Chapitre 11
Puissances

11.1 Puissances à exposants entiers positifs

Pour tout nombre positif ou négatif a :

$$a^5 = a \times a \times a \times a \times a$$

$$a^4 = a \times a \times a \times a$$

$$a^3 = a \times a \times a$$

$$a^2 = a \times a$$

$$a^1 = a$$

$$a^0 = 1$$

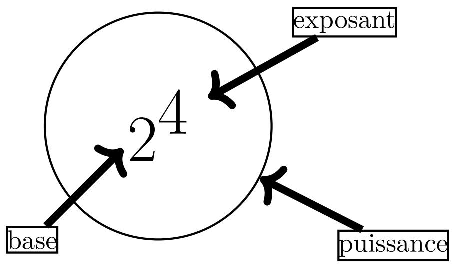
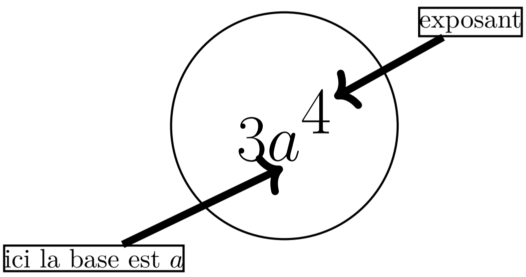
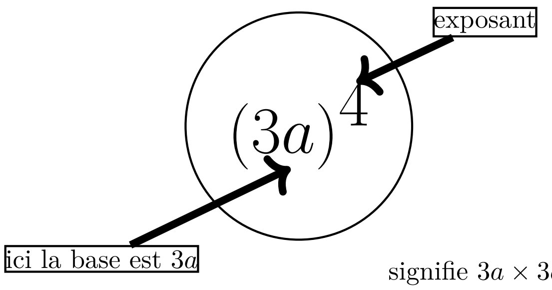


Figure 11.1 – « 2 à la puissance 4 »
« 2 élevée à la puissance 4 »
« 2 puissance 4 »
« 2 exposant 4 »

■ **Exemple 11.1 — Priorités des exposants sur les autres opérations.** Il faut mettre des parenthèses pour clarifier les termes à multiplier.

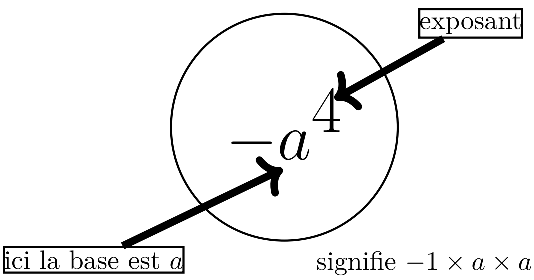


signifie $3 \times a \times a \times a \times a$

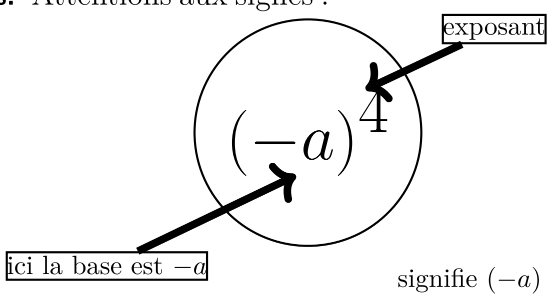


signifie $3a \times 3a \times 3a \times 3a$

■ **Exemple 11.2 — Puissances de nombres relatifs.** Attentions aux signes :



signifie $-1 \times a \times a \times a \times a$



signifie $(-a) \times (-a) \times (-a) \times (-a)$

11.1.1 Exercices : retour sur les puissances à exposants positifs

■ **Exemple 11.3**

$A = (4)^2$	$B = \left(\frac{2}{3}\right)^3$	$C = 0{,}6^2$	$D = \left(-\frac{1}{5}\right)^3$
$= 4 \times 4$	$= \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$	$= 0{,}6 \times 0{,}6$	$= -\frac{1}{5} \times \left(-\frac{1}{5}\right) \times \left(-\frac{1}{5}\right)$
$= 16$	$= \frac{8}{27}$	$= \frac{6}{10} \times \frac{6}{10} = 0{,}36$	$= -\frac{1}{125}$

Exercice 1 — . Évaluer :

$\left(\frac{2}{5}\right)^2 = \dots\dots\dots$	$0{,}2^2 = \dots\dots\dots$	$46^1 = \dots\dots\dots$
$3^3 = \dots\dots\dots$	$\left(\frac{1}{3}\right)^3 = \dots\dots\dots$	$9^2 = \dots\dots\dots$
$(-1)^5 = \dots\dots\dots$	$1^{10} = \dots\dots\dots$	$(-2)^4 = \dots\dots\dots$

Exercice 2 — . Évaluer :

$\left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \dots\dots\dots$	$\left(-\frac{1}{3}\right)^3 = \dots\dots\dots$	$\left(-\frac{3}{2}\right)^3 = \dots\dots\dots$
$\left(-\frac{1}{2}\right)^3 = \dots\dots\dots$	$\left(-\frac{4}{7}\right)^2 = \dots\dots\dots$	$\left(-\frac{1}{5}\right)^3 = \dots\dots\dots$

Exercice 3 — . Complétez par $>$, $<$ ou $=$:

$1^{30} \dots\dots\dots 0$	$(-2)^{15} \dots\dots\dots 0$	$0^3 \dots\dots\dots 0$
$(-1)^{50} \dots\dots\dots 0$	$(-3)^3 \dots\dots\dots 27$	$2^{199} \dots\dots\dots 0$
$(-1)^{31} \dots\dots\dots 0$	$3^1 \dots\dots\dots 1$	$(-3)^{55} \dots\dots\dots 0$

Exercice 4 — . Évaluer :

$(-2)^1 = \dots\dots\dots$	$(-2)^3 = \dots\dots\dots$	$(-\frac{1}{2})^2 = \dots\dots\dots$
$(-1)^5 = \dots\dots\dots$	$(-4)^2 = \dots\dots\dots$	$(-\frac{3}{2})^3 = \dots\dots\dots$
$(-\frac{1}{4})^2 = \dots\dots\dots$	$(-\frac{1}{3})^3 = \dots\dots\dots$	$(-3)^2 \times (-3) = \dots\dots\dots$
$(-0{,}2)^3 = \dots\dots\dots$	$(-4)^1 = \dots\dots\dots$	$(-\frac{1}{10})^3 = \dots\dots\dots$

Exercice 5 — .

1) Entourez les comparaisons vraies : $5^3 > 5^2$; $(-2)^3 = 2^3$; $82^4 > 82^5$; $1^{84} = 1$; $(-1)^{10} = -1$.

2) 1 million est égal à 10^2; 10^3; 10^4; 10^5; 10^6.

3) Sachant que $12^3 = 1728$, on peut dire $(-12)^3 = \dots\dots\dots$

4) Sachant que $7^3 = 343$, on peut dire $(-7)^3 = \dots\dots\dots$ $(-\frac{1}{7})^3 = \dots\dots\dots$ $(-\frac{2}{7})^3 = \dots\dots\dots$

5) Sachant que $9^4 = 6561$, on peut dire $(-9)^4 = \dots\dots\dots$ $(-\frac{1}{9})^4 = \dots\dots\dots$ $(-\frac{2}{9})^4 = \dots\dots\dots$

11.2 Puissances à exposants négatifs

Pour tout nombre a non nul,

$$a^0 = 1$$

Pour tout nombre a non nul, a^{-1} désigne l' « inverse de a ».

$$a^{-1} = \frac{1}{a} \qquad \frac{1}{a^{-1}} = a$$

$a = a^1$ et a^{-1} sont de même signes.
$a \times a^{-1} = 1$.

■ **Exemple 11.4** Pour tout nombre non nul a :

$5^{-1} =$ $\qquad$ $2^{-1} = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}$

$\frac{1}{5^{-1}} = 5$ $\qquad$ $\frac{1}{2^{-1}} = 2$

$(-1)^{-1} = \frac{1}{-1} = -1$ $\qquad$ $\frac{1}{a^{-1}} = a$

$\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} = \frac{3}{2}$

Pour tout nombre a non nul, a^{-2} désigne l' « inverse du carré de a » ou « carré de l'inverse de$a$ ».

$$a^{-2} = \frac{1}{a^2} = \left(\frac{1}{a}\right)^2 \qquad \frac{1}{a^{-2}} = a^2$$

a^{-3} désigne l' « inverse du cube de a » ou « cube de l'inverse de a ».

$$a^{-3} = \frac{1}{a^3} = \left(\frac{1}{a}\right)^3 \qquad \frac{1}{a^{-3}} = a^3$$

Plus généralement, pour tout entier n (positif ou négatif), a^{-n} désigne l' « inverse de a^n » ou encore « (inverse de a) à la puissance n ».

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n \qquad \frac{1}{a^{-n}} = a^n$$

a^2 et a^{-2} sont de même signes.
$a^2 \times a^{-2} = 1$.

■ **Exemple 11.5** Pour tout nombre non nul a :

$5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$

$\frac{1}{5^{-2}} = 5^2$

$a^{-4} = \frac{1}{a^4} = \left(\frac{1}{a}\right)^4$

$(-2)^4 > 0$ $\qquad$ $(-2)^{-4} > 0$

11.2.1 Exercices : puissances à exposants négatifs

■ **Exemple 11.6** Examine puis complète les tableaux suivants.

2^4		3^3		5^3		10^3	
2^3		3^2		5^2		10^2	
2^2		3^1		5^1		10^1	
2^1		3^0		5^0		10^0	
2^0		3^{-1}		5^{-1}		10^{-1}	
2^{-1}		3^{-2}		5^{-2}		10^{-2}	
2^{-2}		3^{-3}		5^{-3}		10^{-3}	

■ **Exemple 11.7** Simplifie les puissances suivantes sous forme d'entiers ou de fractions irréductibles.

$4^0 =$ $\quad (-2)^0 =$ $\quad \left(\dfrac{1}{5}\right)^0 =$ $\quad 4^{-2} = \dfrac{1}{4^2} =$ $\quad \dfrac{1}{5^{-2}} =$

Exercice 6 — . Mêmes consignes

$5^{-2} =$	$(-2)^{-3} =$	$(-4)^{-2} =$	$\left(\frac{2}{3}\right)^0 =$
$6^0 =$	$10^{-2} =$	$3^{-4} =$	$\left(\frac{1}{7}\right)^{-1} =$
$(-2)^0 =$	$1^0 =$	$6^{-2} =$	$\left(\frac{3}{8}\right)^{-1} =$
$2^{-3} =$	$4^{-2} =$	$9^{-2} =$	$\frac{1}{6^{-2}} =$

Exercice 7 — . Complétez par $>$, $<$ ou $=$:

6^0 0	2^1 1	25^0 0	$(-1)^{-1}$.........0	$\dfrac{1}{7^{-2}}$ 1
5^{-1} 1	4^{-2} 1	1^{100} 1	10^{-2} 1	$(-3)^{-4}$.........0

Exercice 8 — .

1) $(-2)^1 =$ .... $(-2)^0 =$ .... $(-2)^{-1} =$ .... $(-2)^{-2} =$ .... $(-2)^{-3} =$ ....

2) Sachant que $2^{15} = 32\ 768$, on peut dire $(-2)^{15} =$ .... $2^{-15} =$ .... $(-2)^{-15} =$ ....

3) Sachant que $4^5 = 1024$, on peut dire $(-4)^5 =$ .... $4^{-5} =$ .... $\left(\dfrac{1}{4}\right)^5 =$ ....

Exercice 9 — . Trouvez 10 erreurs parmi les égalités ci-dessous :

$5^{-1} = -5$	$3 \times 3 \times 3 = 9$	$5^{-2} = \frac{1}{25}$	$3^3 = 27$	$2^{-3} = \frac{1}{6}$
$\left(\frac{2}{3}\right)^1 = \frac{2}{3}$	$4^{-3} = \frac{1}{64}$	$100^0 = 0$	$4^{-2} = \frac{1}{8}$	$1^5 = 5$
$2^{-2} = \dfrac{1}{4}$	$2^5 = 32$	$\dfrac{1}{49} = 7^2$	$7^6 < 7^5$	$8 \times 2^{-1} = 4$
$2^{-3} = -8$	$1^0 = 1$	$2^{-1} = \frac{1}{2}$	$4^3 = 12$	$2^{-1} = \frac{1}{2}$

11.3 Produit et quotient de puissances

Théorème 11.1 — Règle. Pour tous entiers m, n (positifs ou négatifs), et tous nombres a, b non nuls :

$$a^p \times a^q = a^{p+q}$$

■ **Exemple 11.8**

$$4^2 \times 4^3 = \quad 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^5 = 4^{2+3}$$

$$4^2 \times 4^{-3} =$$

$$4^{-2} \times 4^{-3} =$$

Théorème 11.2 — Règle. Pour tous entiers m, n (positifs ou négatifs), et tous nombres a, b non nuls :

$$\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$$

Démonstration. $\frac{a^p}{a^q} = a^p \times \frac{1}{a^q} = a^p \times a^{-q} = a^{p-q}$ ■

11.3.1 Exercices : produit et quotient de puissances

Règle Si les bases sont les mêmes, je multiplie deux puissances en ajoutant les exposants.

■ **Exemple 11.9** $7^{-2} \times 7^{-4} = 7^{-2+(-4)} = 7^{-6}$ $\quad 5^6 \times 5 = 5^{6+1} = 5^7$ $\quad 3^{10} \times 3^2 = 3^{12}$

Si les bases ne sont pas les mêmes, je ne multiplie pas les deux puissances en .... !

Exercice 10 — . Simplifier les expressions suivantes sous forme d'une puissance d'un entier.

$3^{10} \times 3^{-9} =$	$3^2 \times 3 =$	$(-3)^2 \times (-3)^2 =$ ....
$12^3 \times 12^{-1} =$	$12^4 \times 12^6 =$	$(-3)^5 \times (-3)^{-2} =$ ....
$12^2 \times 12^{-3} =$	$3^4 \times 3^{-4} =$	$\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} \left(\frac{1}{3}\right)^4 =$ ....

Règle Si les bases sont les mêmes, je **divise** deux puissances en soustrayant les exposants.

■ **Exemple 11.10** $3^{10} \div 3^2 = 3^{10-2} = 3^8$ $\quad 5^6 \times 5^2 = 5^{6-2} = 5^4$ $\quad \dfrac{2^4}{2^{-3}} = 2^{4-(-3)} = 2^7$

Exercice 11 — . Simplifier les expressions suivantes sous forme d'une puissance d'un entier.

$3^5 \div 3^1 =$	$3^2 \div 3^8 =$	$\dfrac{(-4)^2}{(-4)^3} =$ ....
$\dfrac{4^{10}}{4^3} =$	$\dfrac{3^8}{3^8} =$	$5^4 \div 5^6 =$ ....

Exercice 12 — **Vrai ou faux ?.**

	Vrai	Faux
1/ $5^{10} \div 5^5 = 5^2$	☐	☐
2/ $10^7 \div 10^5 = 1^2$	☐	☐
3/ $\frac{5}{5^2} = 5 \div 5^2$	☐	☐
4/ $\frac{15^7}{5^3} = 3^4$	☐	☐
5/ $3^2 - 3^3 = 3^{-1}$	☐	☐

	Vrai	Faux
1/ $6^7 + 6^7 = 6^{14}$	☐	☐
2/ $6^7 \times 6^{-1} = 6^{-7}$	☐	☐
3/ $6^7 \times 6^3 = 6^{10}$	☐	☐
4/ $6^7 \times 6^3 = 36^{10}$	☐	☐
5/ $5 \times 5 \times 5^{-1} = 5$	☐	☐

Exercice 13 Cochez la ou les bonnes propositions.

	Proposition 1	Proposition 2	Proposition 3	Proposition 4
1/ Simplifier $\dfrac{408^{409}}{408}$ donne	408^{409}	409^{408}	408^{408}	407^{409}
2/ $4^5 =$	$4^2 \div 4^3$	$4^2 \div 4^3$	$4^2 \div 4^3$	$4^2 \div 4^{-3}$
3/ $3^5 =$	$3^{10} \div 3^2$	$3^{10} \div 1^2$	$3^{10} \div 3^{-5}$	$3^{10} \div 3^5$
4/ $2^4 =$	$2^5 \div 2$	$2^5 \times 2$	$2^{10} \div 2^2$	$2^6 \times 2^{-2}$
5/ $8^0 =$	$8^4 \times 8^0$	$8^6 \div 8^6$	$8^{-5} \times 8^5$	$8^3 \div 8^{-3}$
6/ $1^4 =$	$3^4 \div 3$	$5^6 \div 5^6$	$8^{-3} \times 8^3$	$8^3 \times 8^0$
7/ La moitié de 2^{2022} vaut	1^{2022}	2^{1011}	2^{2021}	2^{2021}

Exercice 14 Simplifier $\dfrac{2400^{8500}}{2400^{8499}}$

Règle Si la base est une puissance, **multiplier** les indices

■ **Exemple 11.11** $(2^3)^4 = 2^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 2^3 = 2^{3\times 4} = 2^{12}$ $(5^{-1})^2 = 5^{-1} \times 5^{-1} = 5^{-2}$ $(4^{-1})^6 = 4^{-6}$

Exercice 15 — .

1) Écrire comme la puissance d'un entier :

$(2^2)^4 =$	$(5^4)^5 =$	$(5^8)^0 =$ ....
$(4^3)^2 =$	$(2^2)^2 =$	$(6^{-2})^3 =$ ....

2) Parmi les expressions suivantes, lesquelles valent 2^8 ?

$(2^6)^2 =$	$(2^4)^4 =$	$(2^2)^4 =$	$2^4 =$ ....

3) Parmi les expressions suivantes, lesquelles valent 4^6 ?

$(4^{-2})^{-3} =$	$2^3 \times 2^3 =$	$(2^3)^2 =$	$(4^{-1})^6 =$ ....

4) Écrire comme une puissance de 5 les expressions suivantes :

$(5^3)^2 =$	$5^3 \times 5^2 =$	$(5^8)^2 =$	$\dfrac{5^3}{5^6} =$ ....

5) Parmi les expressions suivantes, lesquelles valent 1 ?

$10^0 =$	$1^{50} =$	$4^{-5} \times 4^5 =$	$9^{10} \div 9^{10} =$ ....

Exercice 16 — . Écrire comme une puissance d'un entier :

$(2^2)^4 =$	$(5^8)^0 =$	$(3^{-1})^{-2} =$ ....
$(4^3)^2 =$	$(6^{-2})^3 =$	$(5^{-3})^{-2} =$ ....
$(5^4)^5 =$	$(3^4)^{-5} =$	$(2^{-4})^3 =$ ....
$(2^2)^2 =$	$(6^9)^1 =$	$(4^0)^7 =$ ....

Exercice 17 — mélange. Écrire comme une puissance de 3 :

$3^5 \times 3^2 =$	$\dfrac{3^5}{3^3} =$	$(3^5)^2 =$ ....
$3^6 \div 3^2 =$	$\dfrac{3^2}{3^5} =$	$(3^2)^{-3} =$ ....
$3^8 \times 3 =$	$3^4 \times 3^4 =$	$(3^{-4})^{-2} =$ ....

Exercice 18 — . À l'aide des puissances de 7 données, déterminer les calculs suivants :

$7^2 \times 7^5 =$ ....

$(7^3)^2 =$ ....

$7^8 \div 7^4 =$ ....

$7 \times 7^2 \times 7^3 =$ ....

$\dfrac{7^9}{7^3} =$ ....

$(7^2)^4 =$ ....

7^1	$=$
7^2	$= 49$
7^3	$= 343$
7^4	$= 2\ 401$
7^5	$= 16\ 807$
7^6	$= 117\ 649$
7^7	$= 823\ 543$
7^8	$= 5\ 764\ 801$

11.3.2 Exercices : défis

Exercice 19 — Déterminer des valeurs entières des exposants pour rendre les égalités vraies :

Si $a = \dots\dots\dots$ alors $(-4)^a = 16$	Si $c = \dots\dots\dots$ alors $(-3)^c = 9$	Si $e = \dots\dots\dots$ alors $(-8)^e = -8$
Si $b = \dots\dots\dots$ alors $(-2)^b = -8$	Si $d = \dots\dots$ alors $(-5)^d = -125$	Si $f = \dots\dots\dots$ alors $(-1)^f = -1$

Exercice 20 —

1) a est un entier tel que $(-3)^a > 0$. Entourez les valeurs possibles de a parmi : 1 2 3 8 50 101.

2) a est une entier tel que $2a = a^2$. Entourez les valeurs possibles de a parmi : 0 1 −1 2 −2

3) a est un entier tel que $6 < (-2)^a < 100$. Entourez les valeurs possibles de a parmi : 1 2 3 6 7

Exercice 21

Complétez en utilisant les nombres pas plus d'une fois $\boxed{-2}\ \boxed{-1}\ \boxed{0}\ \boxed{1}\ \boxed{2}\ \boxed{3}\ \boxed{4}\ \boxed{5}\ \boxed{6}$.

$\square^{\square} = 0$ $\qquad \left(\square\right)^{\square} = 1$ $\qquad \square^{\square} = \dfrac{1}{36}$ $\qquad \left(\dfrac{\square}{\square}\right) = \dfrac{1}{32}$

Exercice 22 — Pour chaque expression, retrouve le résultat et complète l'encadré à l'aide du tableau. Tu verras apparaître une blaque.

$5^7 \div 5^5 = 5^2 \dots\dots\dots$ $\boxed{\text{Why}}$

$5^3 \times 5^6 = \dots\dots\dots$ $\boxed{}$

$5^{10} \times 5^2 = \dots\dots\dots$ $\boxed{}$

$5^3 \times 5^{-4} = \dots\dots\dots$ $\boxed{}$

$\dfrac{5^8}{5^2} = \dots\dots\dots$ $\boxed{}$

$\dfrac{5^5}{5^{13}} = \dots\dots\dots$ $\boxed{}$

$5^{10} \times 5 = \dots\dots\dots$ $\boxed{}$

$5^{11} \div 5 = \dots\dots\dots$ $\boxed{}$

$\dfrac{5^{-2}}{5^5} = \dots\dots\dots$ $\boxed{}$

$\dfrac{1}{5^{-15}} = \dots\dots\dots$ $\boxed{}$

$5 \div 5^5 = \dots\dots\dots$ $\boxed{}$

$\dfrac{1}{5^3} = \dots\dots\dots$ $\boxed{}$

$5^7 \times 5^{-7} = \dots\dots\dots$ $\boxed{}$

$\dfrac{5^4}{5^{-1}} = \dots\dots\dots$ $\boxed{}$

$5^{-3} \times 5^{-7} = \dots\dots\dots$ $\boxed{}$

$\dfrac{5^{-10}}{5^{-8}} = \dots\dots\dots$ $\boxed{}$

$\dfrac{5^{-7}}{5^{-8}} = \dots\dots\dots$ $\boxed{}$

$5^{-11} =$ don't	$5^{-3} =$ will	$5^4 =$ hair	$5^{11} =$ an
$5^{-10} =$ forever	$5^{-2} =$ and	$5^5 =$ on	$5^{12} =$ you
$5^{-9} =$ over	$5^{-1} =$ never	$5^6 =$ talk	$5^{13} =$ can
$5^0 =$ to	$5^{-1} =$ go	$5^7 =$ drink	$5^{14} =$ cake
$5^{-7} =$ number?	$5 =$ ever!	$5^8 =$ wish	$5^{15} =$ Because
$5^{-6} =$ paper	$5^2 =$ Why	$5^9 =$ should	$5^{16} =$ cable
$5^{-4} =$ they	$5^3 =$ book	$5^{10} =$ irrational	$5^{17} =$ What

Exercice 23 — **Calcul mental mathémagique.** Utiliser la table des puissances de 2 pour déterminer :

$32 \times 16 =$	$1\ 048\ 576 \div 32\ 768 =$ ....
$4 \times 64 \times 1024 =$	$1\ 073\ 741\ 824 \div 64 =$ ....
$4 \times 16 \times 32 \times 64 =$	$128^2 =$ ....
$1024 \div 64 =$	$1\ 024^3 =$ ....

$2^1 = 2$	$2^{11} = 2\ 048$	$2^{21} = 2\ 097\ 152$
$2^2 = 4$	$2^{12} = 4\ 096$	$2^{22} = 4\ 195\ 304$
$2^3 = 8$	$2^{13} = 8\ 192$	$2^{23} = 8\ 388\ 608$
$2^4 = 16$	$2^{14} = 16\ 384$	$2^{24} = 16\ 777\ 216$
$2^5 = 32$	$2^{15} = 32\ 768$	$2^{25} = 33\ 554\ 432$
$2^6 = 64$	$2^{16} = 65\ 536$	$2^{26} = 67\ 108\ 864$
$2^7 = 128$	$2^{17} = 131\ 072$	$2^{27} = 134\ 217\ 728$
$2^8 = 256$	$2^{18} = 262\ 144$	$2^{28} = 268\ 435\ 456$
$2^9 = 512$	$2^{19} = 524\ 288$	$2^{29} = 536\ 870\ 912$
$2^{10} = 1\ 024$	$2^{20} = 1\ 048\ 576$	$2^{30} = 1\ 073\ 741\ 824$

Exercice 24 Complétez à l'aide des nombres suivants pour rendre les égalités vraies. Un nombre est utilisable une unique fois.

$\boxed{1}\ \boxed{2}\ \boxed{2}\ \boxed{3}\ \boxed{3}\ \boxed{3}\ \boxed{4}\ \boxed{5}\ \boxed{7}\ \boxed{8}$

$$\boxed{}^{\boxed{}} = \boxed{2}\,\boxed{}$$

$$\boxed{}^{\boxed{}} = \boxed{3}\,\boxed{}$$

$$\boxed{}^{\boxed{}} = \boxed{}\,\boxed{}$$

$\boxed{1}\ \boxed{2}\ \boxed{2}\ \boxed{4}\ \boxed{4}\ \boxed{5}\ \boxed{6}\ \boxed{6}\ \boxed{8}$

$$\boxed{2}^{\boxed{}} = \boxed{}$$

$$\boxed{2}^{\boxed{}} = \boxed{}\,\boxed{}$$

$$\boxed{2}^{\boxed{}} = \boxed{}\,\boxed{}\,\boxed{}$$

$\boxed{-1}\ \boxed{0}\ \boxed{2}\ \boxed{3}\ \boxed{4}\ \boxed{5}$

$$\left(\boxed{}\right)^{\boxed{}} < \boxed{0} \qquad \left(\boxed{}\right)^{\boxed{}} = \boxed{0} \qquad \left(\frac{\boxed{1}}{\boxed{}}\right)^{\boxed{}} = \boxed{\frac{1}{8}}$$

11.4 Puissances de 10

$10^6 = 1\ 000\ 000$

$10^3 = 1\ 000$

$10^2 = 100$

$10^1 = 10$

$10^0 = 1$

$10^{-1} = \frac{1}{10} = 0{,}1$

$10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \left(\frac{1}{10}\right)^2 = 0{,}01$

$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \left(\frac{1}{10}\right)^3 = 0{,}001$

$10^{-4} = \frac{1}{10^4} = \left(\frac{1}{10}\right)^4 = 0{,}000\ 1$

$10^{-9} = \frac{1}{10^9} = \left(\frac{1}{10}\right)^9 = 0{,}000\ 000\ 001$

Table 11.1 – Les préfixes des unités

Puissance	écriture décimale	Nom	Préfixe	Symbole
10^9	1 000 000 000	milliard	giga	G
10^6	1 000 000	million	méga	M
10^3	1 000	mille	kilo	k
10^2	100	cent	hecto	h
10^1	10	dix	déca	da
10^0	1	un		
10^{-1}	0,1	dixième	déci	d
10^{-2}	0,01	centième	centi	c
10^{-3}	0,001	millième	milli	m
10^{-6}	0,000 001	millionnième	micro	µ
10^{-9}	0,000 000 000 1	milliardième	nano	n

R Attention pour les unités d'aire et de volumes. $1\,\text{m} = 10^2$ cm mais $1\,\text{m}^2 = 10^4$ cm^2 et $1\,\text{m}^3 = 10^6$ cm^3.

Théorème 11.3 — Écriture scientifique d'un décimal. Tout nombre décimal s'écrit sous la forme « $a \times 10^n$ ».

a est un nombre décimal (positif ou négatif) ayant **exactement un chiffre non nul à gauche** de la virgule.

n est un entier relatif (positif ou négatif).

L'**ordre de grandeur** de ce nombre est le produit de l'entier le plus proche du décimal de l'écriture scientifique par la puissance de 10 de cette écriture scientifique.

11.4.1 Exercices : puissances de 10 et écriture scientifique

Puissance	écriture décimale	Nom	Préfixe	Symbole
10^{12}	1 000 000 000 000		tera	T
10^{9}	1 000 000 000	milliard	giga	G
10^{6}	1 000 000	million	méga	M
10^{3}	1 000	mille	kilo	k
10^{2}	100	cent	hecto	h
10^{1}	10	dix	déca	da
10^{0}	1	un		
10^{-1}	0,1	dixième	déci	d
10^{-2}	0,01	centième	centi	c
10^{-3}	0,001	millième	milli	m
10^{-6}	0,000 001	millionnième	micro	µ
10^{-9}	0,000 000 001	milliardième	nano	n
10^{-12}	0,000 000 000 001		pico	p

Table 11.2 – Les puissances de 10, et les préfixes associés

à retenir Si n est un entier positif : $10^n = 1\underbrace{00\dots0}_{n \text{ zéros}}$ $10^{-n} = \underbrace{0{,}00\dots0}_{n \text{ zéros}}1$

Exercice 25 Encadrer les nombres suivants entre 2 puissances de 10 consécutives.

845 : $100 < 845 < 1000$. 845 est compris entre 10^2 et 10^3.

5 482,2 : ....

62 : ....

0,08 : ....

0,000 4 : ....

12 065,8 : ....

0,003 85 : ....

Exercice 26 Donner l'écriture décimale des nombres suivants :

$6{,}54 \times 10^{1} =$ ....

$5{,}32 \times 10^{-1} =$ ....

$67{,}4 \times 10^{-1} =$ ....

$-87{,}5 \times 10^{3} =$ ....

$-87{,}5 \times 10^{-3} =$ ....

$-9{,}65 \times 10^{2} =$ ....

$-9{,}65 \times 10^{-2} =$ ....

$6{,}08 \times 10^{5} =$ ....

$0{,}008\ 75 \times 10^{-7} =$ ....

$120 \times 10^{-5} =$ ....

L'écriture scientifique d'un nombre est une écriture sous la forme $a \times 10^n$.

- a est un nombre décimal, avec $1 \leqslant a < 10$
- n est un entier (positif ou négatif)

■ **Exemple 11.12 — écriture scientifique de grand nombres décimaux.**

1) Placer le séparateur décimal juste après le premier chiffre non nul
2) Ecrire les chiffres, en ignorant les zéros qui ne sont pas entre chiffres non nuls.
3) compter le nombre de déplacements du séparateur décimal et en déduire l'exposant de 10.

$35\ 200 =$	La virgule a été déplacée de ...places
$3\ 590\ 000 =$	La virgule a été déplacée de ...places
$170\ 400 =$	La virgule a été déplacée de ...places

Exercice 27 Donner les écritures scientifiques des nombres décimaux suivants.

35 200 = ...	930 000= ....
186 000 000=	71 000 000= ....
24 300=..	5 140 000=....................................
4 810=..	1 100=..

■ **Exemple 11.13 — écriture scientifique de nombres décimaux très proches de zéro.**

$0{,}345 =$	La virgule a été déplacée de ...places
$0{,}056\ 4 =$	La virgule a été déplacée de ...places
$0{,}000\ 042\ 1 =$	La virgule a été déplacée de ...places

Exercice 28 Donner les écritures scientifiques des nombres décimaux suivants.

0,23=..	0,009 85=....................................
0,094=..	0,000 35=....................................
0,706=..	0,000 002 64=..............................
0,042=..	0,000 003 28 = ...

■ **Exemple 11.14 — convertir des longueurs en écriture scientifique.** $2{,}77 \times 10^3\text{m} = 2\ 700\text{m} = 2{,}7\text{km}$

Exercice 29 — .

1) 5km est égal à : 5×10^1m 5×10^2m 5×10^3m 5×10^4m
2) Exprimer $8{,}2 \times 10^2$km en mètres ....

   Donner la réponse sous forme scientifique ....
3) Exprimer 0,000 000 000 753km en cm ....

   Donner la réponse sous forme scientifique ....

Exercice 30 — Scales of the Universe. Video link

1) How do you read 10^6 ? ....

2) What is the size of Venice's city center ? ① 10^3 cm ② 10^3 m ③ 10^3 km

3) What estimate of the diameter of Earth can you make?
① 10^6 m ② 10^7 m ③ 10^8 m ③ 10^6 km ④ 10^7 km ⑤ 10^8 km

4) The sun is 150 million km from Earth. Find two consecutive powers of 10 such that :

$$10^{\cdots\cdots} \text{ m} < \text{distance Sun from Earth in meters} < 10^{\cdots\cdots} \text{ m}$$

5) Give an approximation of the size of our solar system.

6) One light year is roughly 10^{16}m. What does this distance represent ?
One light year is ....

Use among (a beam = un faisceau) (a bean = un haricot) (a length) (a distance) (empty = vide) (a vaccum= le vide) (to travel= voyager, parcourir)

7) What is the distance to the nearest neighbour star ?
The .... is light years.

8) Do you think we can observe the nucleus of a cell with a microscope (micro means 10^{-6})?
The size of the nucleus of a cell is around .... We (can / can't)....................

9) Give an approximation of the size of a carbon atom.
The radius of a carbon atom is about ....

10) Are atoms the smallest particles ? Explain.

(protons/neutrons) (to be made of)

11) Did you recognise the narrator's voice ? Look for movies he acted in,
....is an american actor.
....
....
(to be known for) (a deep voice) (a narrator)

Challenge Light travels at 300 000 km/s through a vaccum. Find out the travel distance in 1 nano second.

11.4.2 Exercices : puissances de 10 et opérations

■ **Exemple 11.15 — Vrai ou Faux.**

$10^3 \times 10^2 = 10^{16}$	vrai / faux	$10^9 \times 10 = 10^{10}$	vrai / faux
$10^8 \times 10^2 = 10^8$	vrai / faux	$10^9 \times 10^{-2} = 10^{-11}$	vrai / faux
$10^9 \times 10^2 = 10^{11}$	vrai / faux	$10^9 \times 10^{-2} = 10^7$	vrai / faux
$10^9 \times 10^9 = 10^{81}$	vrai / faux	$10^{-9} \times 10^2 = 10^{-7}$	vrai / faux
$10^9 \times 10 = 10^9$	vrai / faux	$10^{-9} \times 10^{-2} = 10^{-7}$	vrai / faux

Exercice 31 Mettre sous forme d'une puissance de 10 :

$10^6 \times 10^2 =$ $\quad$ $10^{-6} \times 10^3 =$ $\quad$ $10^6 \times 10 =$

$10^6 \times 10^{-2} =$ $\quad$ $10^{-6} \times 10^{-3} =$ $\quad$ $10^6 \times 10^{-6} =$

Exercice 32 Simplifie les expressions suivantes :

a) $\dfrac{10^5}{10^3}$ | b) $\dfrac{10^4}{10^{-5}}$ | c) $\dfrac{10^{-7}}{10^2}$ | d) $\dfrac{10^0}{10^{-10}}$ | e) $\dfrac{10^{13}}{10^{12}}$ | f) $\dfrac{10^{-20}}{10^{25}}$

Exercice 33

Mettre sous la forme d'une puisssance de 10 :

$$A = \frac{10^3 \times 10^{-5}}{10^2} \qquad C = \frac{(10^{-2})^5}{10^7 \times 10^{-8}} \qquad E = \frac{10^7 \times 10^5}{10^{-3} \times 10^{-1}}$$

$$B = \frac{10^{-2} \times 10^{-9}}{(10^3)^4} \qquad D = \frac{10^2 \times 10^{-9}}{10^{-7}} \qquad F = \frac{(10^4)^3}{10^8 \times 10^{-2}}$$

Exercice 34

Donner l'écriture scientifique :

a) 6300×10^4
b) $0{,}012\,500 \times 10^{-14}$
c) 450×10^6
d) $81\,500\,000 \times 10^{23}$
e) $0{,}012\,500 \times 10^{-12}$
f) $81\,500\,000 \times 10^{13}$
g) $0{,}000\,67 \times 10^{-5}$
h) $0{,}012\,500 \times 10^{15}$
i) $6\,300 \times 10^{15}$

Exercice 35

La matière est formée d'atomes très petits. En chimie, pour simplifier les calculs, on les regroupe souvent par paquets de $6,022 \times 10^{23}$, les chimistes appellent cela une mole. Sachant qu'un atome de carbone a une masse d'environ 2.04×10^{-26} grammes, quelle est la masse d'une mole de carbone ?

Exercice 36

Le corps humain contient 25×10^{12} globules rouges. Suite à une maladie un individu perd 12% de ses globules rouges. Combien de globules rouges lui reste-t-il ? Donner le résultat en notation scientifique.

11.5 Sudomath puissances de 10 et écriture scientifique

Dans ce Sudoku, chaque nombre de -4 à 4 doit être présent une et une seule fois sur les lignes, les colonnes et les régions. (Les régions sont les 9 carrés de 3×3 cases.)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1			0	1				-1	-4
2		1		-1			0		
3					0		3		-2
4	0		-3	3					
5							2		
6	-1					2	1		
7	-2		1		-1				
8			-1			0	-2	2	
9	2	4				1	-1	-4	

Mettre les nombres suivants sous la forme d'une puissance de 10, ou compléter l'égalité. Mettre l'**exposant** dans la case demandée.

7G: 0,001

5C: $\dfrac{1}{10\ 000}$

5E: $\dfrac{1}{10^2}$

6H: 1

3F: un millième

7D: 100

6E: $10^4 \times 10^{-4}$

9I: $\dfrac{10^5}{10^8}$

5B: $10^2 \times 10$

7B: $10^{-2} \times 10^2$

8H: $\dfrac{10^{-2}}{10^{-6}}$

5D: $\dfrac{10^6}{10^6}$

5H: $10^3 \times 10^{-5}$

3A: $\dfrac{10^6}{10^2}$

3D: $\dfrac{10^{-6}}{10^{-2}}$

3H: $10^{-5} \times (10^2)^3$

6B: $\dfrac{10^2 \times 10^{-6}}{10^3 \times 10^{-5}}$

Écrire les nombres suivants en écriture scientifique et mettre l'**exposant** de 10 dans la case demandée :

2C: 0,038

6I: 1 540

1I: 0,001 59

4I: 0,78

6C: 87 000

2A: 0,000 45

3C: $0{,}052 \times 10^4$

2F: $\dfrac{0{,}3 \times 10^2 \times 5 \times 10^{-3}}{4 \times 10^{-5}}$

7I: $\dfrac{2 \times 10^{-5} \times 1{,}2 \times 10^3}{3 \times 10^{-2}}$

5F: $\dfrac{72 \times (10^4)^{-3} \times 2 \times 10^{-3}}{0{,}9 \times 10^{-12}}$

2E: $\dfrac{98 \times 10^{-14} \times 9 \times 10^{13}}{\left(7 \times 10^{-2}\right)^2}$

solution du sudoku 11.5

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	3	-3	0	1	2	-2	4	-1	-4
2	-4	1	-2	-1	4	3	0	-3	2
3	4	-1	2	-4	0	-3	3	1	-2
4	0	2	-3	3	1	4	-4	-2	-1
5	1	3	-4	0	-2	-1	2	4	-3
6	-1	-2	4	-3	-4	2	1	0	3
7	-2	0	1	2	-1	-4	-3	3	4
8	-3	-4	-1	4	3	0	-2	2	1
9	2	4	3	-2	-3	1	-1	-4	0