Brevet Blanc n° 2
Épreuve de Mathématiques
Durée : 2 heures

Vendredi 6 Mai 2022

Calculatrice PERSONNELLE autorisée.

Le sujet comporte **5** exercices pour un total de **100 points**.
Les exercices sont indépendants et peuvent être traités dans le désordre.

Indications portant sur l'ensemble du sujet :
- Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf indication contraire.
- Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice 1 — **24 points**

Pour chacun des six énoncés suivants, une seule des trois réponses proposées est exacte. Sur la copie, indiquer le numéro de la question et la réponse choisie.

On ne demande pas de justifier. Aucun point ne sera enlevé en cas de mauvaise réponse.

<table>
<tr><th></th><th>Réponse A</th><th>Réponse B</th><th>Réponse C</th></tr>
<tr><td>1/ Le nombre 126 a pour diviseur</td><td>252</td><td>20</td><td>6</td></tr>
<tr><td>2/ On considère la fonction f définie par :
$f(x) = x^2 - 2$.</td><td>L'image de 2 par f est -2</td><td>$f(-2) = 0$</td><td>$f(0) = -2$</td></tr>
<tr><td>3/ Dans la cellule A2 du tableur ci-dessous, on a saisi la formule
$= -5 * \text{A1} * \text{A1} + 2 * \text{A1} - 14$
puis on l'a étirée vers la droite. Quel nombre obtient-on dans la cellule B2 ?
<table>
<tr><th></th><th>A</th><th>B</th></tr>
<tr><td>1</td><td>-4</td><td>-3</td></tr>
<tr><td>2</td><td>-102</td><td></td></tr>
</table></td><td>-65</td><td>205</td><td>25</td></tr>
<tr><td>4/ Les solutions de l'équation $x^2 = 16$ sont ...</td><td>-8 et 8</td><td>-4 et 4</td><td>-32 et 32</td></tr>
<tr><td>5/ 2×2^{400} est égal à ...</td><td>2^{401}</td><td>4^{400}</td><td>2^{800}</td></tr>
<tr><td>6/ La largeur et la hauteur d'une télévision suivent le ratio 16 : 9. Sachant que la hauteur de cette télévision est de 54 cm, combien mesure sa largeur ?</td><td>94 cm</td><td>96 cm</td><td>30,375 cm</td></tr>
</table>

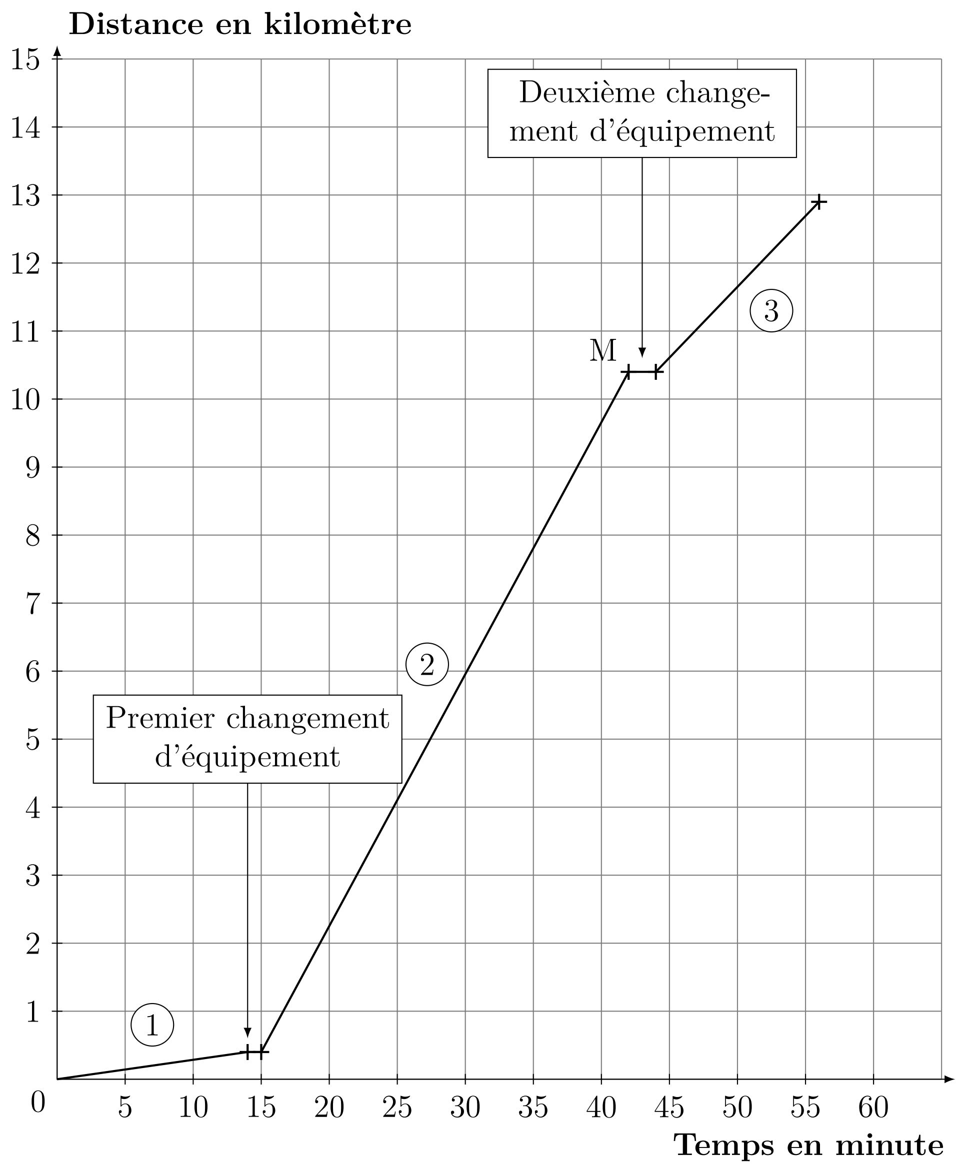
Exercice 2 **20 points**

Une athlète a réalisé un triathlon d'une longueur totale de 12,9 kilomètres. Les trois épreuves se déroulent dans l'ordre suivant :

Épreuve 1 : Natation Distance = 400 m	Épreuve 2 : Cyclisme	Épreuve 3 : Course à pied. Distance = 2,5 km

Entre deux épreuves, l'athlète doit effectuer sur place un changement d'équipement.

Le graphique ci-dessous représente la distance parcourue (exprimée en kilomètre) par l'athlète, en fonction du temps de parcours (exprimé en minute) de l'athlète pendant son triathlon.

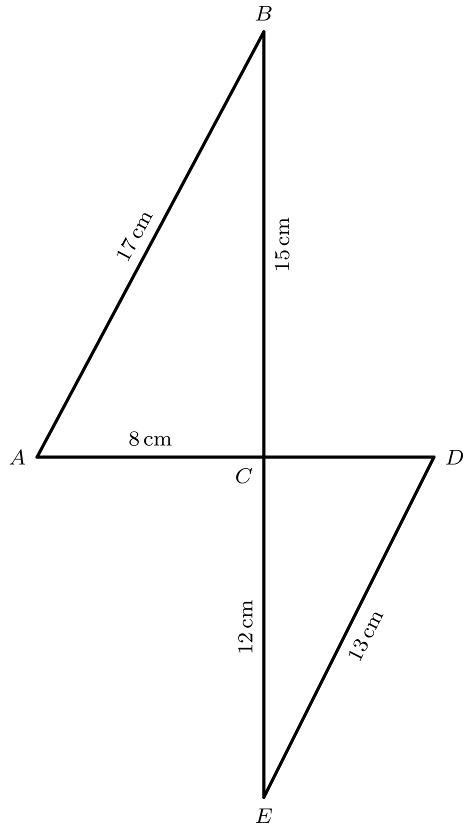


Le point M a pour abscisse 42 et pour ordonnée 10,4.

À l'aide du tableau ci-dessus ou par lecture du graphique ci-dessus avec la précision qu'il permet, répondre aux questions suivantes, en justifiant la démarche.

1) Au bout de combien de temps l'athlète s'est-elle arrêtée pour effectuer son premier changement d'équipement ?
2) Quelle est la longueur, exprimée en kilomètre, du parcours de l'épreuve de cyclisme ?
3) En combien de temps l'athlète a-t-elle effectué l'épreuve de course à pied ?
4) Parmi les trois épreuves, pendant laquelle l'athlète a été la moins rapide ?
5) On considère que les changements d'équipement entre les épreuves font partie du triathlon.
   La vitesse moyenne de l'athlète sur l'ensemble du triathlon est-elle supérieure à 14 km/h ?

Exercice 3 **20 points**



Sur la figure ci-contre, qui n'est pas en vraie grandeur, le point C est le point d'intersection des droites (BE) et (AD).

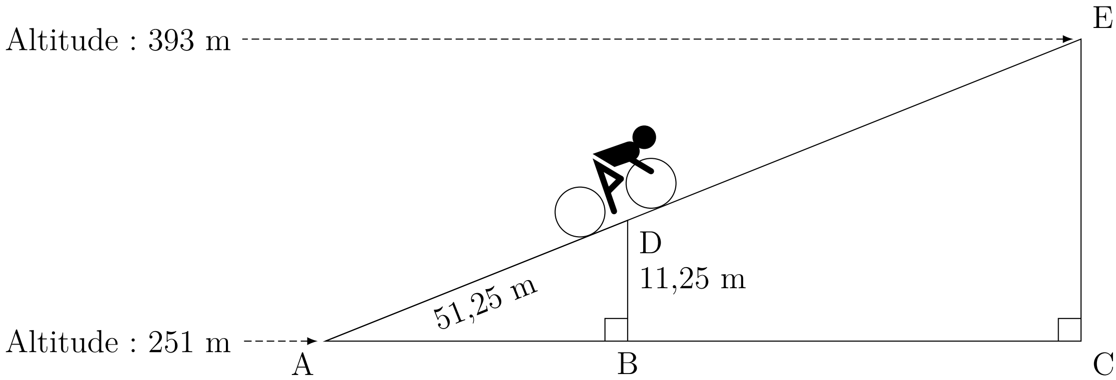
1) Démontrer que le triangle ABC est rectangle en C.
2) Calculer l'aire du triangle ABC.
3) Calculer une valeur approchée au degré près de l'angle $\widehat{\text{BAC}}$.
4) Calculer le périmètre du triangle CDE.
5) Les droites (AB) et (DE) sont-elles parallèles ?

Exercice 4 **18 points**

Aurélie fait du vélo en Angleterre au col de Hardknott.

Elle est partie d'une altitude de 251 mètres et arrivera au sommet à une altitude de 393 mètres.

Sur le schéma ci-dessous, qui n'est pas en vraie grandeur, le point de départ est représenté par le point A et le sommet par le point E. Aurélie est actuellement au point D.



Les droites (AB) et (DB) sont perpendiculaires. Les droites (AC) et (CE) sont perpendiculaires. Les points A, D et E sont alignés. Les points A, B et C sont alignés.

AD = 51,25 m et DB = 11,25 m.

1) Justifier que le dénivelé qu'Aurélie aura effectué, c'est-à-dire la hauteur EC, est égal à 142 m.

2) a) Prouver que les droites (DB) et (EC) sont parallèles.

   b) Montrer que la distance qu'Aurélie doit encore parcourir, c'est-à-dire la longueur DE, est d'environ 596 m.

3) On utilisera pour la longueur DE la valeur 596 m.

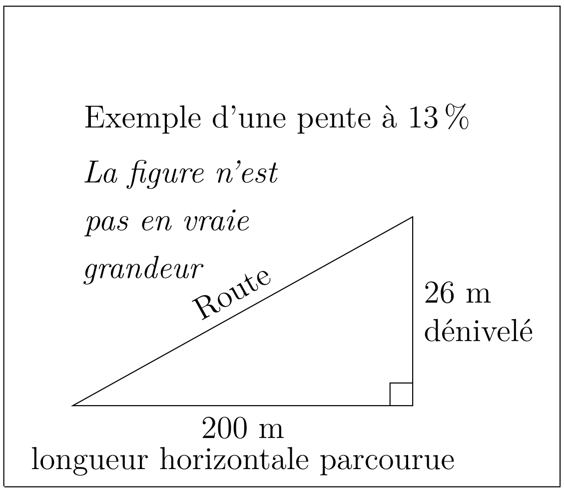
   Sachant qu'Aurélie roule à une vitesse moyenne de 8 km/h, si elle part à 9 h 55 du point D, à quelle heure arrivera-t-elle au point E ? Arrondir à la minute.

4) La pente d'une route est obtenue par le calcul suivant :

$$\text{pente} = \frac{\text{dénivelé}}{\text{longueur horizontale parcourue}}.$$

La pente s'exprime en pourcentage.

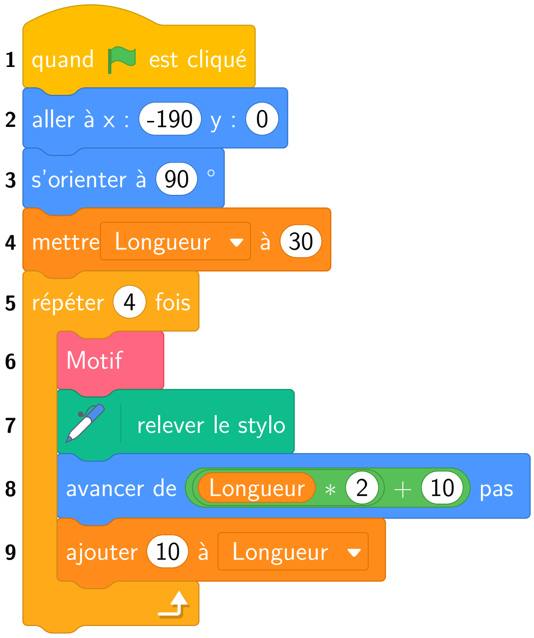
Démontrer que la pente de la route parcourue par Aurélie est de 22,5 %.

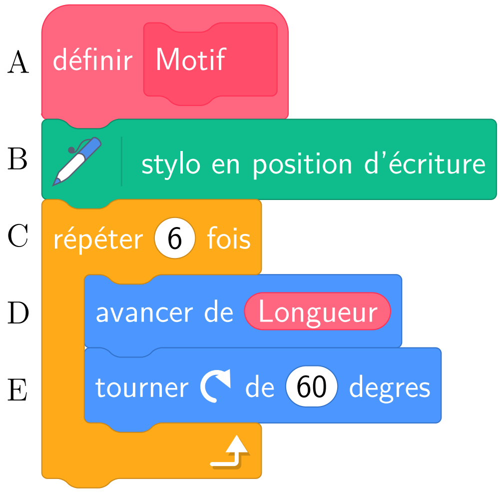


Exercice 5 **18 points**

On donne le programme suivant:

On rappelle que « s'orienter à 90 » signifie que l'on est orienté vers la droite.



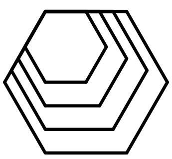
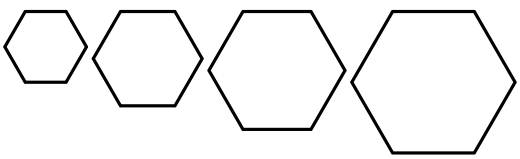
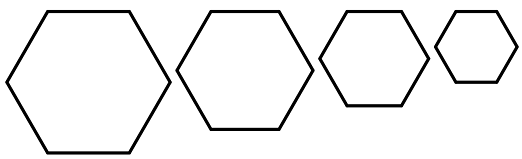


1) On prendra dans cette question 1 mm pour un pixel.

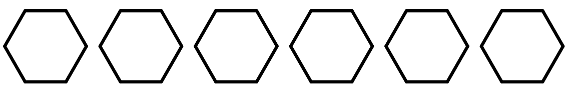
Représenter en vraie grandeur sur votre copie la figure que trace le bloc Motif lorsque Longueur vaut 30 pixels.

2) Ce programme utilise une variable, quel est son nom ? À quoi correspond-elle sur la figure réalisée par le bloc Motif ?

3) Laquelle de ces trois figures obtient-on lorsqu'on exécute ce programme ? Indiquer sur la copie le numéro de la bonne proposition parmi les trois suivantes. On expliquera son choix.

1	2	3
		

4) Modifier le programme précédent pour obtenir la figure ci-dessous. Pour cela, indiquer les numéros des instructions à supprimer ou à modifier, et préciser les modifications à apporter:



5) On souhaite modifier le bloc Motif afin qu'il permette de tracer un carré. Pour cela, indiquer les lettres des instructions à supprimer ou à modifier, et préciser les modifications à apporter.

Corrigé

corrigé de l'exercice 1. **4 points** par question sur **24points**

<table>
<tr><th></th><th>Réponse A</th><th>Réponse B</th><th>Réponse C</th></tr>
<tr><td>1/ Le nombre 126 a pour diviseur</td><td>252</td><td>20</td><td>6</td></tr>
<tr><td>2/ On considère la fonction f définie par :
$f(x) = x^2 - 2$.</td><td>L'image de 2 par f est -2</td><td>$f(-2) = 0$</td><td>$f(0) = -2$</td></tr>
<tr><td>3/ Dans la cellule A2 du tableur ci-dessous, on a saisi la formule
$= -5 * \text{A}1 * \text{A}1 + 2 * \text{A}1 - 14$
puis on l'a étirée vers la droite. Quel nombre obtient-on dans la cellule B2 ?<table><tr><th></th><th>A</th><th>B</th></tr><tr><td>1</td><td>-4</td><td>-3</td></tr><tr><td>2</td><td>-102</td><td></td></tr></table></td><td>-65</td><td>205</td><td>25</td></tr>
<tr><td>4/ Les solutions de l'équation $x^2 = 16$ sont ...</td><td>-8 et 8</td><td>-4 et 4</td><td>-32 et 32</td></tr>
<tr><td>5/ 2×2^{400} est égal à ...</td><td>2^{401}</td><td>4^{400}</td><td>2^{800}</td></tr>
<tr><td>6/ La largeur et la hauteur d'une télévision suivent le ratio 16: 9. Sachant que la hauteur de cette télévision est de 54 cm, combien mesure sa largeur ?</td><td>94 cm</td><td>96 cm</td><td>30,375 cm</td></tr>
</table>

■

corrigé de l'exercice 2. **20 points**

1) **2pts**L'athlète a fait l'épreuve de natation en 14 min, début de son premier changement d'équipement.
2) **4pts**Si c est la longueur s parcours en vélo, on a :
   $0,400 + c + 2,5 = 12,9$ soit $c + 2,9 = 12,9$, d'où $c = 10$ km.
3) **4pts** L'épreuve de course à pied s'est passée de la 44$^{\text{e}}$ à la 56$^{\text{e}}$ minute ; elle a donc couru pendant $56 - 44 = 12$ minutes.
4) **6pts**Le segment ayant la plus faible pente est bien sûr celui de la natation. Remarque : on peut calculer : vitesse en natation : 400 m en 14 min soit $\frac{0,4}{14} \times 60 \approx 1,71$ km/h ;
   vitesse en vélo : 10 km en 27 min soit $\frac{10}{27} \times 60 \approx 22,2$ km/h ;
   vitesse à pied : 2,5 km en 12 min soit $\frac{2,5}{12} \times 60 = 12,5$ km/h.
5) **4pts** Elle a parcouru 12,9 km en 57 minutes, à une vitesse de $\frac{12,9}{57} \times 60 \approx 13,58 < 14$ km/h.

■

corrigé de l'exercice 3. **20 points**

1. **4pts** Dans le triangle ACB, $[AB]$ est le plus grand côté.

$$\left.\begin{array}{l} AB^2 = 17^2 = 289 \\ \\ AC^2 + CB^2 = 8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289 \end{array}\right\} AB^2 = AC^2 + CB^2$$

Comme $AB^2 = AC^2 + CB^2$, alors le triangle ACB est rectangle en C d'après la réciproque du théorème de Pythagore.

2. **2pts** $A = 8 \times 15 \div 2 = 60\,\text{cm}^2$
3. **4pts**

Dans le triangle ACB, rectangle en C, on a :

$$\cos\left(\widehat{CAB}\right) = \frac{AC}{AB}$$
$$\cos\left(\widehat{CAB}\right) = \frac{8}{17}$$
$$\widehat{CAB} \approx 62°$$

Dans le triangle ACB, rectangle en C, on a :

$$\sin\left(\widehat{CAB}\right) = \frac{CB}{AB}$$
$$\sin\left(\widehat{CAB}\right) = \frac{15}{17}$$
$$\widehat{CAB} \approx 62°$$

Dans le triangle ACB, rectangle en C, on a :

$$\tan\left(\widehat{CAB}\right) = \frac{CB}{AC}$$
$$\tan\left(\widehat{CAB}\right) = \frac{15}{8}$$
$$\widehat{CAB} \approx 62°$$

4. **4pts** +... Dans le triangle DCE rectangle en C, le théorème de Pythagore permet d'écrire :

$$\begin{aligned} DE^2 &= DC^2 + CE^2 \\ 13^2 &= DC^2 + 12^2 \\ 169 &= DC^2 + 144 \\ DC^2 &= 169 - 144 \\ DC^2 &= 25 \\ DC &= 5\,\text{cm} \end{aligned}$$

...+ **2pts** Le périmètre de CDE est $5 + 12 + 13 = 30\,\text{cm}$

5. **4pts** Dans le triangle CDE, A est un point de la droite (CD), B est un point de la droite (CE).

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{CA}{CD} = \dfrac{8}{5} = \dfrac{8 \times 4}{5 \times 4} = \dfrac{32}{20} \\ \\ \dfrac{CB}{CE} = \dfrac{15}{12} = \dfrac{15_{\triangledown\cdot 3}}{12_{\triangledown\cdot 3}} = \dfrac{5}{4} = \dfrac{5 \times 5}{4 \times 5} = \dfrac{25}{20} \end{array}\right\} \dfrac{CA}{CD} \neq \dfrac{CB}{CE}$$

Donc les droites (AB) et (DE) ne sont pas parallèles.

■

corrigé de l'exercice 4. **18 points**

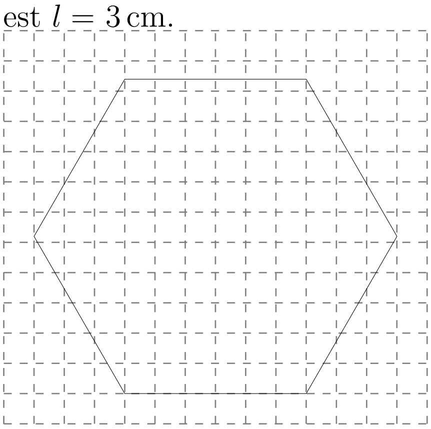
1. **2pts** On a CE $= 393 - 251 = 142$ (m).
2. a) **2pts** Les droites (DB) et (EC) étant toutes les deux perpendiculaires à la droite (AC) sont parallèles.

   b) **4pts** A, D, E sont alignés dans cet ordre,
   A, B et C sont alignés dans cet ordre,
   et les droites (DB) et (EC) sont parallèles : on est donc une situation où l'on peut appliquer le théorème de Thalès, soit :
   $\dfrac{\text{BD}}{\text{EC}} = \dfrac{\text{AD}}{\text{AE}}$,
   soit $\dfrac{11,25}{142} = \dfrac{51,25}{\text{AE}}$;
   on en déduit $11,25\text{AE} = 142 \times 51,25$ puis $\text{AE} = \dfrac{142 \times 51,25}{11,25} \approx 646,8$.
   Donc $\text{DE} = \text{AE} - \text{AD} \approx 646,8 - 51,25 \approx 595,6$ soit 596 (m) au mètre près.
3. **5pts** Aurélie parcourt donc 8 000 m en 60 minutes ou 800 m en 6 min ou 400 m en 3 minutes. Elle mettra donc pour parcourir 596 (m) un temps t tel que $\frac{3}{400} = \frac{t}{596}$, soit $t = \frac{3\times596}{400} = 4,47$ (min), donc $t \approx 4$ (m) : elle arrivera donc à 9 h 59 min à la minute près.
4. **5pts** On a par définition dans le triangle rectangle ABD : $\sin\widehat{\text{CAE}} = \frac{\text{BD}}{\text{AD}} = \frac{11,25}{51,25}$. La calculatrice donne $\widehat{\text{CAE}} \approx 12,68°$.
   Dans le triangle ABC on a $\tan\widehat{\text{CAE}} = \frac{\text{CE}}{\text{AC}}$ d'où $\text{AC} = \dfrac{\text{CE}}{\tan\widehat{\text{CAE}}} \approx \frac{142}{0,225} \approx 631,1$ (m).
   Finalement la pente est $\approx \frac{142}{631,1} \approx 0,225$, donc $\frac{22,5}{100} = 22,5\,\%$.

■

corrigé de l'exercice 5. **18 points**

1. **4pts** Longueur de côté du premier hexagone est $l = 3\,\text{cm}$.



2. **3pts** Longueur est la longueur d'un côté.
3. **3pts** La 2, les hexagones sont de plus en plus grand lorsque l'on progresse vers la droite.
4. **4pts** Il faut supprimer la ligne 9 pour ne plus agrandir la figure.
   Il faut répéter 6 fois à la ligne 5.
5. **4pts** C devient 4 fois, et on tourne de 90 degrés à la ligne E.

■