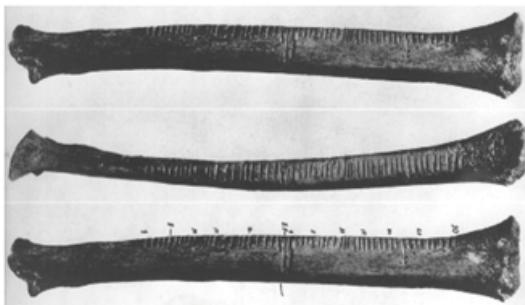




MỘT SỐ CÁCH GHI SỐ THỜI CỔ ĐẠI

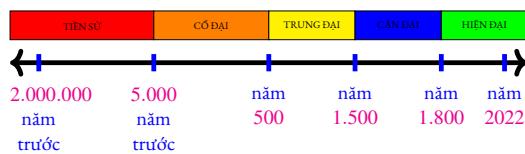
PHAN THANH HỒNG

Mặc dù ngày nay, một số bộ lạc thổ dân sống ở rừng rậm Amazon, chỉ có những từ: “một”, “hai” và “nhiều” để nói về số lượng hay một số bộ khác chỉ đếm từ 1 đến 5; từ xa xưa người tiền sử đã đếm những số lớn hơn bằng cách đánh dấu lên đá hay xương động vật.



Hình 1: Những mảnh xương chó sói có các kí hiệu, được cho là ra đời cách đây 30.000 năm và là công cụ để đếm của người thời tiền sử.

Từ hàng nghìn năm trước, ở những nền văn minh khác nhau, con người đã phát minh ra những hệ thống số để phục vụ mục đích đầu tiên là ghi nhớ những đại lượng lớn. Những con số đó chính là khởi nguồn của toán học. Trong bài viết này chúng mình hãy cùng tìm hiểu về những cách ghi số của những nền văn minh khác nhau thời cổ đại nhé.



Trước tiên, các em hãy quan sát 5 cụm kí tự trong hình bên. Chúng cùng nói về một thứ. Em có đoán được không?



Đó là những cách ghi số cổ của số 23. Em có thể đoán xem những kí hiệu nào biểu diễn hàng chục, hàng đơn vị tương ứng với cách chúng ta viết số 23 ngày nay?

Số Ai Cập cổ

Ai Cập cổ đại, một trong những cái nôi văn minh của nhân loại, là vùng đất nằm dọc hai bên sông Nile, phía Bắc của châu Phi. Toán học đã xuất hiện ở đây cách đây hơn 5000 năm. Những thành tựu toán học là một trong những yếu tố quan trọng giúp người Ai Cập cổ xây dựng nên những kim tự tháp mà một số vẫn còn tồn tại đến ngày nay.

Người Ai Cập cổ sử dụng những kí hiệu bằng hình ảnh để viết các số (được gọi là *chữ viết tượng hình*). Những chữ số của họ như sau

TOÁN CỦA BI

1	10	100	1.000	10.000	100.000	1.000.000
Gạch đứng	Móng ngựa	Cuộn dây	Hoa sen	Ngón tay	Con ếch	Vị thần

Số 4 được viết là còn là số 7. Để viết các số từ 10 trở lên, người ta dùng thêm kí hiệu (để biểu diễn số 10), chẳng hạn số 17 được viết là và số 27 được viết là . Số lượng các kí hiệu cho biết có bao nhiêu chục, số các kí hiệu cho biết có bao nhiêu đơn vị trong số được biểu diễn. Với những số từ 100 trở đi họ dùng kí hiệu (biểu diễn số 100) và viết các số theo cách tương tự; và cứ như vậy cho những số lớn hơn. Để biết giá trị của số được biểu diễn ta cộng các giá trị ứng với những kí hiệu biểu diễn nó. Chẳng hạn, = $100 + 100 + 10 + 10 + 1 + 1 + 1 = 233$.



Ngày nay, ta dùng các hàng khác nhau để biểu diễn số: hàng đơn vị, hàng chục, hàng trăm,... Hàng chục đứng ngay trước hàng đơn vị và lớn gấp 10 lần hàng đơn vị, hàng trăm đứng ngay trước hàng chục và lớn gấp

10 lần hàng chục,... Đó là cách ghi số trong hệ “cơ số 10” hay “thập phân”. Cách ghi số của người Ai Cập cổ cũng vậy nhưng việc viết các số phức tạp hơn so với cách viết ngày nay của chúng ta, nhất là với những số lớn. Chẳng hạn để viết số 5.412.314 người Ai Cập cổ cần dùng 20 kí hiệu!

$$5412314 = \text{|||||} \text{|||||} \text{|||||} \text{|||||} \text{|||||} \text{|||||} \text{|||||} \text{|||||} \text{|||||} \text{|||||}$$

Số La Mã

Các em có nhìn thấy các kí hiệu I, II, ... X trên mặt đồng hồ, trong sách vở, trên bảng khi thầy cô giáo đánh số các mục trong bài giảng? Đó là các số La Mã. La Mã là tên gọi một quốc gia cổ đại thuộc châu Âu mà có thời kì từng thống trị một vùng đất rộng lớn của châu lục này. Người La Mã sử dụng một số chữ cái từ bảng chữ cái của họ để biểu diễn những chữ số.

A	G	M	S
B	H	N	T
C	I	O	U
D	J	P	W
E	K	Q	X
F	L	R	Y
			Z



I = 1	L = 50
V = 5	C = 100
X = 10	D = 500
M = 1000	

Chú thích: các chữ cái và chữ số La Mã

Số 4 được viết là IV, còn số 6 là VI. Khi một chữ số lớn được viết ngay trước một chữ số nhỏ hơn hay bằng nó, ta cộng chúng lại với nhau để được con số cần biểu diễn, như trường hợp số $6 = VI$. Ngược lại, ta thực hiện phép trừ, giống như trường hợp số $4 = IV$.

$IV = 4: V - I = IV$	$VI = 6: V + I = VI$
$5 - 1 = 4$	$5 + 1 = 6$

Tương tự, ta có

$XXXII = 32: X + X + X + I + I = XXXII$
$10 + 10 + 10 + 1 + 1 = 32$
$XL = 40: L - X = XL$
$50 - 10 = 40$

Theo cách người La Mã viết số, một chữ số nhỏ đứng trước chữ số số lớn hơn, ta trừ số lớn cho số bé. Trong đó I, V chỉ được trừ từ những giá trị không quá X. Ví dụ, ta có thể viết IX nhưng không thể viết IL; X, L chỉ được trừ bởi những chữ số không vượt quá C; C, D chỉ được trừ cho những chữ số không vượt quá M. Ngoài ra, còn có những quy tắc khác như sau:

– Luôn viết số bằng cách dùng ít kí hiệu nhất, chẳng hạn ta viết XX để biểu diễn 20 thay vì VVVV.

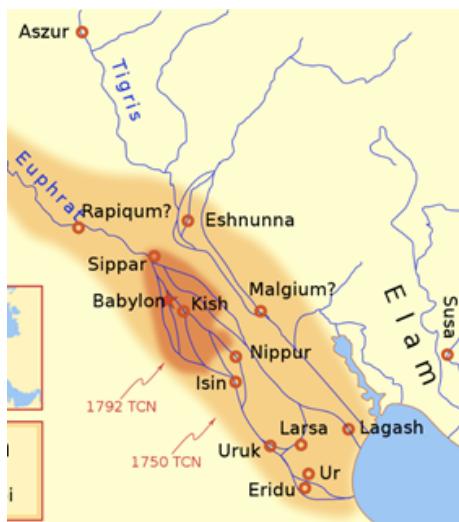
– Không có nhiều hơn 3 kí tự giống nhau trong một hàng (đơn vị, chục, trăm,...). Ví dụ ta viết XIV thay vì XIII để biểu diễn 14.

– Để biểu diễn số gấp hơn 1000 lần, người La Mã dùng vạch ngang phía trên các dấu chữ số, ví dụ $\overline{VIII} = 6 \times 1000 + 2 = 6002$. Ở đây, VI có thêm vạch ngang trên đầu biểu diễn giá trị $6 \times 1000 = 6000$. Những chữ số có vạch ngang trên đầu đứng trước các chữ số còn lại.

Không đặt nhiều hơn 1 số nhỏ đứng trước 1 số lớn. Ví dụ ta không viết IIX để biểu diễn 8.

Để dễ dàng viết số La Mã, ta viết theo từng hàng từ lớn đến nhỏ (như các số mà ngày nay chúng ta dùng). Ví dụ, để viết số 645, ta viết 600 trước (DC), rồi 40 (XL) và cuối cùng là 5 (V). Vậy $DCXLV = 645$. Số La Mã là hệ số cổ duy nhất còn được dùng ngày nay nhưng cũng chỉ mang ý nghĩa tượng trưng hay để trang trí.

Số Babylon Người Babylon, sống vào khoảng 5000 năm trước ở vùng đất Lưỡng Hà (một khu vực ở phía Tây của Châu Á). Họ đã tạo ra những công cụ tính toán thiên văn, hình học đáng kinh ngạc và họ đã phát minh ra bàn tính.



Để ghi số, ban đầu người Babylon chỉ sử dụng 2 kí hiệu

¶	1
¶¶	10

để viết số từ 1 tới 60, chẳng hạn số 7 là ¶, số 27 là ¶¶¶.

Những kí hiệu này được sử dụng tương tự như những chữ số La Mã (bằng cách cộng các kí hiệu xuất hiện trong số được biểu diễn). Số ¶¶¶ được viết bởi 2 kí hiệu ¶ để biểu diễn 2 chục, và 7 kí hiệu ¶ cho 7 đơn vị. Do vậy ¶¶¶ = 27.

Sau đó, một kí hiệu mới được sử dụng để biểu diễn chữ số 0 (các em có thấy nó là kí tự chỉ chữ số 1 được viết nghiêng?) ¶

Để viết những số từ 60 trở đi, người Babylon xếp các kí hiệu theo các nhóm. Điều này giống như ngày nay các em viết 159 bằng cách viết số 1 đầu tiên ứng với hàng trăm, số 5 tiếp theo ở hàng chục và cuối cùng là số 9 ở hàng đơn vị. Như vậy $159 = 1 \times 100 + 5 \times 10 + 9$.



Để viết số **63**, người Babylon viết kí hiệu **¶** ở hàng **60** và ba kí hiệu **¶** ở hàng đơn vị và để khoảng trống để phân biệt hai nhóm

¶ ¶ = 63. Trong cách viết này, ta thấy có **4** kí hiệu **¶** nhưng kí hiệu đầu tiên được viết tách biệt so với **3** cái còn lại để biểu diễn số **1** lần **60** tức **60**, **3** kí hiệu còn lại biểu diễn số **3** và như vậy ta có số **$60 + 3 = 63$** .

Điều này giống như chúng ta viết chữ số **1** ở hàng chục và chữ số **1** ở hàng đơn vị để biểu diễn số **11**: nó có nghĩa là **1** chục và **1** đơn vị. Trong cách ghi số Babylon cổ, nó có nghĩa là **1** lần **60** và **1**.

Để hiểu rõ hơn, ta hãy viết số chín mươi ba theo hệ số hiện đại. Việc này thật dễ dàng phải không? Tuy nhiên để hiểu cách viết của người Babylon ta sẽ thực hiện theo cách như sau: do các số của chúng ta ngày nay sử dụng hệ cơ số **10**, ta chia chín mươi ba cho **10** được thương là **9**, nên ta viết **9** vào hàng chục

x 10 × 10	x 10	x 1
	9	

Phép chia đó có số dư **3** nên ta viết **3** vào hàng đơn vị

x 10 × 10	x 10	x 1
	9	3

Vậy là ta viết: **93**.

Thế còn người Babylon viết số **93** trong hệ thống số của họ như thế nào?

*Hệ thống số Babylon sử dụng hệ cơ số **60**:* ta chia **93** cho **60** được thương là **1** nên ta viết **1** ở hàng **60**

x 60 × 60	x 60	x 1

Phép chia có số dư là **33**, nên ta sẽ viết **33** ở hàng đơn vị. Số **33** được biểu diễn bởi **3** kí tự mười cộng với **3**. Nên ta đặt **3** kí tự **10** và **3** kí tự **1** vào hàng đơn vị như sau

x 60 × 60	x 60	x 1

Vậy **¶ ፩ ፪ = 93.**

Tiếp theo, chúng ta hãy thử viết số lớn hơn. Chúng ta hãy cùng viết số **3604** bằng các chữ số Babylon nhé. Số **3604** lớn hơn **$60 \times 60 = 3600$** , nên ta cần biểu diễn số này từ hàng thứ **3** tính từ hàng đơn vị. Ta chia số **3604** cho **3600** được thương là **1** nên ta viết kí tự số **¶** vào hàng **60×60**

x 60 × 60	x 60	x 1

Số dư của phép chia là **4** nhỏ hơn **60** nên ta viết kí hiệu **¶** vào hàng **60**, và **4** kí hiệu **¶** vào hàng đơn vị.

x 60 × 60	x 60	x 1

Vậy, số **3604** được người Babylon viết như sau:



Cách ghi Số của người Ai Cập cổ, La Mã hay chúng ta ngày nay dùng cow số **10**

còn cách ghi số của người Babylon sử dụng cơ số **60**. Do số **60** chia hết cho nhiều số: **1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30** và **60** nên việc chia các đại lượng được thực hiện dễ dàng hơn, ít phải dùng đến các phân số. Việc sử dụng đơn vị thời gian: **1 phút = 60 giây**, **1 giờ = 60 phút** ngày nay là một ảnh hưởng của người Babylon đấy.

Số Maya



Kim tự tháp Tikal của người Maya

Người Maya được cho là đã xuất hiện từ rất xa xưa. Họ đã xây dựng hệ thống lịch chính xác và toán học của họ là đại diện tiêu biểu cho toán học của dân cư ở châu Mỹ thời cổ đại.

Nói về cách ghi số, người Maya cổ dùng hệ cơ số **20**, gồm **3** kí hiệu: (**◎**), **•**, **—**) ứng với **0, 1, 5** và biểu diễn số theo chiều dọc. Chữ số ở hàng cao hơn được viết phía trên, chữ số ở hàng thấp hơn được viết phía dưới. Điều này tương tự chúng ta viết số ngày nay: ta đặt số ở hàng cao hơn bên trái còn số ở hàng thấp hơn bên phải.

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$	hàng nghìn
$10^2 = 10 \times 10 = 100$	hàng trăm
$10^1 = 10$	hàng chục
$10^0 = 1$	hàng đơn vị

Do sử dụng hệ cơ số **20**, số Maya được biểu diễn trong phần bên phải của bảng sau chính là số $1 \times 8000 + 0 \times 400 + 10 \times 20 + 7 \times 1 = 8207$. Bởi vì, ta thấy **•**, **◎**, **=**, **●** ứng với

1, 0, 10, 7 lần lượt ở các hàng **8000, 400, 20** và đơn vị. Chú ý rằng, trong một hàng, số có giá trị cao hơn lại được viết phía dưới số có giá trị lớn hơn chẳng hạn **●**: hai kí tự **•** (số **1**) được viết bên trên kí tự **—** (số **5**). Kí hiệu **◎** để biểu diễn **0** ở một hàng giống như ta viết **101** và giúp ta phân biệt số **101** với số **11**. Điều này cũng tương tự như cách ghi số Babylon.

$20 \times 20 \times 20 = 8000$	•
$20 \times 20 = 400$	◎
20	=
1	●

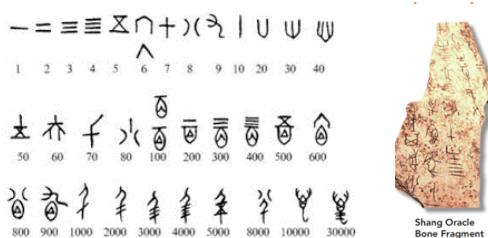
Người ta cho rằng hệ cơ số **10** được dùng phổ biến vì con người có **10** ngón tay, còn người Maya vốn không đi giày nên họ đếm bằng cả các ngón chân nữa. Họ dùng hệ cơ số **20** là vì thế!



Số Trung Hoa cổ

Trung Hoa cổ đại cũng là một trong những nền văn minh cổ lớn của thế giới. Khoảng **3500** năm trước, người Trung Hoa khắc lên những mảnh mai của con rùa những kí hiệu

khác nhau thể hiện số và chữ. Một số trong đó như sau



Một số kí hiệu viết trên một mảnh mai rùa.

Cách ghi số Trung Hoa cổ tương tự như cách ghi số La Mã: Các chữ số giá trị lớn được đặt bên trái các chữ số có giá trị nhỏ hơn, số được biểu diễn có giá trị bằng tổng các chữ số trong biểu diễn của nó. Ví dụ 𢃀𢃁𢃂 10000 + 500 + 30 + 5 = 10.535. Những biểu tượng khắc trên những mảnh mai rùa phát triển theo thời gian và hình thành nên chữ viết của người Trung Hoa ngày nay.



Các em có thấy rằng cách biểu diễn số của

người Ai Cập, La Mã và Trung Hoa cổ có điểm tương đồng? Người ta nói đó là những hệ thống số “đơn phân”. Mỗi kí hiệu thể hiện một giá trị không thay đổi cho dù nó đứng ở vị trí nào. Mỗi số viết ra biểu diễn một đại lượng được xác định bằng cách cộng (hay trừ như ở số La Mã) những giá trị tương ứng với các kí hiệu được sử dụng trong đó. Số mà chúng ta dùng ngày nay là một hệ thống số “sắp theo hàng” vì các kí hiệu có giá trị phụ thuộc vào hàng mà nó được xếp vào. Ở hàng chục, số 1 có nghĩa là một chục, nhưng số 1 ở hàng đơn vị có nghĩa là 1 đơn vị. Trong khi đó, số của người Babylon và Maya là một dạng hỗn hợp vừa được “sắp theo hàng” vừa cần cộng những kí hiệu trong mỗi hàng để biết giá trị của số được biểu diễn.

Vậy là qua bài viết này chúng ta đã biết những cách ghi số từ thời xa xưa con người ở những nơi khác nhau trên trái đất. Những đại lượng phức tạp hơn như phân số chẳng hạn cũng đã được người cổ đại viết ra và sử dụng. Chúng ta sẽ tìm hiểu thêm về những thành tựu toán học của loài người ở những thời kì trước đây trong những số báo sắp tới nhé.

Tài liệu, nguồn tham khảo:

<https://www.britannica.com/topic/Latin-alphabet>

<https://www.penn.museum/>

<https://www.cemc.uwaterloo.ca>

R. L. Cooke, History of math, Wiley, 2013.