Chapitre

Fonctions affines 13

Définition 13.1 — expression. Soit deux nombres m et p définissent une **fonction affine** f par son expression :

$$\text{pour tout } x \qquad f(x) = mx + p$$

Le terme constant p est l'image de 0 : $p = f(0)$.

1) Si $p = 0$, la fonction est **affine et linéaire** $f(x) = mx$.
2) Si $m = 0$, la fonction est **affine et constante** $f(x) = p$.

Exemple 13.1

1) La fonction f définie par $f(x) = -2x+4$ est une fonction affine et pas linéaire, avec ....
2) La fonction g définie par $g(x) = 2x$ est une fonction linéaire et affine : ....
3) La fonction h définie par $h(x) = \dfrac{x+1}{2}$ est affine et pas linéaire :
4) La fonction k définie par $k(x) = -5$ est affine et constante ..

Théorème 13.2 — calcul du coefficient m. Une fonction est affine **si et seulement si** il existe une constante m tel que

$$\text{pour tout } a \neq b \text{ on a} \qquad \frac{f(a) - f(b)}{a - b} = m$$

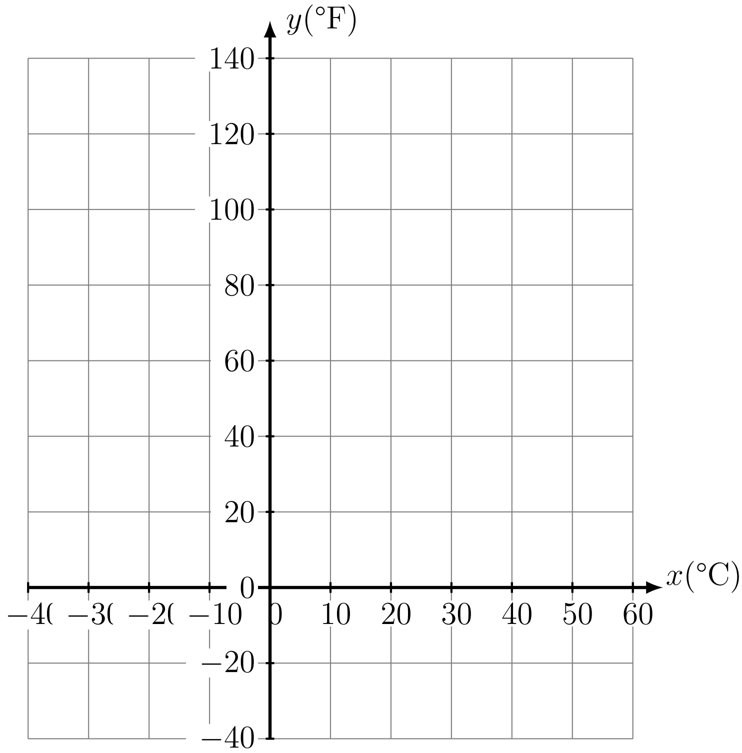
Démonstration.

■

■ **Exemple 13.3**

En France, on utilise le degré Celsius °C pour mesurer les températures. Aux États-Unis on préfère le degré Fahrenheit (°F). Si on connait la température x en °C, on peux calculer la valeur correspondante y en ° F à l'aide de la fonction affine :

$$f(x) = 1{,}8x + 32 \qquad m = 1,8 \text{ et } p = 32.$$



1) Quelle est l'image de 10 °C par f ?

2) Quelle est la température en Fahrenheit correspondant à une températeure de 0 °C ?

3) Calculer l'antécédent de 86 °F.

4) À quelle température en degré Celsius correspond une température de 14 °F ?

5) Compléter le tableau de valeurs suivant :

x en °C	−40	−10	0	10	20	30	40	50	100
$y = f(x)$ en (°F)									

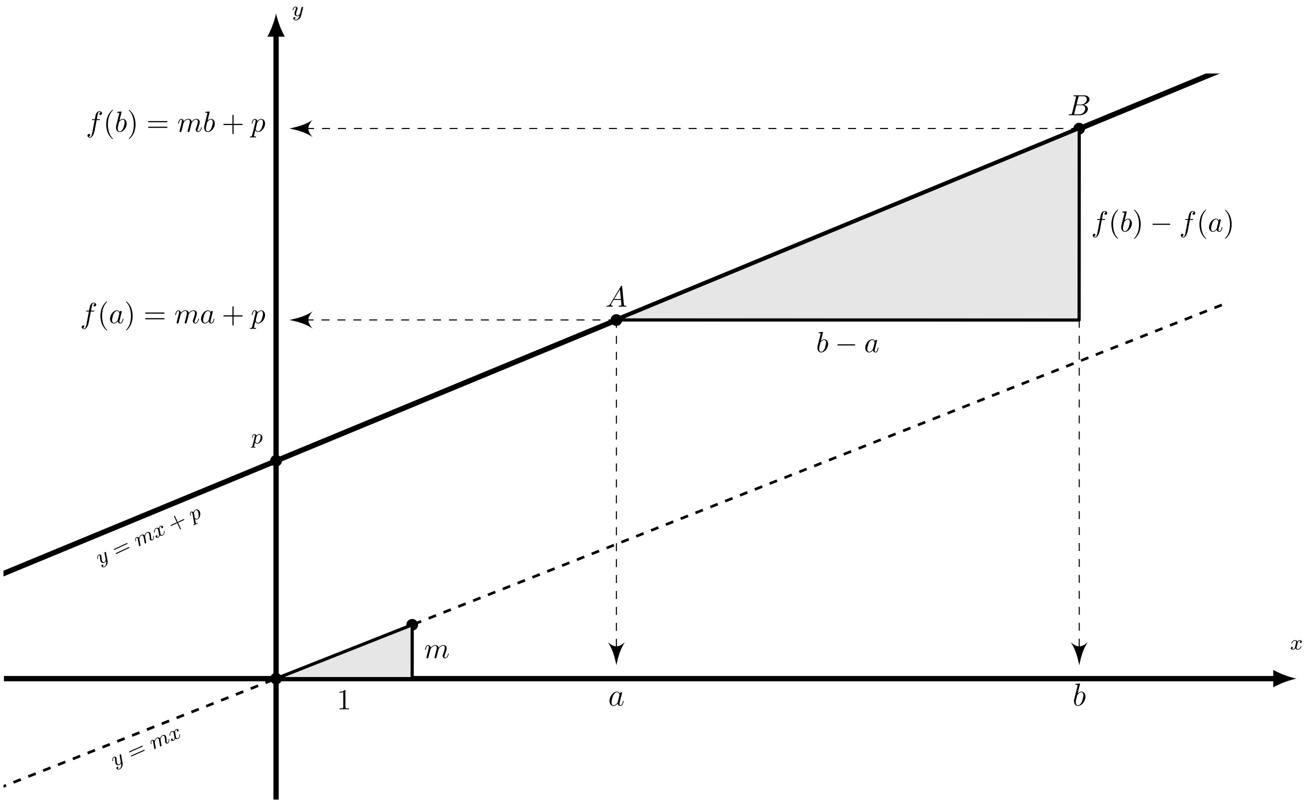
6) Est-ce un tableau de proportionnalité ?

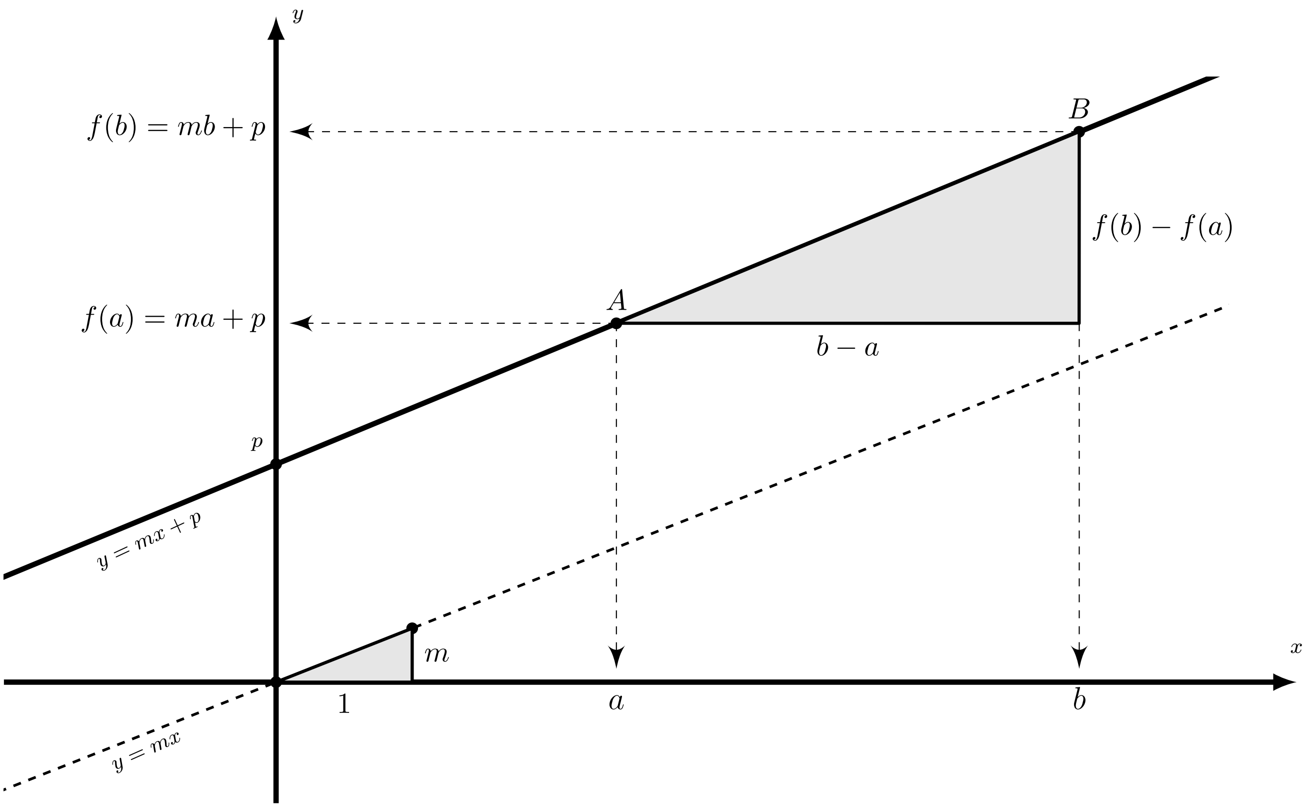
7) Calculer le **taux d'accroissement** de 0 à 100 :

$$\frac{f(100) - f(0)}{100 - 0} =$$

8) Calculer le taux d'accroissement de 10 à 50, puis de 20 à −40, et de 0 à 1.

9) Representer la fonction f sur le graphique ci-dessus.


y
$f(b) = mb + p$
B
$f(b) - f(a)$
$f(a) = ma + p$
A
$b - a$
p
$y = mx + p$
m
x
1
a
b
$y = mx$


y
$f(b) = mb + p$
B
$f(b) - f(a)$
$f(a) = ma + p$
A
$b - a$
p
$y = mx + p$
m
x
1
a
b
$y = mx$

13.1 Exercices : fonctions affines

Exercice 1

f est une fonction affine $f(x) = mx + p$. Pour chaque cas, retrouver m, p et la valeur demandée.

a) $f(x) = 7x + 4$. Calculer $f(3)$.
b) $f(x) = 7 + 2x$. Calculer $f(-6)$.
c) $f(x) = -9(x + 1)$. Calculer l'antécédent de 9.
d) $f(x) = 3(2 + 3x)$. Calculer l'antécédent de 6.
e) $f(x) = \frac{3}{7}(x + 3)$. Calculer $f(-3)$.
f) $f(x) = \frac{8x+5}{6}$. Calculer l'antécédent de 1.
g) $f(x) = \frac{-7x+1}{9}$. Calculer $f(-\frac{1}{2})$.

Exercice 2

Pour chaque fonction affine f retrouver le coefficient m ou/et le terme constant p.

a) $f(x) = 2x + p$ avec $f(2{,}5) = 6$.
b) $f(x) = 3x + p$ avec $f(-1) = -4$.
c) $f(x) = \frac{1}{3}x + p$ avec $f(0) = 4$.
d) $f(x) = mx + 1$ avec $f(3) = 2{,}5$.
e) $f(x) = mx - 1$ avec $f(-2) = 3$
f) $f(x) = mx + p$ avec $f(0) = 10$ et $f(4) = 0$.
g) $f(x) = mx + p$ avec $f(0) = 0$ et $f(2) = 8$.
h) $f(x) = mx + p$ avec $f(0) = 4$ et $f(2) = -4$

Exercice 3

Soit f fonction affine définie par $f(x) = 3x - 5$. Calculons les rapports le taux de variation entre a et b pour les cas suivants :

a) $a = 1$ et $b = 2{,}5$
b) $a = -1$ et $b = 5$
c) $a = 4$ et $b = -1$
d) $a = 0$ et $b = -5$

Exercice 4

En calculant différents taux de variations, déterminer laquelle des fonctions f et g n'est pas affine.

x	-11	-6	4	9
$f(x)$	-11	-7	1	5

x	-6	-1	4	9
$g(x)$	7	3	1	-3

Exercice 5

Soit une fonction affine f tel que $f(6{,}8) = 12{,}3$ et $f(7{,}3) = 10{,}2$

a) Calculer m.
b) Déterminer une équation vérifiée par p et la résoudre.
c) Calculer l'image de 9,3.

Exercice 6

f est une fonction affine $f(x) = mx + p$ tel que $f(-4) = 1$ et $f(6) = 6$.

a) Calculer la valeur de m.
b) Déterminer une équation vérifiée par p et la résoudre.
c) Trouver l'antécédent de 0.

Exercice 7

La fonction f est affine avec $f(x) = mx + p$. Calculer les valeurs de m et p et déterminer l'antécédent de 0 dans les cas suivants :

a) $f(0) = 3$ et $f(2) = -5$
b) $f(0) = -5$ et $f(-4) = 3$.
c) $f(-1) = 2$, et $f(2) = 5$.
d) $f(1) = 4$ et $f(7) = 22$
e) f est linéaire et $f(6) = 9$.
f) $f(7) = 40$ et $f(-3) = -10$.

Exercice 8

Un Plombier facture son déplacement 60 € puis ajoute un tarif horaire fixe de 40 € .

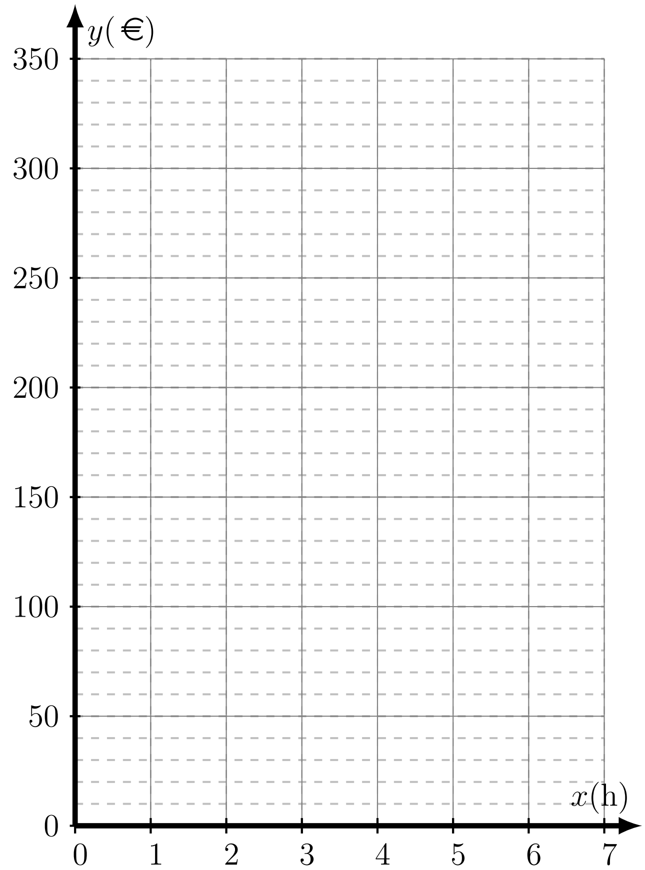
a) Le plombier fait le déplacement, mais après inspection de la situation décide de ne pas intervenir. Quel est le montant total de son intervention ?
b) Même question s'il travaille 1 heure.
c) On note :

$$\begin{cases} x = \text{temps pour terminer} \\ y = \text{facture totale en } € \end{cases}$$

Exprimer y en fonction de x.

d) Remplir le tableau de valeur suivant, puis placer les points sur le repère donné.

x	1	2	3	4	5	6
$y = f(x)$						



Exercice 9

Le prix d'un parcours en taxi se compose d'une prise en chage de 5 € à laquelle on ajoute une part proportionnelle à la longueur du parcours de 2 € par km.

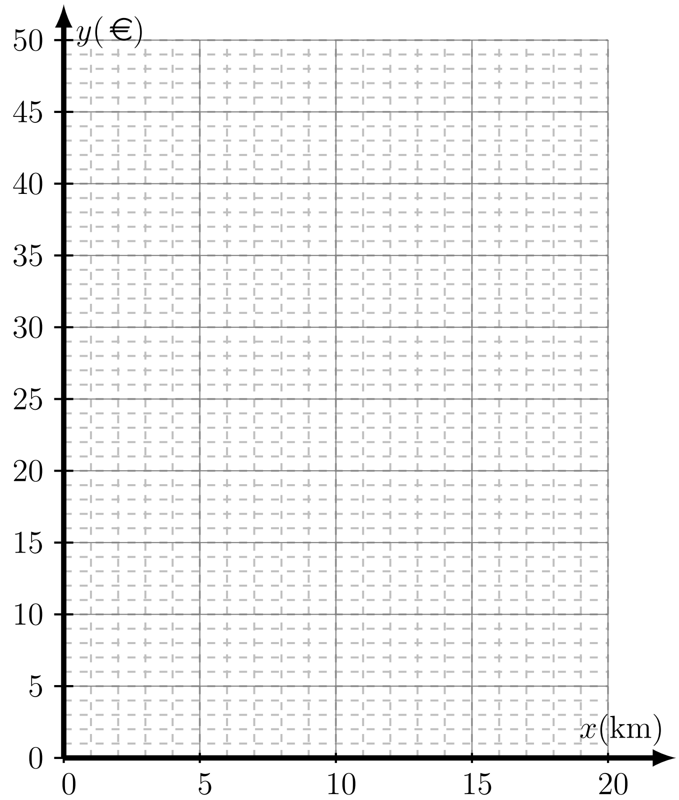
a) Quel est le prix d'un parcours de 12 km ?
b) On note :

$$\begin{cases} x = \text{longueur du parcours} \\ y = \text{facture totale du taxi } € \end{cases}$$

Exprimer y en fonction de x.

c) Remplir le tableau de valeur suivant, puis placer les points sur le repère donné.

x	0	1	5	10	20
$y = f(x)$					



■ **Exemple 13.4** Pour chaque fonction, compléter son tableaux de valeurs, placer les points correspondants et les relier harmonieusement pour obtenir sa représentation graphique.

en rouge

x	-2	-1	0	1	2
$f_0(x) = 2x$					

x	-2	-1	0	1	2
$f(x) = 2x - 3$					

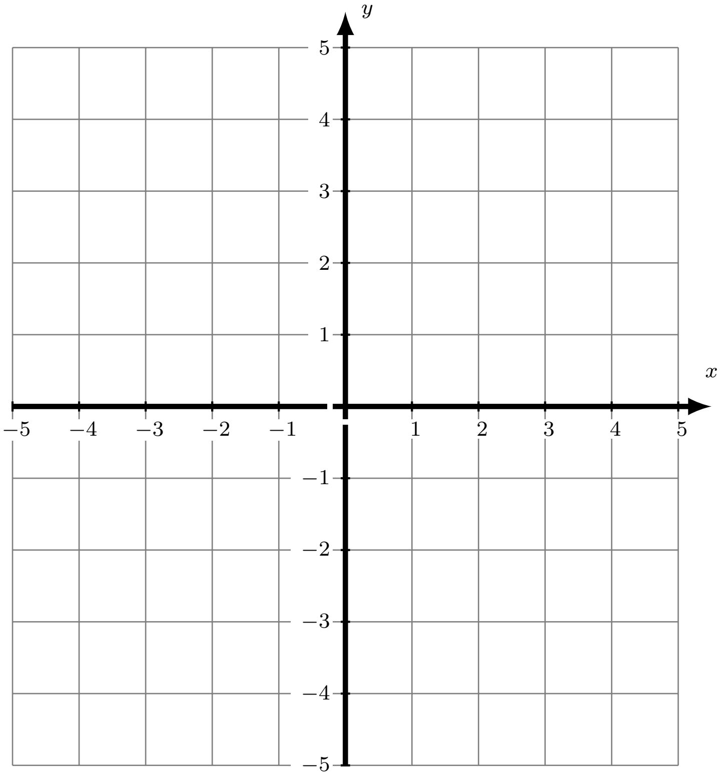
en bleu

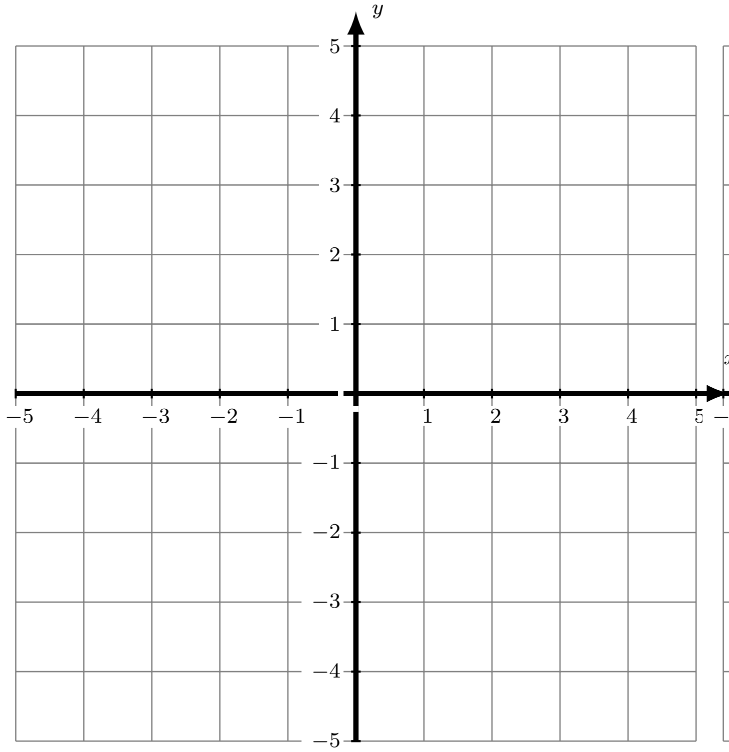
x	-2	0	1	2	3
$g_0(x) = -\frac{2}{3}x$					

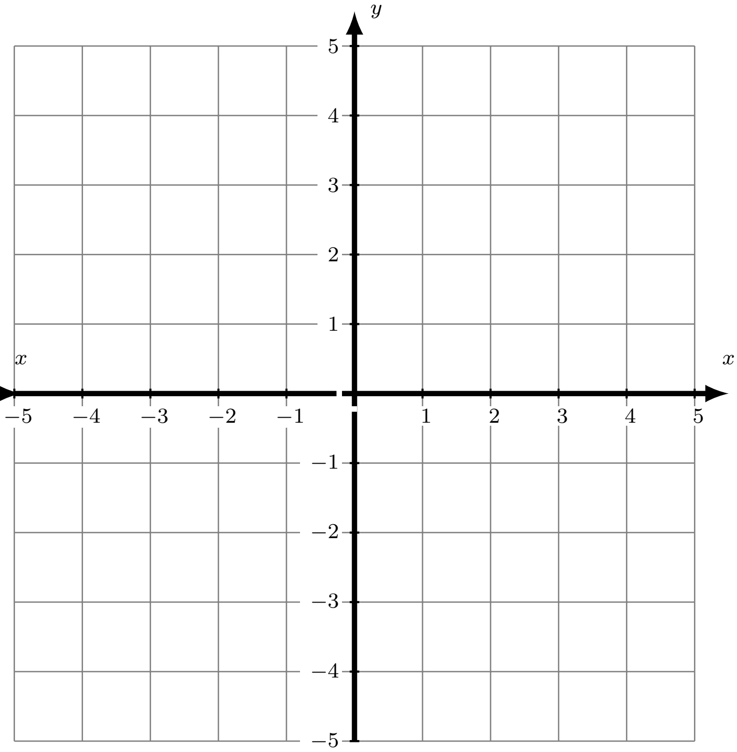
x	-2	0	1	2	3
$g(x) = -\frac{2}{3}x + 2$					

en vert

x	-2	-1	0	1	2	3
$h(x) = (x-2)(x+2)$						







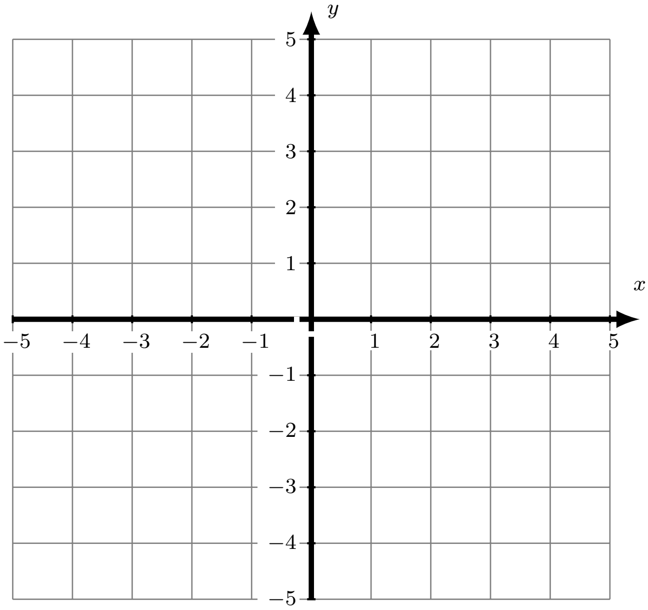
Exercice 10 Tracer les fonctions f_i suivantes (2 par repère)

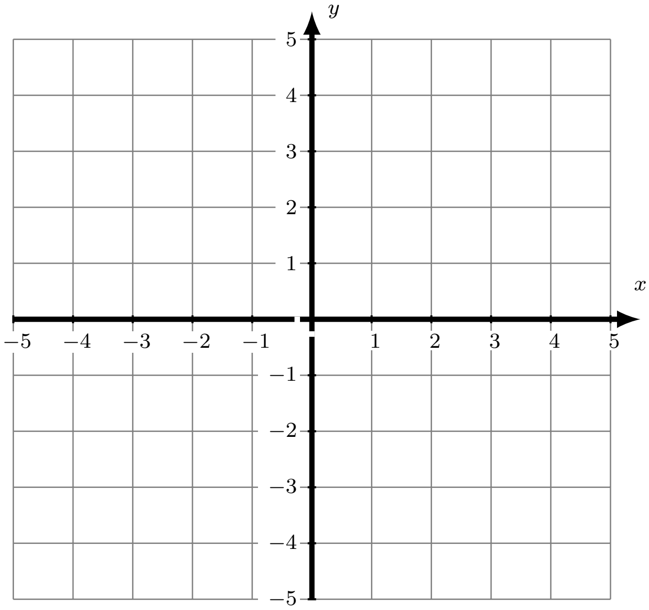
$f_1(x) = -x - 2$
$f_2(x) = 2x + 1$
$f_3(x) = x - 1$

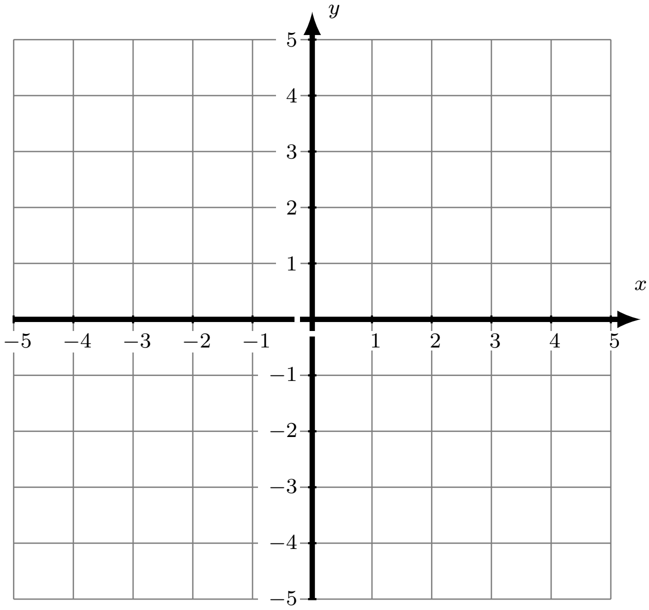
$f_4(x) = -3x + 2$
$f_5(x) = x^2 - 3$
$f_6(x) = 2x - 2$

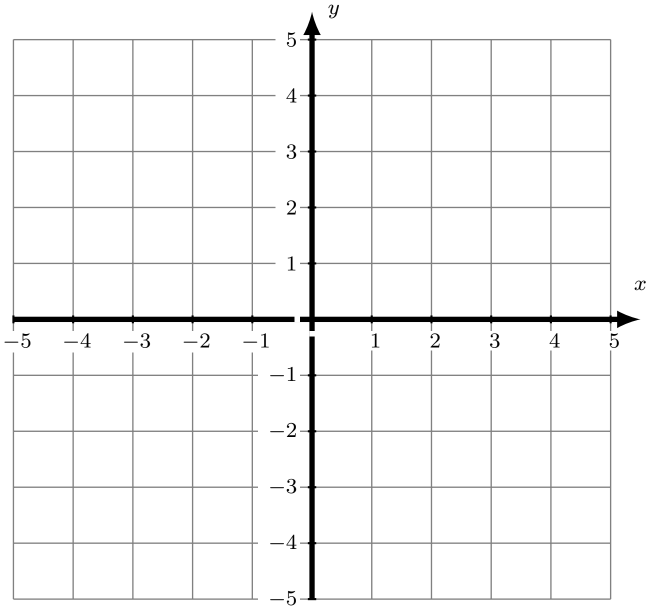
$f_7(x) = \frac{3}{2}x - 2$
$f_8(x) = 3$
$f_9(x) = -3x + 2$

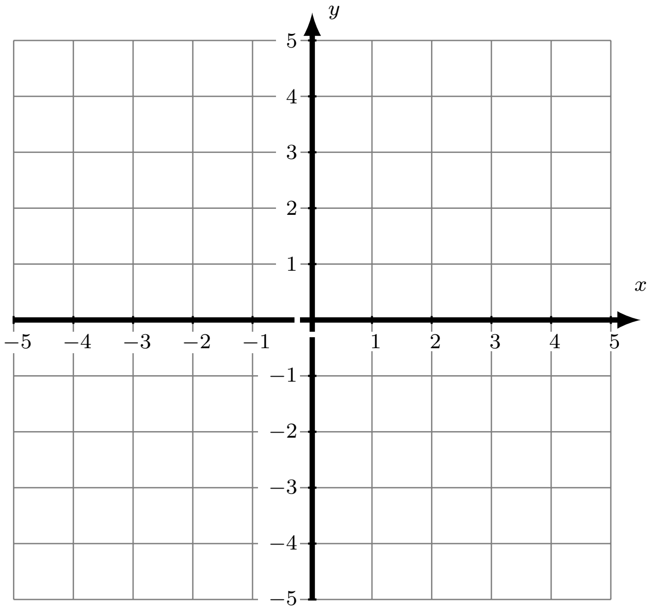
$f_{10}(x) = \frac{4}{5}x - 2$
$f_{11}(x) = \frac{5}{4}x - 2$
$f_{12}(x) = -\frac{5}{4}x + 1$

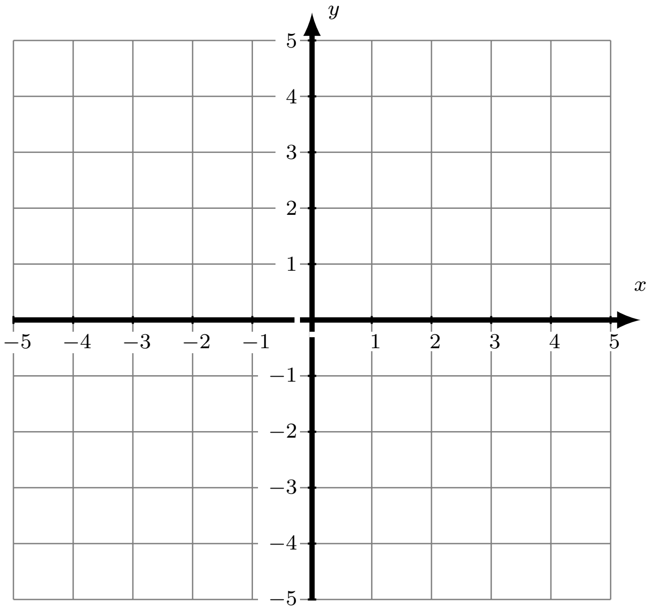

y
x
5 4 3 2 1 −1 −2 −3 −4 −5
−5 −4 −3 −2 −1 1 2 3 4 5


y
x
5 4 3 2 1 −1 −2 −3 −4 −5
−5 −4 −3 −2 −1 1 2 3 4 5


y
x
5 4 3 2 1 −1 −2 −3 −4 −5
−5 −4 −3 −2 −1 1 2 3 4 5


y
x
5 4 3 2 1 −1 −2 −3 −4 −5
−5 −4 −3 −2 −1 1 2 3 4 5


y
x
5 4 3 2 1 −1 −2 −3 −4 −5
−5 −4 −3 −2 −1 1 2 3 4 5

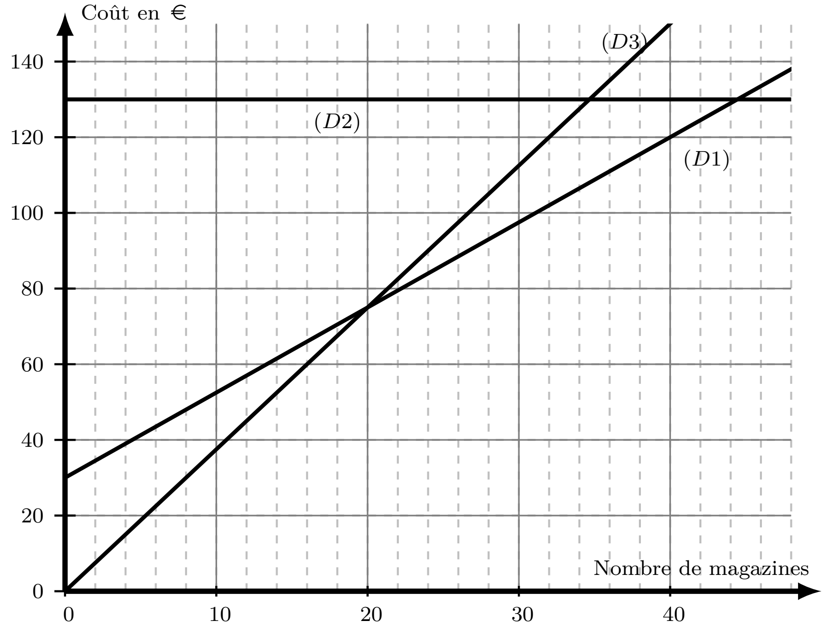

y
x
5 4 3 2 1 −1 −2 −3 −4 −5
−5 −4 −3 −2 −1 1 2 3 4 5

Exercice 11 — Brevet : Polynésie 2018. **environ 20 min**

Une personne s'intéresse à un magazine sportif qui parait une fois par semaine. Elle étudie plusieurs formules d'achat de ces magazines qui sont détaillées ci-après.

- Formule A - Prix du magazine à l'unité: 3,75 € ;
- Formule B - Abonnement pour l'année: 130 € ;
- Formule C - Forfait de 30 € pour l'année et 2,25 € par magazine.

On donne ci-dessous les représentations graphiques qui correspondent à ces trois formules.



1) Associer chaque formule d'achat avec sa représentation graphique.
2) En utilisant le graphique, répondre aux questions suivantes.
   Les traits de construction devront apparaitre sur le graphique
   a) En choisissant la formule A, quelle somme dépense-t-on pour acheter 16 magazines dans l'année ?
   b) Quel est le nombre maximal de magazines que l'on peut acheter avec la formule C pour 120 € ?
   c) Si on décide de ne pas dépasser un budget de 100 € pour l'année, quelle est alors la formule qui permet d'acheter le plus grand nombre de magazines ?
3) Indiquer la formule la plus avantageuse selon le nombre de magazines achetés dans l'année.

Exercice 12 — Brevet Centres étrangers 2018. **environ 25 min**

Sur une facture de gaz, le montant à payer tient compte de l'abonnement annuel et du prix correspondant au nombre de kilowattheures (kWh) consommés. Deux fournisseurs de gaz proposent les tarifs suivants :

	Prix du kWh	**Abonnement annuel**
Tarif A (en €)	0,060 9	202,43
Tarif B (en €)	0,057 4	258,39

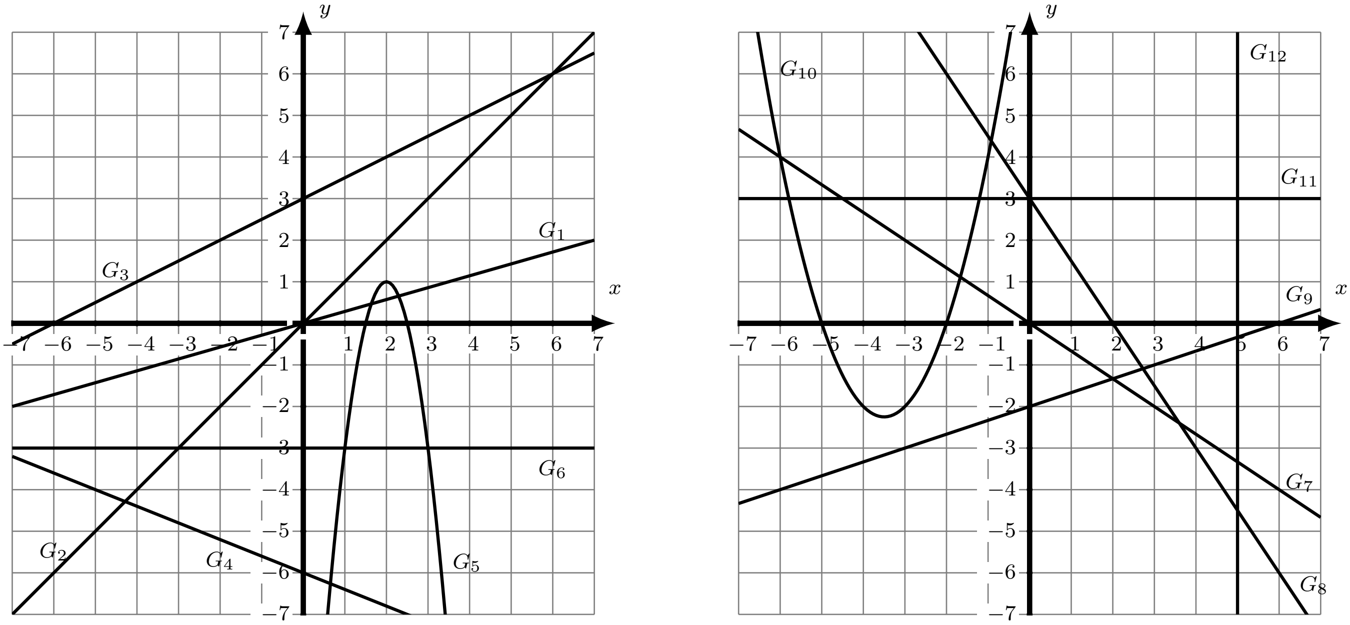
En 2016, la famille de Romane a consommé 17 500 kWh. Le montant annuel de la facture de gaz correspondant était de 1 268,18 €.

1) Quel est le tarif souscrit par cette famille?

   Depuis 2017, cette famille diminue sa consommation de gaz par des gestes simples (baisser le chauffage de quelques degrés, réduire le temps sous l'eau dans la douche, etc.).

2) En 2017, cette famille a gardé le même fournisseur de gaz, mais sa consommation en kWh a diminué de 20 % par rapport à celle de 2016.
   a) Déterminer le nombre de kWh consommés en 2017.
   b) Quel est le montant des économies réalisées par la famille de Romane entre 2016 et 2017 ?
3) On note x le nombre de kWh consommés sur l'année. On modélise les tarifs A et B respectivement par les fonctions f et g avec $f(x) = 0{,}060\ 9x + 202,43$ et $g(x) = 0{,}057\ 4x + 258,39$.
   a) Quelles sont la nature et la représentation graphique de ces fonctions ?
   b) Résoudre l'inéquation: $f(x) = g(x)$ et interpréter le résultat.

Exercice 13 — bilan.



a) Indiquer les graphes qui ne représentent pas des fonctions.
b) Pour toutes les fonctions, lire graphiquement l'image de 0 et le(s) antécédent(s) de 0.
c) L'images de 1 par la fonction f est -3. L'image de 2 par f est 1.
   Quel est le graphe de f ? S'agit-il d'une fonction affine ?
d) Les antécédent de 4 par la fonction g sont -6 et -1.
   Quel est le graphe de g ? S'agit-il d'une fonction affine ?
e) Indiquer les graphes qui représentent une fonction constante en précisant l'expression de la fonction et l'équation de la courbe.
f) Indiquer les graphes qui représentent une fonction linéaire. en précisant coefficient m et l'équation de la courbe.
g) Indiquer les représentations de fonctions affines restantes en précisant les équations de ces graphes, ainsi que l'expression de la fonction.