Brevet Blanc n° 1
Épreuve de Mathématiques
Durée : 2 heures

Mardi 18 Janvier 2022

Calculatrice PERSONNELLE autorisée.

Le sujet comporte **7** exercices pour un total de **100 points**.
Les exercices sont indépendants et peuvent être traités dans le désordre.

Indications portant sur l'ensemble du sujet :

- Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf indication contraire.
- Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice 1 — **12 points**

Pour chacune des quatres affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. On rappelle que toutes les réponses doivent être justifiées.

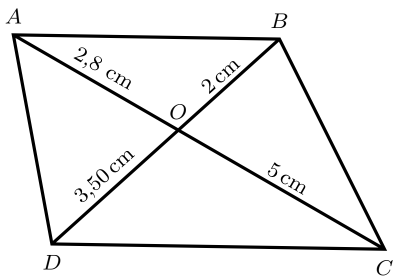
Affirmation 1 « 72 est un multiple commun des nombres 12 et 18. »

Affirmation 2 « Pour tout nombre n, on a l'égalité suivante : $(n-5)^2 = n^2 - 5^2$. »

Affirmation 3 « Les diviseurs commun à 12 et 18 sont les mêmes que les diviseurs de 6. »

Affirmation 4 « Les droites (AB) et (CD) sont parallèles. »

Les points A, O, C et les points B, O et D sont alignés.

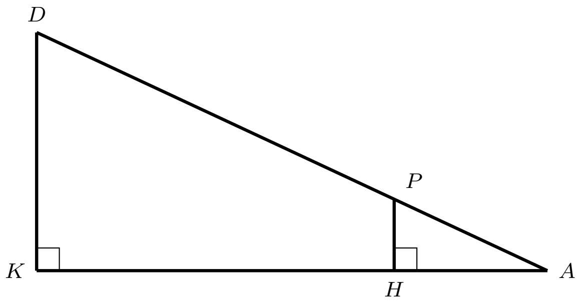


Exercice 2 — **10 points**

Dans la figure ci-contre, qui n'est pas à l'échelle :

- les points D, P et A sont alignés ;
- les points K, H et A sont alignés ;
- $DA = 60\,\text{cm}$
- $DK = 11\,\text{cm}$
- $DP = 45\,\text{cm}$

1) Calculer KA au millimètre près.
2) Montrer que les droites (DK) et (PH) sont parallèles.
3) Calculer HP en justifiant soigneusement.

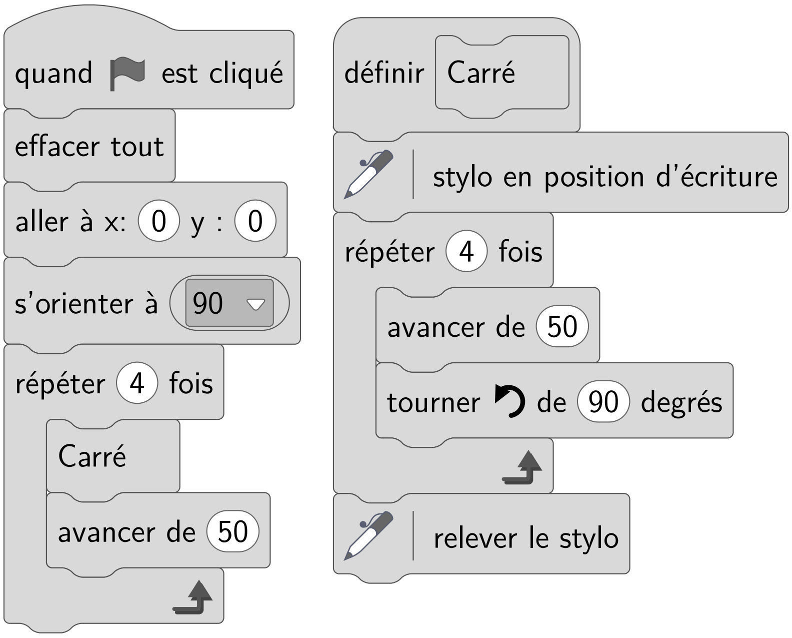


Exercice 3 **14 points**

Dans tout cet exercice, aucune justification n'est demandée

On donne le programme suivant :

Script principal le bloc Carré

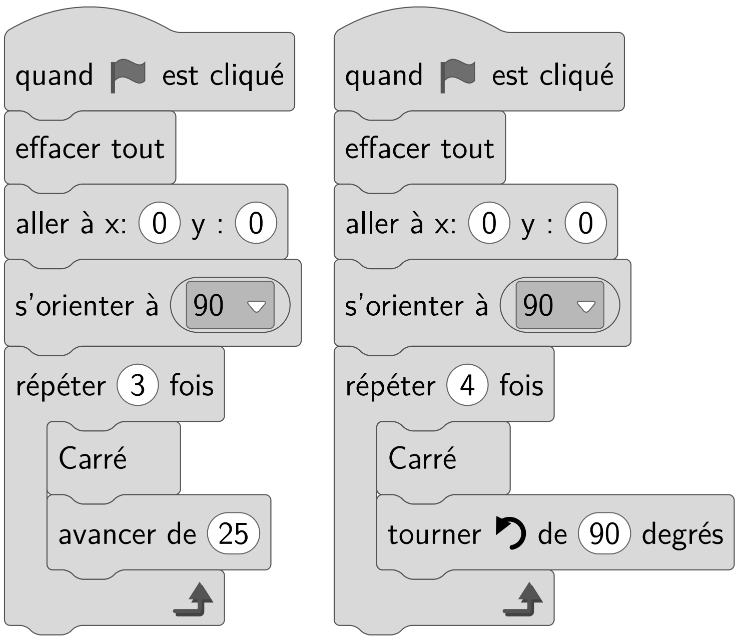


On rappelle que l'instruction s'orienter à 90 signifie que l'on s'oriente vers la droite.

1) On lance le programme. Construire la figure obtenue en prenant 1 cm pour 25 unités de longueur.

   On modifie le Script principal et on obtient deux scripts ci-dessous:

Script principal A Script principal B



2) Parmi les trois figures ci-dessous, associer sur votre copie chacun des deux scripts principaux A et B à la figure qu'il permet de réaliser:

Figure 1

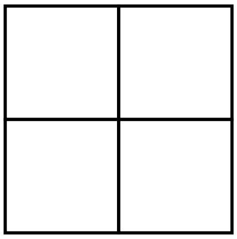


Figure 2

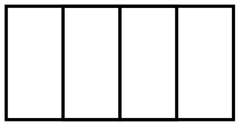
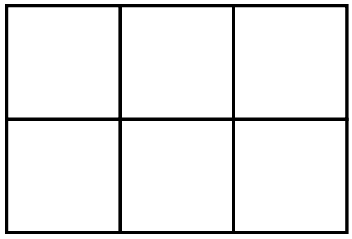
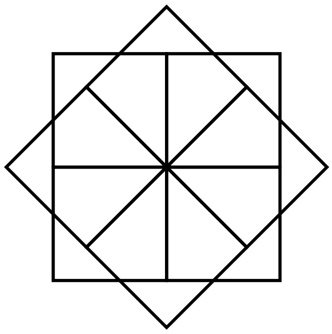


Figure 3



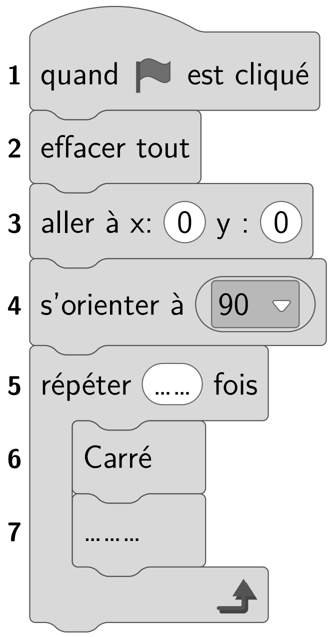
On souhaite réaliser la figure suivante :

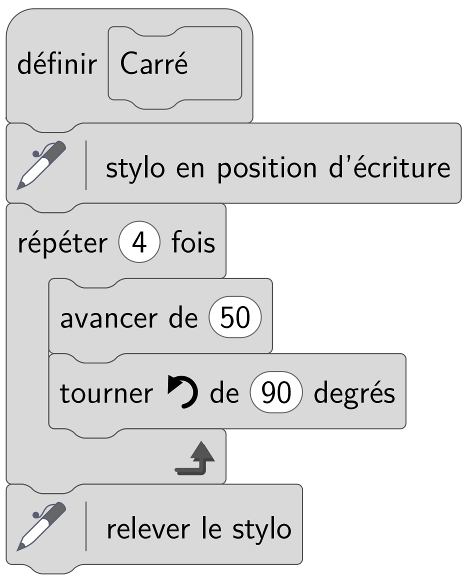


Le point de départ se situe au centre de la figure.

3) Compléter le nouveau script principal ci-dessous en recopiant sur la copie uniquement les lignes 5 et 7. Pour mémoire, l'énoncé rappelle ci-dessous à droite le descriptif du bloc Carré.

Numéros de ligne | Script principal | le bloc Carré





Exercice 4 — 20 points

On considère le programme de calcul ci-contre :

- Choisir un nombre.
- Ajouter 2 à ce nombre.
- Prendre le carré du résultat précédent.
- Soustraire le carré du nombre de départ au résultat précédent.

On a utilisé la feuille de calcul ci-dessous pour appliquer ce programme de calcul au nombre 5. Le résultat obtenu est 24.

	A	B
1	Programme	Résultat
2	Choisir un nombre	5
3	Ajouter 2 à ce nombre	7
4	Prendre le carré du résultat précédent	49
5	Soustraire le carré du nombre de départ au résultat précédent	24

1) Pour les questions suivantes, faire apparaître les calculs sur la copie.
   a) Si on choisit 2 comme nombre de départ, vérifier qu'on obtient 12 comme résultat.
   b) Si on choisit -8 comme nombre de départ, quel résultat obtient-on ?
2) Parmi les trois propositions suivantes, recopier sur votre copie la formule qui a été saisie dans la cellule B5.

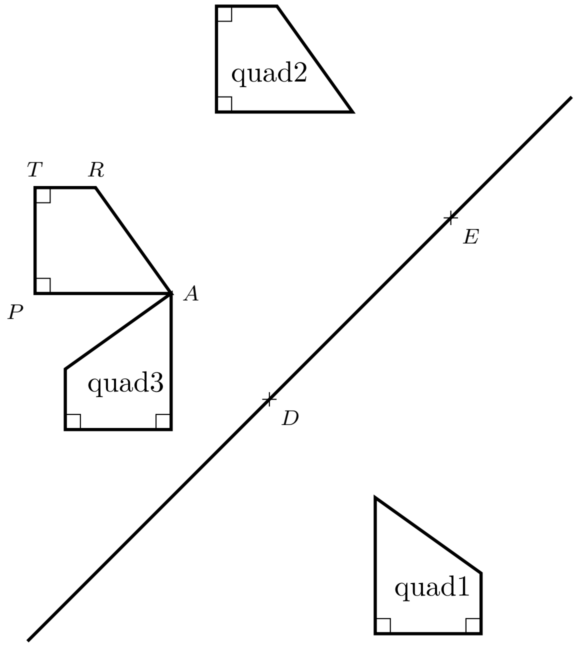
=B4 − B2 ∗ B2	=B2 + 2	= B3 ∗ B3

3) a) Si l'on choisit x comme nombre de départ, exprimer en fonction de x, le résultat final de ce programme de calcul.
   b) Montrer que $(x+2)^2 - x^2 = 4x + 4$.
4) Si on choisit un nombre entier au départ, est-il exact que le résultat du programme est toujours un multiple de 4 ? Justifier.

Exercice 5 **18 points**

Cet exercice est constitué de 5 questions indépendantes.

1) Sur la figure ci-dessous, chacun des quadrilatères quad1, quad2 et quad3 est l'image du quadrilatère TRAP par une transformation.



Recopier les trois phrases ci-dessous sur la copie et compléter, sans justifier, chacune d'elles par le numéro de l'une des transformations proposées dans le tableau qui suit:

a) Le quadrilatère quad1 est l'image du quadrilatère TRAP par la transformation numéro ...
b) Le quadrilatère quad2 est l'image du quadrilatère TRAP par la transformation numéro ...
c) Le quadrilatère quad3 est l'image du quadrilatère TRAP par la transformation numéro ...

Transformation numéro 1 : translation qui transforme le point D en le point E.	**Transformation numéro 4** : translation qui transforme le point E en le point D.
Transformation numéro 2 : rotation de centre A et d'angle 90° dans le sens contraire des aiguilles d'une montre.	**Transformation numéro 5** : rotation de centre A et d'angle 120° dans le sens contraire des aiguilles d'une montre.
Transformation numéro 3 : symétrie centrale de centre D.	**Transformation numéro 6** : symétrie axiale d'axe (DE).

2) Développer et réduire l'expression $(2x-3)(-5+2x)-4+6x$

3) a) Décomposer, sans justifier, en produit de facteurs premiers les nombres 1 386 et 1 716.
b) En déduire la forme irréductible de la fraction : $\dfrac{1\ 386}{1\ 716}$.

4) Calculer $\dfrac{5}{14}+\dfrac{3}{7}\times\dfrac{5}{2}$ en détaillant les étapes. Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

5) Factoriser l'expression $(2x-3)^2-(5x-7)(2x-3)$.

Exercice 6 — 15 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM). Pour chaque question, une seule des trois réponses proposées est exacte. Sur la copie, indiquer le numéro de la question et la réponse choisie. On ne demande pas de justifier. Aucun point ne sera enlevé en cas de mauvaise réponse.

	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1/ Si on multiplie par 3 toutes les dimensions d'un rectangle, son aire est multipliée par	3	6	9
2/ Les nombres 23 et 37	sont premiers	sont divisibles par 3	n'ont aucun diviseur commun
3/ L'écriture décimale du nombre $5{,}3 \times 10^5$ est :	530 000	5,300 00	5 300 000
4/ Une homothétie de centre A et de rapport -2 est une transformation qui :	agrandit les longueurs	réduit les longueurs	conserve les longueurs
5/ Lorsque x est égal à -4, $x^2 + 3x + 4$ est égal à :	-24	-13	8

Exercice 7 — 11 points

Un confiseur lance la fabrication de bonbons au chocolat et de bonbons au caramel pour remplir 50 boîtes. Chaque boîte contient 10 bonbons au chocolat et 8 bonbons au caramel.

1) Combien doit-il fabriquer de bonbons de chaque sorte?
2) Lors de la fabrication, certaines étapes se passent mal et, au final, le confiseur a 473 bonbons au chocolat et 387 bonbons au caramel.
   a) Peut-il encore constituer des boîtes contenant 10 bonbons au chocolat et 8 bonbons au caramel en utilisant tous les bonbons? Justifier votre réponse.
   b) Le confiseur décide de changer la composition de ses boîtes. Son objectif est de faire le plus de boîtes identiques possibles en utilisant tous ses bonbons. Combien peut-il faire de boîtes? Quelle est la composition de chaque boîte?

Corrigé

corrigé de l'exercice 1.

Affirmation 1 **3 points** « 72 est un multiple commun des nombres 12 et 18. »

VRAI car $72 = 12 \times 6$ et $72 = 18 \times 4$.

Affirmation 2 **3 points** « Pour tout nombre n, on a l'égalité suivante : $(n-5)^2 = n^2 - 5^2$. »

FAUX. Par exemple pour $n = 0$, $(n-5)^2 = 25$, mais $n^2 - 5^2 = -25$.

Affirmation 3 **3 points** « Les diviseurs commun à 12 et 18 sont les mêmes que les diviseurs de 6. »

VRAI. Les diviseurs commun de 12 et 18 sont $\{1;\ 2;\ 3;\ 6\}$ qui sont les diviseurs de 6.

Affirmation 4 **3 points** FAUX

Dans le triangle OCD, A est un point de la droite (OC), B est un point de la droite (OD).

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{OA}{OC} = \dfrac{2{,}80}{5} = \dfrac{2{,}80 \times 5}{5 \times 5} = \dfrac{14}{25} = \dfrac{14 \times 7}{25 \times 7} = \dfrac{98}{175} \\[2ex] \dfrac{OB}{OD} = \dfrac{2}{3{,}50} = \dfrac{2 \times 2}{3{,}50 \times 2} = \dfrac{4}{7} = \dfrac{4 \times 25}{7 \times 25} = \dfrac{100}{175}\end{array}\right\} \dfrac{OA}{OC} \neq \dfrac{OB}{OD}$$

Donc les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles.

■

corrigé de l'exercice 2.

1) **4 points** Dans le triangle AKD rectangle en K, le théorème de Pythagore permet d'écrire :

$$\begin{aligned} AD^2 &= AK^2 + KD^2 \\ 60^2 &= AK^2 + 11^2 \\ 3\,600 &= AK^2 + 121 \\ AK^2 &= 3\,600 - 121 \\ AK^2 &= 3\,479 \\ AK &= \sqrt{3\,479} \\ AK &\approx 58{,}98 \text{ cm} \end{aligned}$$

2) **2 points** Les droites (HP) et (KD) sont parallèles car perpendiculaires à la droite (AK).

3) **4 points** Dans le triangle AKD, H est un point de la droite (AK), P est un point de la droite (AD).

Comme les droites (HP) et (KD) sont parallèles, alors le théorème de Thalès permet d'écrire :

$$\frac{AH}{AK} = \frac{AP}{AD} = \frac{HP}{KD}$$

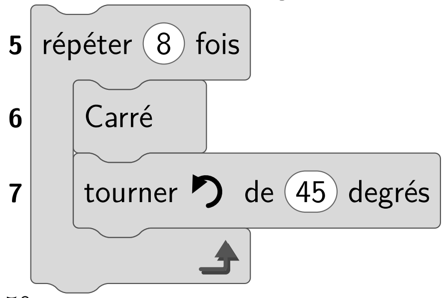
On remplace par les longueurs connues :

$$\frac{AH}{AK} = \frac{15}{60} = \frac{PH}{11}$$

$$PH = \frac{11 \times 15}{60}$$
$$PH = \frac{165}{60}$$
$$PH = 2{,}75 \text{ cm}$$

■

corrigé de l'exercice 3. **Total 14 points**

1) **4 points**
2) **6 points** Script A donne la figure 2, et le script B donnera la figure 3.
3) **4 points** 

, tourner gauche marche aussi, ainsi que un angle de 135° et 225°.

■

corrigé de l'exercice 4. **Total 20 points**

1) a) **4 points** $2 \to 2+2=4 \to 4^2=16 \to 16-2^2=16-4=12$.
   b) **4 points** $-8 \to -8+2=-6 \to (-6)^2=36 \to 36-(-8)^2=36-64=-28$.
2) **3 points** =B4 – B2 * B2
3) a) **3 points** $x \to x+2 \to (x+2)^2 \to (x+2)^2-x^2$.
   b) **3 points** On a une identité remarquable (différence de deux carrés, donc :
   $(x+2)^2-x^2=[(x+2)+x][(x+2)-x]=(x+2+x)(x+2-x)=2(2x+2)=4x+4$.
4) **3 points** On a bien $4x+4=4\times x+4\times 1=4\times(x+1)$: le résultat est un multiple de 4 quel que soit le nombre de départ.

■

corrigé de l'exercice 5. **Total 18 points**

1) a) **2 points** Le quadrilatère quad1 est l'image du quadrilatère TRAP par la transformation numéro 6
   b) **2 points** Le quadrilatère quad2 est l'image du quadrilatère TRAP par la transformation numéro 1

c) **2 points** Le quadrilatère quad3 est l'image du quadrilatère TRAP par la transformation numéro 2

2) **3 points**

$(2x-3)(-5+2x)-4+6x = -10x+4x^2+15-6x-4+6x = 4x^2-10x+11.$

3) a) **2 points** $1\ 386 = 9\times 154 = 9\times 14\times 11 = 2\times 3^2\times 7\times 11\,;$

$1\ 716 = 6\times 286 = 6\times 2\times 143 = 6\times 2\times 13\times 11 = 2^2\times 3\times 11\times 13.$

b) **1 point** $\dfrac{1\ 386}{1\ 716} = \dfrac{2\times 3^2\times 7\times 11}{2^2\times 3\times 11\times 13} = \dfrac{3\times 7}{2\times 13} = \dfrac{21}{26}.$

4) **3 points** $= \dfrac{5}{14} + \dfrac{3\times 5}{7\times 2} = \dfrac{5}{14} + \dfrac{15}{14} = \dfrac{5+15}{14} = \dfrac{20}{14} = \dfrac{10}{7}.$

5) **3 points** $(2x-3)(2x-3-5x+7) = (2x-3)(-3x+4).$

■

corrigé de l'exercice 6. **5× 3 points**

	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1/ Si on multiplie par 3 toutes les dimensions d'un rectangle, son aire est multipliée par	3	6	9
2/ Les nombres 23 et 37	sont premiers	sont divisibles par 3	n'ont aucun diviseur commun
3/ L'écriture décimale du nombre $5{,}3\times 10^5$ est :	530 000	5,300 00	5 300 000
4/ Une homothétie de centre A et de rapport -2 est une transformation qui :	agrandit les longueurs	réduit les longueurs	conserve les longueurs
5/ Lorsque x est égal à -4, x^2+3x+4 est égal à :	-24	-13	8

■

corrigé de l'exercice 7. **Total 11 points**

1) **2 points** Le confiseur doit fabriquer $50\times 10 = 500$ bonbons au chocolat et $50\times 8 = 400$ bonbons au caramel.

2) a) **3 points** Avec 473 bonbons au chocolat il peut faire 47 boîtes de 10 bonbons et avec 387 bonbons au caramel 48 boîtes.

Il peut donc faire 47 boîtes de 10 bonbons au chocolat et 8 bonbons au caramel. Il lui restera 3 bonbons au chocolat et 11 bonbons au caramel.

b) **6 points** On a $473 = 430+43 = 43\times 10+43\times 1 = 43\times(10+1) = 43\times 11.$

387 est un multiple de 9 car $3+8+7=18$ l'est aussi. $387 = 9\times 43 = 43\times 9.$

On peut donc faire en utilisant tous les bonbons 43 boîtes contenant chacune 11 bonbons au chocolat et 9 bonbons au caramel.

■