Brevet Blanc n° 1
Épreuve de Mathématiques
Durée : 2 heures

Vendredi 19 Janvier 2024

Calculatrice PERSONNELLE autorisée.

Le sujet comporte **7** exercices pour un total de **100 points**.
Les exercices sont indépendants et peuvent être traités dans le désordre.

Indications portant sur l'ensemble du sujet :

- Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf indication contraire.
- Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice 1 — DNB Décembre 2020 Nouvelle Calédonie. **16 points**

1. Justifier que le nombre 102 est divisible par 3.
2. On donne la décomposition en produits de facteurs premiers de 85 : $85 = 5 \times 17$.
   Décomposer 102 en produits de facteurs premiers.
3. Donner 3 diviseurs **non** premiers du nombre 102.

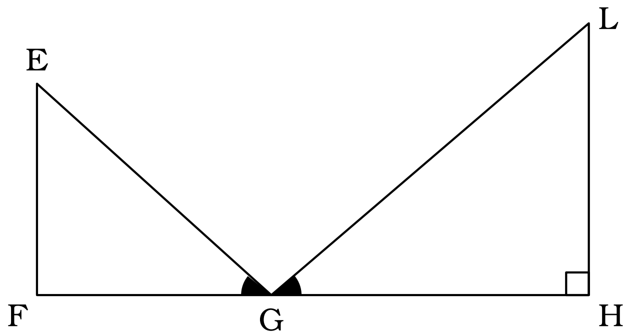
Un libraire dispose d'une feuille cartonnée de 85 cm sur 102 cm.
Il souhaite découper dans celle-ci, en utilisant toute la feuille, des étiquettes carrées.
Les côtés de ces étiquettes ont tous la même mesure.

4. Les étiquettes peuvent-elles avoir 34 cm de côté ? Justifier.
5. Le libraire découpe des étiquettes de 17 cm de côté.
   Combien d'étiquettes pourra-t-il découper dans ce cas ?

Exercice 2 — DNB Octobre 2023 Amérique du Sud. **18 points**

On considère la figure ci-contre dans laquelle:

- Les points F, G et H sont alignés
- (LH) est perpendiculaire à (FH)
- EF $= 18$ cm ; FG $= 24$ cm ; EG $= 30$ cm ;
  GH = $38,4$ cm
- $\widehat{\text{EGF}} = \widehat{\text{LGH}}$.



La figure n'est pas en vraie grandeur.

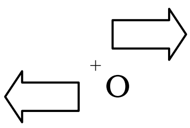
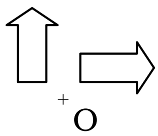
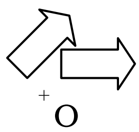
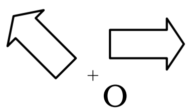
1. Montrer que le triangle EFG est rectangle en F.
2. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{\text{EGF}}$.
   Donner l'arrondi au degré près.
3. On admet que le triangle LGH est un agrandissement du triangle EGF. Parmi les propositions suivantes, quel est le coefficient d'agrandissement qui permet de passer du triangle EFG au triangle LHG ?
   Expliquer.

0,625	1,28	1,6	2,6

4. Quel est le périmètre du triangle LGH ?

Exercice 3 **16 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).
Pour chaque question, une seule des quatres réponses proposées est exacte.
Sur la copie, indiquer le numéro de la question et la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée pour cet exercice.
Aucun point ne sera enlevé en cas de mauvaise réponse.

	Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
1/ Si $x = -4$ alors $x^2 + 3x + 4$ est égal à :	8	0	-24	-13
2/ Une expression développée de $A = (x+2)(3x-1)$ est …	$3x^2 + 5x - 2$	$3x^2 + 6x - 2$	$3x^2 - 1$	$7x - 2$
3/ Une expression développée de $B = (2x+1)^2 - 4$ est …	$2x^2 - 3$	$2x^2 + 2x - 3$	$2x^2 + 4x - 3$	$4x^2 + 4x - 3$
4/ Pour tout nombre x, $(x-2)(x+2)$ est égal à	$x^2 - 4$	$x^2 + 4$	$2x - 4$	$2x$
5/ La notation scientifique de 1 500 000 000 est	15×10^{-8}	15×10^{8}	$1{,}5 \times 10^{-9}$	$1{,}5 \times 10^{9}$
6/ La décomposition en produit de facteurs premiers de 195 est :	5×39	$1 \times 100 + 9 \times 10 + 5$	$3 \times 5 \times 13$	3×65
7/ Entourer la figure ou l'on a représenté une flèche et son image par une rotation de centre O et d'angle 90°				
8/ La valeur de x saisie est 4. 1 demander (Valeur de x ?) et attendre 2 mettre x à (réponse) 3 mettre y à ((x) + (2)) 4 mettre z à ((3) - (x)) 5 dire ((y) * (z)) - (6) La valeur affichée par le script est	10	4	0	-12

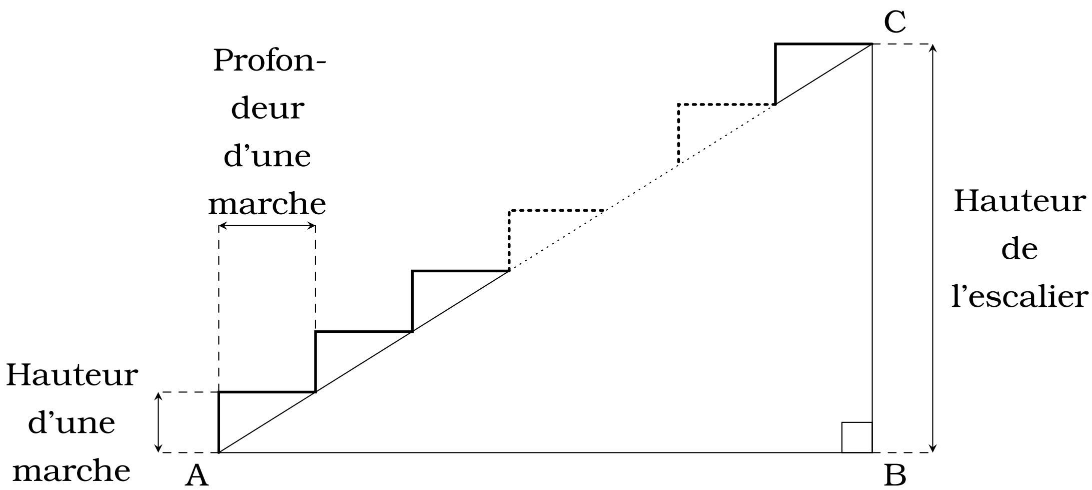
Exercice 4 — DNB Juin 2023 Métropole. **13 points**

On veut fabriquer un escalier en bois de hauteur 272 cm.

La figure ci-dessous représente une vue de profil de cet escalier.

La hauteur d'une marche est de 17 cm.

La profondeur d'une marche pour poser le pied mesure 27 cm.



1. a) Montrer qu'il faut prévoir 16 marches pour construire cet escalier.
   b) Montrer que la longueur AB est égale à 432 cm.
2. Pour permettre une montée agréable, l'angle $\widehat{BAC}$ doit être compris entre $25°$ et $40°$.
   a) Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$, arrondie au degré près.
   b) L'escalier permet-il une montée agréable ?
3. On rédige le programme ci-contre avec le logiciel Scratch pour dessiner cet escalier.
   (1 cm dans la réalité est représenté par 1 pas dans le programme.)
   Recopier les lignes $5, 6, 7$ et 9 **sur la copie** en les complétant.

```
1 Quand [drapeau] est cliqué
2 s'orienter à (90)
3 [stylo] effacer tout
4 [stylo] stylo en position d'écriture
5 répéter (...) fois
6     tourner ↺ de (...) degrés
7     avancer de (...) pas
8     tourner ↻ de (90) degrés
9     avancer de (...) pas
```

Exercice 5 — DNB Juin 2023 Centres étrangers. **15 points**

Amir et Sonia ont chacun inventé un programme de calcul.

Programme d'Amir
- Choisir un nombre
- Soustraire 5
- Prendre le double du résultat

Programme de Sonia
- Choisir un nombre
- Ajouter 3
- Multiplier le résultat par le nombre choisi
- Soustraire 16

1. Montrer que si le nombre choisi au départ est 6 alors on obtient 2 avec le programme d'Amir et on obtient 38 avec celui de Sonia.
2. Amir et Sonia souhaitent savoir s'il existe des nombres choisis au départ pour lesquels les deux programmes renvoient le même résultat.
   Pour cela, ils complètent la feuille de calcul ci-dessous :

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Nombre choisi	-2	-1	0	1	2	3	4
2	Programme d'Amir	-14	-12	-10	-8	-6	-4	-2
3	Programme de Sonia	-18	-18	-16	-12	-6	2	12

   Aucune justification n'est attendue pour les deux questions ci-dessous.

   a) Parmi les trois propositions suivantes, recopier sur votre copie la formule qui a été saisie dans la cellule B2 avant d'être étirée vers la droite.

   =(B1 $-5)*2$ | =$(-2-5)*2$ | =B1 $-5*2$

   b) En vous aidant de la feuille de calcul, quel nombre doivent-ils choisir pour obtenir des résultats égaux avec les deux programmes ?
3. Sonia et Amir souhaitent vérifier s'il existe d'autres nombres permettant d'obtenir des résultats égaux avec les deux programmes.
   Pour cela, ils décident d'appeler x le nombre choisi au départ de chacun des programmes.

   a) Montrer que le résultat obtenu avec le programme de Sonia est donné par $S(x) = x^2 + 3x - 16$.

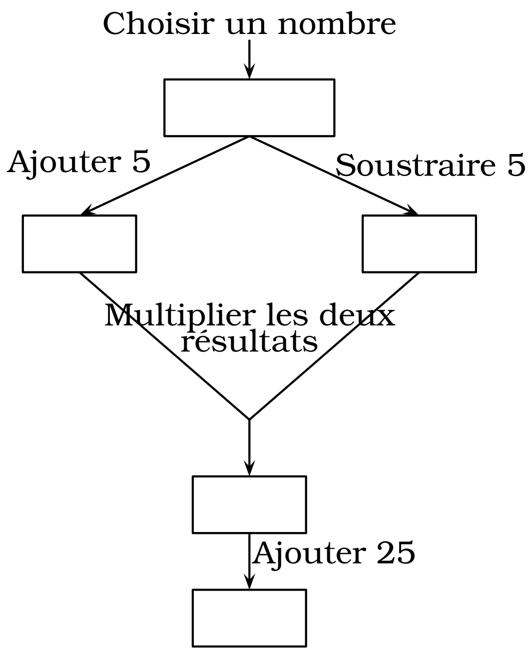
   b) Quelle formule a été saisie dans la cellule B3 avant d'être étirée vers la droite pour obtenir la ligne de Sonia dans le tableau ?

   c) Trouvez une autre valeur du nombre choisi x pour laquelle les deux programmes retournent le même résultat.

Exercice 6 — DNB Juin 2022 Polynésie. **12 points**

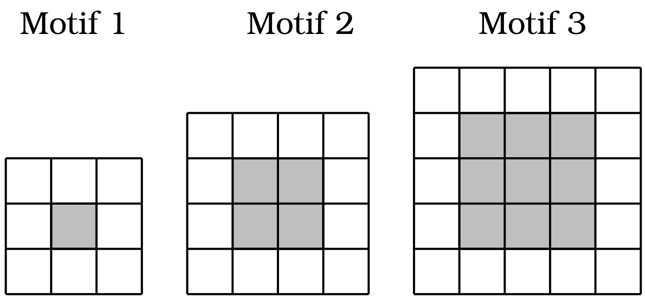
On considère le programme de calcul ci-contre :

1. a) Si on choisit le nombre 7, vérifier qu'on obtient 49 à la fin du programme
   b) Si on choisit le nombre -4, quel résultat obtient-on à la fin du programme ?
2. On note x le nombre choisi au départ
   a) Exprimer en fonction de x le résultat obtenu. Vous écrirez le résultat sous forme développée et réduite.
   b) Sarah dit : « Avec ce programme de calcul, quel que soit le nombre choisi au départ, le résultat obtenu est toujours le carré du nombre de départ ».
   Qu'en pensez-vous ?



Exercice 7 — DNB Juin 2017 Asie. **10 points**

Gaspard réalise des motifs avec des carreaux de mosaïque blancs et gris de la façon suivante :



Gaspard forme un carré avec des carreaux gris puis le borde avec des carreaux blancs.

1. Combien de carreaux blancs Gaspard va-t-il utiliser pour border le carré gris du motif 4 (un carré ayant 4 carreaux gris de côté) ?
2. a) Justifier que Gaspard peut réaliser un motif de ce type en utilisant exactement 144 carreaux gris.
   b) Combien de carreaux blancs utilisera-t-il alors pour border le carré gris obtenu ?
3. On appelle « motif n » le motif pour lequel on borde un carré de n carreaux gris de côté.
   Trois élèves ont proposé chacun une expression pour calculer le nombre de carreaux blancs nécessaires pour réaliser le « motif n » :
   - Expression n° 1 : $2 \times n + 2 \times (n + 2)$
   - Expression n° 2 : $4 \times (n + 2)$
   - Expression n° 3 : $4 \times (n + 2) - 4$

   Une seule de ces trois expressions ne convient pas. Laquelle ?

Corrigé

correction de l' exercice 1. **TOTAL 16 PTS**

1. **(3 PTS)** • Comme $1+0+2=3$, 102 est un multiple de 3 (critère de divisibilité par 3 ;
   • $102 = 90+12 = 3\times30+3\times4 = 3\times(30+4) = 3\times34$.
   102 est un multiple de 3 : il est divisible par 3.
2. **(2 PTS)** $85 = 5\times17$. et $102 = 3\times34 = 3\times2\times17 = 2\times3\times17$.
3. **(4 PTS)** Donner 3 diviseurs non premiers du nombre 102.
   $2\times3=6$; $2\times17=34$; $3\times17=51$ sont trois diviseurs de 102 non premiers.
4. **(3 PTS)** Si toute la feuille est utilisée c'est que la longueur et la largeur sont des multiples des côtés du carré. Ces côtés ont donc une longueur c qui divise à la fois 102 et 85.
   Or 34 ne divise pas 85 (car 2 divise 34 mais ne divise pas 85). les étiquettes ne peuvent pas faire 34cm de côté.
5. **(4 PTS)** Par contre 17 divise 85 $(85=5\times17)$ et 17 divise 102 $(102=17\times6)$.
   Les étiquettes rentrent 5 fois en largeur et 6 fois en longueur : il y en aura donc $5\times6=30$ par feuille.
   Remarque : on peut aussi utiliser les aires. Une étiquette a une aire de $17\times17=289$ et la feuille une aire de $85\times102=8\,670$.
   On pourra faire $\dfrac{8\,670}{289}=30$ étiquettes dans une feuille.

■

correction de l' exercice 2. **TOTAL 18 PTS**

1. **(6 PTS), mais 3 PTS si rédaction non respectée**
   Dans le triangle EFG, $[EG]$ est le plus grand côté.

EG^2	$EF^2 + FG^2$
30^2	$18^2 + 24^2$
	$324 + 576$
900	900

   Comme $EG^2=EF^2+FG^2$, alors le triangle EFG est rectangle en F d'après la réciproque du théorème de Pythagore.
2. **(5 PTS) dont 1PT Rapport+1PT substitution+3PTS valeur angle**, « Dans le triangle rectangle est facultatif »
   et -1PT pour 36° ou non arrondi
   Dans le triangle GFE, rectangle en F, on a :
   $$\cos(\widehat{FGE})=\frac{GF}{GE}$$
   $$\cos(\widehat{FGE})=\frac{24}{30}$$
   $$\widehat{FGE}\approx37°$$
   où
   $$\sin(\widehat{FGE})=\frac{FE}{GE}$$
   $$\sin(\widehat{FGE})=\frac{18}{30}$$
   $$\widehat{FGE}\approx37°$$
   où
   $$\tan(\widehat{FGE})=\frac{FE}{GF}$$
   $$\tan(\widehat{FGE})=\frac{18}{24}$$
   $$\widehat{FGE}\approx37°$$
3. **(3 PTS)** GH et FG sont des côtés homologues. Le rapport d'agrandissement est $k=\dfrac{GH}{FG}=\dfrac{38.4}{24}=1{,}6$
4. **(4 PTS)** , Si coefficient faux mais bon calcul=2PTS $\mathscr{P}_{GHL}=1{,}6\times\mathscr{P}_{EFG}=1{,}6\times(19+24+30)=115{,}2$ cm.

■

correction de l' exercice 3. **TOTAL 16 PTS**

avec **(2 PTS) par question**

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	D	A	D	C	B	D

■

correction de l' exercice 4. **TOTAL 13 PTS**

1. a) **(1 PT)** Il faut compter $\frac{272}{17} = 16$ (marches).
   b) **(2 PTS)** 16 marches d'une profondeur de 27 cm donne une longueur AB $= 16 \times 27 = 432$ (cm).
2. a) **(5 PTS)** Dans le triangle ABC, rectangle en B : $\tan \widehat{\text{BAC}} = \frac{\text{BC}}{\text{AB}} = \frac{272}{432} \approx 0{,}629\ 6$.
   La calculatrice donne alors $\widehat{\text{BAC}} \approx 32,2$, d'où : $\widehat{\text{BAC}} \approx 32°$ au degré près.
   b) **(1 PT), 0.5 si non justifié** Comme $25 < 32 < 40$, on peut prévoir une montée agréable.
3. **(4 PTS) = 1pt par instruction**
   5 Répéter 16 fois
   6 Tourner de 90 degrés
   7 avancer de 17 pas
   9 avancer de 27 pas.

■

correction de l' exercice 5. **TOTAL 15 PTS**

1. **(3 PTS)** Si le nombre choisi au départ est 6 alors avec le programme d'Amir on obtient: $(6-5) \times 2 = 2$.
   Avec le programme de Sonia, on obtient : $(6+3) \times 6 - 16 = 54 - 16 = 38$.
2. a) **(2 PTS)** La formule qui a été saisie dans la cellule B2 avant d'être étirée vers la droite est :
   =(B1 $-5)*$ 2
   b) **(2 PTS)** D'après la feuille de calcul, le nombre qu'ils doivent choisir pour obtenir des résultats égaux avec les deux programmes est 2 puisque l'on obtient -6 avec les deux programmes.
3. a) **(3 PTS)** Le résultat obtenu avec le programme de Sonia est donné par $(x+3) \times x - 16 = x^2 + 3x - 16$.
   b) **(2 PTS)** Il faut saisir $= B1*B1+3*B1-16$.
   c) **(3 PTS)**-3 est une valeur possible.

■

correction de l' exercice 6. **TOTAL 12 PTS**

1. a) **(2 PTS) avec détails des étapes**$(7+5) \times (7-5) + 25 = 12 \times 2 + 25 = 24 + 25 = 49$.
   Avec 7 au départ on obtient bien 49 en sortie.
   b) **(4 PTS) avec détails des étapes**$(-4+5)(-4-5)+25 = 1 \times (-9)+25 = -9+25 = 16$.
   Avec -4 au départ on obtient 16 en sortie.
2. a) **(4 PTS)** $(x+5)(x-5)+25 = x^2-5^2+25 = x^2$
   b) **(2 PTS)** D'après le calcul précédent : $(x+5)(x-5) + 25 = x^2 - 25 + 25 = x^2$. Sarah a raison.

■

solution de l'exercice 7 . **TOTAL 10 PTS**

1. **(2 PTS)**Le nombre de carrés blancs est successivement :
   $3^2 - 1^2 = 8$; $4^2 - 2^2 = 12$; $5^2 - 3^2 = 16$ et donc dans le motif 4 : $6^2 - 4^2 = 36 - 16 = 20$.
2. a) **(3 PTS)** Le nombre de carrés gris est successivement :
   $1^2 = 1$; $2^2 = 4$; $3^2 = 9$; $\dots 11^2 = 121$; $12^2 = 144$.
   b) **(3 PTS)** Combien de carreaux blancs utilisera-t-il alors pour border le carré gris obtenu ? Le nombre de carreaux blancs sera alors de : $14^2 - 12^2 = 196 - 144 = 52$.
3. **(3 PTS), valorisation du raisonnement**
   C'est l'expression n° 2 : avec elle pour $n = 1$, le nombre de carreaux blancs serait $4 \times (1+2) = 4 \times 3 = 12$; or on a vu que dans ce motif le carré gris est entouré de 8 carreaux blancs.

■