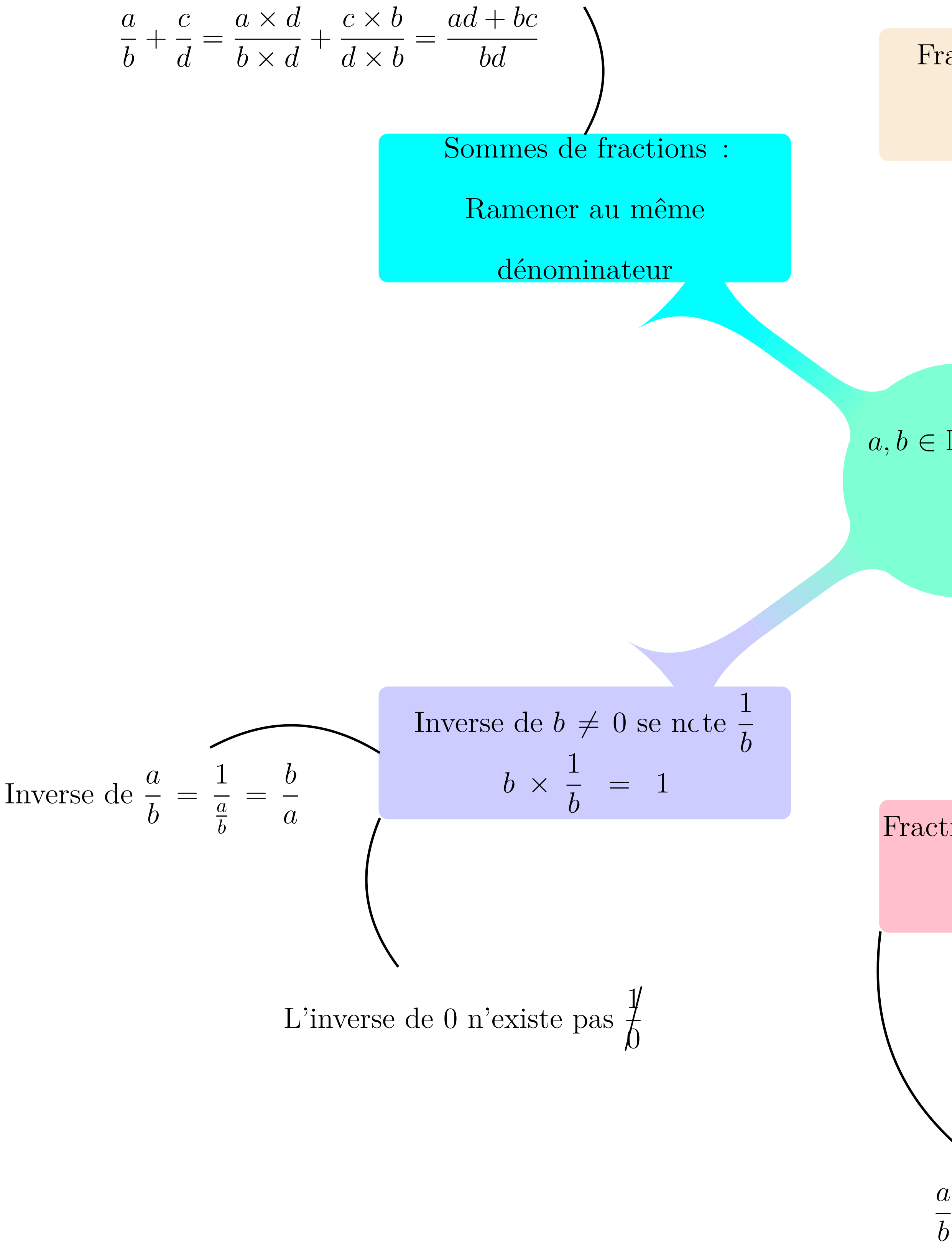


Figure 2.6 – Règles opératoires des écritures fractionnaires

Diviser revient à multiplier par l'inverse :

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

ction comme quotient :

$$\frac{a}{b} = a \div b$$

Simplification/Amplification :

$$\frac{a}{b} = \frac{a}{b} \times \frac{c}{c} = \frac{a \times c}{b \times c}$$

ℝ, $b \neq 0$

$\frac{a}{b}$

Multiplication de fractions :

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

Règles des signes :

$$\frac{-a}{b} = -\frac{a}{b} = \frac{a}{-b}$$

$$\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$$

L'unité :

$$\frac{b}{b} = b \times \frac{1}{b} = 1$$

on comme multiplication :

$$\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$$

Fractions de fractions :

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{1}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

$$\times c = \frac{a \times c}{b} = a \times \frac{c}{b}$$

Figure 2.7 – Partie 2