**DS n° 01 Calculs algébriques****octobre 2023**
durée ≈ 1h 45min

Coloriez les 3 premières lettres de votre nom et prénom et complétez l'encadré. ○A ○B ○C ○D ○E ○F
○G ○H ○I ○J ○K ○L ○M ○N ○O ○P ○Q ○R ○S ○T ○U ○V ○W ○X ○Y ○Z

NOM ET PRÉNOM :

Consignes*Aucun document n'est autorisé.**L'usage de la calculatrice est autorisé.**Le total des points est 71.*

Vous devez colorier les cases au stylo *bleu* ou *noir* pour répondre aux questions. En cas d'erreur, effacez au « blanco » *sans redessiner la case*.

Toute action volontaire rendant impossible ou difficile l'identification ou la correction de la copie engendre une dégradation de la note finale.

Les questions, sans le symbole ♣, ont une *unique* bonne réponse permettant d'attribuer le(s) point(s).

Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs bonnes réponses.

Dans ces questions, tous les points seront attribués si toutes les réponses justes sont cochées ; des points seront retirés en fonction du nombre de réponses fausses cochées.

Pour les questions ouvertes, *tous les calculs seront justifiés et la clarté de la rédaction sera prise en compte dans la notation.*

Respect des consignes ○ -1 ○ -0,5 ○ 0 **Réservé****Puissances (environ 25 min)****Question 1** $4^{-2} \times 4 = \dots$

- 16^{-2} ○ Aucune des réponses proposées ○ 4^{-1} ○ 16^{-1} ○ 4^{-3}

Question 2 $\frac{3^5}{3^9} = \dots$

- 9^4 ○ 3^4 ○ 3^{-4} ○ Aucune des réponses proposées ○ 4^3

Question 3 $\frac{7^4}{21^4} = \dots$

- 14^{-4} ○ 3^4 ○ Aucune des réponses proposées ○ 14^4 ○ 3^{-4}

Question 4 Cochez l'égalité **correcte** parmi :

- $-3^3 = -9$ ○ $(-1)^3 = 1$ ○ $1^{-2} = -2$ ○ $-5^2 = -25$
○ $(-2)^3 = -6$



Question 5 Cochez l'inégalité **correcte** parmi :

- ☐ $(-7)^7 > 0$ ☐ $(-3)^{-2} < 0$ ☐ $2^{-3} < 0$ ☐ $(-23)^8 < 0$
☐ $-(-6)^{-2} < 0$

Question 6 Cochez l'égalité **correcte** parmi :

- ☐ $5^{-1} = -5$ ☐ $8^{-1} = -0,125$ ☐ $10^{-1} = \frac{1}{10}$ ☐ $1^2 = 2$ ☐ $4^{-1} = 3$

Question 7 $(-2x^4)^2 \times (-3x^3)^3 =$

- ☐ $-108x^{17}$ ☐ $108x^{17}$ ☐ $6x^{17}$ ☐ $-6x^{17}$

Question 8 $\frac{x^2}{x^8} = \dots$

- ☐ x^4 ☐ x^{-4} ☐ $\frac{1}{x^4}$ ☐ x^{-6} ☐ Aucune des réponses proposées

Question 9 $\frac{x^{-8}}{x^{-4}} = \dots$

- ☐ Aucune des réponses proposées ☐ x^2 ☐ x^{-12} ☐ x^{-4} ☐ x^{-2}

Question 10 $(-5x^3)^2 = \dots$

- ☐ $-25x^6$ ☐ Aucune des réponses proposées ☐ $-10x^6$ ☐ $10x^6$
☐ $25x^6$

Question 11 $(-x^2)^3 = \dots$

- ☐ $-x^5$ ☐ x^5 ☐ x^6 ☐ $-x^6$ ☐ Aucune des réponses proposées

Question 12 $\frac{x^{-7}x^3}{x^5} = \dots$

- ☐ x^{-5} ☐ Aucune des réponses proposées ☐ x^{-15} ☐ x^{-9} ☐ x^1

Question 13 $(xy)^{-3} = \dots$

- ☐ Aucune des réponses proposées ☐ $\frac{x}{y^3}$ ☐ $\frac{1}{x^3y^3}$ ☐ xy^{-3} ☐ $\frac{1}{xy^3}$

Question 14 Une expression n'est pas équivalente aux 3 autres. Identifier l'intrus.

- ☐ -8^2x^6 ☐ $-64x^6$ ☐ $(-2x)^6$ ☐ $(-4x^2)^3$

Question 15 Cochez la simplification **correcte** parmi :

- ☐ $x^6 + x^6 = x^{12}$ ☐ $x^7 \times x^7 = 2x^7$ ☐ $x^5 \times x^5 = x^{10}$ ☐ $x^4 \times x^4 = x^{16}$



Question 16 Cochez la simplification **incorrecte** parmi :

- ☐ $(-x)^3 \times (-x)^4 = x^7$ ☐ $(-x)^2 \times (-x)^4 = x^6$ ☐ $(-x)^3 \times (-x)^3 = x^6$
☐ $(-x)^2 \times (-x)^3 = -x^5$

Question 17 $x \in \mathbb{Z}$. Alors $\frac{10^6}{10^{2x}} =$

- ☐ 10^{3x} ☐ 10^{6-2x} ☐ 1^{-3x} ☐ 10^{6+2x} ☐ 100^{6+2x}

Question 18 $x \in \mathbb{Z}$. Alors $(10^{3x})^{-2} =$

- ☐ 10^{-6x} ☐ 10^{3x-2} ☐ 100^{3x-2} ☐ 10^{6x}

Question 19

x et $y \in \mathbb{R}^*$. Simplifier l'expression $\left(\frac{7x^2}{y^{-4}}\right)^{-1}$ et éliminer les exposants négatifs.

☐ 0 ☐ 0.25 ☐ 0.5 ☐ 0.75 ☐ 1 **Réservé**

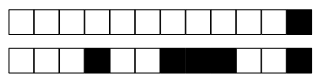


Question 20

$x \in \mathbb{R}^*$. Simplifier la fraction $\frac{2x^3 - 5x + 2}{x}$ sous forme d'une somme de multiples de puissances de x . Éliminer les exposants négatifs.

☐ 0 ☐ 0.25 ☐ 0.5 ☐ 0.75 ☐ 1 **Réservé**





Calcul littéral (environ 50 min)

Question 21 Cochez le développement **correct** parmi :

- ☐ $x(3x - 2) = 3x^2 - 2x$ ☐ $(-3x^3)^2 = 9x^5$ ☐ $x(x^3 - x^2 + 1) = x^4 - x^3$
☐ $x^2(3x^3 - 2) = 3x^6 - 2x^2$

Question 22 Cochez l'expression égale à $x^2 + 10x - 24$ parmi :

- ☐ $(x - 12)(x + 2)$ ☐ $(x + 12)(x - 2)$ ☐ $(x + 4)(x + 6)$ ☐ $(x - 4)(x - 6)$

Question 23 Cochez le développement **incorrect** parmi :

- ☐ $(x - 1)(x - 6) = x^2 - 7x + 6$ ☐ $(x + 4)(x - 5) = x^2 - x - 20$
☐ $(x + 1)(2x - 3) = x^2 - x - 3$ ☐ $(x + 3)(2x - 1) = 2x^2 + 5x - 3$

Question 24 Si pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a $(x - 3) \times A = x^2 + 2x - 15$ alors $A = \dots$

- ☐ $x - 5$ ☐ $x + 5$ ☐ $2x + 5$ ☐ On ne peut pas savoir

Question 25 Soient a et $b \in \mathbb{R}$. Alors $(a - b)(a + b)$ est égal à ...

- | | | |
|---|---|--|
| <input type="radio"/> $a^2 - b^2$ | <input type="radio"/> $a^2 + 2ab - b^2$ | <input type="radio"/> $a^2 + ab + b^2$ |
| <input type="radio"/> $a^2 + 2ab + b^2$ | <input type="radio"/> $a^2 - 2ab + b^2$ | <input type="radio"/> $a^2 + ab - b^2$ |

Question 26 La forme développée réduite et ordonnée de $(3x + 4)(3x - 4)$ est :

- | | | |
|---|---|---|
| <input type="radio"/> $9x^2 - 24x + 16$ | <input type="radio"/> $9x^2 - 16$ | <input type="radio"/> $3x^2 + 16$ |
| <input type="radio"/> $9x^2 + 16$ | <input type="radio"/> $9x^2 + 24x + 16$ | <input type="radio"/> $6x^2 + 24x + 16$ |

Question 27 Cochez l'identité **correcte** parmi :

- ☐ $(3x - 2)(3x + 2) = 9x^2 - 12x + 4$ ☐ $(4x + 1)^2 = 16x^2 + 8x + 1$
☐ $(3x + 5)^2 = 9x^2 + 25$ ☐ $(2x - 3)^2 = 4x^2 + 6x + 9$ ☐ $(3x - 4)^2 = 9x^2 - 16$

Question 28 Cochez l'identité **incorrecte** parmi :

- | | |
|--|--|
| <input type="radio"/> $(7x + 1)^2 = 49x^2 + 14x + 1$ | <input type="radio"/> $(x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5}) = x^2 - 5$ |
| <input type="radio"/> $(3x + 5)^2 = 9x^2 + 30x + 25$ | <input type="radio"/> $(2x - 3)^2 = 4x^2 - 6x + 9$ |

Question 29 La forme développée réduite et ordonnée de $(2x + 1)^3$ est :

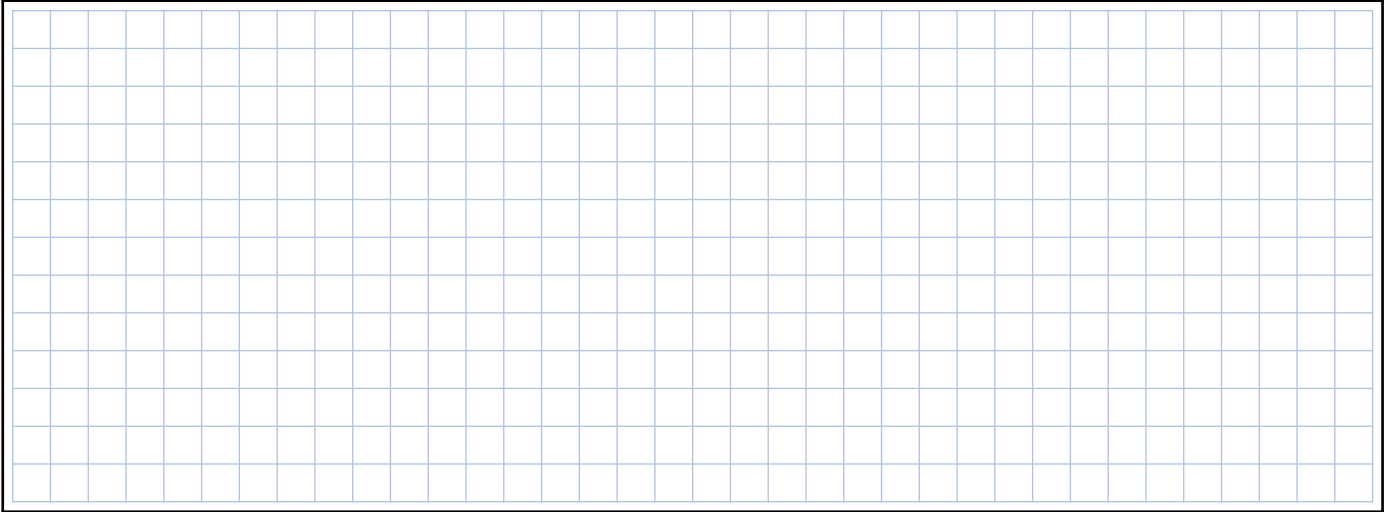
- ☐ $8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$ ☐ $8x^3 + 3x^2 + 3x - 1$ ☐ $8x^3 - 12x^2 - 6x - 8$ ☐ $8x^3 - 1$



Exercice 30 Développer, simplifier, réduire et ordonner les expressions suivantes :

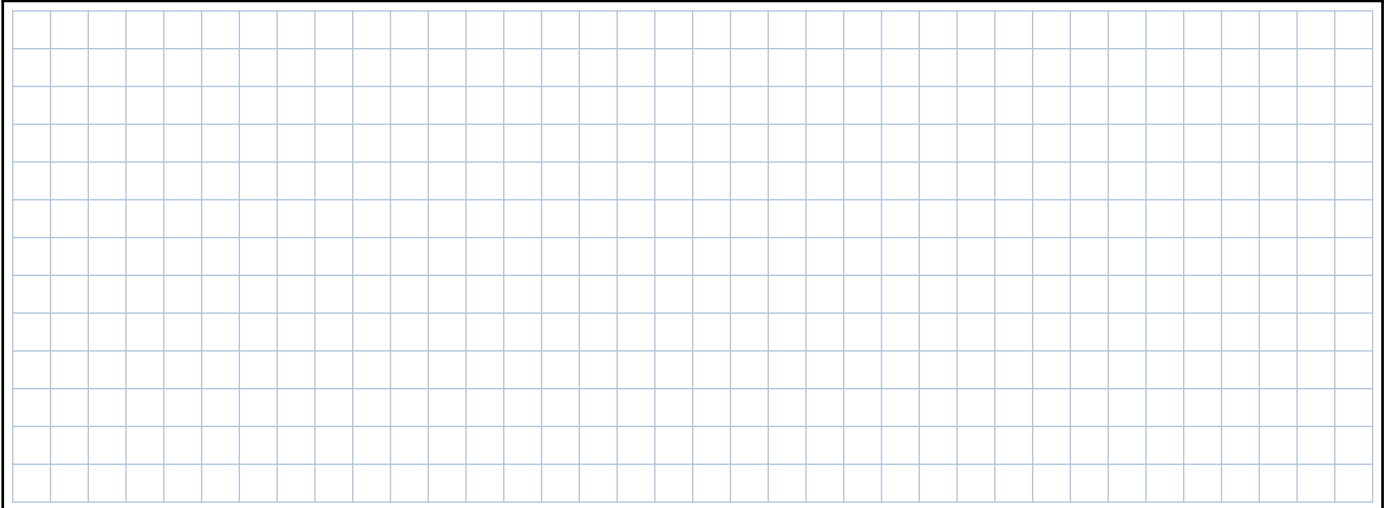
$$A(x) = (5x + 4)^2$$

☐ 0 ☐ 0.5 ☐ 1 **Réservé**



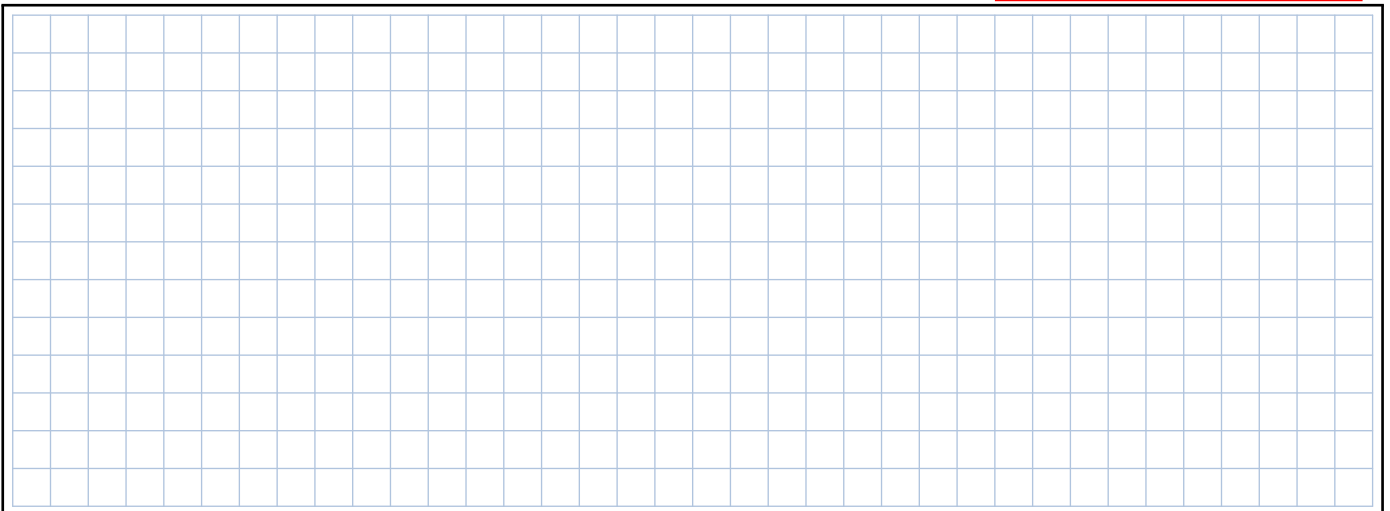
$$B(x) = (3x - 7)^2$$

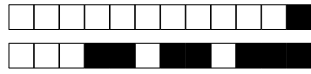
☐ 0 ☐ 0.5 ☐ 1 **Réservé**



$$C(x) = (3 - 5x)(3 + 5x)$$

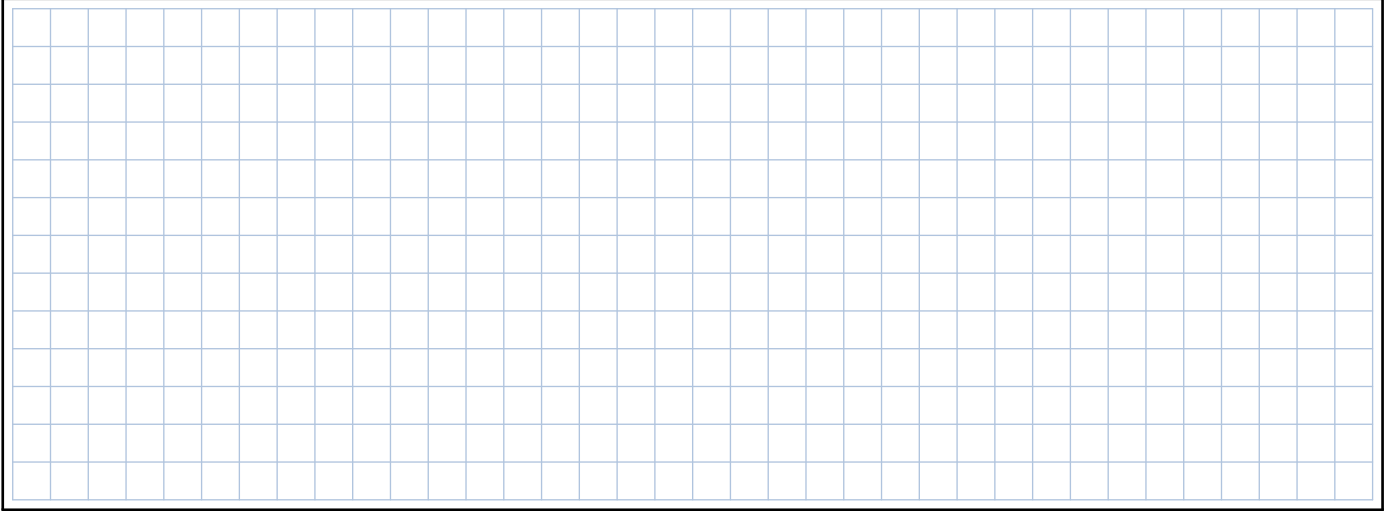
☐ 0 ☐ 0.5 ☐ 1 **Réservé**





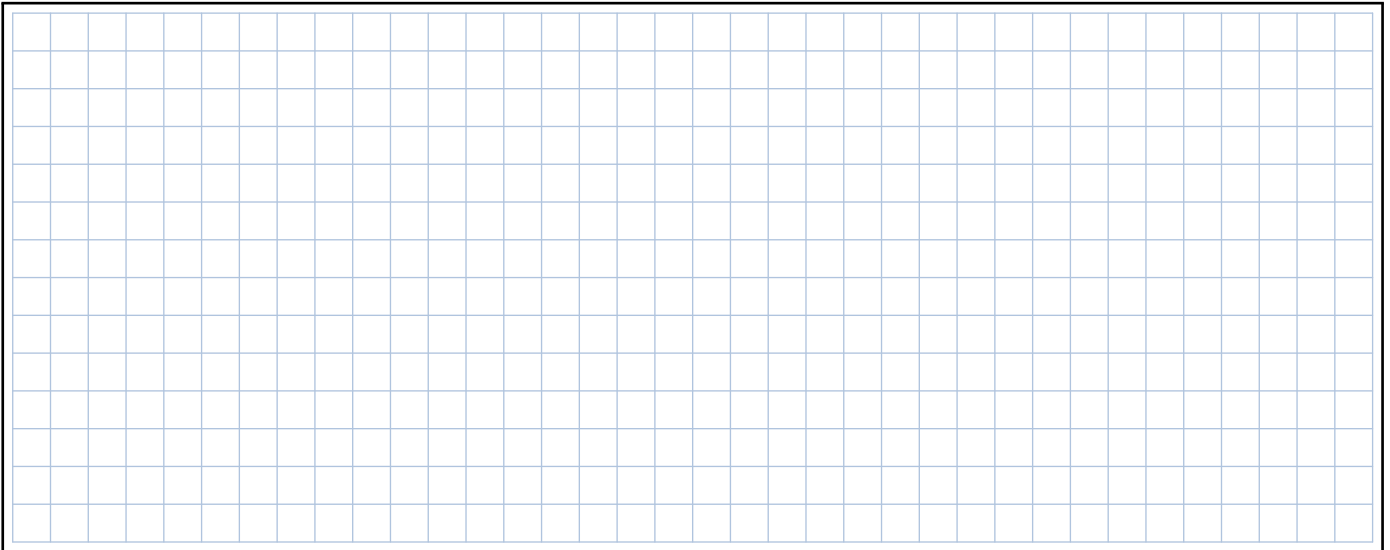
$$D(x) = (3x - 1)(2x + 5)$$

☐ 0 ☐ 0.5 ☐ 1 **Réservé**



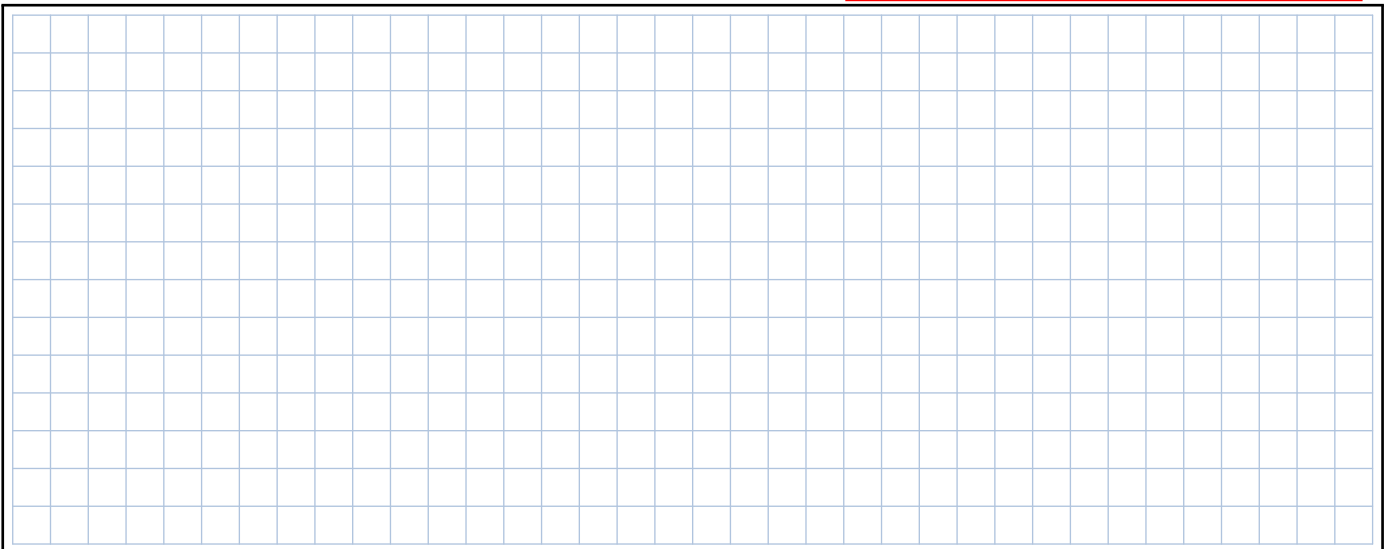
$$E(x) = \left(x - \frac{1}{x}\right) \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

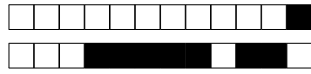
☐ 0 ☐ 0.5 ☐ 1 ☐ 1.5 ☐ 2 **Réservé**



$$F(x) = -3(x - 1)(-2x + 3)$$

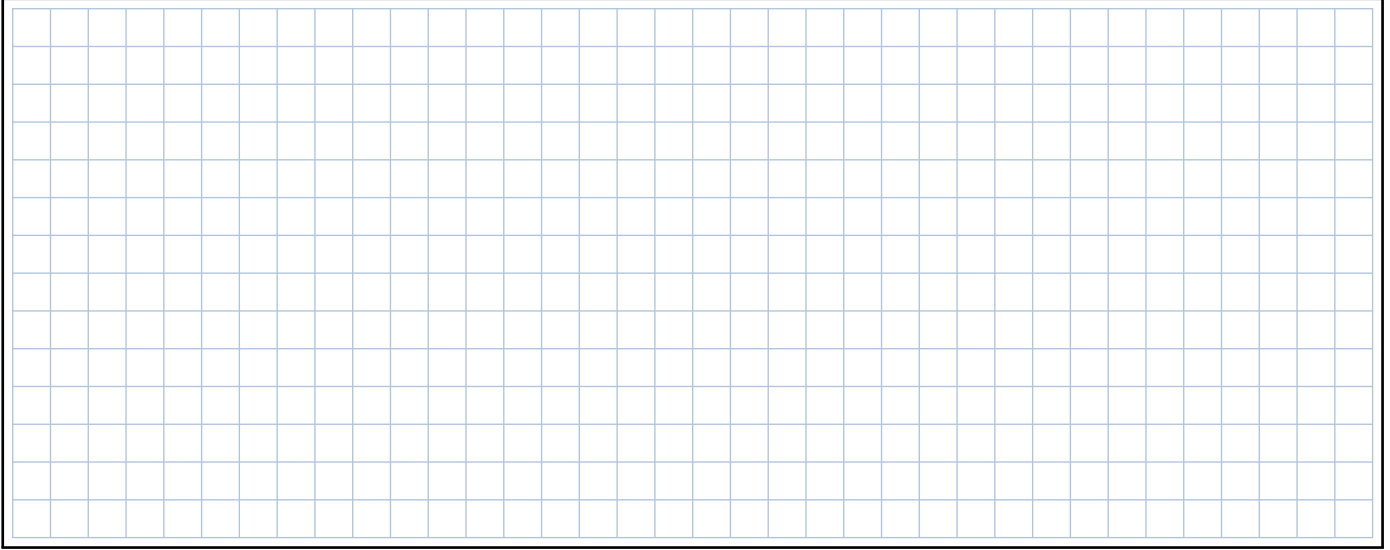
☐ 0 ☐ 0.5 ☐ 1 ☐ 1.5 ☐ 2 **Réservé**





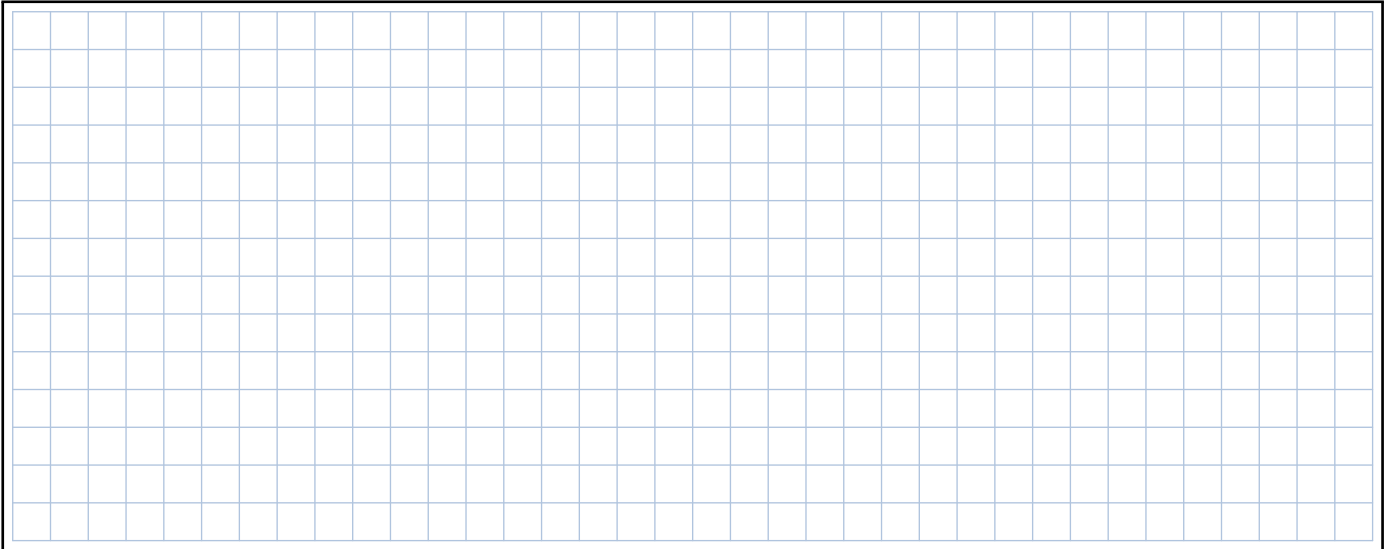
$$G(x) = (2x + 7)(x - 3) + (x - 7)(3x + 2)$$

☐ 0 ☐ 0.5 ☒ 1 ☐ 1.5 ☐ 2 ☐ 2.5 ☐ 3 **Réservé**



$$H(x) = (2x + 3)(x - 3) - (2x - 1)(-3x + 5)$$

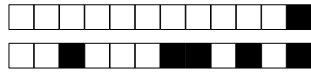
☐ 0 ☐ 0.5 ☒ 1 ☐ 1.5 ☐ 2 ☐ 2.5 ☐ 3 **Réservé**



$$I(x) = (3x + 2)^2 - (x + 1)^2$$

☐ 0 ☐ 0.5 ☒ 1 ☐ 1.5 ☐ 2 ☐ 2.5 ☐ 3 **Réservé**

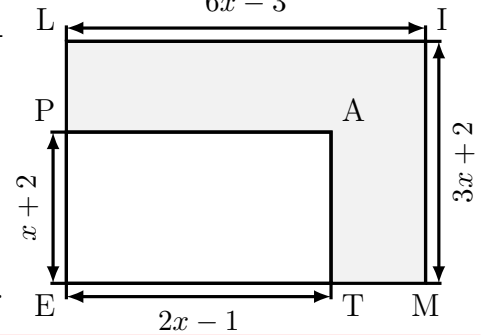




Exercice 31

Dans cet exercice, toutes les expressions littérales seront développées, réduites et ordonnées.

Dans la figure ci-dessous, les dimensions sont exprimées en mètres et x est un réel assez grand. Le rectangle $LIME$ a pour dimensions $6x - 3$ et $3x + 2$. Le rectangle $PATE$ a pour dimensions $2x - 1$ et $x + 2$.



1. Exprimer en fonction de x l'aire du rectangle $LIME$.
2. Exprimer en fonction de x l'aire du rectangle $PATE$.
3. Exprimer en fonction de x l'aire de la partie grisée $LIMTAP$.

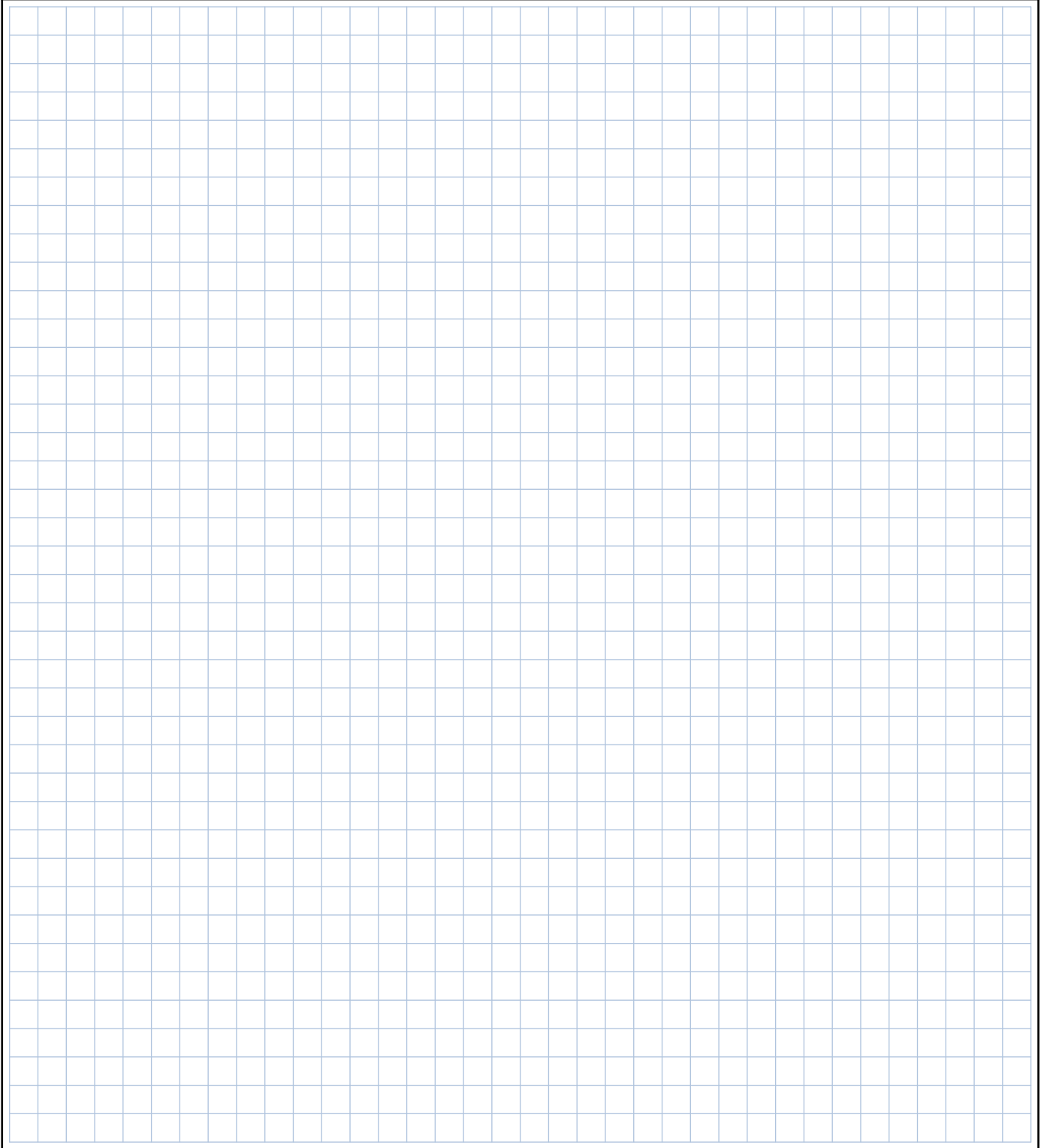
☐0 ☐0.5 ☐1 ☐1.5 ☐2 ☐2.5 ☐3 ☐3.5 ☐4 ☐4.5 ☐5 **Réservé**

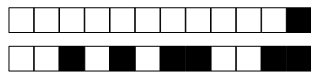


Exercice 32

1. Déterminer a, b et $c \in \mathbb{R}$ tel que : pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a $3(x-2)^2 - 27 = ax^2 + bx + c$
2. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a $3(x-2)^2 - 27 = 3(x-5)(x+1)$

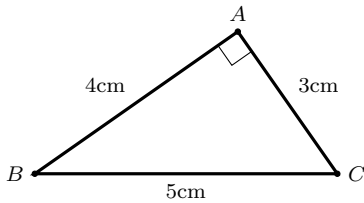
☐0 ☐0.5 ☐1 ☐1.5 ☐2 ☐2.5 ☐3 ☐3.5 ☐4 ☐4.5 ☐5 **Réservé**





Bases en géométrie (environ 20 min)

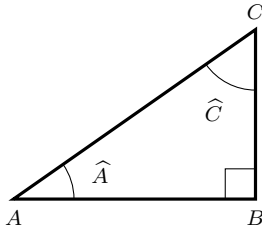
Question 33



Le cosinus de l'angle \widehat{ABC} est égal à :

- ☐ $\frac{4}{5}$ ☐ $\frac{3}{5}$ ☐ $\frac{3}{4}$

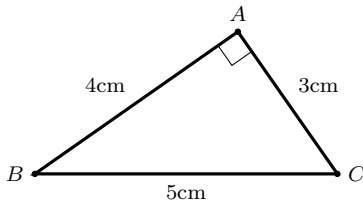
Question 34



Cochez l'affirmation juste.

- ☐ $\cos \hat{A} = \frac{AB}{AC}$ ☐ $\tan \hat{A} = \frac{AB}{BC}$ ☐ $\cos \hat{A} = \frac{BC}{AB}$

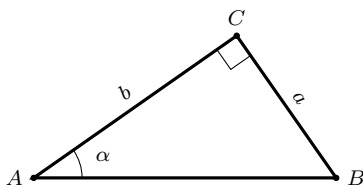
Question 35



Le sinus de l'angle \widehat{ABC} est égal à :

- ☐ $\frac{3}{4}$ ☐ $\frac{4}{5}$ ☐ $\frac{3}{5}$

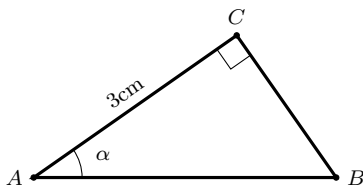
Question 36



Quelle égalité est vraie ?

- ☐ $b = a \tan \alpha$ ☐ $a = \frac{b}{\tan \alpha}$
☐ Aucune des réponses proposées ☐ $b = \frac{a}{\tan \alpha}$

Question 37



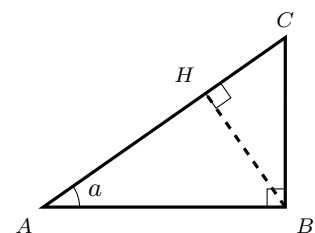
La longueur AB est égale à :

- ☐ $3 \cos \alpha$ ☐ $\frac{3}{\cos \alpha}$ ☐ $3 \sin \alpha$ ☐ $\frac{3}{\sin \alpha}$

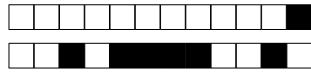
Question 38

Le triangle ABC est rectangle en B . H est le pied de la hauteur issue de C et perpendiculaire au côté $[AB]$.

Cochez l'égalité correcte parmi :



- ☐ $\cos(a) = \frac{BC}{AB}$ ☐ $\sin(a) = \frac{HC}{HB}$ ☐ $\tan(a) = \frac{HB}{AB}$ ☐ $\sin(a) = \frac{BC}{AC}$



Exercice 39

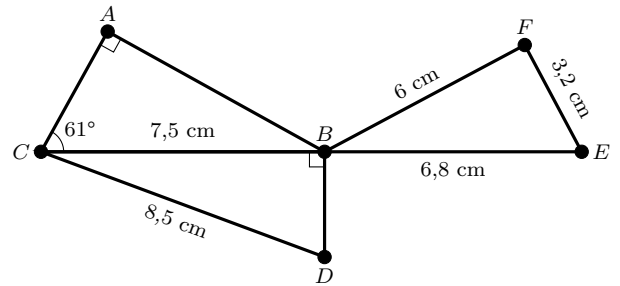
La figure ci-dessous n'est pas représentée en vraie grandeur.

Les points B , C et E sont alignés.

Le triangle ABC est rectangle en A .

Le triangle BDC est rectangle en B .

1. Démontrez à l'aide du théorème de Pythagore que le triangle BFE est rectangle en F .
2. Calculez la longueur AB en cm. Arrondir à 10^{-2} près.
3. Déterminez la valeur de l'angle \widehat{BCD} en degré. Arrondir à 10^{-1} près.



- ☐0 ☐0.5 ☐1 ☐1.5 ☐2 ☐2.5 ☐3 ☐3.5 ☐4 ☐4.5 ☐5 **Réservé**
☐5.5 ☐6 ☐6.5 ☐7 ☐7.5 ☐8 ☐8.5 ☐9

