Chapitre 15

Factoriser pour résoudre des équations produit et quotient

15.1 Équations produit nul

Théorème 15.1 — produit nul. Si $AB = 0$ alors $A = 0$ ou $B = 0$

Démonstration. On suppose $AB = 0$. Par disjonction de cas :

- Soit $A = 0$. Rien à démontrer.
- Soit $A \neq 0$. On va démontrer que $B = 0$.
  En effet : A admet un inverse $\dfrac{1}{A}$ et son inverse est non nul.

■

La forme développée simplifiée réduite d'une expression du second degré $f(x) = ax^2 + bx + c$ n'est pas adaptée dans la recherche des zéros de $f(x) = 0$.

Trouver r_1 et r_2 tel que pour tout : $x \in \mathbb{R}$ on a $f(x) = a(x-r_1)(x-r_2)$ (forme factorisée), c'est trouver les zéros de f : $f(r_1) = 0$ et $f(r_2) = 0$.

Si une expression du second degré ne s'annulle pas, alors elle n'est pas factorisable sous la forme $a(x - r_1)(x - r_2)$ avec r_1 et $r_2 \in \mathbb{R}$!

■ **Exemple 15.1** Les expressions $A(x) = 5x^2+3$ et $B(x) = -2(3x+5)^2-1$ ne sont pas factorisables dans $\mathbb{R}$. En effet pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a $A(x) \geqslant 3$ et $B(x) \leqslant -1$.

15.1.1 Exercices : équations produit nul, forme factorisée pour résoudre

■ **Exemple 15.2** Factoriser/réduire le membre de gauche et résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations inconnue x:

$4x^2 - 9x = 0$ $\quad 4x^2 - 9 = 0$ $\quad 4x^2 + 9 = 0$ $\quad (-2x - 7)^{15} = 0$

$x^2 = 12x - 36$ $\quad 9x^2 + 24x + 4 = 0$ $\quad (x+1)(2x+3) + 5(x+1) = 0$

Exercice 1 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes, inconnue x.

(E_1) $(5x - 10)(8x + 5) = 0$
(E_2) $(8x - 1)(7x - 4) = 0$
(E_3) $(8x - 1) + (7x - 4) = 0$
(E_4) $5x^2 + 2x = 0$
(E_5) $9x^2 - 4 = 0$
(E_6) $36x^2 + 100 = 0$
(E_7) $x^2 + 10x + 25 = 0$
(E_8) $-3x^2 = 5x$
(E_9) $x^2 = 2x - 1$
(E_{10}) $x^2 + 4x = -4$
(E_{11}) $(x - 3)^2(2x - 1)^4 = 0$
(E_{12}) $x^2 - 6x = -9$

Exercice 2 Mêmes consignes

(E_1) $(3x + 2)(8x + 5) + (3x + 2)(2x + 3) = 0$
(E_2) $(3x - 1)^2 + (3x - 1)(5x - 4) = 0$
(E_3) $(3x - 1)^2 - (5x - 4)^2 = 0$
(E_4) $(2x - 5)(5x - 4) = (2x - 5)(8x - 1)$
(E_5) $(6x - 4)(-3x + 2) = (10x - 2)(6x - 4)$
(E_6) $(2x + 3)^2 = (5x + 4)^2$

Exercice 3 — une cubique. Soit f et g définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 7x + 6$ et $g(x) = x^2 + 2x - 3$.

1) Vérifiez que $g(-3) = 0$.
2) Déterminer a et b tel que pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a $g(x) = (x + 3)(ax + b)$.
3) Vérifiez que $f(2) = 0$.
4) Déterminer A, B et C tel que pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a $f(x) = (x - 2)(Ax^2 + Bx + C)$
5) En déduire toutes les solutions de l'équation $f(x) = 0$.

Exercice 4 — Un grand classique : choisir la forme algébrique la plus adaptée. On considère l'expression définie pour tout x appartenant à $\mathbb{R}$ par $A(x) = (x + 3)^2 + 2(x + 1)(x + 3)$.

1) Développer, réduire et ordonner $A(x)$ (forme développée).
2) Factoriser $A(x)$ et montrer que $A(x) = (x + 3)(3x + 5)$ (forme factorisée).
3) Calculer $A(0)$.
4) En utilisant la forme développée donner la valeur exacte de $A(\sqrt{2})$.
5) En utilisant la forme factorisée, résoudre l'équation $A(x) = 0$.
6) Utiliser la forme la plus adaptée pour déterminer la valeur des deux solutions de $A(x) = 15$.

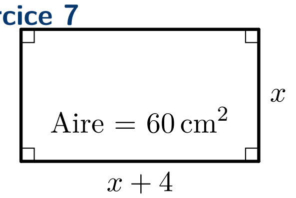
Exercice 5 — rebelotte. Soit la fonction B définie sur $\mathbb{R}$ par $B(x) = (2x-4)^2 - 3(x-2)(x+5)$.

1) Développer, réduire et ordonner $B(x)$ (forme développée).
2) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $B(x) = (x-23)(x-2)$ (forme factorisée).
3) En utilisant la forme la plus adaptée calculer $B(0)$ et $B(-\sqrt{2})$.
4) En utilisant la forme la plus adaptée résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $B(x) = 0$ d'inconnue x.
5) En utilisant la forme la plus adaptée résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $B(x) = 46$ d'inconnue x.
6) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $B(x) = (x-12{,}5)^2 - 110{,}25$ (forme canonique).
7) En utilisant la forme canonique résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $B(x) = -110{,}25$ d'inconnue x.
8) En utilisant la forme canonique résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $B(x) = 10{,}75$ d'inconnue x.

Exercice 6 — un dernier. Soit la fonction C définie sur $\mathbb{R}$ par $C(x) = (3x+5)^2 - (2x+3)^2$.

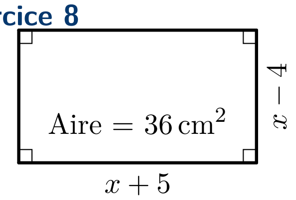
1) Développer, réduire et ordonner $C(x)$.
2) Factoriser $C(x)$ à l'aide d'une identité remarquable et montrer que $C(x) = (5x+8)(x+2)$.
3) Calculer $C(0)$.
4) En utilisant la forme factorisée, résoudre l'équation $C(x) = 0$.
5) L'équation $C(x) = 16$ a deux solutions. En utilisant la forme la plus adaptée, déterminer les.

Exercice 7



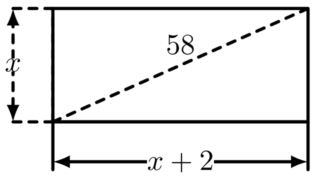
1) Montrer que x vérifie $x^2 + 4x - 60 = 0$.
2) Factoriser par essai-erreur et identifier les solutions admissibles.

Exercice 8



1) Montrer que x vérifie $x^2 + x - 56 = 0$.
2) Factoriser par essai-erreur et identifier les solutions admissibles.

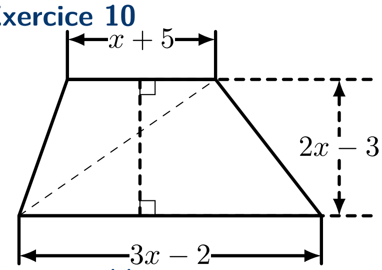
Exercice 9



La figure ci-contre est un rectangle.

1) Montrer que x vérifie $x^2 + 2x - 1680 = 0$.
2) Développer $(x-40)(x+42)$.
3) En déduire le(s) valeur(s) possibles de x.

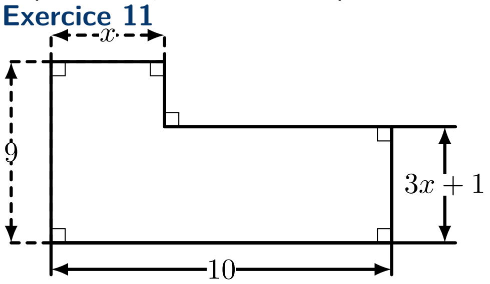
Exercice 10



L'aire du trapèze ci-dessous est de $133\,\text{cm}^2$. Les longueurs sont en cm.

1) Montrer que x vérifie $8x^2 - 6x - 275 = 0$.
2) Développer $(4x-25)(2x+11)$.
3) Résoudre en x et préciser la solution admissible.

Exercice 11



L'aire de la figure en L ci-contre est $65\,\text{cm}^2$. Les longueurs sont en cm.

1) Montrer que x vérifie $3x^2 - 38x + 55 = 0$.
2) Développer $(3x-5)(x-11)$.
3) Résoudre en x et préciser quelles solutions sont admissibles.

15.2 Fractions algébriques

Pour certaines expressions de x, il convient avant de procéder à leur manipulation de préciser leur **domaine de définition**. Il s'agit des valeurs de la variable x pour lesquelles l'expression a un sens, en particulier les **dénominateurs** ne doivent pas s'annuler.

■ **Exemple 15.3** Préciser le domaine de définition des expressions suivantes :

$$A(x) = \frac{3x-15}{6x-18} \qquad B(x) = \frac{x-3}{x^2-2x}$$

Valeur Interdite : $6x - 18 = 0$

$6x = 18$

$x = 3$

Le domaine de A est $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

V.I. : $x^2 - 2x = 0$

Le domaine de B est

15.3 Équations rationnelles

Théorème 15.2 — Équation quotient nul. Si $\dfrac{A}{B} = 0$ alors $A = 0$ et $B \neq 0$

Démonstration.

Corollaire 15.3 Si $\dfrac{A}{B} = \dfrac{C}{D}$ alors $AD = BC$, $C \neq 0$ et $D \neq 0$.

15.3.1 Exercices : fractions algébriques

Simplification de fractions Pour a et $c \neq 0$ on a $\dfrac{ab}{ac} = \dfrac{b}{c}$

■ **Exemple 15.4 — Simplifier.** les expressions suivantes en trouvant un facteur commun :

$$A(x) = \frac{5x^2+2x}{3x} = \frac{x(5x+2)}{3x} = \frac{5x+2}{3} \qquad \textbf{V.I. :}\ 3x = 0 \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$$

$$B(x) = \frac{x^2+4x+4}{x^2-4} = \frac{(x+2)^2}{(x-2)(x+2)} = \frac{x+2}{x-2}$$

$$\textbf{V.I. :}\ x^2 - 4 = 0 \qquad (x-2)(x+2) = 0 \qquad x = 2 \text{ ou } x = -2 \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{2\ ;\ -2\}$$

Exercice 12 Pour chaque fraction, déterminer le domaine D et simplifier la pour $x \in D$. :

$$A(x) = \frac{2x^2+8x}{4x} \qquad B(x) = \frac{5x-15}{6x-18}$$

$$C(x) = \frac{x^2-9}{x+3} \qquad D(x) = \frac{x-2}{x^2-2x}$$

$$E(x) = \frac{x^2-10x+25}{x-5} \qquad F(x) = \frac{x+5}{x^2-25}$$

$$G(x) = \frac{x^2+x}{x^2-1} \qquad H(x) = \frac{9x^2-12x+4}{9x^2-4}$$

Sommes de fractions Pour b et $d \neq 0$ on a $\dfrac{a}{b} + \dfrac{c}{d} = \dfrac{ad}{bd} + \dfrac{bc}{bd} = \dfrac{ad+bc}{bd}$

■ **Exemple 15.5** Préciser le domaine et ramener au même dénominateur les expressions suivantes.

$$A = \frac{2}{x+1} - 1 = \frac{2}{x+1} - \frac{x+1}{x+1} = \frac{2-(x+1)}{x+1} = \frac{1-x}{x+1} \qquad \textbf{V.I. :}\ x+1 = 0 \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$$

$$B = \frac{1}{x} + \frac{2}{x-1} = \frac{1(x-1)}{x(x-1)} + \frac{2x}{(x-1)x} = \frac{x-1+2x}{(x-1)x} = \frac{3x-1}{(x-1)x}$$

$$\textbf{V.I. :}\ x = 0 \text{ et } x-1 = 0 \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{0\ ;\ 1\}$$

Exercice 13 Même consignes :

$$A(x) = \frac{2}{x+3} + \frac{2}{x-3} \qquad B(x) = \frac{4}{x} + \frac{x-1}{3x-5} \qquad C(x) = \frac{3}{5x} + \frac{11x}{x+1}$$

$$D(x) = \frac{3x-2}{5x-3} - \frac{2-3x}{7x-2} \qquad E(x) = \frac{5}{2x-1} - 1 \qquad F(x) = 2x+1 - \frac{2}{2x+1}$$

$$G(x) = \frac{2}{x-2} - \frac{5}{x+3} \qquad H(x) = \frac{1}{x} - \frac{3}{x-5} \qquad I(x) = \frac{1}{2x-7} - \frac{1}{2x+9}$$

Produit et quotient de fractions Pour $a, b, c,$ et $d \neq 0$ on a $\dfrac{a}{b} \times \dfrac{c}{d} = \dfrac{ac}{bd}$ et $\dfrac{a}{b} \div \dfrac{c}{d} = \dfrac{a}{b} \times \dfrac{d}{c}$

Exercice 14 Même consignes :

$$A(x) = \frac{3x+4}{2x-9} \times \frac{4x^2-36x+81}{9x^2-16} \qquad B(x) = \frac{x^2-2x+1}{(23x-5)^2} \times \frac{46x-10}{1-x} \qquad C(x) = \frac{1}{\frac{x+2}{x-5}}(x+5)$$

15.3.2 Exercices : résolution d'équations rationnelles

■ **Exemple 15.6** Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations rationnelles suivantes

$\dfrac{9x-5}{8x-3}=0$ $\qquad \dfrac{-9x-5}{3x-4}=5$ $\qquad \dfrac{2}{6x-1}=\dfrac{3}{5x-7}$

Exercice 15 Préciser le domaine de résolution puis résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$(E_1)\ \dfrac{7x-6}{3x-5}=0$	$(E_2)\ \dfrac{4x+6}{2x-5}=0$	$(E_3)\ \dfrac{20x^2-8x}{2x-2}=0$	$(E_4)\ \dfrac{6x^2-15x}{2x-5}=0$

Exercice 16 Préciser le domaine de résolution puis résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$(E_1)\ \dfrac{x+4}{-3x-3}=\dfrac{7}{2}$	$(E_2)\ \dfrac{-x-6}{3-2x}=5$	$(E_3)\ \dfrac{-6x-1}{-3x-3}=11$	$(E_4)\ \dfrac{2x-6}{2x+1}=-11$

Exercice 17 Préciser le domaine de résolution, mettre au même dénominateur puis résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$(E_1)\ 1-\dfrac{2x}{2x+1}=\dfrac{3}{2x}$	$(E_3)\ x-\dfrac{1}{x}=0$	$(E_5)\ 1-\dfrac{3}{x-1}=\dfrac{x-4}{x-5}$
$(E_2)\ \dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x+1}=\dfrac{1}{x^2}$	$(E_4)\ x-1=\dfrac{4}{x-1}$	$(E_6)\ \dfrac{3}{x+3}-\dfrac{15}{3x-5}=\dfrac{3}{2(x+3)}$

solutions de l'exercice 1. $S_1 = \left\{-\frac{5}{8}, 2\right\}$; $S_2 = \left\{\frac{1}{8}, \frac{4}{7}\right\}$; $S_3 = \left\{\frac{1}{3}\right\}$; $S_4 = \left\{-\frac{2}{5}, 0\right\}$; $S_5 = \left\{-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right\}$; $S_6 = \{\}$; $S_7 = \{-5\}$; $S_8 = \left\{-\frac{5}{3}, 0\right\}$; $S_9 = \{1\}$; $S_{10} = \{-2\}$; $S_{11} = \left\{\frac{1}{2}, 3\right\}$; $S_{12} = \{3\}$; ■

solutions de l'exercice 2. $S_1 = \left\{-\frac{4}{5}, -\frac{2}{3}\right\}$; $S_2 = \left\{\frac{1}{3}, \frac{5}{8}\right\}$; $S_3 = \left\{\frac{5}{8}, \frac{3}{2}\right\}$; $S_4 = \left\{-1, \frac{5}{2}\right\}$; $S_5 = \left\{\frac{4}{13}, \frac{2}{3}\right\}$; $S_6 = \left\{-1, -\frac{1}{3}\right\}$; ■

solution de l'exercice 12.

$A(x) = \frac{x}{2} + 2$; pour $x \in \mathbb{R} \setminus \{\}$;
$B(x) = \frac{5}{6}$; pour $x \in \mathbb{R} \setminus \{\}$;
$C(x) = x - 3$; pour $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3\}$;
$D(x) = \frac{1}{x}$; pour $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$;

$E(x) = x - 5$; pour $x \in \mathbb{R} \setminus \{5\}$;
$F(x) = \frac{1}{x-5}$; pour $x \in \mathbb{R} \setminus \{-5, 5\}$;
$G(x) = \frac{x}{x-1}$; pour $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$;
$H(x) = \frac{3x-2}{3x+2}$; pour $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right\}$;

■

solution de l'exercice 13 .

$A(x) = \frac{4x}{x^2-9}$; pour $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, 3\}$;
$B(x) = \frac{x^2+11x-20}{3x^2-5x}$; pour $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{0, \frac{5}{3}\right\}$;
$C(x) = \frac{55x^2+3x+3}{5x^2+5x}$; pour $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 0\}$;
$D(x) = \frac{36x^2-39x+10}{35x^2-31x+6}$; pour $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{2}{7}, \frac{3}{5}\right\}$;

$E(x) = \frac{6-2x}{2x-1}$; pour $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$;
$F(x) = \frac{4x^2+4x-1}{2x+1}$; pour $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}$;
$G(x) = \frac{16-3x}{x^2+x-6}$; pour $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, 2\}$;
$H(x) = \frac{-2x-5}{x^2-5x}$; pour $x \in \mathbb{R} \setminus \{0, 5\}$;
$I(x) = \frac{16}{4x^2+4x-63}$; pour $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{9}{2}, \frac{7}{2}\right\}$;

■

solution de l'exercice 14 .

$A(x) = \frac{2x-9}{3x-4}$; pour $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{4}{3}, \frac{4}{3}, \frac{9}{2}\right\}$;

$B(x) = \frac{2-2x}{23x-5}$; pour $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{5}{23}, 1\right\}$;
$C(x) = \frac{x^2-25}{x+2}$; pour $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}$;

■

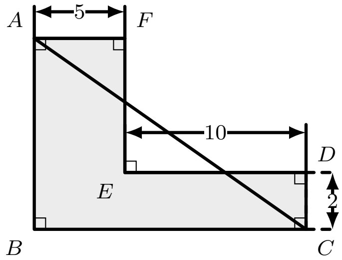
solution de l'exercice 15 .
(E_1) D.R. $= \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{5}{3}\right\}$; $S_1 = \left\{\frac{6}{7}\right\}$;
(E_1) D.R. $= \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{5}{2}\right\}$; $S_1 = \left\{-\frac{3}{2}\right\}$;
(E_1) D.R. $= \mathbb{R} \setminus \{1\}$; $S_1 = \left\{0, \frac{2}{5}\right\}$;
(E_1) D.R. $= \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{5}{2}\right\}$; $S_1 = \{0\}$; ■

solution de l'exercice 16 .
(E_1) D.R. $= \mathbb{R} \setminus \{-1\}$; $S_1 = \left\{-\frac{29}{23}\right\}$;
(E_2) D.R. $= \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\}$; $S_2 = \left\{\frac{7}{3}\right\}$;
(E_3) D.R. $= \mathbb{R} \setminus \{-1\}$; $S_3 = \left\{-\frac{32}{27}\right\}$;
(E_4) D.R. $= \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}$; $S_4 = \left\{-\frac{5}{24}\right\}$; ■

solution de l'exercices 17 .
(E_1) D.R. $= \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}, 0\right\}$; $S_1 = \left\{-\frac{3}{4}\right\}$;
(E_2) D.R. $= \mathbb{R} \setminus \{-1, 0\}$; $S_2 = \{\}$;
(E_3) D.R. $= \mathbb{R} \setminus \{0\}$; $S_3 = \{-1, 1\}$;
(E_4) D.R. $= \mathbb{R} \setminus \{1\}$; $S_4 = \{-1, 3\}$;
(E_5) D.R. $= \mathbb{R} \setminus \{1, 5\}$; $S_5 = \{4\}$;
(E_6) D.R. $= \mathbb{R} \setminus \left\{-3, \frac{5}{3}\right\}$; $S_6 = \{-5\}$; ■

15.4 Club de Maths : équations simples et moins simples

Problème 1



Quelle doit être la longueur EF pour que l'aire de la partie colorée soit égale à l'aire du triangle ABC ?

Problème 2 Un père et son fils ont 35 et 3 ans, respectivement. Dans combien d'années le père aura-t-il le double de l'âge de son fils ?

Problème 3 Un joueur obtient huit fois le score 7 puis x fois le score 10. À la fin du jeu, son score moyen est de 9. Combien vaut alors x ?

Problème 4 Résoudre dans $\mathbb{R}$ en développant et en simplifiant les équations suivantes d'inconnue x :

(E_1) $(x-1)^2+(x+3)^2=2(x-2)(x+1)+38$ | (E_2) $5(x^2-2x-1)+2(3x-2)=5(x+1)^2$

Problème 5 Résoudre dans $\mathbb{R}$ en factorisant les équations suivantes d'inconnue x :

(E_1) $-\dfrac{3x^2}{5}+x=0$ | (E_2) $-\dfrac{5x^2}{7}-\dfrac{3x}{4}=0$

Problème 6 Résoudre dans $\mathbb{R}$ en factorisant les équations suivantes d'inconnue x :

(E_1) $(x+5)(4x-1)+x^2-25=0$ | (E_2) $(x+4)(5x+9)-x^2+16=0$

Problème 7 Résoudre dans $\mathbb{R}$ en factorisant les équations suivantes d'inconnue x :

(E_1) $7x^3-175x=0$ | (E_2) $(x+5)(3x+2)^2=x^2(x+5)$

Problème 8 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes d'inconnue x :

(E_1) $\dfrac{4x+7}{x-1}=\dfrac{12x+5}{3x+4}$ | (E_2) $\dfrac{7}{x-5}=\dfrac{4}{x+1}+\dfrac{3}{x-2}$ | (E_3) $\dfrac{9}{x}=\dfrac{8}{x+1}+\dfrac{1}{x-1}$

Problème 9 On note a une longueur, pour l'instant inconnue. Un rectangle de largeur a et de longueur $a+1$ a la même aire qu'un autre rectangle qui lui est de largeur $a-1$ et de longueur $a+3$. Est-ce possible et si oui, combien de valeurs possibles de a existe-t-il ?

Problème 10 Une boîte de café coûte 100 € à l'achat et se vend 140 € : elle permet une marge de 40%. Pour une boîte de cacao, la marge est de 20%. Si le nombre de boîtes de café vendues est le double du nombre de boîte de cacao vendues, et si la marge totale est de 36% (par rapport au prix d'achat), à quel prix s'est vendue chaque boîte de cacao ?

Problème 11 Si $\dfrac{a}{b}=\dfrac{1}{2}$ et $\dfrac{b}{c}=\dfrac{1}{4}$, donner la valeur de $\dfrac{a-b}{b-c}$.

Problème 12 Trouver x sachant que $\dfrac{5}{9}=\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{x}}}$.

R Ces exercices sont pour une grande partie tirés d'un recueil du club de Maths de Nancy.

solution du problème 1. $x = EF$. $7.5(x+2) = 5x+30$. $x = 6$. ■

solution du problème 2. $35 + x = 2(3+x)$, $x = 29$. ■

solution du problème 3. $\dfrac{8\times 7+10x}{x+8} = 9$, $x = 16$. ■

solution du problème 4. Pour vérification, chacune des deux équations admet une solution, et leur somme faut 3. ■

solution du problème 5. Pour vérification : chacune des deux équations admet deux solutions et la somme des quatre solutions vaut $\dfrac{37}{60}$. ■

solution du problème 6. Pour vérification : chacune des deux équations admet deux solutions et la somme des quatre solutions vaut $\dfrac{-171}{20}$. ■

solution du problème 7. Pour vérification : chacune des deux équations admet trois solutions et la somme des six solutions vaut $\dfrac{-13}{2}$. ■

solution du problème 8. Pour vérification : chacune des trois équations admet une solution et la somme des trois solutions vaut $\dfrac{529}{308}$. ■

solution du problème 9. Les termes quadratiques (en a^2) se simplifient et $a = 3$. ■

solution du problème 10. $x =$ prix d'achat de la boîte de cacao, $n =$ nombre de boîtes de cacao vendues.
$0.20\times nx + 2n\times 40 = 0.36\times \underbrace{(nx+2n\times 100)}_{\text{prix d'achat total}}$.
x est donc solution de $0.20x+80 = 0.36(x+200)$. $x = 50$. Le prix de vente est de 60 € . ■