3.2 Le discriminant

Définition 3.1 Pour tout fonction quadratique définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$. On appelle discriminant le réel :

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Démonstration. Questionner les élèves sur la prochaine étape.

$$\begin{aligned}
f(x) &= ax^2 + bx + c \\
&= a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right) \\
&= a\left(x\left(x + \frac{b}{a}\right) + \frac{c}{a}\right) \\
&= a\left(\left(x + \frac{b}{2a} - \frac{b}{2a}\right)\left(x + \frac{b}{2a} + \frac{b}{2a}\right) + \frac{c}{a}\right) \\
&= a\left(\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a}\right) \\
&= a\left(\left(x - \left(-\frac{b}{2a}\right)\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right) \\
&= a\left[\left(x - \left(-\frac{b}{2a}\right)\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right]
\end{aligned}$$

■

Théorème 3.1 — forme factorisée. Pour tout fonction quadratique définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$.

- Si $\Delta < 0$, f n'a pas de racines. Son signe est celui de a.
- Si $\Delta = 0$, f admet une racine double $r = -\frac{b}{2a}$. f s'annule mais reste du même signe que a.
- Si $\Delta > 0$. f admet deux racines distinctes :

$$r_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \qquad r_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

.

3.2.1 Exercices : résolution par complétion au carré ou formule quadratique

Pour une équation quadratique sous forme standard $ax^2+bx+c=0$, $a\neq 0$. Si $\Delta = b^2-4ac \geqslant 0$, alors le(s) solution(s) de l'équations quadratique sont données par l'expression :

$$\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Exercice 9 — Formule quadratique. Complétez le tableau à l'aide de la formule quadratique.

Equation	Formule quadratique	simplification	Solutions
$x^2+4x+2=0$	$\dfrac{-(\quad)\pm\sqrt{(\quad)^2-4(\quad)(\quad)}}{2(\quad)}$	$\dfrac{-4\pm\sqrt{8}}{2}$	$r_1=-2+\sqrt{2}$ $r_2=-2-\sqrt{2}$
$x^2-5x+3=0$	$\dfrac{-(\quad)\pm\sqrt{(\quad)^2-4(\quad)(\quad)}}{2(\quad)}$	$\dfrac{5\pm\sqrt{\quad}}{2}$	$r_1=$ $r_2=$
$x^2+x-2=0$	$\dfrac{-(\quad)\pm\sqrt{(\quad)^2-4(\quad)(\quad)}}{2(\quad)}$	$\dfrac{\pm\sqrt{\quad}}{}$	$r_1=$ $r_2=$
$3x^2+4=12x$	$\dfrac{-(\quad)\pm\sqrt{(\quad)^2-4(\quad)(\quad)}}{2(\quad)}$	$\dfrac{\pm\sqrt{\quad}}{}$	$r_1=$ $r_2=$
$3x^2+2\sqrt{3}x=2$	$\dfrac{-(\quad)\pm\sqrt{(\quad)^2-4(\quad)(\quad)}}{2(\quad)}$	$\dfrac{\pm\sqrt{\quad}}{}$	$r_1=$ $r_2=$
$x^2+x+\qquad=0$	$\dfrac{-(\quad)\pm\sqrt{(\quad)^2-4(\quad)(-3)}}{2(\quad)}$	$\dfrac{\pm\sqrt{\quad}}{}$	$r_1=$ $r_2=$
$2x^2\qquad x\qquad=0$	$\dfrac{-(7)\pm\sqrt{(7)^2-4(2)(1)}}{2(\quad)}$	$\dfrac{\pm\sqrt{\quad}}{}$	$r_1=$ $r_2=$
$x^2\qquad x\qquad=0$	$\dfrac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4(3)(-4)}}{2(3)}$	$\dfrac{\pm\sqrt{\quad}}{}$	$r_1=$ $r_2=$
$x^2\qquad x\qquad=0$	$\dfrac{-(\quad)\pm\sqrt{(\quad)^2-4(\quad)(\quad)}}{2(\quad)}$	$\dfrac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$	$r_1=$ $r_2=$
$x^2\qquad x\qquad=0$	$\dfrac{-(\quad)\pm\sqrt{(\quad)^2-4(\quad)(\quad)}}{2(\quad)}$	$\dfrac{2\pm\sqrt{24}}{2}$	$r_1=$ $r_2=$
$x^2\qquad x\qquad=0$	$\dfrac{-(\quad)\pm\sqrt{(\quad)^2-4(\quad)(\quad)}}{2(\quad)}$	$\dfrac{6\pm\sqrt{28}}{4}$	$r_1=$ $r_2=$