

# Chapitre Equations à une inconnue

# 10

Une **équation à une inconnue** est une égalité dans laquelle apparaît une lettre.

Une **solution** de l'équation est une valeur de l'inconnue pour laquelle l'égalité est vraie.

## ■ Exemple 10.1

Soit l'équation  $2x + 3 = x - 5$  d'inconnue  $x$ .

- a)  $x = 0$  n'est pas solution de l'équation car l'égalité  $2 \times 0 + 3 = 0 - 5$  est fausse
- b)  $x = -8$  est une solution de l'équation, car  $2 \times (-8) + 3 = (-8) - 5$  est vraie.

**Définition 10.1** Résoudre une équation c'est trouver toutes les valeurs des inconnues qui rendent l'égalité vraie.

**Définition 10.2** Deux équations sont dites **équivalentes** si elles ont le même ensemble de solutions c.à.d elles sont vraies pour les mêmes valeurs de  $x$ .

## ■ Exemple 10.2

- a) L'équation  $x^2 = x$  d'inconnue  $x$  a pour solutions  $x = 0$  et  $1$ .  
L'équation  $2x = x + 1$  d'inconnue  $x$  a une solution unique  $x = 1$ .  
Les équations ne sont pas équivalentes.
- b) Les équations  $2x = x + 1$  et  $4x = x + 3$  d'inconnues  $x$  ont pour seule solution  $x = 1$ . Elles sont équivalentes.

Pour résoudre une équation on est amené à la modifier vers une équation **équivalente** plus simple.

## Exercices

### Exercice 1 — Vérifier si une valeur est solution d'une équation à 1 inconnue.

	Vrai	Faux
1/ $x = 7$ est une solution de l'équation $-2x + 14 = 0$ d'inconnue $x$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2/ $x = 6$ est une solution de l'équation $-2x + 14 = 0$ d'inconnue $x$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3/ 9 est une solution de l'équation $3x + 9 = 5x - 9$ inconnue $x$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4/ 2 est une solution de l'équation $3x + 9 = 5x - 9$ inconnue $x$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5/ $-2$ est une solution de l'équation $x^2 = -4$ inconnue $x$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6/ 2 est une solution de l'équation $x^2 - 10x + 16 = 0$ inconnue $x$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7/ 8 est une solution de l'équation $x^2 - 10x + 16 = 0$ inconnue $x$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8/ 3 est la seule solution de l'équation $(x - 3)(x - 2) = 0$ inconnue $x$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9/ 2 est une solution de l'équation $2x + 1 = 5$ d'inconnue $x$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10/ 2 est la seule solution de l'équation $2x + 1 = 5$ d'inconnue $x$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

### Exercice 2 — Traduire en une équations.

- On désigne par  $x$  le nombre choisi, écrire pour chaque devinette une **une équation** vérifiée par  $x$ .
  - Je pense à un nombre ; j'en prends le triple et je retranche 5 au résultat. Au final, j'obtiens 7.
  - Je pense à un nombre ; je le multiplie par 3 et j'ajoute 5 au résultat. Au final j'obtiens le nombre de départ.
- Pouvez vous trouver le nombre mystère dans chaque cas ?

### ■ Exemple 10.3 — résolution en une étape : Éliminer le terme d'une somme. Résoudre :

$$E_1: 3 + x = -10 \quad \mid \quad E_2: x + 10 = 3 \quad \mid \quad E_3: -1 = 5 - x$$

### Exercice 3 — résolution en une étape. Résoudre les équations suivantes d'inconnue $x$ .

$$\begin{array}{l|l|l|l} E_1: 3 + x = 8 & E_3: 8 = x - 3 & E_5: -7 = x - 6 & E_7: -2 - x = 9 \\ E_2: x + 3 = 8 & E_4: 9 = x - 4 & E_6: 7 + x = 0 & E_8: 3 = -x + 7 \end{array}$$

### ■ Exemple 10.4 — résolution en une étape : Éliminer un facteur d'un produit. Résoudre :

$$E_1: 4x = 12 \quad \mid \quad E_2: \frac{x}{4} = 12 \quad \mid \quad E_3: -3x = 21 \quad \mid \quad E_4: -\frac{x}{3} = 21$$

### Exercice 4 — résolution en une étape. Résoudre les équations suivantes d'inconnue $x$ .

$$\begin{array}{l|l|l|l} E_1: 3x = 18 & E_3: 5 = \frac{x}{3} & E_5: -15 = 2x & E_7: -15 = 15x \\ E_2: 3x = -15 & E_4: -15 = 3x & E_6: -15 = -4x & E_8: 13 = -6x \end{array}$$

■ **Exemple 10.5 — résolution d'équations en deux étapes.**

$3x + 10 = 22$ $\begin{array}{r} -10 \quad -10 \\ \hline 3x = 12 \end{array}$ $\frac{1}{3} \times 3x = \frac{12}{3}$ $x = 4$	$-2x - 5 = 22$ $\begin{array}{r} 5 \quad 5 \\ \hline -2x = 27 \end{array}$ $\frac{1}{-2} \times -2x = \frac{27}{-2}$ $x = -13.5$
--	--

ajouter -10 aux 2 membres
ajouter 5 aux 2 membres

multiplier par  $\frac{1}{3}$  les 2 membres
 $\times \frac{1}{-2}$  les 2 membres

Pour éliminer le terme d'une somme on ..... aux deux membres l'..... de ce terme.

Pour éliminer un facteur d'un produit on ..... les deux membres par l'..... de ce terme.

**Exercice 5 — résolution en deux étapes.** Compléter pour résoudre les équations suivantes d'inconnue  $x$ .

$2x + 5 = 11$ $\begin{array}{r} \square \quad \square \\ \hline 2x = \square \end{array}$ $\square \times 2x = \square \times \square$ $x = \square$	$-2x + 10 = 0$ $\begin{array}{r} \square \quad \square \\ \hline -2x = \square \end{array}$ $\square \times 2x = \square \times \square$ $x = \square$
--	--

+  $\square$  aux 2 membres
+  $\square$  aux 2 membres

$\times \square$  les 2 membres
 $\times \square$  les 2 membres

$22 = 4x - 10$ $\begin{array}{r} \square \quad \square \\ \hline \square = \square \end{array}$ $\square = \square \times \square$ $\square = x$	$220 = 100 - 4x$ $\begin{array}{r} \square \quad \square \\ \hline \square = \square \end{array}$ $\square = \square \times \square$ $\square = \square$
--	--

+  $\square$  aux 2 membres
+  $\square$  aux 2 membres

$\times \square$  les 2 membres
 $\times \square$  les 2 membres

**Exercice 6 — résolution en deux étapes.** Résoudre les équations suivantes d'inconnue  $x$ .

$$E_1: 2x + 5 = 11$$

$$E_3: -2x + 10 = 0$$

$$E_5: 22 = 4x - 10$$

$$E_7: 2x + 100 = 0$$

$$E_2: 2x + 7 = 13$$

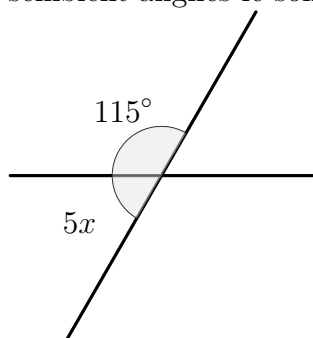
$$E_4: 3x - 10 = 19$$

$$E_6: 220 = 100 - 4x$$

$$E_8: 20x + 110 = 100$$

Résoudre l'équation d'inconnue  $x$  :  $\frac{2}{3}x + \frac{5}{6} = \frac{1}{7}$

■ **Exemple 10.6 — équation et angles.** Les flèches indiquent des droites parallèles, et les segments qui semblent alignés le sont. Écrire une équation en  $x$  et la résoudre.



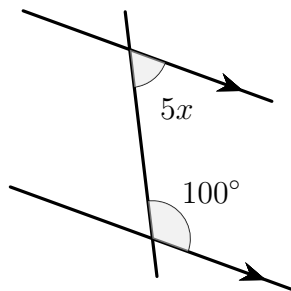
$$5x + 115 = 180$$

$$-115 \quad -115$$

$$5x = 65$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{65}{5}$$

$$x = 13$$



$$5x + 100 = 180$$

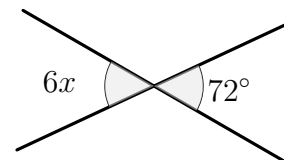
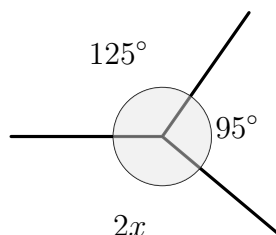
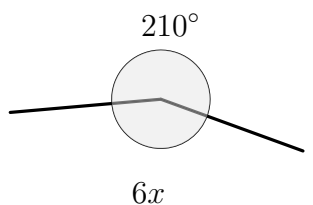
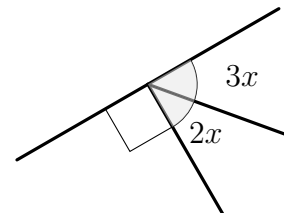
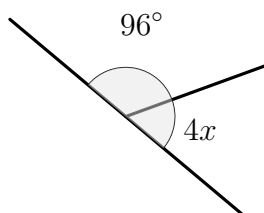
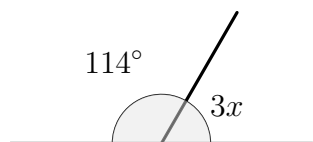
$$-100 \quad -100$$

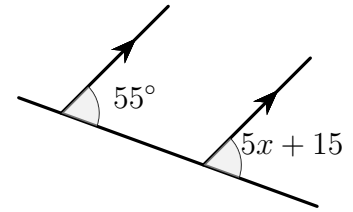
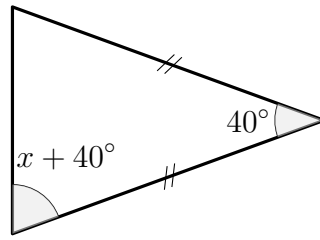
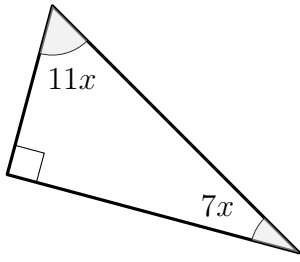
$$5x = 80$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{80}{5}$$

$$x = 16$$

### Exercice 7





### Règles de balancement

On ne change pas les solutions d'une équation si :

- on **ajoute** aux **2 membres** de l'équation une même expression.
- on **multiplie** les **2 membres** de l'équation par **une même** expression **non nulle**.
- on **développe**, **factorise**, **réduit** ... un des deux membres de l'équation.

#### ■ Exemple 10.7 — l'inconnue des deux côtés.

$$E_1: 2x + 3 = x + 5 \quad | \quad E_2: -3x + 3 = x + 5 \quad | \quad E_3: -5 + x = -3 + 3x \quad | \quad E_4: 5 + x = 3 - 3x$$

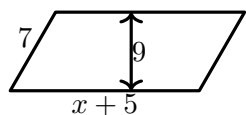
#### Exercice 8 — l'inconnue des deux côtés. Résoudre les équations suivantes d'inconnue $x$ .

$$\begin{array}{l|l|l} E_1: x + 5 = 3x + 3 & E_4: 3 + x = 5 - 3x & E_7: -2x - 5 = 7x + 1 \\ E_2: x - 5 = 3x - 3 & E_5: 3 - x = 5 - 3x & E_8: -5x - 5 = -x + 8 \\ E_3: 5 - x = -3 - 3x & E_6: 3 - x = 5 + 3x & E_9: -4x + 3 = 7x - 6 \end{array}$$

#### Exercice 9 — 🌿 Entraînement 3<sup>e</sup>. Résoudre les équations suivantes d'inconnue $x$ . Vous pouvez commencer par développer simplifier réduire les membres de l'équation.

$$\begin{array}{l|l|l} E_1: 5 - (-7x - 3) = x - 6 & E_3: 3(x - 5) = -3(2x + 1) & E_5: 3(2x + 5) - 3(5x - 1) = 0 \\ E_2: 2(2x - 6) = -8x + 5 & E_4: 2x - 3(x - 5) = x + 1 & E_6: 3(x - 5) - 3(2x + 1) = 5 \end{array}$$

■ **Exemple 10.8** — résolution d'équations en deux étapes. Trouvez  $x$  dans chaque cas.

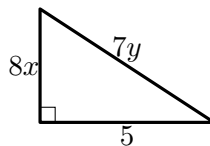


L'aire du parallélogramme est

$$81 \text{ cm}^2.$$

$$9(x + 5) = 81$$

$$9x + 45 = 81$$

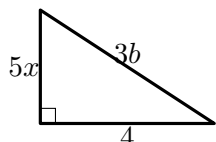


L'aire du triangle est  $60 \text{ cm}^2$ .

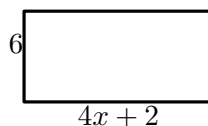
$$\frac{8x \times 5}{2} = 60$$

$$\frac{40x}{2} = 60$$

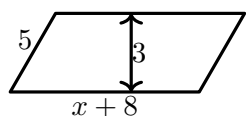
**Exercice 10** Trouvez  $x$  pour chaque figure. Attention à l'énoncé.



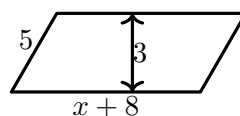
L'aire du triangle est  $55 \text{ cm}^2$ .



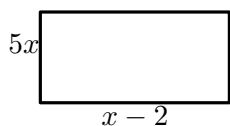
L'aire du rectangle est  $204 \text{ cm}^2$ .



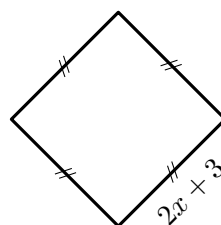
Le périmètre du parallélogramme est  $40 \text{ cm}$ .



L'aire du parallélogramme est  $40 \text{ cm}^2$ .



Le périmètre du rectangle est  $152 \text{ cm}$ .



Le périmètre du carré est  $52 \text{ cm}$ .

■ **Exemple 10.9** Un immeuble de 4 étages mesure 17,6 mètres de haut. La hauteur du toit est 1,5 fois celle d'un étage.  $x$  est la hauteur d'un étage. Donner une équation d'inconnue  $x$ .

**Exercice 11** Trois bâtons mesurent ensemble 2,5 mètres. Le deuxième mesure 0,3 m de plus que le premier. Le troisième mesure 0,2 m de moins que le premier. On appelle  $x$  la longueur du premier bâton.

- 1) Exprime les longueurs des autres bâtons à l'aide de  $x$ .
- 2) Justifier que  $x$  vérifie l'équation  $3x + 0,1 = 2,5$ .
- 3) Résoudre l'équation puis déterminer la longueur de chaque bâton.

#### Exercice 12

Pour la rentrée scolaire, Blandine achète 6 classeurs et un livre. Elle paie au total 27,60 €. Le prix du livre est 5,2 € de plus que le classeur. On note  $x$  le prix d'un classeur.

- 1) Exprime les longueurs des autres bâtons à l'aide de  $x$ .
- 2) Justifier que  $x$  vérifie l'équation  $7x + 5,2 = 27,6$ .
- 3) Résoudre l'équation puis déterminer la longueur de chaque bâton.

#### Exercice 13

Le périmètre d'un terrain de football rectangulaire est 290 mètres. Sa longueur mesure 10 mètres de plus que le double de sa largeur. On appelle  $x$  la largeur du terrain.

- 1) Exprimer la longueur, puis le périmètre du terrain à l'aide de  $x$ .
- 2) Montrer que  $x$  vérifie l'équation  $6x + 20 = 290$ .
- 3) Retrouver les dimensions du terrain.

#### Exercice 14

Je suis un nombre. Multiplié par 5 puis diminué de 3, je vau mon triple augmenté de 11. Qui suis-je ?

#### Exercice 15

Après une réduction de 25%, un pull coûte 84 €. On appelle  $x$  le prix de départ du pull.

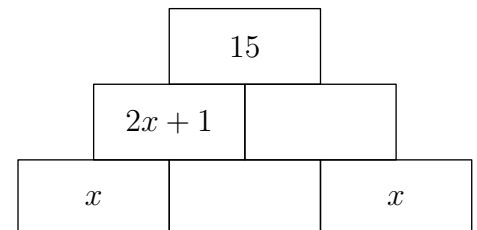
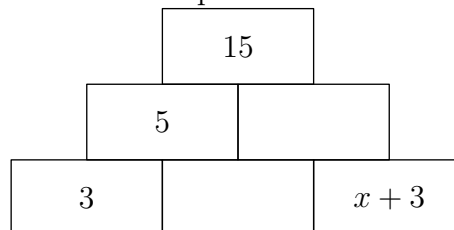
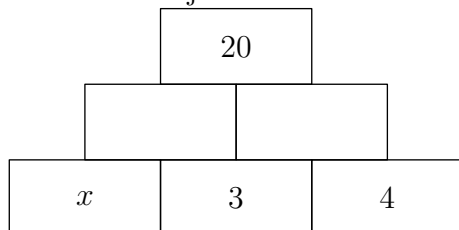
- a) Montrer que  $x$  vérifie l'équation  $0,75x = 84$
- b) Quel est le prix de départ du pull ?

#### Exercice 16

Après une augmentation de 15%, un pull coûte 105 €. On appelle  $x$  le prix de départ du pull.

- a) Montrer que  $x$  vérifie l'équation  $0,75x = 84$
- b) Quel est le prix de départ du pull ?

**Exercice 17** Dans ces grilles, la valeur d'une case est égale à la somme des valeurs écrites dans les deux cases situées juste en dessous. Trouver  $x$  dans chaque cas.



solutions de l'exercice 1.

	Vrai	Faux
1/ $x = 7$ est une solution de l'équation $-2x + 14 = 0$ d'inconnue $x$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2/ $x = 6$ est une solution de l'équation $-2x + 14 = 0$ d'inconnue $x$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
3/ 9 est une solution de l'équation $3x + 9 = 5x - 9$ inconnue $x$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4/ 2 est une solution de l'équation $3x + 9 = 5x - 9$ inconnue $x$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
5/ $-2$ est une solution de l'équation $x^2 = -4$ inconnue $x$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6/ 2 est une solution de l'équation $x^2 - 10x + 16 = 0$ inconnue $x$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7/ 8 est une solution de l'équation $x^2 - 10x + 16 = 0$ inconnue $x$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8/ 3 est la seule solution de l'équation $(x - 3)(x - 2) = 0$ inconnue $x$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
9/ 2 est une solution de l'équation $2x + 1 = 5$ d'inconnue $x$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10/ 2 est la seule solution de l'équation $2x + 1 = 5$ d'inconnue $x$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

solutions de l'ex 3.

$$S_1 = \{5\};$$

$$S_2 = \{5\};$$

$$S_3 = \{11\};$$

$$S_4 = \{13\};$$

$$S_5 = \{-1\};$$

$$S_6 = \{-7\};$$

$$S_7 = \{-11\};$$

$$S_8 = \{4\};$$

$$S_4 = \left\{-\frac{1}{5}\right\};$$

$$S_5 = \left\{-\frac{15}{2}\right\};$$

$$S_6 = \left\{\frac{15}{4}\right\};$$

$$S_7 = \{-1\};$$

$$S_8 = \left\{-\frac{13}{6}\right\};$$

$$S_6 = \{-30\};$$

$$S_7 = \{50\};$$

$$S_8 = \left\{-\frac{1}{2}\right\};$$

$$S_8 = \left\{-\frac{13}{4}\right\};$$

$$S_9 = \left\{\frac{9}{11}\right\};$$

solutions de l'ex 4.

$$S_1 = \{6\};$$

$$S_2 = \{-5\};$$

$$S_3 = \{15\};$$

solutions de l'ex 6.

$$S_1 = \{3\};$$

$$S_2 = \{3\};$$

$$S_3 = \{5\};$$

$$S_4 = \left\{\frac{29}{3}\right\};$$

$$S_5 = \{8\};$$

solutions de l'ex 8.

$$S_1 = \{1\};$$

$$S_2 = \{-1\};$$

$$S_3 = \{-4\};$$

$$S_4 = \left\{\frac{1}{2}\right\};$$

$$S_5 = \{1\};$$

$$S_6 = \left\{-\frac{1}{2}\right\};$$

$$S_7 = \left\{-\frac{2}{3}\right\};$$

solutions de l'ex 9.

$$S_1 = \left\{-\frac{7}{3}\right\};$$

$$S_2 = \left\{\frac{17}{12}\right\};$$

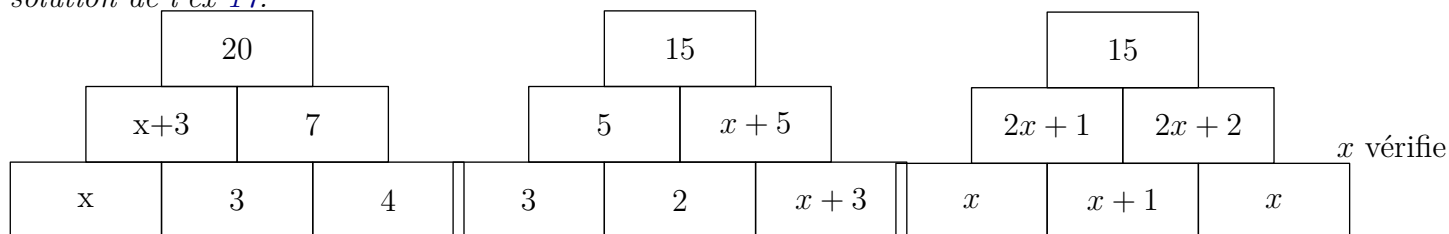
$$S_3 = \left\{\frac{4}{3}\right\};$$

$$S_4 = \{7\};$$

$$S_5 = \{2\};$$

$$S_6 = \left\{-\frac{23}{3}\right\};$$

solution de l'ex 17.



$x$  vérifie  $20 = x + 3 + 7$ .  
 $2x + 1 + 2x + 2 = 15$ .

$x$  vérifie  $15 = x + 5 + 5$ .