




Chapitre 3

Calculs algébriques (1)

Table 3.1 – Objectifs. À fin de ce chapitre 3...

	Pour m'entraîner 🏆		
Je dois connaître.../savoir faire...			
Expressions littérales			
Substituer une variable par une valeur	1		
Simplifier et réduire un expression	6, 9		
Utiliser la distributivité simple pour simplifier	7	5, 8	
Utiliser la distributivité double pour simplifier		10, 11	12
Utiliser la triple distributivité pour simplifier des sommes		13	14
Identité remarquable : différence des carrés	22	21, 23	
Problèmes			
Traduire un programme de calcul par une expression littérale.	2, 3, 4		
démontrer qu'une égalité est une identité	17	18, 19, 20	
choisir une expression à partir d'une figure	15	16	

Déroulement

- exercices 1 à 4
- auto-positionnement : exercice 5.
- Entraînement semi-autonome : exercices 6 à 14
- Notion d'identités : exercice 17, puis problèmes type Brevet exercices 18 à 20.
- Identités remarquables : concepts exercice 21, puis jusqu'au 23

3.1 Langage algébrique

Une **expression littérale** est une écriture mathématique qui contient des lettres appelées **variables**. Une variable peut prendre n'importe quelle valeur¹.

Définition 3.1 — monômes. Une expression de la forme ax^n est un monôme : (1) x est la variable (2) n est le degré du monôme (3) a est le coefficient.

Les monômes de même degré sont dit **similaires**.

■ **Exemple 3.1** $5x^2 + 3x + 2$ est une expression **réduite ordonnée**.

- 2 est le terme constant
- $3x$ est le terme linéaire. Il est **similaire** à x .
- $3x + 2$ est une expression affine (de degré 1)
- $5x^2$ est le monôme de degré 2. Il est similaire à x^2 .

$$5 \boxed{x^2} + 3 \boxed{x} + \boxed{2}$$

Définition 3.2 Simplifier une expression c'est l'écrire sous forme réduite ordonnée.

3.2 Multiplier des expressions

Règle 1 : Axiome de distributivité

Pour tout nombres relatifs a, b et x : $(a + b) \times x = (a \times x) + (b \times x)$

a. interprétation simple : a paquets de $x + b$ paquets de $x = (a + b)$ paquets de x !

Règle 2

Pour tout réel a : $a \times (-1) = (-a)$

Développer est une activité qui consiste à exploiter les 2 règles précédentes jusqu'à plus possible pour écrire une expression égale sous forme d'une **somme de termes**.

■ **Exemple 3.2** $A = -(2x - 5) = -2x + 5$

La double distributivité Pour tout réels $a, b, x, y \in \mathbb{R}$:

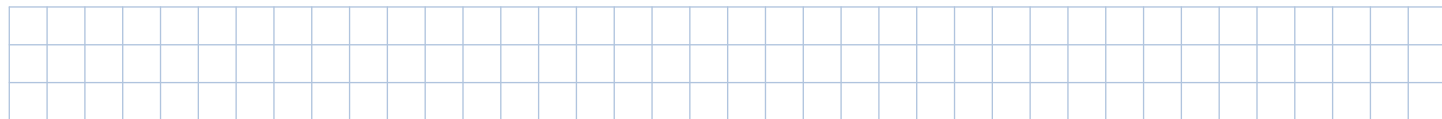
$$\begin{aligned} (x + y)(a + b) &= x(a + b) + y(a + b) \\ &= xa + xb + ya + yb \end{aligned}$$

1. En mathématiques, on utilise certaines lettres pour différentes type de variables :

- n et m ... pour les entiers positifs ou négatifs
- x, y et z pour des quantités inconnues.
- a, b et c sont réservés à des quantités connues.

■ **Exemple 3.3** Pour $x \in \mathbb{R}$, développer ² : $A = (-5x + 1)(3x - 1)$

$$B = (2x + 5) - (3x - 1)$$



3.3 Identité remarquable

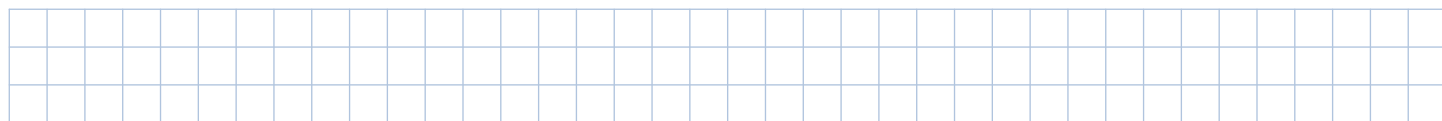
Une **identité** est une égalité dans laquelle apparaît une ou plusieurs lettres (dites variables) et qui reste vraie quelles que soient les valeurs prises par les variables.

Proposition 3.1 — Le carré d'une somme.

Pour tout a et b on a l'égalité suivante :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Démonstration. Développer $(a + b)(a + b)$. ■



Proposition 3.2 — Différence de deux carrés. Pour tous nombres A et B on a l'égalité suivante :

$$(a - b)(a + b) = (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$(a - b)$ et $(a + b)$ sont des termes conjugués.

Démonstration. Développer $(a + b)(a - b)$. ■

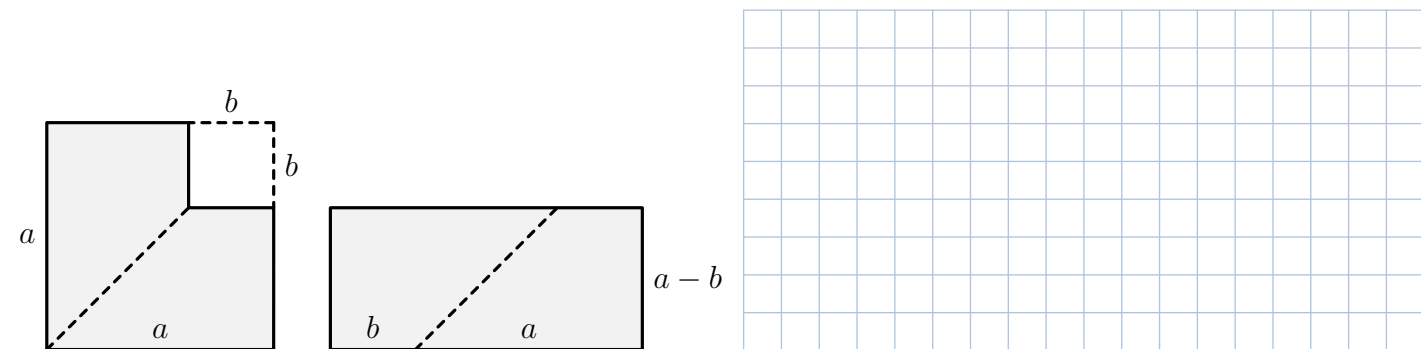


Figure 3.2 – Illustration géométrique de la différence de deux carrés, avec $a \geq b \geq 0$

2. Utiliser l'exerciseur en ligne https://www.mathix.org/exerciseur_calcul_litteral/

3.4 Exercices

3.4.1 Exercices : évaluer et écrire des expressions

Exercice 1 —  substitution. Complétez :

Si $x = -6$ alors $10 + 9x = \dots\dots\dots$ Si $x = -2$ alors $-3x - 5 = \dots\dots\dots$

Si $x = -7$ alors $-9 + 7x = \dots\dots\dots$ Si $x = -8$ alors $-8 + 9x = \dots\dots\dots$

Si $x = 3$ alors $-2(4 - 7x) = \dots\dots\dots$ Si $x = 1$ alors $8(1 + 4x) = \dots\dots\dots$

Si $x = 2$ alors $-3x^2 + 5x + 1 = \dots\dots\dots$

Si $x = -1$ alors $x^2 - 3x + 2 = \dots\dots\dots$

Si $x = -3$ alors $-2x^2 + 3x + 1 = \dots\dots\dots$

Exercice 2 —  programmes de calculs. Compléter les tableaux pour exprimer le nombre affiché en fonction du nombre choisi noté x .

1 mettre x à réponse	On choisit x	1 mettre x à réponse	On choisit x
2 mettre y à $(x * x)$	$y = x^2$	2 mettre y à $(3 * x)$	$y = \dots x$
3 ajouter $(4 * x)$ à y	$y = x^2 + \dots x$	3 ajouter (5) à y	$y = \dots x + \dots$
4 ajouter (21) à y	$y = x^2 + \dots x + \dots$	4 mettre y à $(2 * y)$	$y = \dots (\dots x + \dots)$
5 dire y	affiche $x^2 + \dots x + \dots$	5 dire y	affiche $\dots (\dots x + \dots)$
1 mettre x à réponse	On choisit x	1 mettre x à réponse	On choisit x
2 mettre y à $(3 * x)$	$y =$	2 mettre y à $(5 + x)$	$y =$
3 ajouter (5) à y	$y =$	3 mettre y à $(3 * y)$	$y =$
4 dire y	affiche	4 dire y	affiche
1 mettre x à réponse	On choisit x	1 mettre x à réponse	On choisit x
2 mettre y à $(-4 + x)$	$y =$	2 mettre y à $(x / 6)$	$y =$
3 mettre y à $(9 * y)$	$y =$	3 mettre y à $(y - 5)$	$y =$
4 dire y	affiche	4 dire y	affiche
1 mettre x à réponse	On choisit x	1 mettre x à réponse	On choisit x
2 mettre y à $(3 - x)$	$y =$	2 mettre y à $(x * -1)$	$y =$
3 mettre y à $(y * y)$	$y =$	3 mettre y à $(y * y)$	$y =$
4 dire y	affiche	4 dire y	affiche

Exercice 3 Exprimer le résultat final de chaque programme en fonction du nombre choisi x .

Script 3.1 – Programme A

```
1 Choisir un nombre
2 Le multiplier par 3
3 Ajouter le carré du nombre choisi
4 Diviser le résultat par 3
```

$$A(x) =$$

Script 3.2 – Programme B

```
1 Choisir un nombre
2 Lui ajouter 3
3 Prendre le double du résultat
4 Soustraire le carré du nombre choisi
```

$$B(x) =$$

Script 3.3 – Programme C

```
1 Choisir un nombre
2 Lui ajouter 3
3 Prendre le carré du résultat
4 Soustraire le triple du nombre choisi
```

$$C(x) =$$

Script 3.4 – Programme C

```
1 Choisir un nombre ,
2 Ajouter 5 au triple du nombre choisi ,
3 Multiplier le résultat par la somme du
   nombre choisi et -5
```

$$D(x) =$$

Exercice 4 On note x le nombre choisi, donner pour chaque expression le programme Scratch qui permet de l'évaluer à partir de la variable x .

```
1 mettre x à réponse
2 mettre y à 0 * 0
3 mettre y à 0 * 0
4 ajouter 0 à y
5 dire y
```

$$\text{affiche } y = 3x^2 - 20$$

```
1 mettre x à réponse
2 mettre y à 0 * 0
3 ajouter 0 * 0 à y
4 ajouter 0 à y
5 dire y
```

$$\text{affiche } y = x^2 + 5x + 10$$

```
1 mettre x à réponse
2 mettre y à 0 * 0
3 mettre y à 0 * 0
4 ajouter 0 à y
5 dire y
```

$$\text{affiche } y = (3x)^2 - 20$$

```
1 mettre x à réponse
2 mettre y à 0 * 0
3 mettre y à 0 * 0
4 ajouter 0 * 0 à y
5 ajouter 0 à y
6 dire y
```

$$\text{affiche } y = 5x^2 - 3x - 7$$

```
1 mettre x à réponse
2 mettre y à 0 * 0
3 ajouter 0 à y
4 mettre y à 0 * 0
5 dire y
```

$$\text{affiche } y = (3x - 20)^2$$

```
1 mettre x à réponse
2 mettre y à 
3 ajouter 0 à y
4 mettre z à 
5 ajouter 0 à z
6 mettre y à 
7 dire y
```

$$\text{affiche } y = (5x + 2)(x - 3)$$

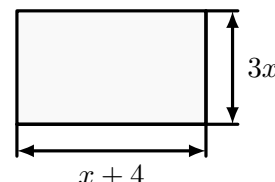
Exercice 5 — auto-positionnement, réactivation de 4^e. Les questions sont indépendantes. 15 min

$$A = 10x - 6x^2 - 7 + 3x - 5x^2 - 3 \quad | \quad B = 10 - 3x - 6x^2 + x^2 + 7x - 3 \quad | \quad C = 12 - 3 \times x \times x + 5 \times x$$

$$A = 7(x + 3) \qquad B = 2x(2x + 5) \qquad C = 12 - 3(5x - 2)$$

$$A = (2x - 5)(3x + 4) \quad \left| \quad B = 2(5x + 1) - 3(4x + 3) \quad \right| \quad C = (5x + 2)^2$$

$A = (x+3)(x+5)$	$B = 2(x-5) - (x+3)$	$C = (x+4)(x-2)$
------------------	----------------------	------------------


$$= -13x - 12$$

■ **Exemple 3.4 — réactivation de 4^e.** Réduire les expressions suivantes.

$$A = 2x^2 + 5x + 2x^2 - 6x^2$$

$$= -2x^2 + 4x$$

$$B = 4x + 4x^2 + 5x - 2x^2 + 6$$

$$= 2x^2 + 9x + 6$$

$$C = 4x + 7 - 6x - 2 + 3x^2$$

$$= 3x^2 - 2x + 5$$

Exercice 6 — réactivation de 4^e. Réduire les expressions suivantes.

$$A = 5x + 2x^2 - 2x + 3x^2$$

$$C = 2x + 2x^2 - 5x + 7 + 3x^2$$

$$E = 4x^2 - 3x + 4 + 2x^2 - 4x - 6$$

$$B = x^2 + 4x^2 - 4x + 2 - 3x^2$$

$$D = 5 - 5x^2 + 2x - 4x + 7 + 3x$$

$$F = 3xy^2 + 2x^2 - 2xy^2 - 3 + 2xy$$

■ **Exemple 3.5 — réactivation de 4^e.** Développer, réduire et ordonner les expressions suivantes.

$$A(x) = 2(x + 6) + 2(x - 3)$$

$$= 2x + 12 + 2x - 6$$

$$= 4x + 6$$

$$B(x) = 5(2x + 6) - 2(3x + 4)$$

$$= 10x + 30 - 6x - 8$$

$$= 4x + 22$$

$$C(x) = 4(5x + 6) - 5x(2x - 3)$$

$$= 20x + 24 - 10x^2 + 15x$$

$$= -10x^2 + 35x + 24$$

Exercice 7 — réactivation de 4^e. Développer, réduire et ordonner les expressions suivantes.

$$A = 2(x + 4) + 3(x + 5)$$

$$C = 3(4x + 2) - 2(x + 2)$$

$$E = 5(4x + 2) - 6(3x - 1)$$

$$B = 5(x + 2) + 4(x - 2)$$

$$D = 7(x - 5) - 2(3x + 5)$$

$$F = 3x(4x - 5) - 4(x^2 + 2) + 2x$$

■ **Exemple 3.6 — réactivation de 4^e.** Simplifier les parenthèses et réduire les sommes suivantes :

$$A = (7x^2 + 2x - 3) + (-6x^2 + 8x - 9)$$

$$= 7x^2 + 2x - 3 - 6x^2 + 8x - 9$$

$$= x^2 + 10x - 12$$

$$B = (3x^2 - 4x + 1) - (-2x^2 + 7x - 9)$$

$$= 3x^2 - 4x + 1 + 2x^2 - 7x + 9$$

$$= 5x^2 - 11x + 10$$

Exercice 8 — réactivation de 4^e. Simplifier les parenthèses et réduire les sommes suivantes :

$$A = (7x - 1) + (2x - 6)$$

$$B = (8x - 4) - (6x + 9)$$

$$C = (x^2 - x + 1) + (3x^2 - 7x - 12)$$

$$D = (12x^2 - 3x + 4) - (-12x^2 + 4x - 1)$$

$$E = -(4x^2 - 3x - 1) + (2x^2 - 7x - 8)$$

$$F = -(3x^2 + 4x - 10) - (4x^2 - 5x + 1)$$

■ **Exemple 3.7 •** $3x + 5x$ est une somme. Réduire les termes similaires donne $3x + 5x = 8x$

- $(3x)(5x)$ est un produit. Simplifier donne $(3x)(5x) = 15x^2$
- $(2x + 1) - (3x + 1)$ est une somme. Simplifier les parenthèses et réduire : $(2x + 1) - (3x + 1) = -x$
- $2x(3x + 1)$ est un produit. Distribuer donne : $2x(3x + 1) = 6x^2 + 2x$

Exercice 9 — Somme ou produit ?. Cocher la bonne réponse.

	Produit	Somme
1/ $x^2 + 1 - 3x + 2 - 5x$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2/ $(5x + 1)^2$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3/ $5x + 1 - (3x - 1)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

	Produit	Somme
1/ $(2x - 1)(8x + 2)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2/ $x^2 - 25$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3/ $(x - 1)(x + 1)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

■ **Exemple 3.8** — double distributivité, réactivation de 4^e. Développer, réduire et ordonner.

$$A = (2x + 3)(x - 4)$$

$$= 2x^2 + (-8x) + 3x + (-12)$$

$$= 2x^2 - 5x - 12$$

×	x	-4
$2x$	$2x^2$	$-8x$
$+3$	$+3x$	-12

$$B = (3x - 2)(2x - 4)$$

$$= 6x^2 + (-12x) + (-4x) + 8$$

$$= 6x^2 - 16x + 8$$

×	$2x$	-4
$3x$	$6x^2$	$-12x$
-2	$-4x$	$+8$

Exercice 10 — double distributivité, réactivation de 4^e. Développer, réduire et ordonner.

$$A(x) = (5x + 3)(x + 1)$$

$$C(x) = (2x - 3)(x + 5)$$

$$E(x) = (2x + 1)(4x - 3)$$

$$B(x) = (x^2 + 1)(x + 3)$$

$$D(x) = (3x - 4)(2x - 3)$$

$$F(x) = (5 - 2x)(x + 8)$$

■ **Exemple 3.9** — Freshman's dream. Développer, simplifier et réduire chacune des expressions suivantes.

$$(x + 6)^2 = (x + 6)(x + 6)$$

$$= x^2 + 6x + 6x + 36$$

$$= x^2 + 12x + 36$$

$$(x - 2)^2 = (x - 2)(x - 2)$$

$$= x^2 + (-2x) + (-2x) + 4$$

$$= x^2 - 4x + 4$$

$$(2x + 3)^2 = (2x + 3)(2x + 3)$$

$$= 4x^2 + 6x + 6x + 9$$

$$= 4x^2 + 12x + 9$$

$$(x + 1)^2 \neq x^2 + 6^2$$

$$(x - 2)^2 \neq x^2 - 2^2$$

$$(2x + 3)^2 \neq 4x^2 + 3^2$$

Exercice 11 — carrés parfaits. Développer, simplifier et réduire les expressions suivantes.

$$A(x) = (x + 3)^2$$

$$C(x) = (2x + 5)^2$$

$$E(x) = (4x - 1)^2$$

$$B(x) = (x - 4)^2$$

$$D(x) = (5x - 7)^2$$

$$F(x) = 2(3x - 4)^2$$

Exercice 12 Complétez les développements et simplifications suivantes :

$$A(x) = (x + \dots)(x + \dots)$$

$$= x^2 + \dots x + \dots x + 24$$

$$= x^2 + 10x + 24$$

$$B(x) = (x + \dots)(x + \dots)$$

$$= x^2 + 8x + \dots x + 24$$

$$= x^2 + \dots x + \dots$$

$$C(x) = (x + \dots)(x + \dots)$$

$$= x^2 + \dots x + \dots x + 18$$

$$= x^2 + 11x + 18$$

$$D(x) = (x + \dots)(x + \dots)$$

$$= x^2 + \dots x + 10x + \dots$$

$$= x^2 + 13x + \dots$$

$$E(x) = (x + \dots)(x - \dots)$$

$$= x^2 - 2x + \dots x - 14$$

$$= x^2 + 5x - \dots$$

$$F(x) = (x + \dots)(x + \dots)$$

$$= x^2 + \dots x + \dots x + \dots$$

$$= x^2 - 14x + 33$$

■ **Exemple 3.10** — trois facteurs. Développer, simplifier et réduire les expressions suivantes.

$$A = (x + 1)((x + 2)(x + 3))$$

$$= (x + 1)(x^2 + 5x + 6)$$

$$= x^3 + 5x^2 + 6x + 4x^2 + 5x + 6$$

$$= x^3 + 9x^2 + 6x + 6$$

$$B = (x + 2)((x - 4)(x + 2))$$

$$= (x + 2)$$

$$= (x + 2)$$

$$=$$

$$=$$

Exercice 13 — trois facteurs. Développer, simplifier et réduire les expressions suivantes.

$$\begin{array}{l|l|l} A(x) = (x-3)(x+1)(x+4) & C(x) = (x+1)(x+2)(x+2) & E(x) = (x-2)^3 \\ B(x) = x(x+2)(x+3) & D(x) = (x+4)(x-2)(x+3) & F(x) = (x-5)(x-1)(x+3) \end{array}$$

■ **Exemple 3.11** Développer et simplifier réduire chacune l'expression suivante.

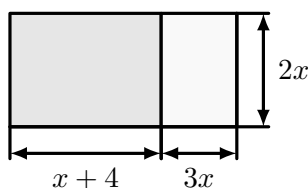
$$\begin{array}{ll} A(x) = -2(3x-4)(x-1) & B(x) = 5(x+5)(x+8) \\ = (-2(3x-4))(x-1) & = (5(x+5))(x+8) \\ = (-6x+8)(x-1) = -6x^2 + 14x - 8 & = (5x+25)(x+8) = 5x^2 + 65x + 200 \end{array}$$

Exercice 14 Développer simplifier réduire chacune des expressions suivantes.

$$\begin{array}{l|l} A(x) = 3(2x+1)(6x+1) & D(x) = 2(5x-3)(3x+2) + 5(6x+1) \\ B(x) = 5(4x-1)(2x-5) & E(x) = 5x(2x+1) - 2(3x-4)(2x-1) \\ C(x) = -(7x-9)(4x+5) & F(x) = (x+7)(4x+5) - 9(4x+5) \end{array}$$

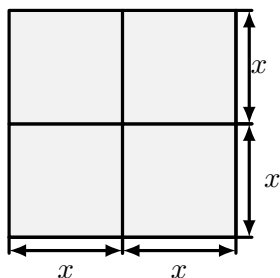
■ **Exemple 3.12** — écrire des expressions pour des aires et volumes.

Exprimer l'aire de la figure ci-dessous délimitée par des segment perpendiculaires.

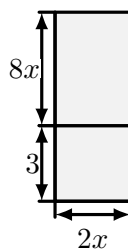


$$\begin{aligned} A &= 2x(x+4) + (2x)(3x) \\ &= 2xx + 2x \times 4 + 2 \times 3xx \\ &= 2x^2 + 8x + 6x^2 \\ &= 8x^2 + 8x \end{aligned}$$

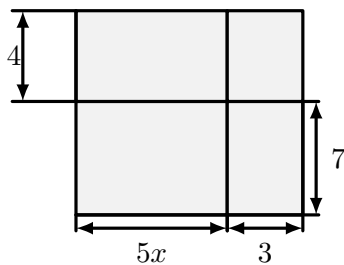
Exercice 15 Entourer l'expression correspondant à l'aire de la figure.



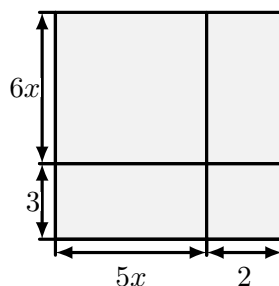
$$\begin{aligned} A &= 4x \\ B &= (4x)^2 \\ C &= 4x^2 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} A &= 10x^2 + 5x \\ B &= 16x^2 + 6x \\ C &= 16x + 6 \end{aligned}$$

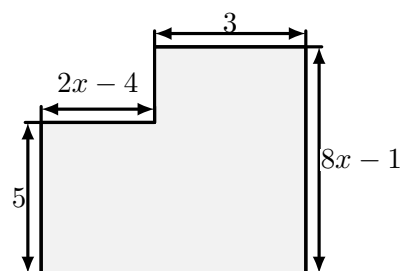
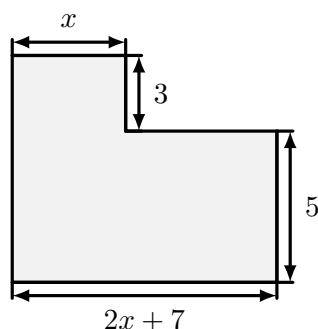
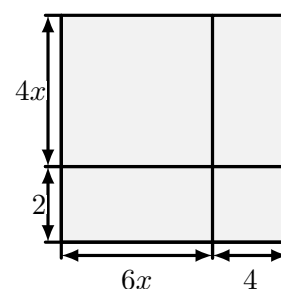
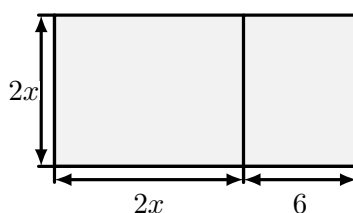
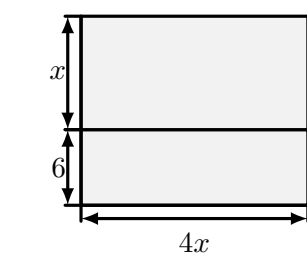


$$\begin{aligned} A &= 32x + 56 \\ B &= 55x + 33 \\ C &= 20x^2 + 21 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} A &= 30x^2 + 27x + 6 \\ B &= 63x^2 \\ C &= 57x + 6 \end{aligned}$$

Exercice 16 Exprimer l'aire de chaque figure sous forme simplifiée.



3.4.3 Exercices : Identités

Une identité est une égalité vraie quel que soit la valeur prise par x .

Pour montrer qu'une égalité est une identité, il suffit de vérifier que les formes développées réduites ordonnées des membres de gauche et de droite sont identiques.

Exercice 17 Pour chaque égalité (1) développer le membre de gauche (MG) (2) le membre de droite (3) en déduire si l'égalité est une identité.

$$(E_1) \quad -3(x + 5) = -3x + 15$$

$$(E_2) \quad 10x - 9(x - 1) = x + 9$$

$$(E_3) \quad 2x + 2 + 3(x - 4) = 5(x - 2)$$

$$(E_4) \quad 2(2 + 4x) + 6(3x - 4) = 10(3x - 2)$$

$$(E_5) \quad 6(x - 4) + (2 - 4x) = 2(x - 11)$$

$$(E_6) \quad 6(x - 4) - (2 - 4x) = 10(x - 3)$$

Exercice 18 — Un classique : programmes de calcul.

- 1 mettre x à réponse
- 2 mettre y à $(0 - x)$
- 3 mettre y à $(y) + 25$
- 4 mettre y à $(y) * (-3)$
- 5 dire y pendant 5 secondes

- 1 mettre x à réponse
- 2 mettre y à $(3 * x)$
- 3 mettre y à $(y) - 75$
- 4 dire y pendant 5 secondes

1. Montrer que si on saisit le nombre 10 alors les deux scripts affichent -45
2. Que retourne les deux scripts si on saisit le nombre -10 ?
3. Exprimer la variable y à l'aide de x pour chacun des 2 programmes.
4. Développer simplifier réduire les expressions obtenues et en déduire que les 2 scripts affichent les mêmes valeurs si on saisit le même nombre en entrée.

Exercice 19 — Grand classique : programmes de calculs.

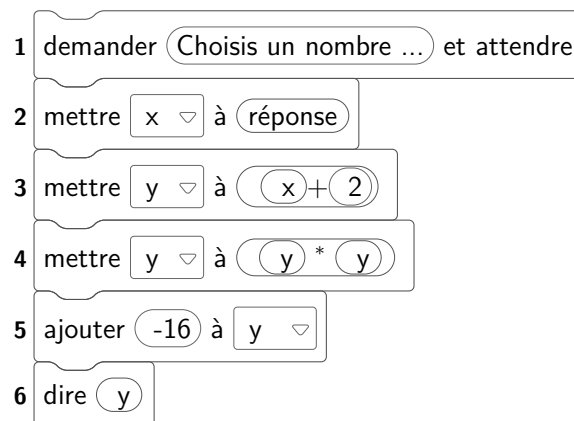
Ci-dessous, 2 programmes de calculs, l'un est donné par son script Scratch.

Programme B**Script 3.5 – Programme A**

```

1 Choisir un nombre
2 Soustraire 3 à ce nombre
3 Multiplier le résultat par 4
4 Ajouter le carré du nombre de départ

```



1. Montrer que les deux programmes donnent « -16 » lorsque le nombre choisi est « -2 ».
2. Justifier que les deux programmes donnent le même résultat final lorsqu'on choisit -5 comme nombre de départ.
3. On désigne par « x » le nombre choisi au départ du programme A. Écrire en fonction de x l'expression obtenue à la fin du programme A. Donne la forme développée réduite.
4. Exprimer en fonction de x la valeur affichée par le Programme B.
5. Ces programmes donnent-ils toujours le même résultat quelle que soit la valeur de x ? Justifier.

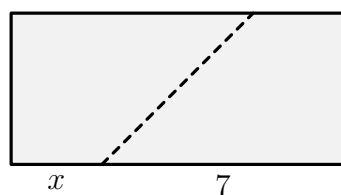
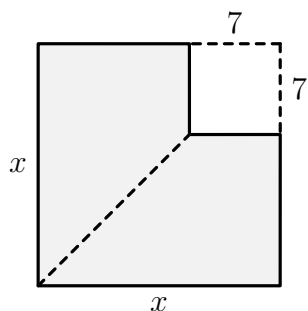
Exercice 20 — Grand classique : programmes de calcul version tableur et scratch.

	C1		x ✓ f_x	= B1+1				
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	x	-3	-2	-1	0	1	2	3
2	$A = (3x - 4)(x + 7)$	-52	-50	-42	-28	-8	18	50
3	$B = 3x^2 + 17x - 28$	-52	-50	-42	-28	-8	18	50

1. Dans la cellule C1 on saisit la formule = B1+1 et on étire vers la gauche. Quelle est la formule dans la cellule H1.
2. Entourer la formule écrite dans la cellule B2 puis étirée vers la gauche?

-52
 $(3*(-3)-4)(-3+7)$
 $=(3*(-3)-4)(-3+7)$
 $(3*x-4)(x+7)$
 $=(3*x-4)*(x+7)$
 $=(3*B1-4)*(B1+7)$
3. Quelle formules a-t-on écrit dans la cellule C2 puis étirée vers la gauche?
4. La tableau semble indiquer que les deux expressions prennent la même valeur quelle que soit la valeur de x . Démontrer cette conjecture.

■ Example 3.13



$$x - 7 \quad x^2 - 49 = x^2 - 7^2 = (x - 7)(x + 7)$$

$$x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = \dots\dots\dots$$

$$x^2 - 4 = x^2 - 2^2 = \dots\dots\dots$$

$$x^2 - 25 = \dots\dots\dots$$

$$49 - x^2 = \dots\dots\dots$$

$$(a+b)(a-b) = (\quad)^2 - (\quad)^2 = \dots\dots\dots$$

$$(x + 2y)(x - 2y) = (\quad)^2 - (\quad)^2 = \dots\dots\dots$$

$$(3x - 4y)(3x + 4y) = (\quad)^2 - (\quad)^2 = \dots\dots\dots$$

$$(2x + 3y)(2x - 3y) = \dots\dots\dots$$

$$25x^2 - 16 = (\dots x)^2 - (\dots)^2 = \dots\dots\dots$$

$$(6 - 8x)(6 + 8x) = \dots\dots\dots$$

$$9x^2 - 4y^2 = (\quad)^2 - (\quad)^2 = \dots\dots\dots$$

$$(x+3)^2 - x^2 = ((x+3) - \quad)((x+3) + \quad)^2 = \dots\dots\dots$$

$$(x+3)^2 - (x+2)^2 = ((x+3) - \quad)((x+3) + \quad)^2 = \dots\dots\dots$$

Exercice 22 — calcul semi-posé . Complétez pour retrouver les carrés de certains entiers :

$$103^2 - 3^2 = (\quad - \quad)(\quad + \quad) = \quad \times \quad = 10600; \text{ et } 103^2 = 10600 + 3^2 = \dots\dots\dots$$

$$95^2 - 5^2 = (\quad - \quad)(\quad + \quad) = \quad \times \quad = 9000; \text{ et } 95^2 = 9000 + \quad = \dots\dots\dots$$

$$35^2 - 5^2 = (\quad - \quad)(\quad + \quad) = \quad \times \quad = 1200; \text{ et } 35^2 = 1200 + \quad = \dots\dots\dots$$

$19^2 - 9^2 = (\quad - \quad)(\quad + \quad) = 10 \times \quad = \quad$; et $19^2 = \quad + 9^2 = \dots\dots\dots$

$$23^2 - 3^2 = (\quad - \quad)(\quad + \quad) = 20 \times 26 = \quad ; \text{ et } 23^2 = \quad + 3^2 = \dots\dots\dots$$

(A) $a^2 - 2b^2$ (B) $a^2 + ab - 2b^2$ (C) $a^2 - ab - 2b^2$ (D) $a^2 + 3ab - 2b^2$

	Vrai	Faux
1/ $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2/ $a^2 - b^2 = (-a - b)(-a + b)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3/ $a^2 - b^2 = (-a + b)(-a + b)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4/ $a^2 - b^2 = (-b - a)(b - a)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

$(-x+2)(-x-2)$	$(x+2)(-x-2)$	$(x-2)(x+2)$	$(-x-2)(-x-2)$
$(3-4x)(3+4x^2)$	$(3x-4)(-3x+4)$	$(3x+4)(-3x-4)$	$(3+4x^2)(3-4x^2)$

[illegible][illegible]

6. Développer puis simplifier $\left(\frac{3}{4}x - \frac{4}{5}\right)\left(\frac{3}{4}x + \frac{4}{5}\right) = \dots\dots\dots$

$$\begin{aligned} 91 \times 89 &= (90 + \dots)(90 - \dots) = (\dots)^2 - (\dots)^2 = \dots \\ 49.8 \times 50.2 &= (\dots - \dots)(\dots + \dots) = (\dots)^2 - (\dots)^2 = \dots \\ 99.9 \times 100.1 &= \dots \end{aligned}$$

	Vrai	Faux
8. 1/ $(3a + 2b)(3a - 2b) = 9a^2 - 4b^2$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2/ $(-3a + 2b)(-3a - 2b) = 9a^2 - 4b^2$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3/ $(a + b + c)(a + b - c) = (a + b)^2 - c^2$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4/ $(a + b + c)(a - b + c) = (a + b)^2 - c^2$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

[illegible][illegible]

3.5 Exercices : solutions et éléments de réponse

solution de l'exercice 1. ■

solution de l'exercice 2. ■

solution de l'exercice 3. ■

solution de l'exercice 4. ■

solution de l'exercice 5. ■

solution de l'exercice 6. $A = 5x^2 + 3x$; $B = 2x^2 - 4x + 2$; $C = 5x^2 - 3x + 7$; $D = -5x^2 + x + 12$;
 $E = 6x^2 - 7x - 2$; $F = 2x^2 + xy^2 + 2xy - 3$; ■

solution de l'exercice 7. $A = 5x + 23$; $B = 9x + 2$; $C = 10x + 2$; $D = x - 45$; $E = 2x + 16$; $F = 8x^2 - 13x - 8$; ■

solution de l'exercice 8. $A = 9x - 7$; $B = 2x - 13$; $C = 4x^2 - 8x - 11$; $D = 24x^2 - 7x + 5$; $E = -2x^2 - 4x - 7$;
 $F = -7x^2 + x + 9$; ■

solution de l'exercice 9. Cocher la bonne réponse.

	Produit	Somme		Produit	Somme
1/ $x^2 + 1 - 3x + 2 - 5x$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	1/ $(2x - 1)(8x + 2)$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2/ $(5x + 1)^2$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	2/ $x^2 - 25$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
3/ $5x + 1 - (3x - 1)$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	3/ $(x - 1)(x + 1)$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

■

solution de l'exercice 10. $A = 5x^2 + 8x + 3$; $B = x^3 + 3x^2 + x + 3$; $C = 2x^2 + 7x - 15$; $D = 6x^2 - 17x + 12$;
 $E = 8x^2 - 2x - 3$; $F = -2x^2 - 11x + 40$; ■

solution de l'exercice 11. $A = x^2 + 6x + 9$; $B = x^2 - 8x + 16$; $C = 4x^2 + 20x + 25$; $D = 25x^2 - 70x + 49$;
 $E = 16x^2 - 8x + 1$; $F = 18x^2 - 48x + 32$; ■

solution de l'exercice 13. $A = x^3 + 2x^2 - 11x - 12$; $B = x^3 + 5x^2 + 6x$; $C = x^3 + 5x^2 + 8x + 4$;
 $D = x^3 + 5x^2 - 2x - 24$; $E = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$; $F = x^3 - 3x^2 - 13x + 15$; ■

solution de l'exercice 14. $A = 36x^2 + 24x + 3$; $B = 40x^2 - 110x + 25$; $C = -28x^2 + x + 45$; $D = 30x^2 + 32x - 7$;
 $E = -2x^2 + 27x - 8$; $F = 4x^2 - 3x - 10$; ■

solution de l'exercice 15.



solution de l'exercice 16.



solution de l'exercice 17.



solution de l'exercice 18.



solution de l'exercice 19.



solution de l'exercice 20.



3.6 TD Programmes de calculs et tableurs

■ Exemple 3.14 — je fais. Fichier de travail  Spreadsheets

	A	B	C	D	E	F	G
1	a	5	10	15	20	25	30
2	b	8	9	10	11	12	13
3	$a \div b$	0.625					
4	$b^2 + 2a$	41					
5	reste de la division de a par b	5					
6	nombre aléatoire entre 1 et 12	7					

G3 contient :
G4 contient :
G5 contient :
G6 contient :

Exercice 24 Préciser les valeurs qui s’afficheront dans chaque cellule selon la formule utilisée :

	A	B	C	
1	8	=3*A1+2	=3*B1+2	B1 affiche : C1 affiche
2	3	=5*A2-2	=5*A2^2+3*A2+1	B2 affiche : C2 affiche
3	-2	=A3^2+3	=(A3-3)*(3*A3+5)	B3 affiche : C3 affiche

Exercice 25 On souhaite exécuter le programme ci-dessous à l’aide d’un tableur :

① Choisir un nombre

② Multiplier par 5

③ Ajouter 7 au résultat

④ Diviser par 2

	A	B	C	D	E	F
1	Nombre choisi	1	2	3	4	5
2	Résultat du programme	6	8.5	11	13.5	16

- a) Quelle formule a-t-on écrite dans la cellule C1 puis étirée vers la droite ?
- b) Quelle formula a-t-on écrite dans la cellule B2 puis étirée vers la droite ?

Exercice 26

On veut calculer le 3°angle d’un triangle connaissant les mesures des deux autres en degré.

Quelle formule a-t-on écrite dans la cellule C2 puis étirée vers le bas ?

	A	B	C
1	1 angle	2 angle	3 angle
2	37	53	
3	144	36	
4	113	48	

Problème 1

<https://docshare.dgpad.net/> code : M7b9

Feuille 01 Connectez vous à l'aide de vos logins et remplir le tableau ci-dessous.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Mon nombre est...	-2	-1	0	1	2	3	4
2	le triple de son carré							
3	le double de son inverse							
4	la moitié de son opposé							



Feuille 02 et suivantes Description de la procédure à effectuer :

- ① Affiche la feuille 2.
- ② Rentre la formule $=B1*A2$ dans la cellule B2
- ③ Sélectionne B2 (juste clique dessus)
- ④ Copie depuis la barre des outils (Ctrl+C)
- ⑤ Sélectionne les cellules B2:E5 (clique et glisse)
- ⑥ Choisis « coller » depuis la barre des outils (Ctrl+V). Le tableur complètera le tableau.
- ⑦ Reporte les résultats dans les tableaux ci-dessous, utilise les feuilles 3 à 5.
- ⑧ Répète cette procédure pour les 3 cas suivant, cette fois en utilisant dans la case B2 les formules $=B\$1*A2$, $=\$B1*A2$ puis $=\$B\$1*A2$.

Question En comparant les formules que le tableur a utilisées pour compléter le tableau, explique l'effet de l'utilisation du \$.

B2		✕ ✓ f_x		=B1*A2	
	A	B	C	D	E
1		2	3	5	7
2	3				
3	4				
4	7				
5	9				

B2		x ✓ f_x		=B\$1*A2	
	A	B	C	D	E
1		2	3	5	7
2	3				
3	4				
4	7				
5	9				

B2		  f_x		=\$B1*A2	
	A	B	C	D	E
1		2	3	5	7
2	3				
3	4				
4	7				
5	9				

B2	▼	\times	✓	f_x	=B\$1*A2
	A	B	C	D	E
1		2	3	5	7
2	3				
3	4				
4	7				
5	9				

