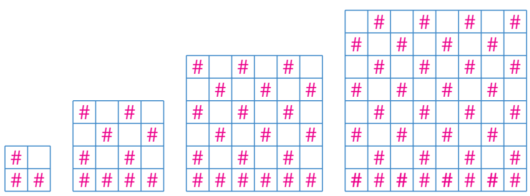
ĐỀ THI TUYỂN SINH NĂM 2023-2024 CÂU LẠC BỘ TOÁN HỌC UNICORN MATCH CIRCLE (Phần II)

Trong số này, tạp chí Pi tiếp tục giới thiệu đến với bạn đọc đề thi tuyển sinh năm 2023 – 2024 dành cho các bạn học sinh lớp 5. Các bạn có thể thử sức làm của mình trong khoảng thời gian 90 phút.

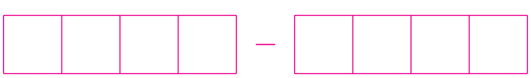
Bài 1. Dựa vào quy luật, hãy cho biết có bao nhiêu dấu thăng trong hình thứ tám của dãy hình sau.



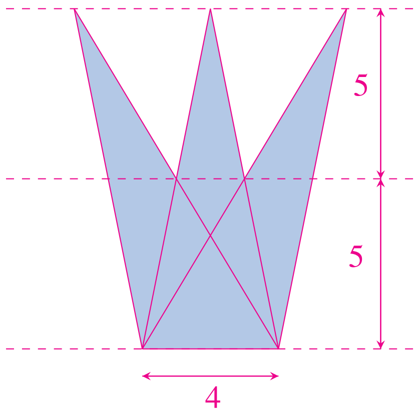
Hình 1 Hình 2 Hình 3 Hình 4

Bài 2. Bạn Tâm xếp các số $0, 0, 1, 1, 2, 2, 2, 3$ vào các ô vuông trong hình dưới đây (mỗi ô một số) để tạo thành phép trừ của hai số có 4 chữ số. Hỏi hiệu nhận được lớn nhất có thể là bao nhiêu?

Chú ý: *một số có bốn chữ số không được bắt đầu bằng số 0.*



Bài 3. Diện tích của hình được tô đậm bên dưới bằng bao nhiêu?



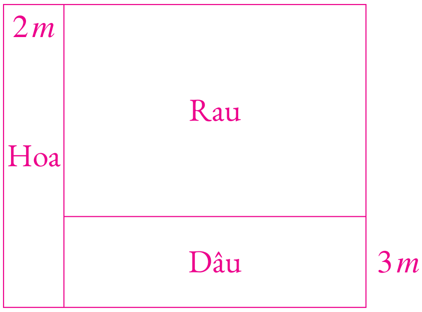
Bài 4. Trong bảng ô vuông cỡ 4×4 có điền các số khác 0 sao cho tích của 4 số trong mỗi hàng, mỗi cột đều bằng nhau. Cho biết các số trong 9 ô như hình vẽ, hỏi số ở ô có dấu $*$ bằng bao nhiêu?

$\frac{1}{2}$	32		
	4	8	2
4	1		
32		$*$	16

Bài 5. Khu vườn của gia đình Tâm được minh họa bằng hình chữ nhật trong hình dưới đây. Biết rằng khu vườn có diện tích

Nguồn: Câu lạc bộ Toán học Unicorn (UMC)

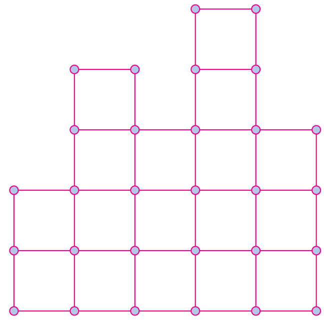
$120\,m^2$ và được chia thành ba luống hình chữ nhật. Phần trồng hoa rộng $2\,m$, diện tích $20\,m^2$, phần trồng dâu rộng $3\,m$. Hỏi diện tích phần trồng rau là bao nhiêu?



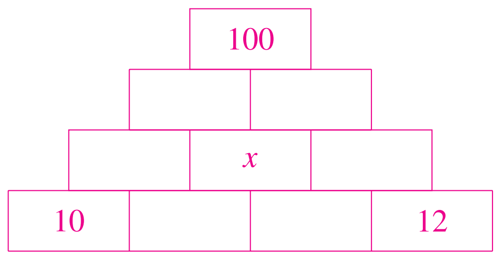
Bài 6. Ba bạn An, Bình, Chi chia đều nhau 30 chiếc kẹo. An ăn một số chiếc kẹo; Bình ăn một số kẹo bằng với số kẹo mà An còn; Chi ăn số kẹo bằng với tổng số kẹo mà An và Bình đã ăn. Hỏi còn lại bao nhiêu chiếc kẹo?

Bài 7. Một bác nông dân chở một xe ô tô quất cảnh ra chợ Tết để bán. Sau khi bán hết cây quất cuối cùng với giá 230 nghìn đồng, bác tính nhẩm lại thấy mình đã bán số cây quất với giá trung bình là 245 nghìn đồng/cây. Nhưng người mua cây quất cuối quay trở lại và chỉ cho bác thấy cành quất bị rụng quá nhiều lá, nên ông ta chỉ đồng ý mua với giá 158 nghìn đồng. Bác chấp thuận và bán cây quất đó. Khi nhẩm tính lại, bác nông dân thấy giá trung bình của xe quất bây giờ là 242 nghìn đồng. Hỏi bác đã bán được bao nhiêu cây quất?

Bài 8. Có bao nhiêu cách xếp 5 viên bi giống hệt nhau vào các ô hình vuông ở hình vẽ sau sao cho mỗi ô có không quá 1 viên bi và không có 2 viên bi nào trên cùng 1 hàng hoặc 1 cột?



Bài 9. Mỗi ô trong hình bên được điền một số sao cho: số được ghi trong mỗi ô ở 3 hàng trên cùng bằng tổng 2 số ở hai ô ngay bên dưới nó. Cho biết trước 3 số như trong hình vẽ, hỏi số nào phải được điền vào ô có chữ x?



Bài 10. Sau khi sạc điện thoại di động, bạn Kiên nhận ra mình đã quên mã PIN (mã gồm 4 chữ số). Kiên nhớ là mã PIN bắt đầu bằng số 1, kết thúc bằng số 3 và các chữ số trong mã đều khác nhau. Có bao nhiêu số khác nhau cho mã PIN của Kiên?

Đáp án

Bài 1. Nhận thấy Hình thứ n trong dãy là một hình vuông có các đặc điểm sau:

– Cạnh hình vuông có kích thước là: $2 \times n$;

– Hàng cuối có $2 \times n$ dấu # và các hàng còn lại có n dấu #.

Như vậy số dấu # trong Hình thứ 8 là:

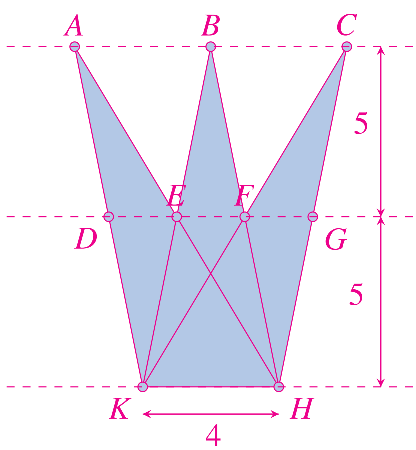
$$15 \times 8 + 16 = 136.$$

Bài 2. Để hiệu nhận được là lớn nhất thì số bị trừ là số lớn nhất có 4 chữ số và số trừ sẽ nhỏ nhất có 4 chữ số tạo từ các số đã cho.

Do đó số bị trừ là 3222 và số trừ là 1001 và ta có hiệu lớn nhất có thể là:

$$3222 - 1001 = 2221.$$

Bài 3. Ta viết tên các điểm như trong hình vẽ dưới đây.



Nhận thấy phần tô đậm có diện tích bằng tổng diện tích của các tam giác sau. BKH, ADE, DEK, CFG và FGH.

Tam giác BKH có đáy $KH = 4$ và chiều cao bằng 10, do đó có diện tích là:

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 10 = 20.$$

Các tam giác ADE, DEK, CFG và FGH có các đáy $DE = EF = FG = 2$ và chiều cao bằng 5, do đó có cùng diện tích là:

$$\frac{1}{2} \times 2 \times 5 = 5.$$

Vậy diện tích của phần tô đậm là:

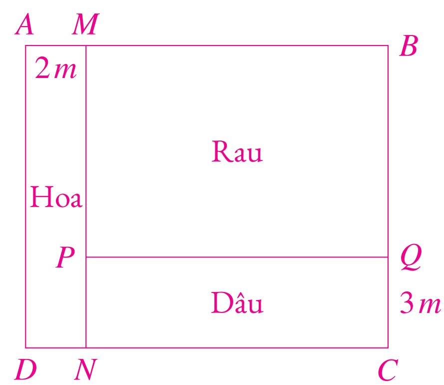
$$20 + 4 \times 5 = 40 \text{ (đơn vị diện tích)}$$

Bài 4. Do tích của mỗi hàng và mỗi cột đều bằng nhau nên tích các số của cột thứ 2 và hàng thứ 4 bằng nhau. Vì cột 2 và hàng 4 chung nhau một ô nên tích của 3 số còn lại bằng nhau. Từ đó, ta có

$$32 \times 4 \times 1 = 32 \times * \times 16.$$

Giải ra ta được số ở ô có dấu $*$ là $\frac{1}{4}$.

Bài 5. Điền tên các đỉnh trong hình như sau.



Phần trồng hoa là hình chữ nhật $AMND$ có diện tích là $20m^2$. Hình chữ nhật AMND có cạnh $AM = 2m$ nên cạnh còn lại $AD = 10m$.

Khu vườn là hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích $120m^2$. Hình chữ nhật $ABCD$ có cạnh $AD = 10m$ nên cạnh $DC = 12m$.

Ta có $DC = 12 = DN + NC = 2 + NC$. Do đó $NC = 10$.

Từ đó, phần trồng dâu là hình chữ nhật $PQCN$ có hai cạnh $NC = 10$ và $QC = 3$. Do đó diện tích của phần trồng dâu là: $30m^2$.

Vậy diện tích của phần trồng rau là: $120 - 20 - 30 = 70m^2$.

Bài 6. Mỗi bạn được chia $30 : 3 = 10$ chiếc kẹo.

Do Bình ăn một số kẹo bằng với số kẹo mà An còn nên tổng số kẹo mà An và Bình ăn là

10 chiếc. Vì thế tổng số kẹo mà An, Bình và Chi ăn là $10 + 10 = 20$ chiếc. Do vậy, còn lại $30 - 20 = 10$ chiếc kẹo.

Bài 7. Gọi số cây quất là n. Khi đó tổng tiền bán được của lần bán đầu khi cây cuối có giá 230 nghìn là $245 \times n$ và tổng tiền thu được khi bán cây cuối với giá 158 nghìn là $242 \times n$. Ta thấy chênh lệch giữa giá bán cây cuối ở 2 lần bằng $3 \times n$. Do số tiền chênh lệch giữa hai lần bán là:

$$230 - 158 = 72 \text{ nghìn}$$

nên bác nông dân đã bán được

$$72 : 3 = 24 \text{ cây quất.}$$

Bài 8. Ta thấy Cột 1 có 2 cách xếp bi;

Cột 3 có 2 cách xếp bi;

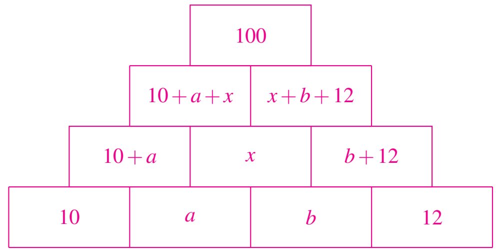
Cột 5 có 1 cách xếp bi;

Cột 2 có 1 cách xếp bi;

Cột 4 có 1 cách xếp bi.

Do đó, số cách xếp bi là: $2 \times 2 \times 1 \times 1 \times 1 = 4$ (cách)

Bài 9. Gọi hai số còn khuyết ở hàng cuối là a và b. Do mỗi ô ở hàng trên bằng tổng hai ô ngay bên dưới nên ta điền được các số như sau.



Vậy $100 = a + 10 + x + b + 12 + x = a + b + 2x + 22$.

Do $x = a + b$ nên $100 = 3 \times x + 22$.

Giải ra ta được $x = 26$.

Bài 10. Mã PIN của bạn Kiên có dạng: $1ab3$, với a, b là hai chữ số khác nhau và khác hai chữ số 1, 3.

Ta thấy có 8 cách chọn chữ số a và 7 cách chọn chữ số b.

Do đó có $8 \times 7 = 56$ cách chọn 2 chữ số a và b hay có 56 số khác nhau cho mã PIN của bạn Kiên.

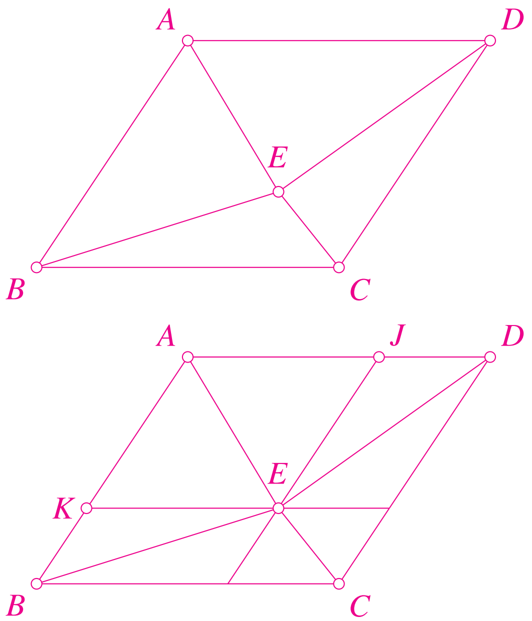
A THOUSAND WORDS (Path I)

NGHIA DOAN[1]

In this article, we will investigate a number of ways to *prove area equality without writing lengthy proof.* While it sounds simple, easy, and exciting, it is important that you need to improve your creating thinking in order to first understand the examples, and then use them as tools, guidelines, or ideas to solve the problems.

Example 1. E is an arbitrary point inside the parallelogram $ABCD$, prove that

$$[AEB]+[CED]=\frac{1}{2}[ABCD].$$



Solution. Draw lines through E, parallel with sides of $ABCD$, dividing the parallelogram into four smaller parallelograms. Any of the smaller parallelogram, say $AKEJ$, consists of a brown triangle from the shaded triangle and a green triangles with the same area. Thus, the area of the shaded triangles is the sum of the area of all smaller brown triangles, which is half of the sum of the area of all smaller parallelograms, of half of the $ABCD$ parallelogram.

Remark. Here's how we use the techniques:

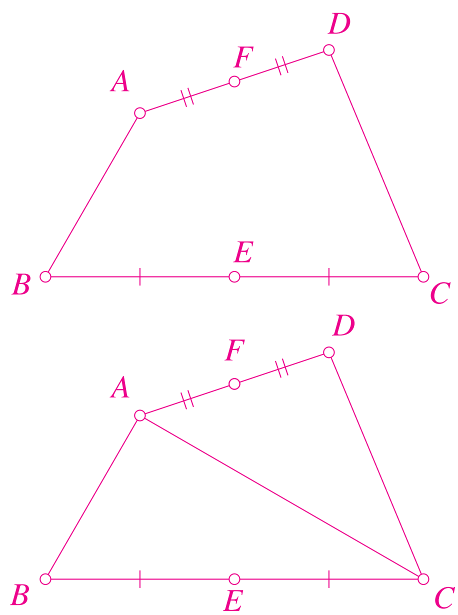
1. First, divide the given figure into smaller figures.

3. Deal with each of them, iif they have the same shape, then work in the same way.

3. Use all partial results to arrive at the overall result.

Example 2. E and F are midpoints of BC and DA in the convex quadrilateral $ABCD$, prove that

$$[AECF]=\frac{1}{2}[ABCD].$$



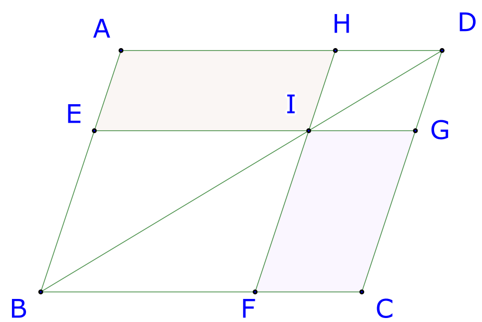
Solution. Connect AC. Since E is midpoint of BC, thus the triangles ABE and AEC have the same area. Similarly triangles CDF and CFA have the same area. Thus the area of

[1] *Ottawa, Canada.*

$AECF$ is half of $ABCD$.

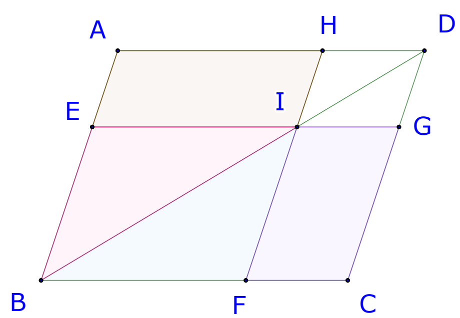
Example 3. I is an arbitrary point on the diagonal BD in parallelogram $ABCD$. Lines through I parallel with the sides of $ABCD$ intersect AB, BC, CD, and DA at E, F, G, and H, respectively.

$$[AEIH] = [FCGI].$$



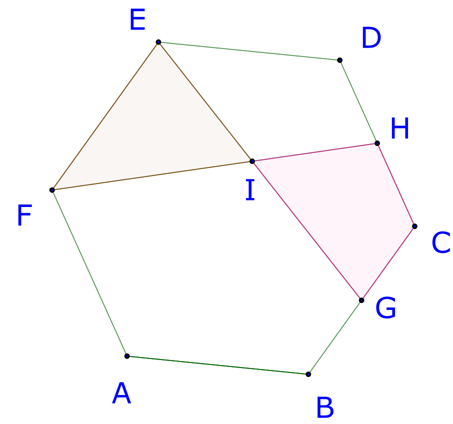
Solution. First, since BD is the diagonal in parallelogram $ABCD$, $[ABD] = [BCD]$. Now, $BEIF$ is also a parallelogram, thus $[BEI] = [BFI]$, similarly $[HID] = [IGD]$. Therefore

$$\begin{aligned}[AEIH] &= [ABD] - [BEI] - [HID] \\ &= [BCD] - [BFI] - [IGD] \\ &= [FCGI].\end{aligned}$$



Example 4. G, H are midpoints of BC, CD in th regular hexagon $ABCDEF$. EG and FH intersect at I. Prove that

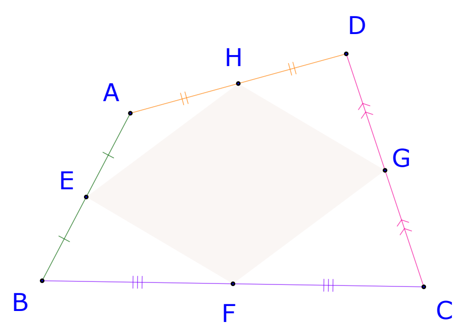
$$[GCHI] = [EFI].$$



Solution. It is easy to see that the quadrilaterals $GCDE$ and $HDEF$ are congruent, thus have the same area, or $[GCDE] = [HDEF]$. Taking $HDEI$ away, we have $[GCHI] = [EFI]$.

Example 5. E, F, G, and H are midpoints the sides in the convex quadrilateral $ABCD$. Prove that

$$[EFGH] = \frac{1}{2}[ABCD].$$



Solution. EH is the mid-segment (the segment connecting two midpoints) in $\triangle ABD$, therefore $[AEH] = \frac{1}{4}[ABD]$. Similarly $[BEF] = \frac{1}{4}[ABC]$, $[CFG] = \frac{1}{4}[BCD]$, and $[GDH] = \frac{1}{4}[CDA]$, therefore:

$$[AEH] + [BEF] + [CFG] + [GDH]$$
$$= \frac{1}{2}[ABCD]$$
$$\Rightarrow [EFGH] = \frac{1}{2}[ABCD].$$