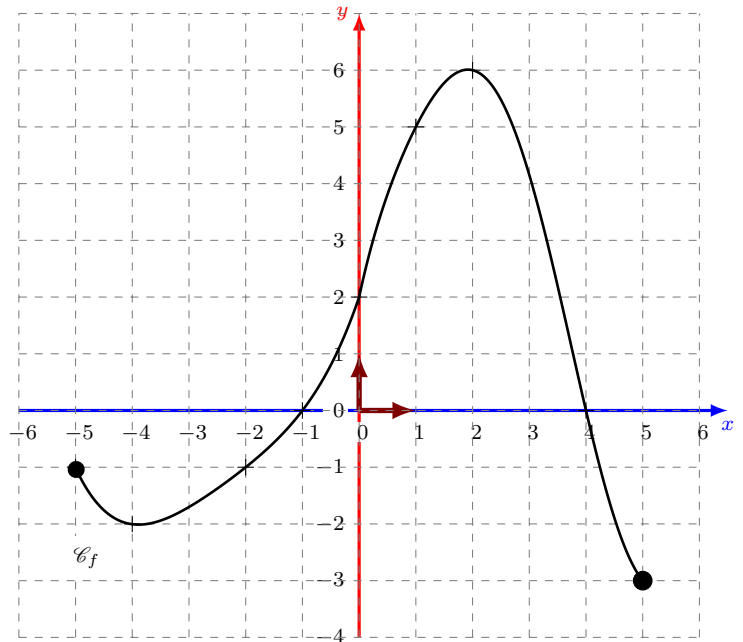


10.3.1 Exercices : étude qualitative de fonctions

■ Exemple 10.7

	Vrai	Faux
1/ f est strictement croissante sur $[-1; 1]$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2/ f est strictement décroissante sur $[4; 5]$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3/ f est strictement décroissante sur $[-5; -4]$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4/ f est monotone sur $[3; 5]$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5/ f est monotone sur $[1; 3]$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6/ Le maximum de f sur $[-5; 2]$ est atteint en $x = 6$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7/ Le minimum de f sur $[-5; 5]$ est atteint en $x = -4$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



1) Compléter en donnant le meilleur encadrement possible :

- a) Si $-3 < x < 1$ alors $\dots < f(x) < \dots$, car f est \dots sur \dots
- b) Si $3 < x < 5$ alors $\dots < f(x) < \dots$, car f est \dots sur \dots
- c) Si $-5 < x < -4$ alors $\dots < f(x) < \dots$, car f est \dots sur \dots
- d) Si $2 < a < b < 4$ alors $\dots f(a) \dots f(b) \dots$, car f est \dots sur \dots
- e) Si $-5 < a < b < -4$ alors $\dots f(a) \dots f(b) \dots$, car f est \dots sur \dots
- f) Si $-5 < a < -1$ alors $\dots < f(a) < \dots$.
- g) Si $-5 \leq a \leq -1$ alors $\dots < f(a) < \dots$.

2) Dressons le tableau de variation et de signe :

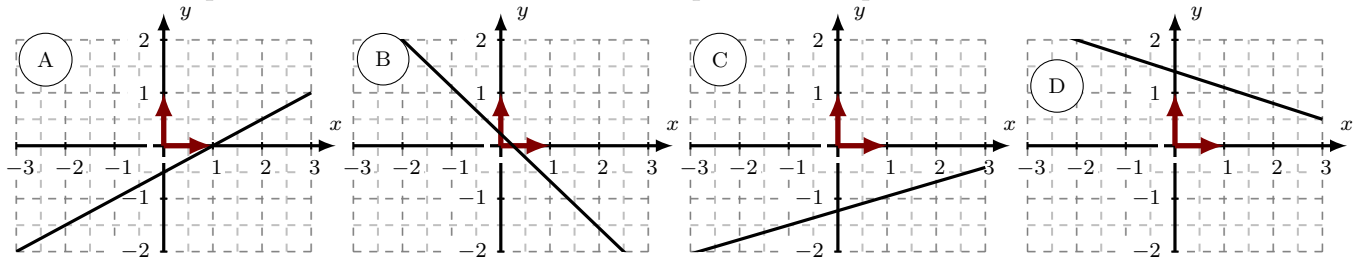
x	\dots	\dots	\dots	\dots	x	\dots	\dots	\dots	\dots
$f(x)$					signe de $f(x)$				

3) Un tableau de variations enrichi :

x	\dots	\dots	\dots	\dots
$f(x)$				

Exercice 1

Associer chaque courbe au tableau de variation qui lui correspond.



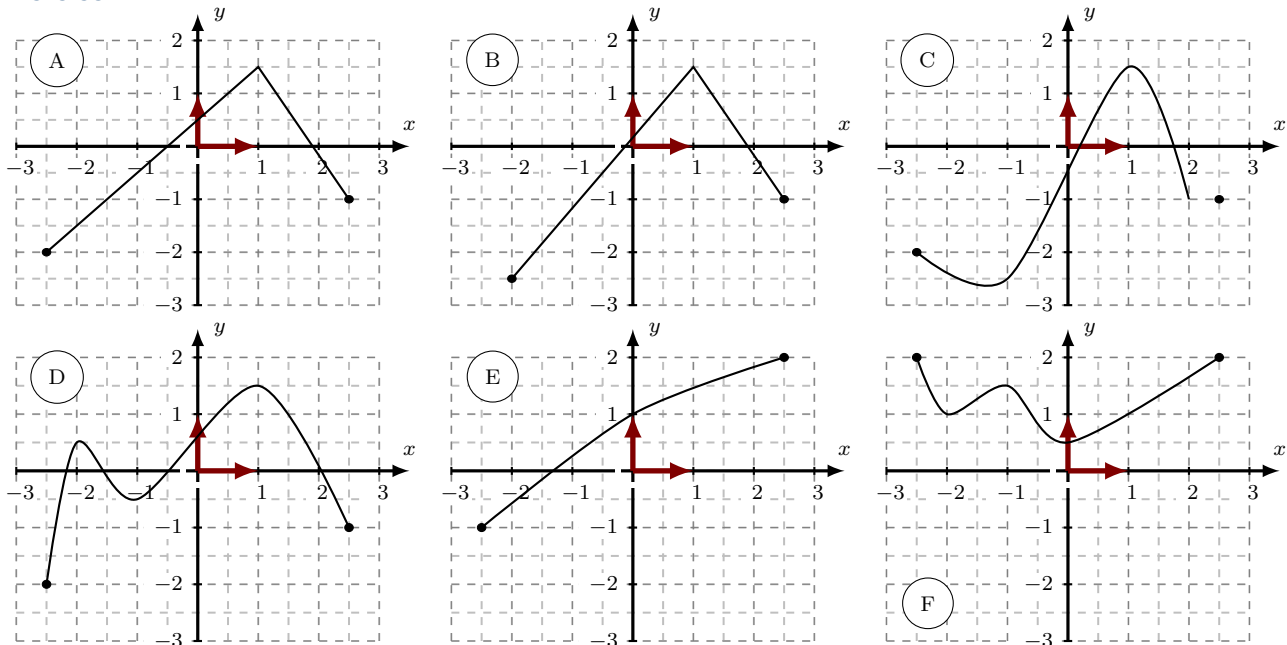
x	-2	3
$f(x)$	2	0,5

x	-2,5	3
$g(x)$	-2	-0,5

x	-2,5	3
$h(x)$	-2	1

x	-2	2,5
$i(x)$	2	-2

Exercice 2



1) Quelle représentation graphique correspond à la fonction f dont le tableau de variation est donné ci-dessous ?

2) Complétez les tableaux de variations des fonctions restantes.

x	-2,5	1	2,5
$f(x)$	-2	1,8	-1

x	
...	

x	
...	

x	
...	

Exercice 3 Soit le tableau de variation d'une fonction f .

x	-5	-3	-1	2	4
$f(x)$	4	↘ 2	↘ -2	↗ 1	↗ 4

- 1) Préciser le domaine de définition de f
- 2) Compléter les pointillés : $f(\dots) = 2$; $f(2) = \dots$
- 3) Décrire le sens de variation de la fonction f en précisant les intervalles où f est monotone.
- 4) Donner un encadrement de $f(x)$ pour $x \in [-5; -1]$.
- 5) Même question pour $x \in [2; 4]$.
- 6) Comparer les valeurs suivantes.

Préciser si l'on ne peut pas conclure à partir du tableau de variation.

- | | | |
|------------------------|--------------------|-----------------------|
| a) $f(-4) \dots f(-2)$ | c) $f(0) \dots 2$ | e) $f(0) \dots f(-2)$ |
| b) $f(-4) \dots -2$ | d) $f(-2) \dots 2$ | f) $f(-4) \dots f(1)$ |

- 7) Quel est le minimum de la fonction f sur $[-5; 4]$? En valeur de x est-il atteint ?
- 8) Quel est le nombre de solution de l'équation $f(x) = 1$? Donner un encadrement le plus précis possible de chaque solution.¹

Exercice 4 Soit le tableau de variation d'une fonction f .

x	-4	-1	1	3	3,5
$f(x)$	-4	↗ -2	↘ -5	↗ 0	↘ -1

- 1) Préciser le domaine de définition de f
 - 2) Décrire le sens de variation de la fonction f en précisant les intervalles où f est monotone.
 - 3) Sur chaque intervalle où f est monotone, donner un encadrement de $f(x)$.
 - 4) Comparer les valeurs suivantes. Préciser si l'on ne peut pas conclure.
- | | | | |
|-------------------------|------------------------|-----------------------|-------------------------|
| a) $f(-3) \dots f(-2)$ | c) $f(0) \dots f(0,2)$ | e) $f(0) \dots f(2)$ | g) $f(0) \dots f(3,25)$ |
| b) $f(3) \dots f(3,25)$ | d) $f(2) \dots f(1,8)$ | f) $f(-3) \dots f(0)$ | h) $f(-3) \dots f(2)$ |
- 5) Quel est le maximum de la fonction f sur $[-4; 3,5]$?
 - 6) Donner le nombre de solution de l'équation $f(x) = -4$ et un encadrement le plus précis possible de chacune.

1. Il est sous-entendu en seconde, qu'en l'absence d'indications supplémentaires, les fonctions sont strictement monotones et continues. Par exemple, si x varie de -3 à -1 , alors $f(x)$ prend toutes les valeurs entre -2 et 2 (une seule fois). La justification est abordée en terminale.

Exercice 5 Soit le tableau de variation d'une fonction f .

x	-3	-1	0	2	4	5
$f(x)$	-2	1	0	-3	1	3

- 1) Préciser le domaine de définition de f
- 2) Décrire le sens de variation de la fonction f en précisant les intervalles où f est monotone.
- 3) Comparer les valeurs suivantes. Préciser si l'on ne peut pas conclure.

a) $f(-2) \dots 1$ | b) $f(1) \dots 0$ | c) $f(3) \dots 0$ | d) $f(-2) \dots f(4,5)$

- 4) Quel est le nombre de solution de l'équation $f(x) = 0$? Donner un encadrement possible.

Exercice 6 Soit le tableau de variation d'une fonction f .

x	-2	1	3	3,5	4	6
$f(x)$	-7	0	-5	0	2	-1

- 1) Donner le domaine de la fonction.
- 2) Comparer les valeurs suivantes. Préciser si l'on ne peut pas conclure.

a) $f(4,5) \dots f(5,5)$ | b) $f(-1) \dots f(0)$

- 3) Quel est le nombre de solutions de l'équation $f(x) = -1$?
- 4) Dresser le tableau de signe de la fonction f .

Exercice 7 Soit le tableau de variation d'une fonction f .

x	-10	-5	1	3	5	10
$f(x)$	-3	-5	0	2	0	-1

- 1) Donner le domaine de la fonction.
- 2) Comparer les valeurs suivantes. Préciser si l'on ne peut pas conclure.

a) $f(-1) \dots f(-\frac{2}{3})$ | b) $f(2) \dots f(4)$ | c) $f(-1) \dots f(4)$

- 3) Quel est le nombre de solutions de l'équation $f(x) = -0,5$.

Donner un encadrement de chacune, le plus précis possible.

- 4) Dresser le tableau de signe de la fonction f .

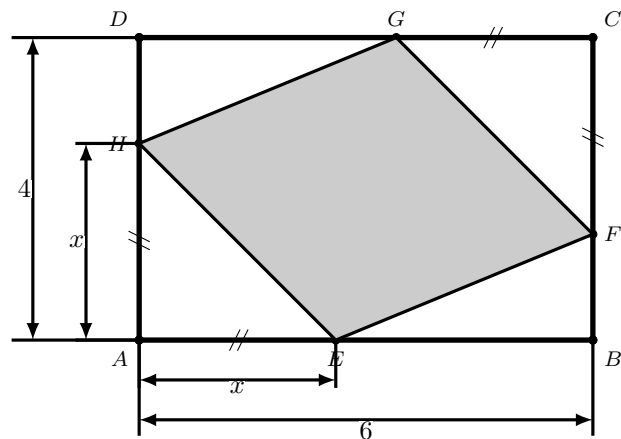
Exercice 8 Construire le tableau de variations de la fonction f sachant que :

- f est définie sur $[-1; 6]$
 - l'image de 3 par f est 1
 - $f(-1) = 3$
 - 2 est un antécédent de -1 par f .
- 6 est un antécédent de 5 par f .
 - f est décroissante sur $[-1; 2]$
 - f est croissante sur $[2; 6]$

x	
$f(x)$	

Exercice 9

Les points E , F , G et H sont placés respectivement sur les segments $[AB]$, $[BC]$ et $[CD]$ et $[AD]$ de façon à ce que $AE = AH = CF = CG = x$. On désigne par $A(x)$ l'aire du parallélogramme $EFGH$.



- 1) À quel intervalle appartient x ?
- 2) Justifier que $A(x) = 10x - 2x^2$.
- 3) Quel est le domaine de définition de la fonction A ?
- 4) À l'aide du menu fonction de la pythonette compléter le tableau de valeurs ci-dessous à l'aide de la calculatrice. Donner les résultats à 10^{-2} près.

x	0.5	1	2	3	3.5	4
$A(x)$						

- 5) À l'aide du menu fonction de la pythonette dresser le tableau de variation de A .

x
$A(x)$		

- 6) a) Déterminer graphiquement la valeur de x pour laquelle aire est égale à 4 cm^2 .
- b) Résoudre graphiquement l'équation $A(x) = 8$ d'inconnue x .
- 7) a) Résoudre graphiquement l'inéquation $A(x) \geq 12$.
- b) Pour quelles valeurs de x , l'aire est elle inférieure à 4 cm^2 .
- c) Pour quelle valeur de x l'aire est elle maximale ?