Brevet Blanc n° 2

Épreuve de Mathématiques

Durée : 2 heures

Mardi 7 Mai 2024

Calculatrice PERSONNELLE autorisée.

Le sujet comporte **6** exercices pour un total de **100 points**.

Les exercices sont indépendants et peuvent être traités dans le désordre.

Indications portant sur l'ensemble du sujet :

- Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf indication contraire.
- Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice 1 — DNB Septembre 2019 Polynésie. **14 points**

On donne le programme ci-dessous où on considère 2 lutins. Pour chaque lutin, on a écrit un script correspondant à un programme de calcul différent.

Lutin n° 1	Lutin n° 2
1 Quand 🏴 est cliqué **2** demander (Saisir un nombre) et attendre **3** mettre (x) à ((réponse) + (5)) **4** mettre (x) à ((x) * (2)) **5** mettre (x) à ((x) - (réponse)) **6** dire (regroupe (Le programme de calcul donne) (x))	**1** Quand je reçois (nombre saisi) **2** mettre (x) à ((7) * (réponse)) **3** mettre (x) à (x) - (8) **4** dire (regroupe (Le programme de calcul donne) (x))

1. Vérifier que si on saisit 7 comme nombre, le lutin n° 1 affiche comme résultat 17 et le lutin n° 2 affiche 41.
2. Quel résultat affiche le lutin n° 2 si on saisit le nombre -4 ?
3. a) Si on appelle x le nombre saisi, écrire en fonction de x les expressions qui traduisent le programme de calcul du lutin n° 1, à chaque étape (lignes 3 à 5).
   b) Montrer que cette expression peut s'écrire $x + 10$.
4. Célia affirme que plusieurs instructions dans le script du lutin n° 1 peuvent être supprimées et remplacées par celle ci-contre. mettre (x) à ((réponse) + (10))
   Indiquer, sur la copie, les numéros des instructions qui sont alors inutiles.
5. Paul a saisi un nombre pour lequel les lutins n° 1 et n° 2 affichent le même résultat. Quel est ce nombre ?

Exercice 2 — DNB Décembre 2023 Nouvelle Calédonie. **18 points**

José, un agriculteur vivant dans la commune du Mont-Dore, veut préparer des paniers de légumes bio pour ses clients.
Il a déjà récolté 39 salades, 78 carottes et 51 aubergines.
Il veut que tous les paniers aient la même composition et utiliser tous les légumes.
La décomposition de 39 en produit de facteurs premiers est : 3×13.

1. a) Décomposer en facteurs premiers les nombres 78 et 51. Vous détaillerez les étapes.
   b) En déduire le nombre de paniers maximum que José peut préparer.
   c) Combien de salades, de carottes et d'aubergines y aurait-il dans chaque panier?

Finalement, José décide de préparer 13 paniers.

2. a) Combien d'aubergines ne seront pas utilisées? Justifier votre réponse.
   b) Combien doit-il cueillir au minimum d'aubergines supplémentaires pour pouvoir toutes les utiliser ?

José souhaite que ses 13 paniers contiennent également des tomates.
Il estime qu'il en a entre 110 et 125 prêtes à être récoltées.

3. Combien doit-il en cueillir au maximum pour éviter les pertes et pour que chaque panier ait toujours la même composition ?
   Toute trace de recherche, même non aboutie, sera prise en compte.

Exercice 3 — d'après DNB Amériques. **9 points**

Pour chacune des quatres affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse.
On rappelle que toutes les réponses doivent être justifiées.

Affirmation 1 $\dfrac{3}{5} + \dfrac{1}{2} = \dfrac{3+1}{5+2}$.

Affirmation 2 Pour la fonction $f : x \longmapsto 5 - 3x$, l'image de -1 par f est -2.

Affirmation 3 pour tout nombre x, $\quad (2x+1)^2 - 4 = (2x+3)(2x-1)$.

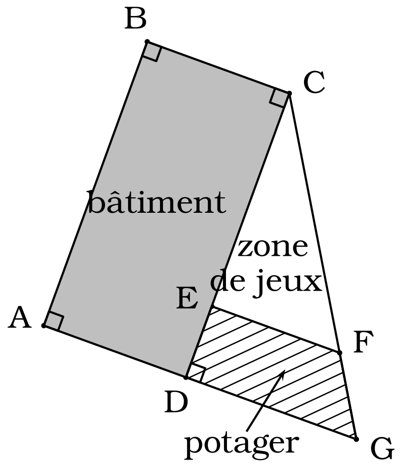
Affirmation 4 $15 - 5 \times 7 + 3 = 73$.

Affirmation 5 Le triangle ABC avec $AB = 4{,}5$ cm, $BC = 6$ cm et $AC = 7{,}5$ cm est rectangle en B.

Affirmation 6 Pour tout entier n positif, l'entier $3n + 18$ est un multiple de 3.

Exercice 4 — DNB Juin 2023 Asie. **22 points**

Un centre de loisirs dispose d'un bâtiment et d'un espace extérieur pour accueillir des enfants.
L'espace extérieur, modélisé par un triangle, est partagé en deux parties: un potager (quadrilatère $DEFG$ hachuré) et une zone de jeux (triangle EFC), comme représenté par la figure ci-contre.



Données:

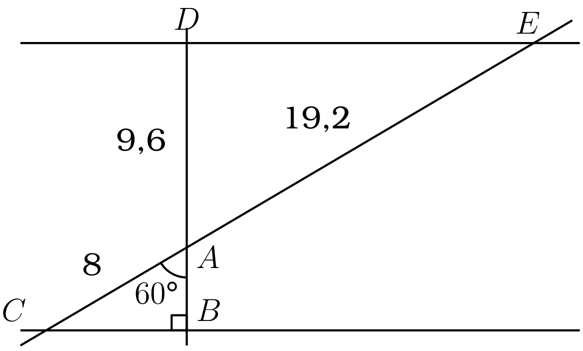
- Les points C, E et D sont alignés.
- Les points C, F et G sont alignés.
- Les droites (EF) et (DG) sont parallèles.
- Les droites (DG) et (CD) sont perpendiculaires.
- $CE = 30$ m; $ED = 10$ m et $DG = 24$ m.

1. Déterminer la longueur CD.
2. Calculer la longueur CG. Arrondir au dixième de mètre près.
3. L'équipe veut séparer la zone de jeux et le potager par une clôture représentée par le segment $[EF]$. Montrer que la clôture doit mesurer 18 m.
4. Pour semer du gazon sur la zone de jeux, l'équipe décide d'acheter des sacs de 5 kg de graines à 22,90 € l'unité. Chaque sac permet de couvrir une surface d'environ 140 m^2. Quel budget doit-on prévoir pour pouvoir semer du gazon sur la totalité de la zone de jeux?
5. La direction du centre affirme que la surface du potager est plus grande que celle de la zone de jeux. A-t-elle raison?

Exercice 5 — DNB Juin 2022 Centres étrangers. **21 points**

On considère la figure suivante, où toutes les longueurs sont données en centimètre.
Les points C, A et E sont alignés et les points B, A et D sont alignés.

La figure n'est pas représentée en vraie grandeur.



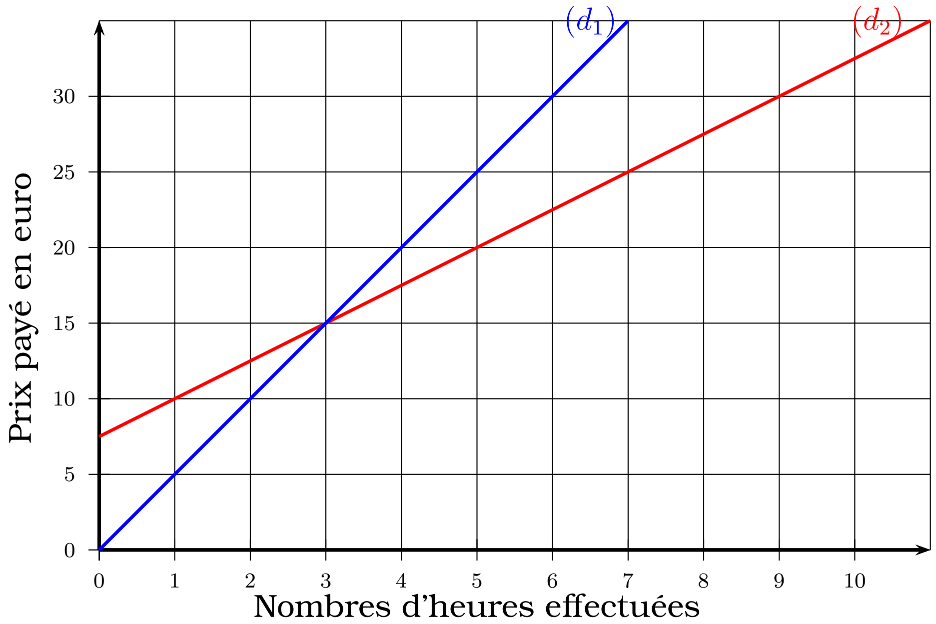
1. Prouver que le segment $[AB]$ mesure 4 cm.
2. En utilisant la question précédente, démontrer que les droites (BC) et (DE) sont parallèles.
3. En déduire que la droite (DB) est perpendiculaire à la droite (DE).
4. Calculer l'aire du triangle ADE arrondie à l'unité.

Exercice 6 — DNB Juin 2022 Polynésie. **16 points**

Le graphique ci-dessous représente les deux tarifs pratiqués dans une salle de sport, selon le nombre d'heures effectuées :

— la droite (d_1) est la représentation graphique du tarif « liberté »

— la droite (d_2) est la représentation graphique du tarif « abonné »



1. Le prix payé avec le tarif « liberté » est-il proportionnel au nombre d'heures effectuées dans la salle de sport ? Expliquer la réponse.

On appelle:

— f la fonction qui, au nombre d'heures effectuées, associe le prix payé en euro avec le tarif « liberté »

— g la fonction qui, au nombre d'heures effectuées, associe le prix payé en euro avec le tarif « abonné »

2. Répondre aux questions suivantes par lecture graphique :
   a) Quelle est l'image de 5 par la fonction f ?
   b) Quel est l'antécédent de 10 par la fonction g ?
3. À l'aide du graphique, indiquer le tarif parmi les deux proposés qui est le plus avantageux pour une personne selon le nombre d'heures qu'elle souhaite effectuer dans la salle de sport.
4. Déterminer le prix payé avec le tarif « liberté » pour 15 heures effectuées.
   Expliquer la démarche, même si elle n'est pas aboutie.

Corrigé

solution de l'exercice 1 . **TOTAL 14 PTS**

1. **(2 points)** Le premier programme donne : $7 \to 12 \to 24 \to 17$.
   Le deuxième programme donne : $7 \to 49 \to 41$.
2. **(1 point)** On obtient successivement : $-4 \to -28 \to -36$.
3. a) **(3 points)** Le programme 1 donne : $x \to x+5 \to 2(x+5) \to 2(x+5)-x$.
   b) **(2 points)** Le résultat final précédent d'écrit :
   $2(x+5)-x = 2x+10-x = x+10$.
4. **(2 point)s** On peut supprimer les instructions 3, 4 et 5.
5. **(4 points)** Le deuxième programme donne si on introduit le nombre x, $7x-8$.
   Donc les deux programmes donnent le même résultat si :
   $x+10 = 7x-8$, soit $18 = 6x$ ou $6 \times 3 = 6 \times x$, d'où finalement $x = 3$.
   Vérification : le lutin n° 1 donne $3+10 = 13$ et le lutin n° 2 donne $7 \times 3 - 8 = 21 - 8 = 13$.

■

solution de l'exercice 2 . **TOTAL 18 PTS**

1. a) **(3 points), 0.5 par décomposition non justifiée**
   - De même que $39 = 3 \times 13$, on a $78 = 60+18 = 6 \times 10 + 6 \times 3 = 6 \times (10+3) = 6 \times 13 = 2 \times 3 \times 13$;
   - $51 = 30+21 = 3 \times 10 + 3 \times 7 = 3 \times (10+7) = 3 \times 17$.

   b) **(2 points)** On a donc $\left\{\begin{array}{lcl} 39 & = & 3 \times 13 \\ 78 & = & 3 \times 26 \\ 51 & = & 3 \times 17 \end{array}\right.$
   On peut donc faire 3 paniers identiques.

   c) **(3 points)** Il suffit de relever les seconds facteurs de chaque produit pour trouver que chacun des 3 paniers sera composé de 13 salades, 26 carottes et 17 aubergines.
2. a) **(2 points) + (2 points) pour la justification** On a : $\left\{\begin{array}{lcl} 39 & = & 13 \times 3 \\ 78 & = & 13 \times 6 \\ 51 & = & 13 \times 3 + 12 \end{array}\right.$
   Chacun des 13 paniers aura 3 salades, 6 carottes et 3 aubergines. Resterons 12 aubergines.

   b) **(2 points)** Avec 1 aubergine de plus, on aura $52 = 13 \times 4$: chacun des 13 paniers aura 4 aubergines.
3. **(4 points)** On écrit les multiples de 13 aux environs de 110 et 125 :
   $110 < 117 = 13 \times 9 < 125 < 130 = 13 \times 10$: le seul multiple de 13 entre 110 et 125 est $117 = 13 \times 9$; si l'on récolte 117 tomates, on pourra en mettre exactement 9 dans chacun des 13 paniers.

■

solution de l'exercice 3 . **(1.5 point) par question, (0.5 point) si non justifiéeTOTAL 9 PTS**

Affirmation 1 Fausse. $\dfrac{3}{5} + \dfrac{1}{2} = \dfrac{3 \times 2}{5 \times 2} + \dfrac{1 \times 5}{2 \times 5} = \dfrac{6+5}{10} = \dfrac{11}{10}$ et $\dfrac{3+1}{5+2} = \dfrac{4}{7}$

Affirmation 2 Fausse. On a $f(-1) = 5 - -3 \times (-1) = 5 + 3 = 8 \neq -2$.

Affirmation 3 Vraie. Quel que soit le nombre x, $(2x+1)^2-4=(2x+1)^2-2^2$ $\left(\text{identité } a^2-b^2\right)=(2x+1+2)(2x+1-2)=(2x+3)(2x-1)$.

Affirmation 4 Fausse. priorité des opérations !

Affirmation 5 Vraie. Dans le triangle ABC, $[AC]$ est le plus grand côté.

$$\begin{array}{c|ccc}
AC^2 & AB^2 & + & BC^2 \\
7{,}5^2 & 6^2 & + & 4{,}5^2 \\
 & 36 & + & 20{,}25 \\
56{,}25 & & 56{,}25 &
\end{array}$$

Comme $AC^2=AB^2+BC^2$, alors le triangle ABC est rectangle en B d'après la réciproque du théorème de Pythagore.

Affirmation 6 Vraie. $3n+18=3(\underbrace{n+6}_{\text{entier}})$, donc c'est un multiple de 3.

■

solution de l'exercice 4 . **TOTAL 22 PTS**

1. **(2 points)** On a CD = CE + ED $=30+10=40$ (m).
2. **(5 points)** Le théorème de Pythagore appliqué au triangle CDG rectangle en D s'écrit :
   $\text{CG}^2=\text{CD}^2+\text{DG}^2=40^2+24^2=1\ 600+576=2\ 176$.
   Donc CG $=\sqrt{2\ 176}\approx 46,64$, soit 46,4 (m) au dixième de mètre près.
3. **(5 points)** Les droites (DE) et (GF) sont sécantes en C et les droites (EF) et (DG) sont parallèles. le théorème de Thalès permet d'écrire :
   $\dfrac{\text{CE}}{\text{CD}}=\dfrac{\text{EF}}{\text{DG}}$ soit $\dfrac{30}{40}=\dfrac{\text{EF}}{24}$. On en déduit EF $=24\times\dfrac{30}{40}=24\times\dfrac{3}{4}=6\times 3=18$ (m).
4. **(5 points)** L'aire de la zone de jeux est égale à :
   $\mathcal{A}(\text{CEF})=\dfrac{\text{CE}\times\text{EF}}{2}=\dfrac{30\times 18}{2}=30\times 9=270$ (m^2).
   Avec deux sacs on peut donc ensemencer l'aire de jeux ; il faut donc prévoir un budget de $2\times 22,90=45,80$ €.
5. **(5 points)** On a $\mathcal{A}(\text{CDG})=\dfrac{\text{CD}\times\text{DG}}{2}=\dfrac{40\times 24}{2}=40\times 12=480$ (m^2).
   Par différence on a : $\mathcal{A}(\text{DEFG})=\mathcal{A}(\text{CDG})-\mathcal{A}(\text{CEF})=480-270=210$ (m^2).

On a $210<280$, donc la direction du centre a tort. ■

solution de l'exercice 5 . **TOTAL 21 PTS**

1. **(5 points)** Le triangle ABC est rectangle en B donc $\cos\left(\widehat{\text{BAC}}\right)=\dfrac{\text{AB}}{\text{AC}}$.
   Or $\widehat{\text{BAC}}=60°$ et $\cos(60°)=\dfrac{1}{2}$. De plus AC $=8$.
   Donc $\dfrac{1}{2}=\dfrac{\text{AB}}{8}$ donc AB $=4$. Le segment [AB] mesure 4 cm.
2. **(5 points)** Les points B, A, D d'une part, et C, A, E d'autre part sont alignés dans cet ordre.
   $\dfrac{\text{AC}}{\text{AB}}=\dfrac{8}{4}=2$ et $\dfrac{\text{AE}}{\text{AD}}=\dfrac{19,2}{9,6}=2$ donc $\dfrac{\text{AC}}{\text{AB}}=\dfrac{\text{AE}}{\text{AD}}$
   D'après la réciproque du théorème de Thalès, on peut en conclure que les droites (BC) et (DE) sont parallèles.
3. **(3 points)** La droite (DB) est perpendiculaire à la droite (BC), et les droites (BC) et (DE) sont

parallèles. Or, quand deux droites sont parallèles, toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

On en déduit que la droite (DB) est perpendiculaire à la droite (DE).

4. **(8 points)** L'aire du triangle ADE, rectangle en D, est: $\dfrac{\text{DE} \times \text{AD}}{2}$; on calcule DE.

   Le triangle ADE est rectangle en D donc, d'après le théorème de Pythagore, on a:

   $\text{AE}^2 = \text{AD}^2 + \text{DE}^2$ donc $19,2^2 = 9,6^2 + \text{DE}^2$ donc $\text{DE}^2 = 276,48$ donc $\text{DE} = \sqrt{276,48}$

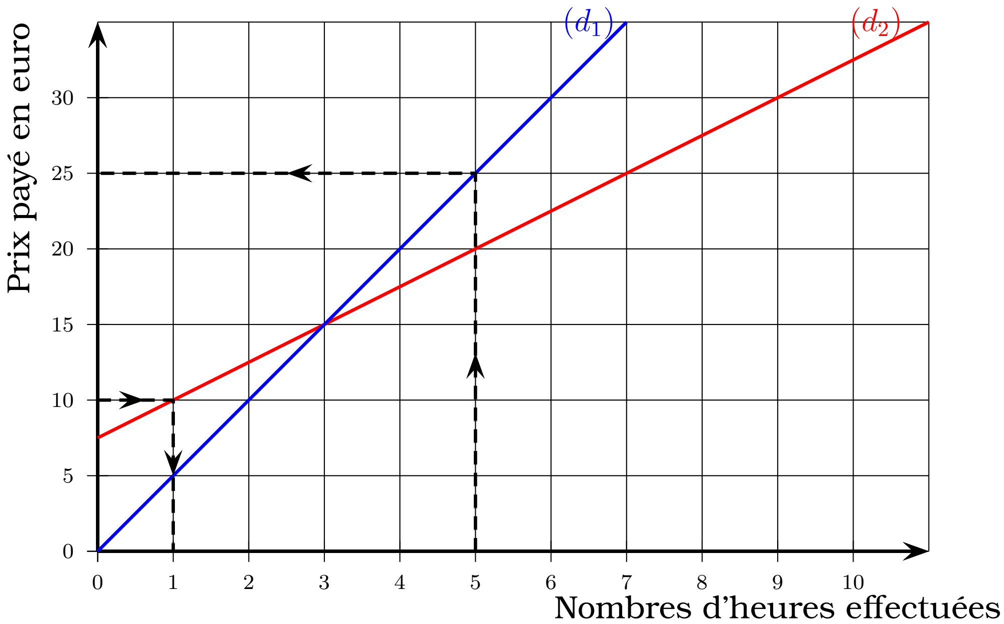
   $\dfrac{\text{DE} \times \text{AD}}{2} = \dfrac{\sqrt{276,48} \times 9,6}{2} \approx 80$

L'aire du triangle ADE vaut environ 80 cm^2. ■

solution de l'exercice 6 . **TOTAL 16 PTS**

1. **(3 points)** Le prix payé avec le tarif « liberté » est représenté par la droite (d_1) qui passe par l'origine donc ce prix est bien proportionnel au nombre d'heures effectuées dans la salle de sport.
2. a) **(2 points)** $f(5) = 25$. L'image de 5 par f est 25.

   b) **(2 points)** L'antécédent de 10 par la fonction g est 1



3. **(6 points)**
   — Si la personne effectue moins de 3h dans la salle de sport il est plus avantageux qu'elle choisisse le tarif « liberté »(car la droite (d_1) est en dessous de la droite (d_2))
   — Si la personne effectue 3 h il est équivalent qu'elle choisisse l'un ou l'autre des deux tarifs.
   — Si la personne effectue plus de 3 h il est plus avantageux qu'elle choisisse le tarif « abonné »(car la droite (d_2) est en dessous de la droite (d_1)).
4. **(3 points)** Comme la droite (d_1) passe par l'origine elle représente une fonction linéaire, donc $f(x) = ax$ avec a un réel.

   (d_1) passe par les points de coordonnées (0 ; 0) et (3 ; 15) donc $a = \dfrac{15-0}{3-0} = \dfrac{15}{3} = 5$.

   Par conséquent $f(x) = 5x$. Et $f(15) = 5 \times 15 = 75$.

Le prix payé avec le tarif « liberté » pour 15 heures effectuées est de 75 €. ■