



PHÉP DỜI HÌNH VÀ CÔNG THỨC TÍNH DIỆN TÍCH

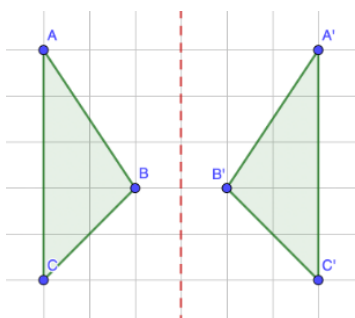
(Phần I: Phép dời hình)

NGÔ VĂN MINH, PHAN NGỌC MINH VÀ NGUYỄN THỊ NHUNG

Các bạn nhỏ thân mến, tiếp tục với những bài giảng được dạy trong Câu lạc bộ Unicorn Math Circle (UMC), bài viết lần này giới thiệu về chủ đề Phép dời hình và ứng dụng trong việc xây dựng công thức tính diện tích của những hình thường gặp. Những phép dời hình cơ bản được giới thiệu trong bài viết là: Phép đối xứng trục hay phép phản xạ (reflection), phép đối xứng tâm (point reflection), phép quay (rotation) và phép tịnh tiến (translation).

Những phép dời hình được giới thiệu trong bài viết này chỉ di chuyển hình mà không làm thay đổi hình dạng và kích thước của những hình đã cho và do đó những hình mới có diện tích không đổi so với hình cũ.

1. Phép phản xạ



Phép biến hình đầu tiên được giới thiệu là phép phản xạ. Phép phản xạ lật một hình để

tạo ra hình ảnh phản chiếu (mirror image) của nó.

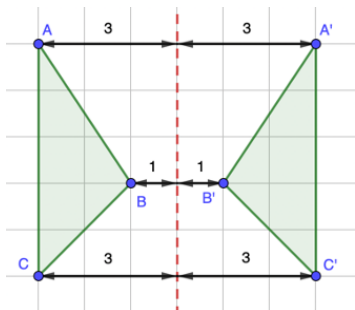
Tam giác ABC bên trái bị phản xạ (hay lật) qua đường kẻ màu đỏ để tạo thành tam giác $A'B'C'$ bên phải. Hoặc có thể nói là các đỉnh A , B , và C của tam giác được phản xạ lên đường kẻ màu đỏ để tạo ra ảnh gương là một tam giác có đỉnh A' , B' , và C' khác. Người ta gọi đường kẻ màu đỏ đó là trục phản xạ, trục đối xứng hay trục gương. Lưu ý rằng hình thứ 2, gọi là ảnh, nằm ngược lại hoàn toàn với hình ban đầu. Các bạn nhỏ có thể dễ dàng nhớ điều này khi liên hệ tới chiếc gương: Hình ảnh trong gương phản chiếu mọi thứ, nhưng tất cả trong ảnh bị ngược lại so với thực tế.



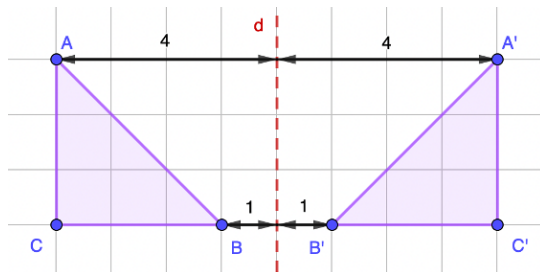
Phép phản xạ cũng được nhìn thấy ở nhiều hiện tượng trong thực tế. Cảnh mặt trời lặn xuống núi được phản xạ (soi bóng) xuống mặt sông là một trong những hình ảnh phản xạ rất đẹp trong cuộc sống.



Do phép phản xạ chỉ lật hình qua một trục nên hình ảnh phản xạ được giữ nguyên hình dáng và kích thước. Điều này cho ta một kết luận quan trọng đó là: Diện tích của hình phản xạ và hình đã cho là như nhau. Chẳng hạn trong ví dụ trên tam giác ABC và tam giác phản xạ của nó là $A'B'C'$ có diện tích bằng nhau. Hơn nữa, quan sát hình đầu tiên, ta thấy rằng hai điểm A và A' có cùng khoảng cách tới trục phản xạ là 3 đơn vị. Điều tương tự cũng đúng với điểm B' cách 1 đơn vị và điểm C' cách 3 đơn vị. Bất cứ khi nào một hình được phản xạ, thì mỗi cặp điểm tương ứng phải cách trục phản xạ một khoảng bằng nhau.

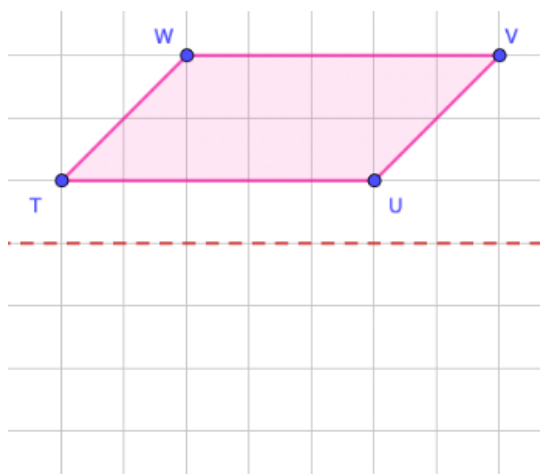


Ví dụ 1. Trong hình vẽ dưới đây tam giác $A'B'C'$ là hình ảnh phản xạ của tam giác ABC qua trục phản xạ d .

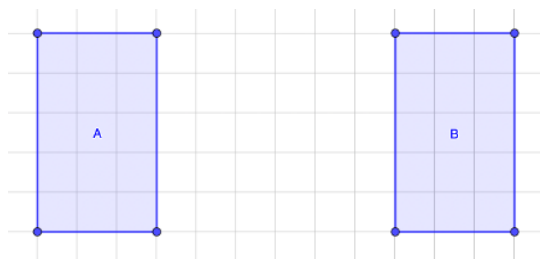


Dưới đây là một số bài tập để các em luyện tập thêm về hình phản xạ và trục đối xứng trong phép phản xạ.

Bài tập 1.1: Hãy vẽ ảnh phản xạ của hình bình hành qua trục phản xạ sau.

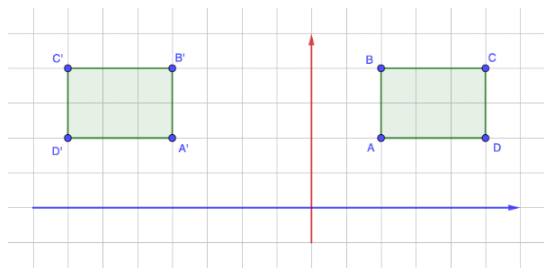


Bài tập 1.2: Một hình chữ nhật A được phản xạ để tạo ra hình chữ nhật B . Hãy xác định trục đối xứng.



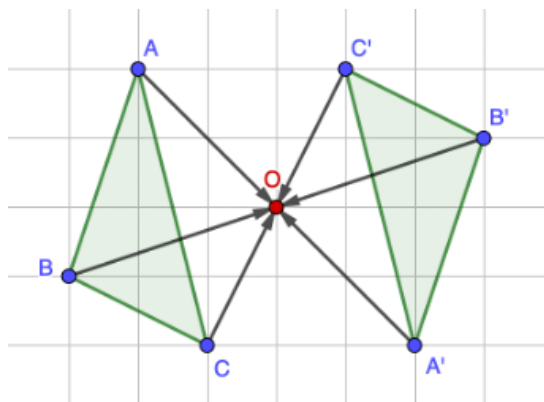
Bài tập 1.3: Hình chữ nhật $A'B'C'D'$ phải nằm ở vị trí nào để khi dùng phép phản xạ

qua trục màu đỏ ta thu được hình chữ nhật $ABCD$?

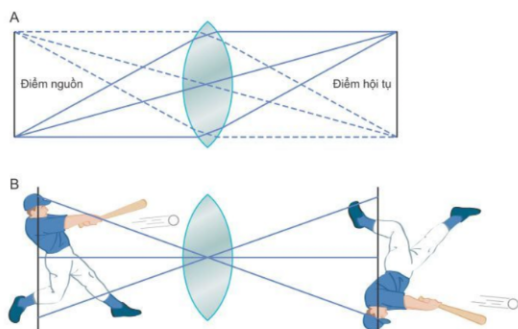


2. Phép đối xứng tâm

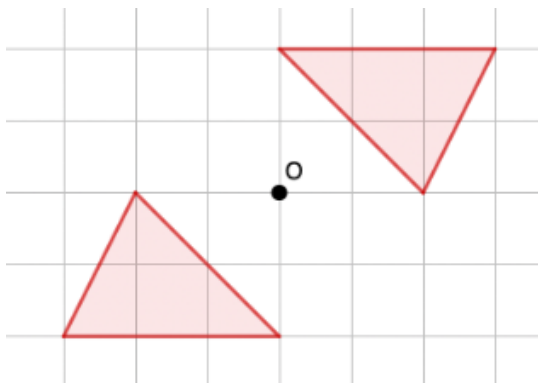
Phép đối xứng tâm xảy ra khi một hình được xây dựng xung quanh một điểm gọi là tâm của hình, hay tâm phản xạ. Với mỗi điểm trong hình, có một điểm khác được tìm thấy đối diện trực tiếp với nó ở phía bên kia sao cho tâm phản xạ là trung điểm của đoạn nối hai điểm đó. Dưới phép đối xứng tâm, các hình không thay đổi hình dáng và kích thước.



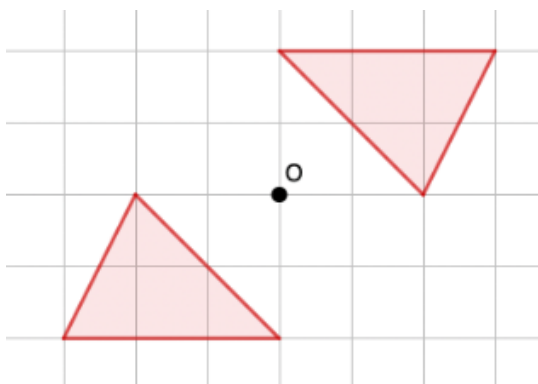
Tam giác ABC bên trái được lấy đối xứng qua tâm O để tạo ra tam giác $A'B'C'$ bên phải. Lúc này điểm O đóng vai trò là trung điểm của đoạn thẳng AA' , BB' và CC' . Do phép đối xứng tâm không làm thay đổi hình dáng và kích thước nên ta cũng có kết luận diện tích tam giác ABC bằng diện tích tam giác $A'B'C'$. Các bạn nhỏ hãy liên hệ khái niệm tâm đối xứng tới chiếc thấu kính hội tụ: khi căn chỉnh vị trí một cách hợp lý, thì một vật đi qua thấu kính hội tụ sẽ cho ra ảnh ngược chiều với vật và bằng vật.



Ví dụ 2.1: Hãy cho biết hình vẽ dưới đây có đối xứng tâm hay không?

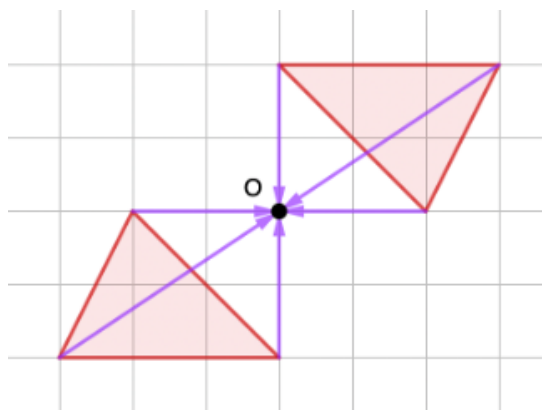


Từ hình vẽ ta thấy mỗi điểm của một hình đều có một điểm tương ứng thuộc hình còn lại, sao cho khoảng cách của chúng đến tâm là bằng nhau. Ngoài ra hai tam giác còn nằm phía đối diện nhau, nên suy ra chúng có tâm đối xứng.



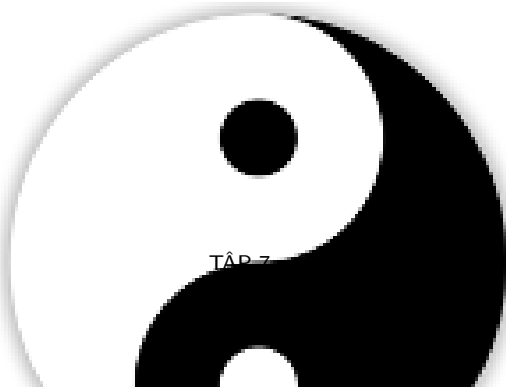
Phép đối xứng tâm cũng được nhìn thấy trong nhiều hình ảnh trong thực tế. Việc tạo ra một hình bằng cách lấy hình ảnh đối xứng

của những bộ phận đã cho của hình qua một tâm tạo ra những hình ảnh đẹp và cân đối.

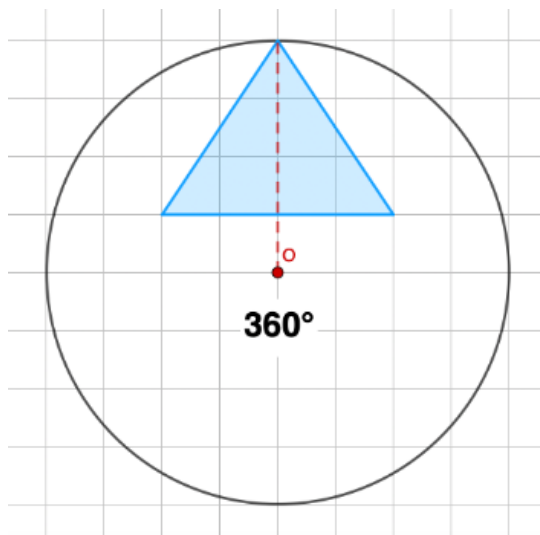


3. Phép quay

Một trong những phép dời hình cũng rất hay gặp trong thực tế là phép quay. Phép quay xoay một hình xung quanh một điểm cố định cho trước được gọi là tâm quay.

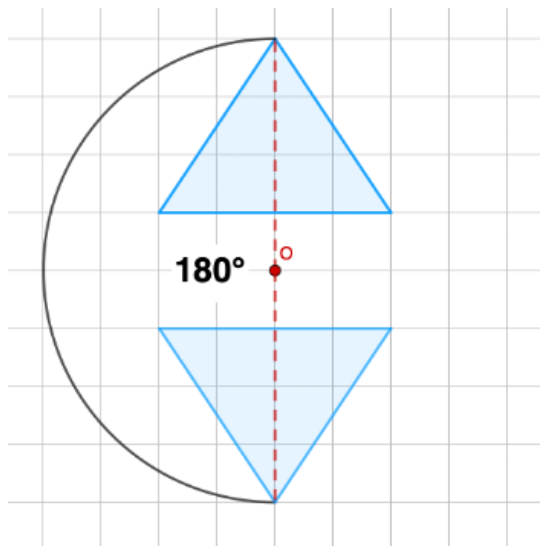
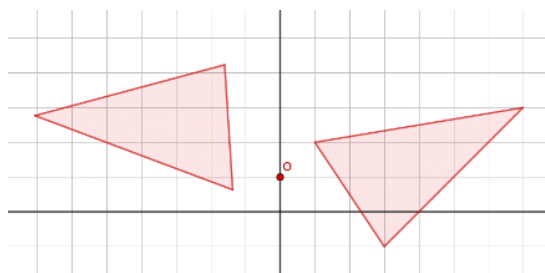


Ở hình minh họa trên, ta đã quay hình tam giác theo hướng ngược chiều kim đồng hồ đến một vị trí mới. Trong một phép quay hình tùy ý luôn có một điểm mà hình đó quay xung quanh, giống như tâm của một chiếc đồng hồ cùng với kim phút và kim giây.



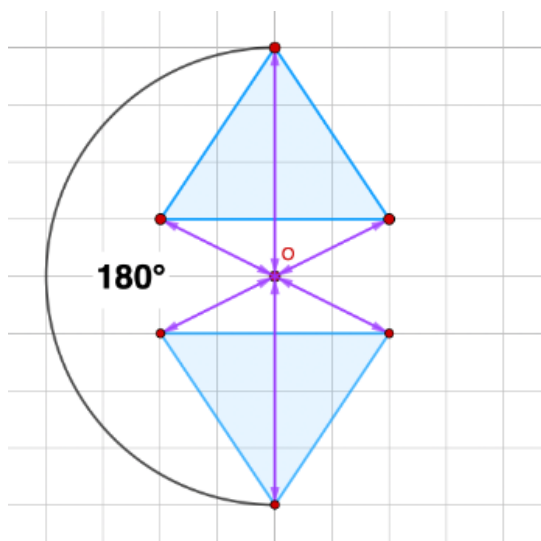
còn nếu quay nửa vòng thì nó thực hiện góc quay 180 độ.

Trong ví dụ đưa ra ở trên, điểm đó được đánh dấu bằng điểm O như hình dưới đây.



Khi một hình thực hiện hết một vòng quay và trở về vị trí ban đầu thì nó đã thực hiện một phép quay 360 độ,

Từ đây ta có ngay một nhận xét: Một phép quay 180 độ là một phép đối xứng tâm. Mỗi điểm trong hình mới luôn tương ứng với một điểm trong hình cũ có khoảng cách đến tâm quay bằng nhau.



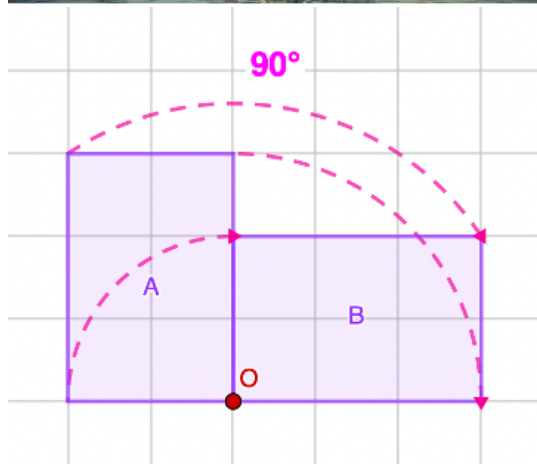
Phép quay cũng như phép phản xạ hay phép đối xứng tâm không làm thay đổi hình dạng cũng như kích thước của hình ban đầu và do đó không làm thay đổi diện tích của hình được quay.

Phép quay được tìm thấy trong nhiều hoạt động trong cuộc sống: Trái đất quay, bánh xe quay, trò chơi vòng quay,...

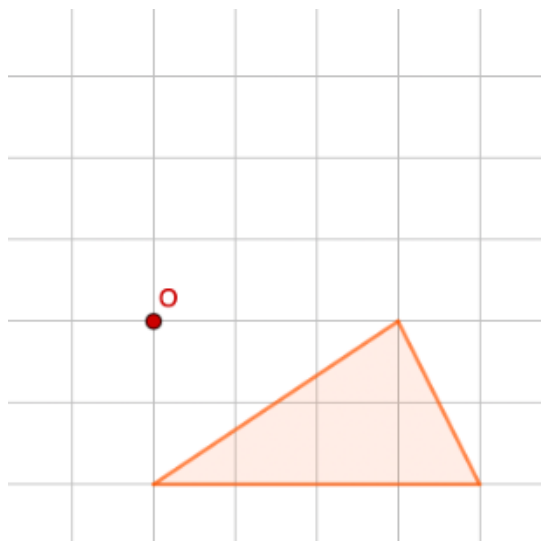


Dưới đây là ví dụ và bài tập để các bạn thực hành với cách rời hình bằng phép quay nhé.

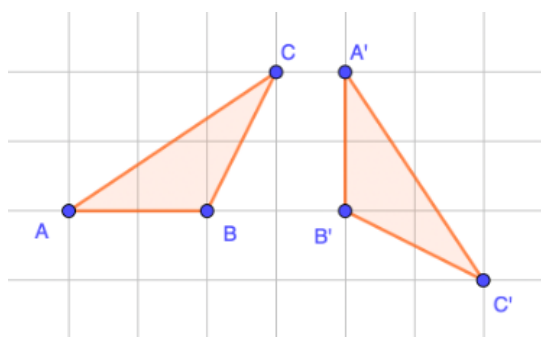
Ví dụ 3.1: Trong hình vẽ dưới đây, hình chữ nhật **B** thu được bằng cách cho hình chữ nhật **A** quay một góc **90** độ (chiều kim đồng hồ) quanh điểm **O**.



Bài tập 3.1: Hãy quay tam giác sau theo góc **90** độ ngược chiều kim đồng hồ quanh tâm **O**.

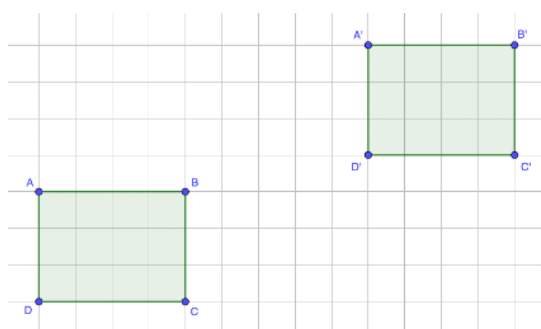


Bài tập 3.2: Hình vẽ dưới đây cho biết tam giác ABC được quay một góc 90° cùng chiều kim đồng hồ để thu được tam giác $A'B'C'$. Hãy xác định vị trí tâm quay.



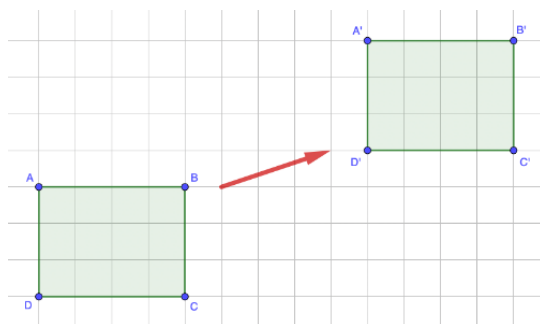
4. Phép tịnh tiến

Phép rời hình cuối cùng được giới thiệu trong bài viết này là Phép tịnh tiến. Phép tịnh tiến di chuyển hoặc trượt một hình đến một vị trí mới.

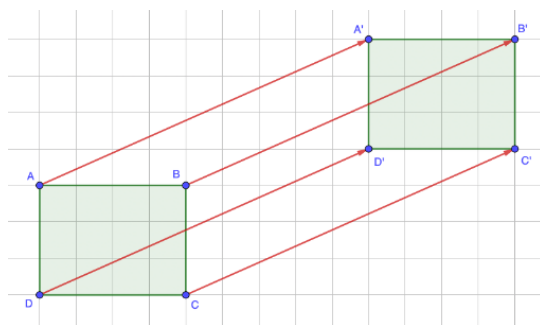


Trong hình vẽ trên, hình chữ nhật $ABCD$ đã được tịnh tiến, di chuyển hoặc trượt trở thành hình chữ nhật $A'B'C'D'$. Hoặc ta có thể nói rằng các đỉnh A, B, C và D của hình chữ nhật đã được tịnh tiến, di chuyển hoặc trượt tới các đỉnh A', B', C' và D' .

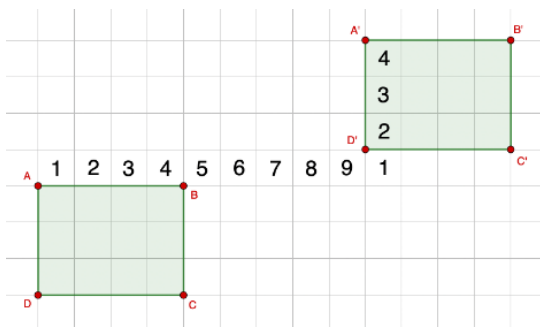
Hình chữ nhật $A'B'C'D'$ gọi là ảnh, di chuyển từ hình chữ nhật $ABCD$ theo hướng đi lên trên rồi sang bên phải.



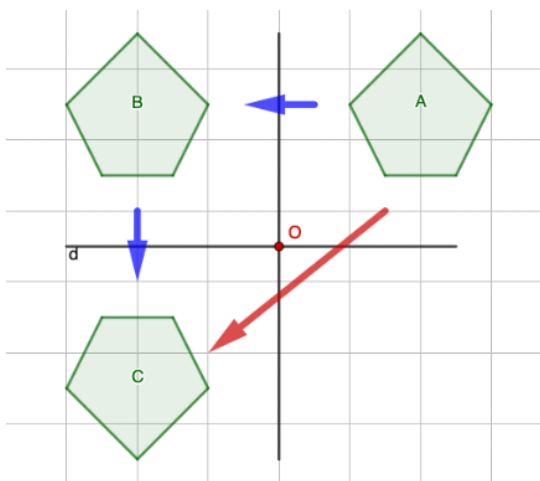
Phép tịnh tiến chỉ di chuyển một đối tượng mà không xoay, lật, hay thay đổi hình dạng hay kích thước của nó và do đó không làm thay đổi diện tích của một hình. Mỗi điểm được di chuyển theo cùng một khoảng cách và cùng một hướng.



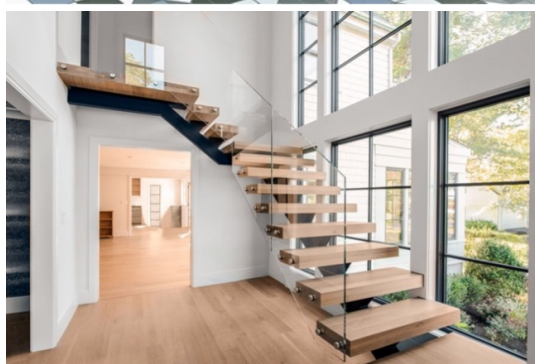
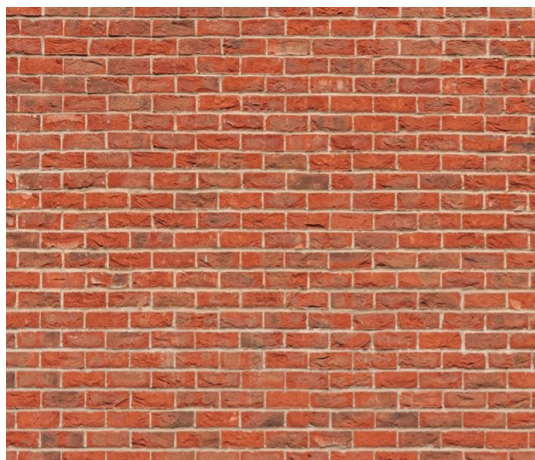
Cụ thể như trong hình, mỗi điểm được di chuyển sang phải 9 đơn vị và lên trên 4 đơn vị.



Nếu chúng ta quan sát một chút sẽ thấy ngay một kết quả rất thú vị đó là: Khi kết hợp giữa phép tịnh tiến và phép phản xạ ta sẽ được một phép đối xứng tâm. Minh họa dưới đây cho ta rõ hơn khẳng định này. Hình ngũ giác A qua phép đối xứng tâm O trở thành hình ngũ giác C . Tuy nhiên, nếu ta tịnh tiến ngũ giác A thành ngũ giác B rồi lấy phản xạ qua trục d ta cũng thu được ngũ giác C .

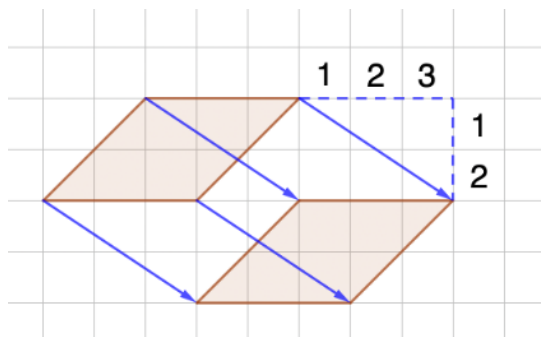


Chúng ta cũng nhìn thấy nhiều vật được xây dựng bằng phép dùng phép tịnh tiến trong cuộc sống. Những viên gạch trên những bức tường, gạch lát trên sàn nhà hay những bậc trên cầu thang là những minh họa sinh động cho phép tịnh tiến.

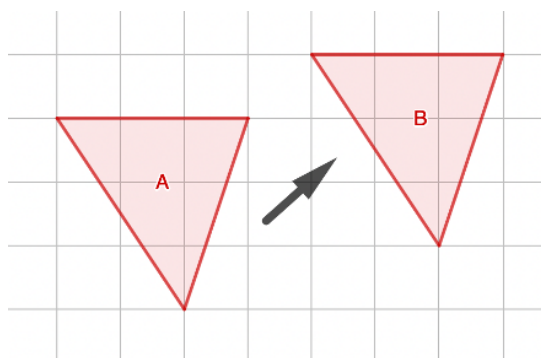


Các bạn cùng ôn luyện thêm về phép tịnh tiến qua những ví dụ và bài tập sau.

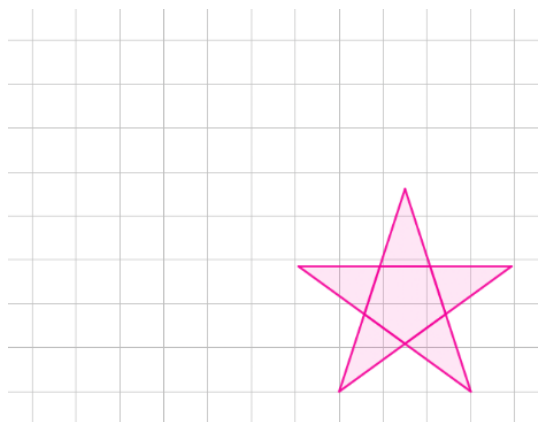
Ví dụ 4.1: Hình vẽ dưới đây là một biểu diễn của phép tịnh tiến. Hình bình hành đã được di chuyển từ trên xuống góc dưới bên phải. Cụ thể, mỗi điểm của hình bình hành sang phải 3 đơn vị rồi xuống dưới 2 đơn vị.



Bài tập 4.1: Mô tả phép tịnh tiến từ hình **A** tới hình **B** trong hình cho ở dưới.



Bài tập 4.2: Hãy tịnh tiến hình ngôi sao 5 cánh sau bằng cách di chuyển sang trái 6 đơn vị, rồi lên trên 3 đơn vị.



Bài viết này đã giới thiệu đến các bạn nhỏ bốn phép dời hình cơ bản: Phép phản xạ, phép đối xứng tâm, phép quay và phép tịnh tiến. Mỗi phép dời hình đều có những tính chất và nhiều ứng dụng hữu ích trong cuộc sống đúng không các bạn. Trong những tính chất này, chúng ta cùng nhắc lại một đặc điểm cơ bản đó là: Những phép dời hình này không làm thay đổi hình dáng hay kích thước và do đó không làm thay đổi diện tích của những hình đã cho. Trong bài viết tiếp theo, chúng ta sẽ dùng tính chất quan trọng này của những phép dời hình để xây dựng công thức tính diện tích của những hình cơ bản. Các em hãy đón đọc Phần 2 của bài viết trong số sau của tạp chí Pi nhé.